

## شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية



## ملخص الوحدة السابعة مزيد من الدوال

موقع المناهج ← المناهج العمانية ← الصف الحادي عشر ← رياضيات متقدمة ← الفصل الثاني ← الملف

## التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر



## روابط مواد الصف الحادي عشر على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

## المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الثاني

<a href="#">نموذج إجابة الامتحان النهائي الرسمي الفترة الصباحية</a>	1
<a href="#">امتحان تحريبي نهائي حديد مع نموذج الإجابة بمحافظة مسقط</a>	2
<a href="#">نموذجين من الامتحان النهائي التحريبي مع الإجابة بمحافظة جنوب الشرقية</a>	3
<a href="#">امتحان تحريبي نهائي حديد مع الإجابة</a>	4
<a href="#">امتحان تحريبي نهائي حديد بمحافظة شمال الباطنة</a>	5

New  
2023

# الرياضيات المتقدمة

سلطنة عمان

فصل دراسي ثان

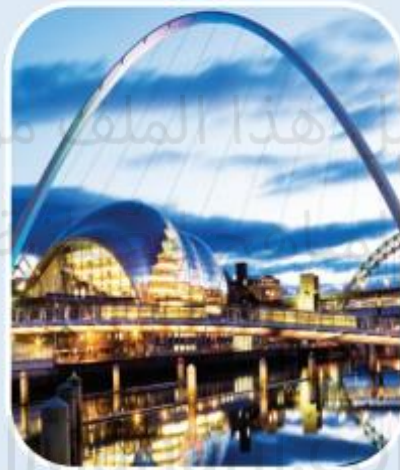
11



اعداد

نصر حسنين

71724125



ملخص

الوحدة السابعة

مزيد من الدوال

ماذا نتعلم ؟

ستتعلم في هذه الوحدة كيف:

- ١-٧ تذكر القيمة المطلقة لأي عدد أو تعبير معطى وتستخدمها.
- ٢-٧ تذكر الدالة الصحيحة وتستخدمها.
- ٣-٧ ترسم منحنيات دوال القيمة المطلقة والدوال الدالة الصحيحة ، وتستخدمها لحل المسائل.
- ٤-٧ تحوّل بين الصورة اللوغارتمية والصورة الأسية ذات الأساس ١٠
- ٥-٧ تحوّل بين الصورة اللوغارتمية والصورة الأسية ذات الأساس العام 'أ'
- ٦-٧ تبسّط وتقيّم اللوغاريتيمات باستخدام قوانين اللوغاريتيم، حيث لا حاجة لتغيير الأساس.
- ٧-٧ تحل المعادلات اللوغارتمية.
- ٨-٧ تحل معادلات حيث يظهر المجهول في القوة.
- ٩-٧ تفهم تعريف وخصائص كل من  $h^{-x}$  و  $(s)$  ومنحنياتها، والعلاقة بينهما كدوال عكسية.

## ١-٧ دالة المطلق

**القيمة المطلقة absolute value** للعدد أ هي المسافة التي يبتعد بها العدد أ عن نقطة الأصل (٠) على خط الأعداد، ويرمز إليها بالرمز  $|أ|$  وهي قيمة موجبة دائماً بحيث:

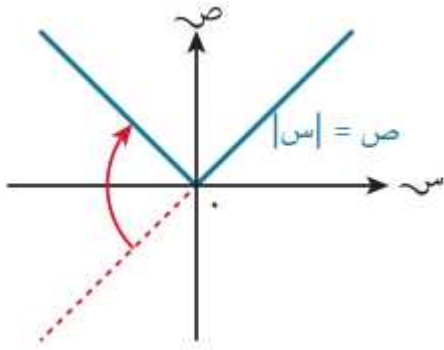
$$|أ-| = |أ|$$

$$\text{فمثلاً: } ٣ = |٣-|, ٣ = |٣|$$

وتكتب دالة المطلق على الشكل  $د(س) = |س|$ ، وتعرّف حسب الصيغة:

$$د(س) = |س| = \begin{cases} س, & ٠ \leq س \\ -س, & س > ٠ \end{cases}$$

حيث مجالها هو ع ومداهها  $د(س) \geq ٠$



١) أوجد قيمة كل ممّا يأتي:

أ  $|٥|$

ب  $|٣-|$

ج  $|٢,٥-|$

حلّ المعادلات الآتية:

1

ب  $|٢س - ١| = ٣$

ج  $|س - ٤| = ٢س + ١$

$$\text{حلّ المعادلة } |س + ٥| = |س + ٤|$$

2

تم تحميل هذا الملف من

$$\text{حلّ المعادلة } |س + ٣| + |س + ٥| = ١٠ \text{ موقع المناهج العُمانية}$$

3

[alManahj.com/om](http://alManahj.com/om)

## درب نفسك

(١) أوجد قيمة كل ممّا يأتي:

هـ  $|9 - \sqrt{9}|$

د  $|^2(3-)|$

(٢) حلّ كلّ ممّا يأتي:

أ  $7 = |3 - 4س|$

ب  $5 = |س^2 - 1|$

ج  $4 = \left| \frac{2 - س^2}{5} \right|$

تم تحميل هذا الملف من

موقع المناهج العُمانية

[alManahj.com/om](http://alManahj.com/om)

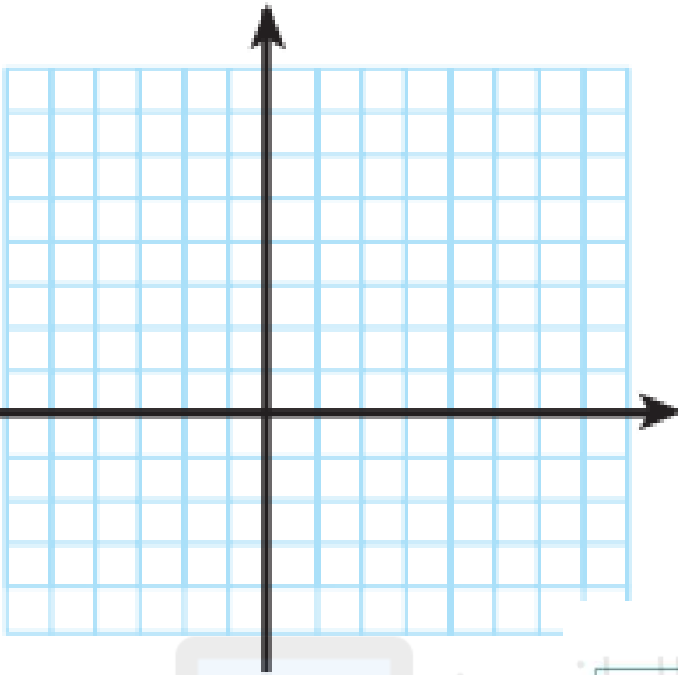
(٣) حلّ كلّ ممّا يأتي:

أ  $|س| = |1 + 2س|$

د  $1 + س = |5 - 3س|$

## التمثيل البياني

٨ إذا علمت أن  $ص = |س - ٣| + ٢$ .



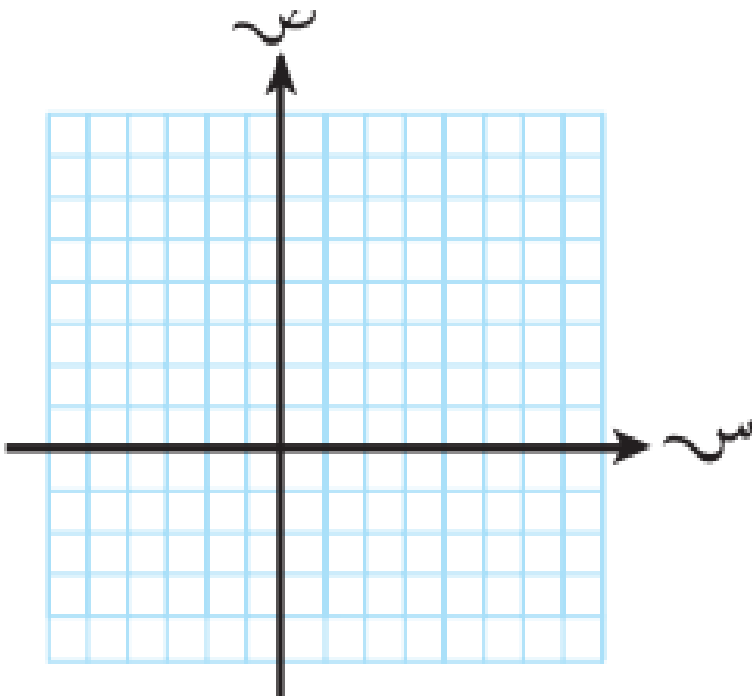
١ أكمل الجدول الآتي:

س	٠	٢	٣	٤	٥	٦
ص	٥	٣				

٢ ارسم التمثيل البياني  $ص = |س - ٣| + ٢$  حيث  $٠ \leq س \leq ٦$

٩ ارسم التمثيل البياني لكل من الدوال الآتية. ثم حدد إحداثيات نقطة الرأس لكل منها:

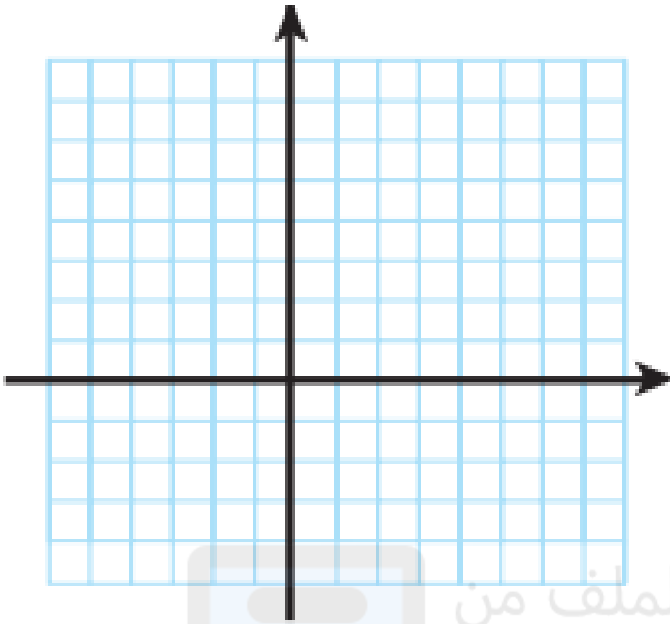
١  $ص = |س + ١| + ٢$     ٢  $ص = |س - ٥| - ٢$     ٣  $ص = |س - ٢|$



حلّ المعادلة

$$1 + s^2 = |s - 4|$$

1

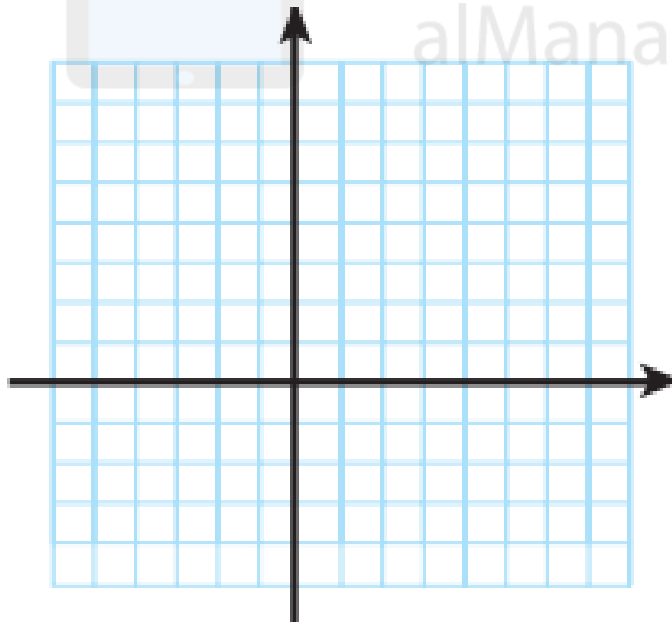


تم تحميل هذا الملف من

موقع المناهج العُمانية

$$|s + 5| = |s + 4|$$

2



alManahj.com/om



## الواجب

(١) حلّ كلّاً مما يأتي :

أ  $5 = |س + ٢|$

ب  $٧ = |س - ١|$

ز  $|٩ + س٣| = |١ + س٢|$

ح  $|س٢ - ١١| = |١ + س٥|$

(٢) حلّ المعادلات الآتية:

أ  $٢ = |س - ١| + |١ + س|$

ب  $٢ = |س - ١| - |١ + س|$

(٤) حلّ المعادلات الآتية:

أ  $٣ = |س - ٢| + ١$

ب  $٣ = |س - ٢| + ١$

(٥) حلّ المعادلات الآتية:

أ  $١٢ = |س - ٤|$

ب  $٥ = |س + ٦|$

ج  $١ + س = |س٣ + ٢س|$

alManahj.com/om

(٧) ارسم التمثيلات البيانية لكل من الدوال الآتية، مبيّناً إحداثيات النقاط حيث تتقاطع التمثيلات البيانية مع المحورين. ، ثم أعد تعريف كل دالة من خلال الرسم.

أ  $ص = |س + ٢|$

ب  $ص = |س - ٣|$

ج  $ص = |١ - ٥|$

(١٠) د(س) =  $|س٢ - ٥| + ٣$  حيث  $٢ \leq س \leq ٨$  أوجد مدى الدالة د.

(١١) أ ارسم التمثيل البياني للدالة  $ص = ٢|س - ٢| + ١$  حيث  $٢ > س > ٦$ ، مبيّناً إحداثيات نقطة الرأس والمقطع الصادي.

ب ارسم على المخطط نفسه  $ص = س + ٢$

ج استخدم التمثيل البياني لحل المعادلة  $٢|س - ٢| + ١ = س + ٢$



## ◀ دالة الصحيح : د(س) = [س] وتقرأ صحيح س

أوجد قيمة كل مما يأتي:

ج [٤, ٩٩]

ب [٤, ٢]

أ [٥]

ز [-٤]

و [-٣, ٩]

هـ [-٣, ١]

## التمثيل البياني لدالة الصحيح

بيان دالة الصحيح غير مألوف.

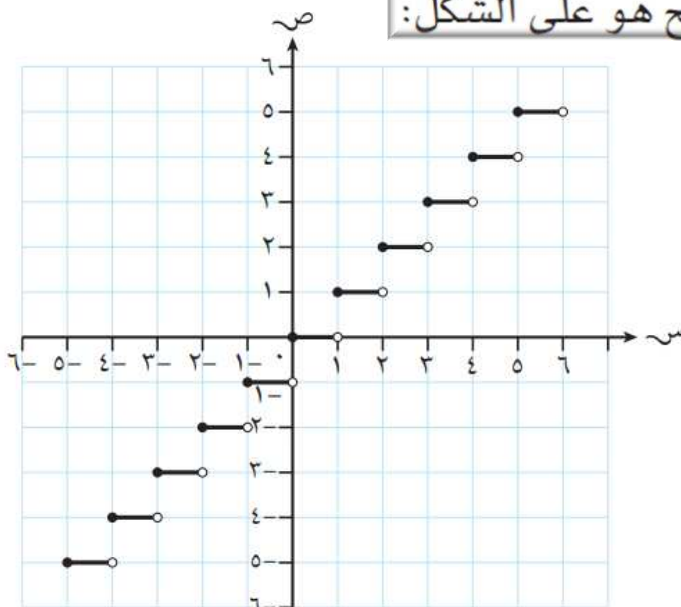
تم تحميل هذا الملف من

موقع المناهج العمانية  
 لرسم بيان د(س) = [س] حيث  $5 \leq س < 6$  :  
 فمثلاً: عندما  $4 \leq س < 5$  نجد أن :

$$4 = [٤] = [٤, ١] = [٤, ٥] = [٤, ٩] = [٤, ٩٩] = [٤, ٩٩٩٩٩٩٩]$$

يمكننا رسم هذا على خط أعداد عادي على شكل خط عليه دائرة صغيرة ممثلة عند نقطة انتهاء اليسار، ودائرة صغيرة فارغة عند نقطة انتهاء اليمين (ما يشير إلى أن ٤ هو جزء من المجموعة بينما ٥ ليس كذلك).

وبالتالي فإن التمثيل البياني لدالة الصحيح هو على الشكل:



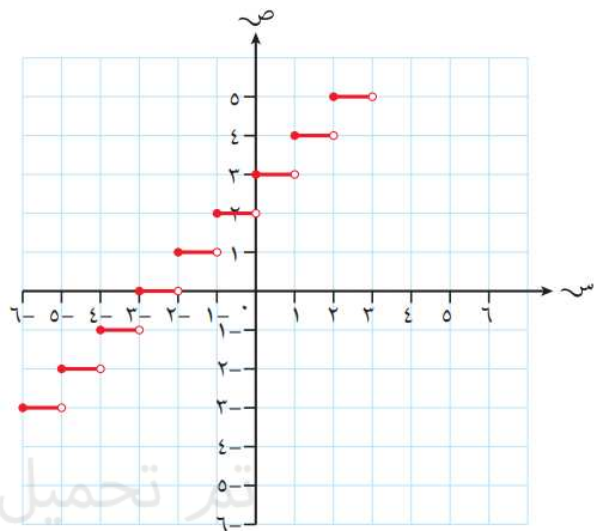
لرسم بيان د(س) = [س]

1

ارسم الدالة ص = [س] + ٢

الحل:

تم إزاحة التمثيل البياني للدالة ص = [س] إلى الأعلى بمقدار ٢

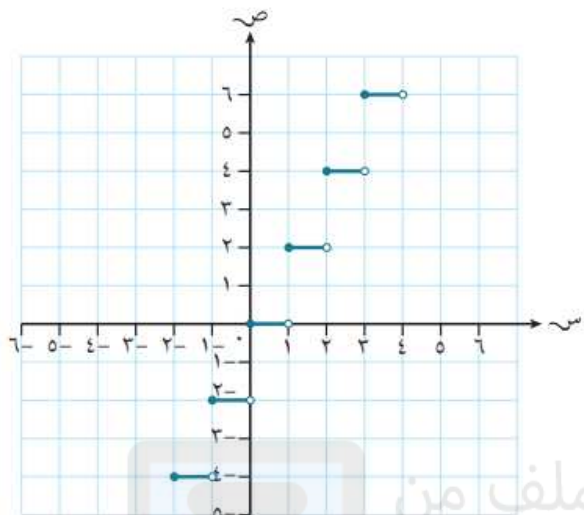


2

ارسم الدالة ص = ٢ [س]

الحل:

تم إجراء تمدد رأسي للدالة ص = [س] بمقدار ٢



تحميل هذا الملف من

موقع المناهج العمانية

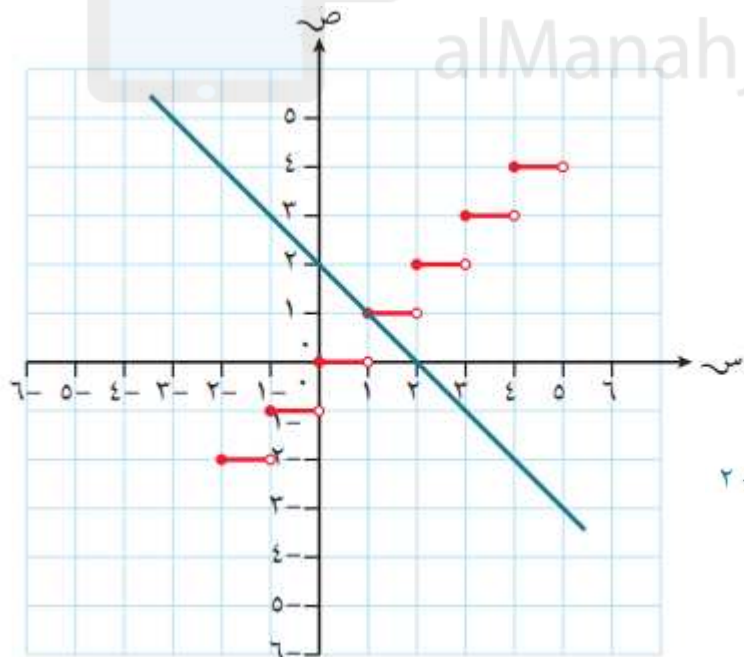
3

ارسم الدالة ص = [س] والدالة ص = -س + ٢ في المستوى الإحداثي نفسه،

واستخدمهما لحل المعادلة ص = [س] - س + ٢

الحل:

alManahj.com/om



تتقاطع الدالتان عند س = ١

تحقق من الإجابة من خلال تعويض س = ١ في ص = [س] - س + ٢  
[١] = ٢ + ١ - ١، وهي عبارة صحيحة.

## تمارين أكثر

(٢) أوجد قيمة كل مما يأتي:

أ  $\left[ \frac{5}{3} - 4 \right]$

ب  $\left[ \frac{5}{3} \right] - [4]$

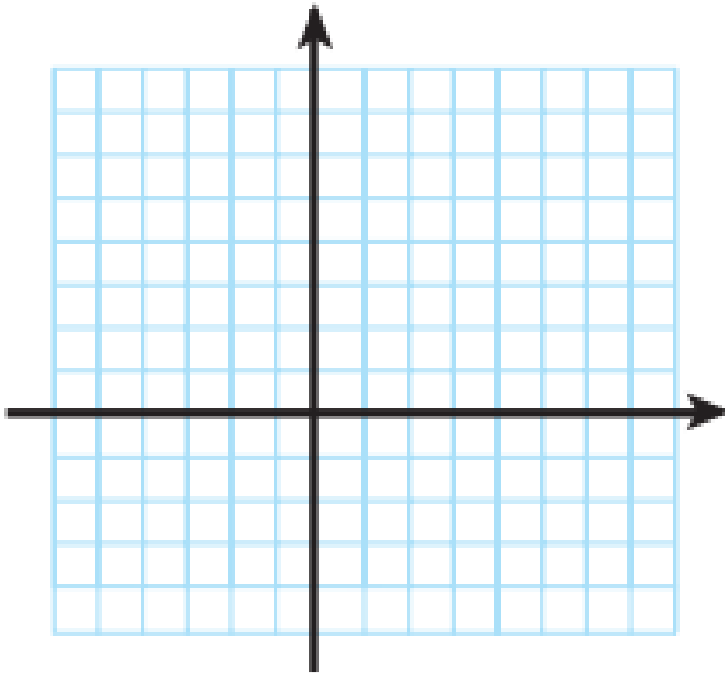
ج  $\left[ \frac{25}{7} + \frac{1}{2} \right]$

د  $\left[ \frac{1}{4} \times 10 \right]$

ز  $\left[ \left[ \frac{3}{5} \times 12 - \right] \right]$  تم تحميل هذا الملف من

ح  $\left| \left[ \frac{3}{5} \times 12 - \right] \right|$  موقع المناهج العُمانية

(٣) ارسـم بيان كل دالة من الدوال: ص = [س] ، ص = ٢س على المستوى الإحداثي نفسه.



## الواجب

(١) أوجد قيمة كلِّ ممَّا يأتي:

ب  $\left[\frac{٨٠}{٣}\right]$

ا  $[١٧,٨٨]$

(٢) أوجد قيمة كلِّ ممَّا يأتي:

ب  $\left[\frac{١٠}{٩}\right] + [٨]$

ا  $\left[\frac{١٠}{٩} + ٨\right]$

تم تحميل هذا الملف من

(٣) ارسم التمثيل البياني للدوال الآتية:

موقع المناهج العُمانية  
ا  $(س) = [س] - ٤$

ب  $(س) = [س]^٣$

(٤) ارسم التمثيل البياني للدالتين  $ص = [س]$ ،  $ص = ٤س + ١$  في المستوى الإحداثي نفسه، واستخدمهما لحل المعادلة  $[س] = ٤س + ١$

(٤) استخدم التمثيل البياني لحل المعادلة  $||[س]|| = ١,٥ + س$

# الدالة اللوغاريتمية

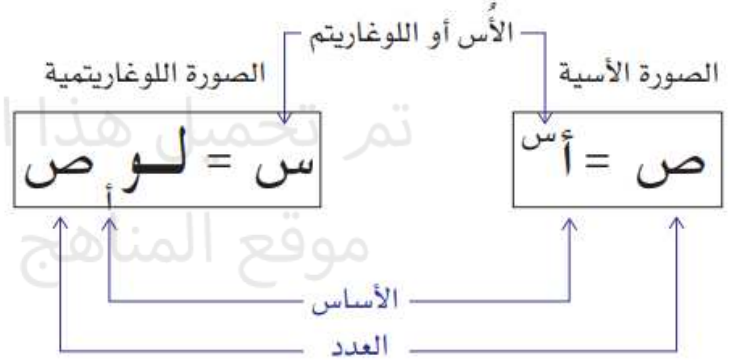
## مفهوم اللوغاريتمات

، لنفترض أننا نبدأ بالرقم ٢، ونقول إننا نرفعها إلى قوة ما، فماذا يجب أن تكون هذه القوة للحصول على ٩١٦،  
بالتأكيد ستكون القيمة المجهولة (س) هي ٤. وهذا هو جوهر اللوغاريتمات،  
أي أن اللوغاريتم هو عدد ما بالنسبة إلى أساس ما.

## الدالة اللوغاريتمية وعلاقتها بالدالة الأسية

### مُساعدَة

تسمى لـ  $s = ص$   
الصورة اللوغاريتمية.  
وتسمى بـ  $ص = س$  الصورة  
الأسية المكافئة لها.



١ حوّل من الصورة الأسية إلى الصورة اللوغاريتمية:

ب  $٥٠٠ = ٣١٠$

أ  $١٠٠٠ = ٢١٠$

٢ حوّل كلّ مما يأتي من الصورة اللوغاريتمية إلى الصورة الأسية:

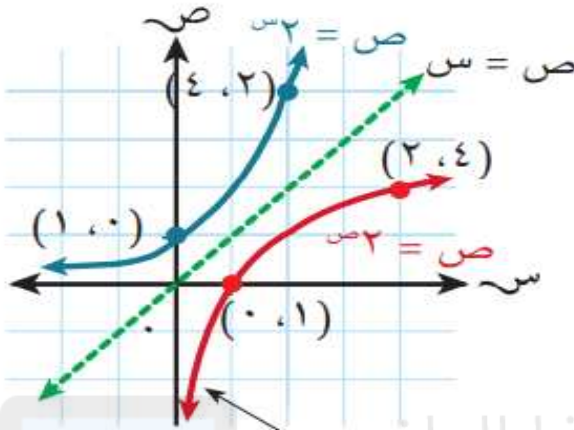
ب لـ  $١,٢ = س$

أ لـ  $٤ = ١٠٠٠٠$



## الدوال والعبارات اللوغاريتمية

يمكنك تمثيل الدالة العكسية للدالة الأسية  $y = 2^x$  من خلال تبديل قيم  $x$  و  $y$  للأزواج المرتبة التي تمثل الدالة.



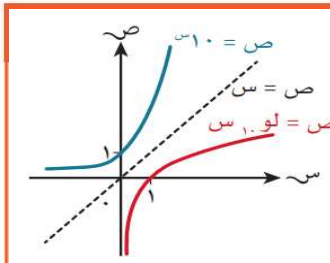
تقترب قيم  $x$  من الصفر مع تناقص قيم  $y$

$y = 2^x$		$y = 2^x$	
$x$	$y$	$x$	$y$
-3	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	-3
-2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	-2
-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1
0	1	1	0
1	2	2	1
2	4	4	2
3	8	8	3

يظهر من الجدول والتمثيل البياني أعلاه أن الدالة العكسية لدالة  $y = 2^x$  هي  $y = \log_2 x$ .

alManahj.com/om

## اللوغاريتم للأساس ١٠



نتيجة ١

إذا كان  $y = 10^x$ ، فإن  $x = \log_{10} y$   
 $y = 10^x$  و  $x = \log_{10} y$  دالتان كل منهما عكسية للأخرى.  
 وتقرأ  $y = 10^x$  تكافئ  $x = \log_{10} y$

يوجد على الآلة الحاسبة مفتاح لو للأساس عشرة وهو  $\log$  أو  $\lg$ .

1

أ حوّل  $٣١٠ = ٥٨$  إلى الصورة اللوغاريتمية.

ب حل  $٣١٠ = ٥٨$  واكتب الإجابة مقربة إلى أقرب ٣ أرقام معنوية.

تم تحميل هذا الملف من  
موقع المناهج العُمانية

2

بدون استخدام الآلة الحاسبة، املأ الجدول الآتي، وبرز إجابتك.

ل.١٠٠٠	ل.١٠٠	ل.١٠	ل.١	ل.٠,١	ل.٠,٠١
.....	.....	١	٠	.....	.....

3

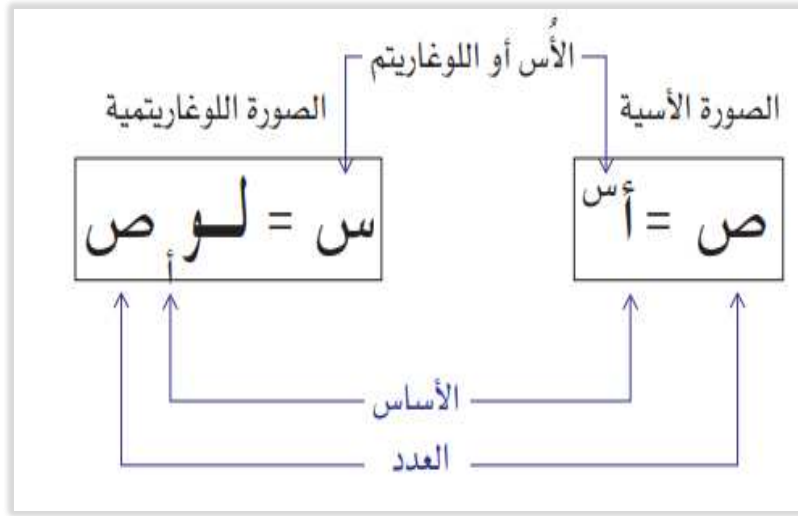
أوجد قيمة كلِّ ممّا يأتي:

ج ل.١٠٠٠٠

ب ل.٠,٠٠٠١

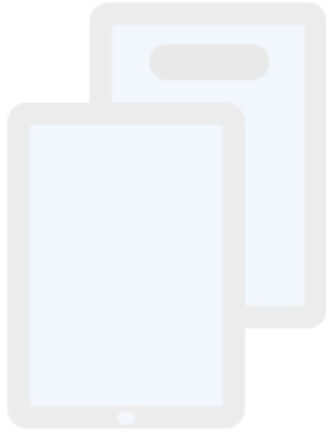
أ ل.١٠٠٠٠





## اللوغاريتم للأساس أ

مثال توضيحي



تم تحميل هذا الملف من  
حوّل  $٢٥ = ١٢٥$  إلى الصورة اللوغاريتمية.

4

موقع المناهج العُمانية

alManahj.com/om

حوّل كلّ ممّا يأتي من الصورة اللوغاريتمية إلى الصورة الأسية:

5

أ لو<sub>٣</sub> ٨ = ٣      ب لو<sub>٣</sub> ٨١ = ٤      ج لو<sub>٨</sub> ١ = ٠

## قوانين اللوغاريتمات

إذا كان  $s$ ،  $v$  عددين موجبيين،  
 $0 < a$ ،  $a \neq 1$ ، فإن:

$$\log_a (sv) = \log_a s + \log_a v$$

$$\log_a \left(\frac{s}{v}\right) = \log_a s - \log_a v$$

$$\log_a (s^m) = m \log_a s$$

$$\log_a \left(\frac{1}{s}\right) = -\log_a s$$

2 اكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

أ  $7 \log_3 + 11 \log_3$

ب  $\frac{128 \log_3}{16 \log_3}$

ج  $\frac{25 \log_3}{0.04 \log_3}$

د  $2 \log_3 8 - 5 \log_3 2$

هـ  $3 \log_3 2 + \frac{1}{2} \log_3 36 - \log_3 12$

1 أوجد قيمة:

أ  $16 \log_3$

ب  $9 \log_3 \frac{1}{9}$

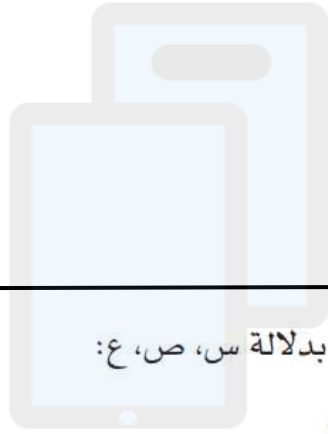
3 بسّط كلاً ممّا يأتي علماً بأن  $b < 0$

أ (١)  $\frac{b^2}{b^3}$

ب (٢)  $\frac{b^2}{b^3}$

ب (١)  $\frac{b^2}{b^3}$

ب (٢)  $\frac{b^2}{b^3} - \frac{b^2}{b^3}$



تم تحميل هذا الملف من  
موقع المناهج العُمانية

4 إذا علمت أن  $s = \frac{a}{b}$ ،  $v = \frac{a}{b}$ ،  $e = \frac{a}{b}$ ، فاكتب كلاً ممّا يأتي بدلالة  $s$ ،  $v$ ،  $e$ :

أ (١)  $\frac{a}{b}$

ب (٢)  $\frac{a}{b}$

4 إذا علمت أن  $\frac{a}{b} = 7$ ،  $\frac{a}{b} = 4$ ، فأوجد قيمة الآتي:

أ  $\frac{a}{b}$

بدون استخدام الآلة الحاسبة، بسّط  $\frac{١٢٥ \text{ ل.ه}}{٢٥ \text{ ل.ه}}$   
مبيّناً خطوات الحل:

أوجد الصورة المكافئة لكل من العبارات الآتية:

4

١ (أ)  $٧ \text{ ل.ه} - ٢ \text{ ل.ه}$  (ب)  $(١ - \text{ل.ه} - ١) (١ - \text{ل.ه} + ٣)$

موقع المناهج العُمانية

alManahj.com/om

$$(٢) \frac{١ - ٢(أ) \text{ ل.ه}}{١ - \text{ل.ه}}$$

$$(١) (ج) \frac{\text{ل.ه} + \text{ل.ه}}{\text{ل.ه}}$$

## اللوغاريتم الطبيعي

يوجد نوع آخر من اللوغاريتمات أساسه العدد النيبيري هـ.

هـ هو عدد غير نسبي و  $2.718 \approx$

تُسمّى الدالة  $v = e^x$  **دالة الأس الطبيعي** **natural exponential function**.

اللوغاريتم للأساس هـ يسمى **اللوغاريتم الطبيعي** **natural logarithms**. ويرمز إليه بالرمز  $\ln$  أو  $\log_e$ .

يستخدم  $\log_e x$  أو  $\ln x$  للتعبير عن اللوغاريتم الطبيعي لـ  $x$ .

1

استخدم الآلة الحاسبة لتجد قيمة كل مما يأتي مقربة إلى 3 أرقام معنوية:

ب هـ 0.5

أ هـ 2

2

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقرباً الناتج إلى أقرب 3 أرقام معنوية:

ب ل ط 0.5

أ ل ط 1

3

بدون استخدام الآلة الحاسبة، أوجد قيمة كل من:

ب هـ  $\frac{1}{3}$  ل ط 4

أ هـ ل ط 2

حلّ المعادلات الآتية:

أ هـ ل٢س = ١

ب هـ ل٢س - ١ = ٨

ج هـ ل٢س = ٦ تمر تحميل هذا الملف من

موقع المناهج العُمانية

alManahj.com/om

د ل٢(س + ١) = ١ - ١

ط ل٢(س + ٣) - ل٢س = ٤

ي ل٢(س + ١) = ٢ + ١ ل٢س

## حل المعادلات الأسية

(١) أوجد قيمة  $s$  مقربة إلى أقرب ٣ أرقام معنوية:

$$٩٠ = ٣٤ \times ٣ \quad (١ \text{ أ})$$

$$١٠٠٠٠ = ٣١,٠٢ \times ١٠٠٠ \quad (٢)$$

تم تحميل هذا الملف من

$$٩٤ = ٥^{-٢٢} \times ٥ \quad (٢)$$

موقع المناهج العمانية

$$١,٢ = ٧^{١+s} \times ٦ \quad (١ \text{ ب})$$

alManahj.com/om

$$١ - ٣٦ = ٥ \quad (٢)$$

$$١ - ٤ = ٣^٢ \quad (١ \text{ ج})$$



2 أوجد حلّ المعادلة  $٤ \times ٣^{-٥} = ١$

3 حلّ المعادلة  $٥^{٣+٤} = ٢٨$  مقرباً الإجابة إلى ٣ أرقام معنوية.



تم تحميل هذا الملف من  
موقع المناهج العُمانية

[alManahj.com/om](http://alManahj.com/om)

4 حلّ المعادلة  $٢^{-٣} = ١ - ٥^{-٢}$  ، واكتب الناتج في صورة  $س = \frac{ل}{ب}$  حيث أ، ب أعداد ثابتة.

حل المعادلات الآتية:

$$٠ = ٦ + ٣٢ \times ٥ - ٣٤ \quad (١) \text{ ا}$$

$$٠ = ٨ + ٣٣ \times ٦ - ٣٩ \quad (٢)$$

$$٠ = ٩ - ٣٣ \times ٨ - ٣٩ \quad (١) \text{ ب}$$

$$٦ = ٣٥ - ٣٥ \quad (٢)$$

تم تحميل هذا الملف من

موقع المناهج العُمانية

alManahj.com/om

$$٠ = ٢ + ٣ \text{ لورس} + ٢ \quad (٢)$$

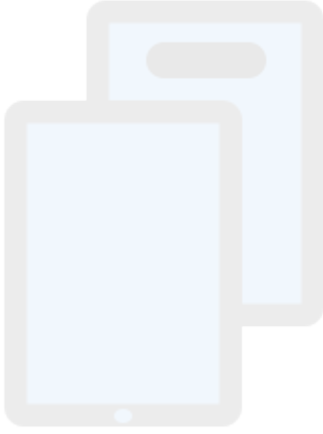
$$٠ = ٢ + ٣ \text{ لورس} + ٢ \quad (٢)$$

$$٠ = ٢ + ٣ \text{ لورس} + ٢ \quad (٢)$$

## حل المعادلات اللوغاريتمية

حل المعادلة لـ  $3 = (1 + 9^s)$

6



حلّ المعادلة  $3 = (1 + 9^s) + 6$  لـ  $s$  من

7

موقع المناهج العُمانية

[alManahj.com/om](http://alManahj.com/om)

أوجد كل قيم  $s$  التي تحقق  $(9^s + 6) = 3$

8

