شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

المزيد من المتتاليات الحسابية والهندسية

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2022-11-21 19:39:48 | اسم المدرس: مصطفى محمود طه

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر

روابط مواد الصف الحادي عشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الأول

1	ملخص شرح درس حل المعادلات الآنية
2	ملخص شرح درس التباين والانحراف المعياري
3	حل أسئلة وأمثلة درس المتسلسلات الهندسية غير المنتهية
4	ملخص شرح درس المتتالية الهندسية
5	ملخص شرح درس الصيغة التربيعية

عزيزي الطالب تذكر معي ما درسناه في هذه الوحدة

كافة الصيغ التي تتعلق بالمتتاليات الحسابية والهندسية

الحد العام للمتتالية الحسابية

$$أ + (ن - ١)د$$

الحد العام للمتتالية الهندسية

$$أ ر^{ن-١}$$

مجموع حدود متتالية هندسية

$$\frac{أ(ر^{ن} - ١)}{ر - ١}$$

مجموع حدود متتالية حسابية

$$\frac{ن}{٢}[٢أ + (ن-١)\times د]$$

$$\frac{ن}{٢}[أ + ل]$$

$$\frac{أ(١ - ر^{ن})}{١ - ر}$$

مجموع حدود متتالية هندسية لانهائية

$$\frac{أ}{١ - ر}$$

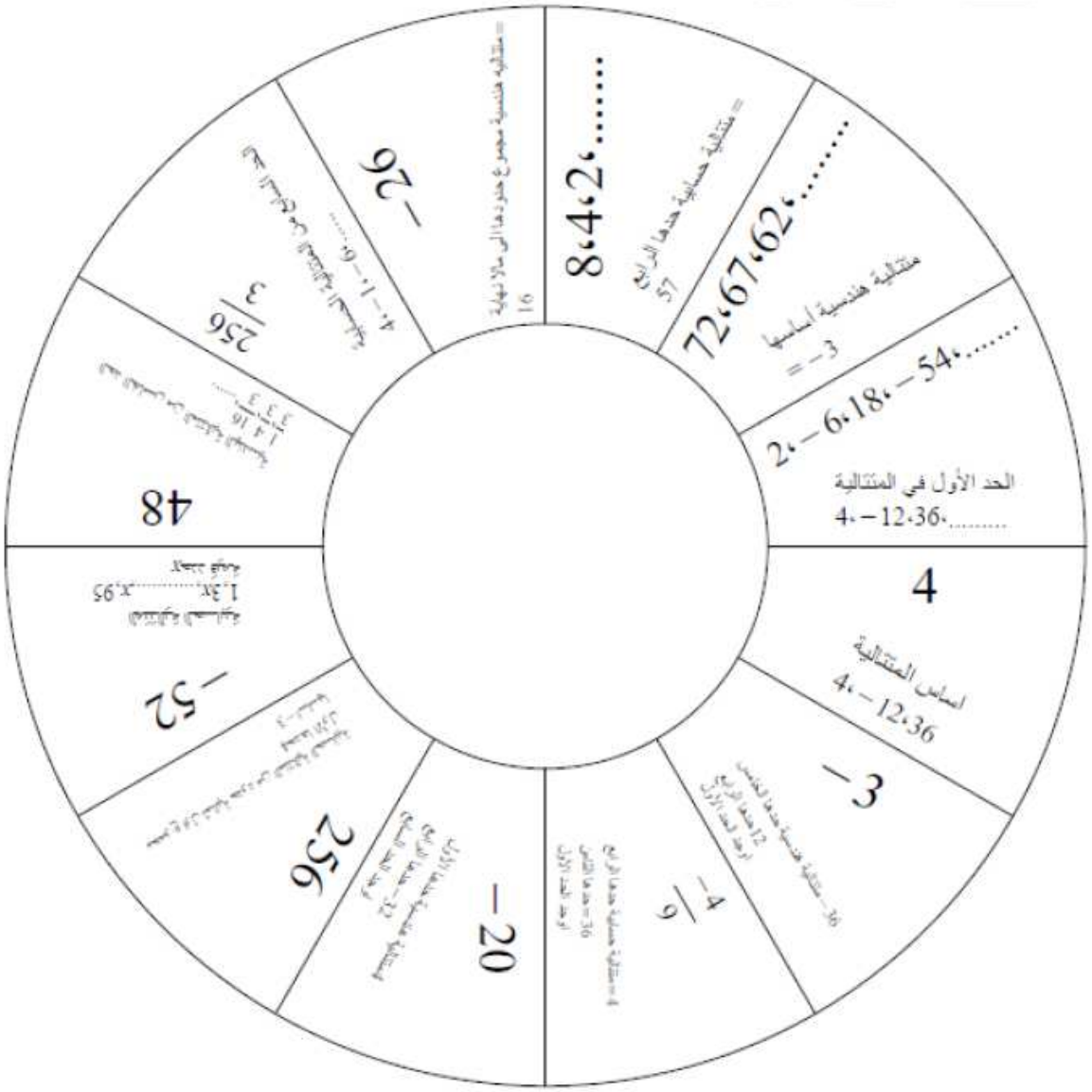
نشاط: قُص وجَمّع

عزيزي الطالب يستخدم النشاط التالي لمراجعة كافة القواعد والمهارات الأساسية التي تتعلق بمفهوم المتتاليات الحسابية والهندسية

فكرة النشاط:

قم بقص كل قطاع من هذه الدائرة ورتبهم بشكل عشوائي، يجب عليك أن تعلم أن كل قطاع مكتوب عليه إجابة وسؤال، وهذه الإجابة لا تخص هذا السؤال انما تخص سؤال آخر

قم بحل التمارين حتى تتمكن من تجميع الشكل بصورة صحيحة



تمارين ومسائل

(١) إذا كان الحدّ الأول في متتالية هو ١٦ والحدّ الثاني هو ٢٤ ، فأوجِد مجموع أول ثمانية حدود إذا علمت أن المتتالية

(أ) متتالية حسابية

أ = ١٦

د = ٢٤ − ١٦ = ٨

$جـ_٨ = \frac{٨}{٢}(٢ \times ١٦ + ٧ \times ٨)$

جـ٨ = ٤ (٣٢ + ٥٦)

جـ٨ = ٤ × ٨٨

∴ جـ٨ = ٣٥٢

(ب) متتالية هندسية

أ = ١٦

$ر = \frac{٢٤}{١٦} = \frac{٣}{٢}$

$جـ_٨ = \frac{١٦((\frac{٣}{٢})^٨ - ١)}{\frac{٣}{٢} - ١}$

$جـ_٨ = \frac{٦٣٠٥}{٨}$

= ٧٨٨,١٢٥

(٢) الحدّ الأول في متتالية هو ٢٠ والحدّ الثاني هو ١٦

(أ) إذا علمت أن المتتالية هندسية، فأوجِد مجموع الحدود إلى مالانهاية

الحل

أ = ٢٠

$ر = \frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥}$

$جـ_\infty = \frac{٢٠}{١ - \frac{٤}{٥}}$

$جـ_\infty = ١٠٠$

(ب) إذا علمت أن المتتالية حسابية، فأوجِد عدد حدود المتتالية إذا كان مجموع جميع الحدود -١٦٠

الحل

أ = ٢٠ د = ١٦ - ٢٠ = -٤

بالتعويض في صيغة مجموع المتسلسلة الحسابية

$\frac{ن}{٢}(٢ \times ٢٠ + (ن - ١) \times (-٤)) = -١٦٠$

$\frac{ن}{٢}(٤٠ + ٤ن - ٤) = -١٦٠$

$\frac{ن}{٢}(٤ن + ٤٤) = -١٦٠$

بالضرب × ٢

ن(٤ن + ٤٤) = -٣٢٠

-٤ن^٢ + ٤٤ ن + ٣٢٠ = ٠ ×(-١)

٤ن^٢ - ٤٤ ن - ٣٢٠ = ٠ ÷(٤)

ن^٢ − ١١ ن - ٨٠ = ٠

(ن-١٦) (ن+٥)= ٠

ن =١٦ ن = -٥ (مرفوض)

(٣) إذا علمت أن الحدود الثلاثة الأولى في متتالية هندسية هي الحدود الأول والرابع والعاشر على الترتيب في متتالية حسابية. وكان الحدّ الأول في كل متتالية هو ١٢ وأساس المتتالية الهندسية ر حيث ر ≠ ١أوجد

- قيمة ر
- الحد السادس من كل متتالية

الحل

متتالية هندسية	أ	أر	أر^{٢}
متتالية حسابية	أ	أ + ٣د	أ + ٩د

في الجدول السابق كل حد مساوٍ للحد المكتوب أسفل منه

من المعطيات: أ = ١٢ في كل متتالية

∴ ١٢ ر = ١٢ + ٣د

بالقسمة على ٣

٤ر = ٤ + د

د = ٤ ر − ٤ (١)

∴ ١٢ ر^{٢} = ١٢ + ٩د

بالتعويض عن د من المعادلة (١)

١٢ ر^{٢} = ١٢ + ٩(٤ر -٤)

١٢ ر^{٢} = ١٢ + ٣٦ر -٣٦

بالقسمة على ١٢

ر^{٢} -٣ر +٢ = ٠

(ر-٢) (ر-١) = ٠

ر= ٢ ر=١ (مرفوض)

∴ر = ٢

بالتعويض عن قيمة ر في المعادلة (١) للحصول على قيمة د

د = ٤(٢) − ٤ = ٤

الحد السادس من المتتالية الهندسية

ح٦ = أ ر^{٥}

ح٦ = ١٢ (٢)^{٥}

ح٦ = ٣٨٤

الحد السادس من المتتالية الحسابية

ح٦ = أ + ٥د

ح٦ = ١٢ + ٥×٤

ح٦ = ٣٢

(٤) تتكوّن متتالية هندسية من ثمانية حدود. حدّها الأول ٢٥٦ وأساسها $\frac{1}{2}$ وتتكون متتالية حسابية من ٥١ حدًّا وأساسها $\frac{1}{2}$ إذا كان مجموع حدود المتتالية الهندسية يساوي مجموع حدود المتتالية الحسابية، فأوجِد الحدّ الأول والحدّ الأخير في المتتالية الحسابية.

الحل

متتالية هندسية	أ	ر
	٢٥٦	$\frac{1}{2}$

متتالية حسابية	ن	د
	٥١	$\frac{1}{2}$

مجموع ٨ حدود من المتتالية الهندسية

$$جـ_٨ = \frac{٢٥٦(١-(\frac{١}{٢})^٨)}{١-\frac{١}{٢}}$$

$$\therefore جـ_٨ = ٥١٠$$

مجموع ٥١ حدود من المتتالية الحسابية

$$جـ_{٥١} = \frac{٥١}{٢}(٢أ + ٥٠ \times \frac{١}{٢})$$

من معطيات السؤال: نعوض عن $جـ_{٥١} = ٥١٠$

$$٥١٠ = \frac{٥١}{٢}(٢أ + ٢٥)$$

$$٢أ + ٢٥ = ٥١٠ \times \frac{٢}{٥١}$$

$$٢أ + ٢٥ = ٢٠$$

$$٢أ = ٢٠ - ٢٥ = -٥$$

$$\therefore أ = -٢,٥$$

الحد الأخير من المتتالية الحسابية= $ح_{٥١}$

$$ح_{٥١} = أ + ٥٠ د$$

$$ح_{٥١} = -٢,٥ + ٥٠ \times ٠,٥$$

$$ح_{٥١} = ٢٢,٥$$

Math Show

إذا كانت الحدود الثلاثة الأولى في متتالية هندسية هي الحدود الأول والسادس والتاسع على الترتيب في متتالية حسابية. وإذا علمت أن الحدّ الأول في كل متتالية هو ١٠٠ وأساس المتتالية الهندسية ر حيث ر≠١ أوجد

- قيمة ر
- الحد الخامس في كل متتالية

الحل

متتالية هندسية	أ	أر	أر^{٢}
متتالية حسابية	أ	أ + ٥د	أ + ٨د

في الجدول السابق كل حد مساوٍ للحد المكتوب أسفل منه

من المعطيات: أ = ١٠٠ في كل متتالية

∴ ١٠٠ ر = ١٠٠ + ٥د

بالقسمة على ٥

٢٠ر = ٢٠ + د

د = ٢٠ ر − ٢٠ (١)

∴ ١٠٠ ر^{٢} = ١٠٠ + ٨د

بالتعويض عن د من المعادلة (١)

١٠٠ ر^{٢} = ١٠٠ + ٨(٢٠ر-٢٠)

١٠٠ ر^{٢} = ١٠٠ + ١٦٠ر-١٦٠

بالقسمة على ٢٠

٥ر^{٢} -٨ر +٣ = ٠

(٥ر-٣) (ر-١) = ٠

ر= $\frac{٣}{٥}$ ر=١ (مرفوض)

∴ر = $\frac{٣}{٥}$

بالتعويض عن قيمة ر في المعادلة (١) للحصول على قيمة د

د = ٢٠($\frac{٣}{٥}$) − ٢٠ = -٨

الحد الخامس من المتتالية الهندسية

ح$_{٥}$ = أ ر^{٤}

ح$_{٥}$= ١٠٠ ($\frac{٣}{٥}$)^{٤}

ح$_{٥}$ = ١٢,٩٦

الحد السادس من المتتالية الحسابية

ح$_{٥}$ = أ + ٤د

ح$_{٥}$= ١٠٠ + ٤×(-٨)

ح$_{٥}$= ٦٨

(٦) الحدّ الأول في متتالية حسابية هو ١٦ ومجموع أول ٢٠ حدًّا فيها هو ١٠٨٠

- أوجِد أساس هذه المتتالية.
- إذا علمت أن الحدّ الأول والحدّ الثالث والحدّ العام في هذه المتتالية الحسابية هي الحدود الثلاثة الأولى على الترتيب لمتتالية هندسية. فأوجِد أساس المتتالية الهندسية وقيمة ن.

الحل

أ = ١٦ جـ٢٠ = ١٠٨٠

$\frac{٢٠}{٢}$ (٢ × ١٦ + ١٩ د) = ١٠٨٠

١٠ (٣٢ + ١٩د) = ١٠٨٠ بالقسمة على ١٠

٣٢ + ١٩د = ١٠٨

١٩ د = ١٠٨ − ٣٢ = ٧٦ بالقسمة على ١٩

∴ د = ٤

متتالية هندسية	أ	أر	أر^{٢}
متتالية حسابية	أ	أ + ٢د	أ + (ن-١)د

∴ ١٦ ر = ١٦ + ٢ × ٤

١٦ ر = ٢٤

∴ ر = $\frac{٣}{٢}$

أر^{٢} = ١٦ ($\frac{٣}{٢}$)^{٢} = ٣٦

∴ ح ن = ٣٦

أ + (ن-١)د = ٣٦

١٦ + (ن-١) × ٤ = ٣٦

٤(ن-١) = ٣٦ - ١٦ = ٢٠ بالقسمة على ٤

ن - ١ = ٥

∴ ن = ٦

(٧) الحدّ الأول في متتالية هو (٢س) والحدّ الثاني هو ($س^{٢}$)

- إذا كانت المتتالية حسابية وأساسها ١٥ ، فأوجِد القيمتَين الممكنتَين لـ س والقيم المناظرة للحدّ الثالث.
- إذا كانت المتتالية هندسية، وحدّها الثالث $\frac{١}{١٦}$ يساوي فأوجِد مجموعها إلى مالانهاية

الحل

اولاً إذا كانت المتتالية حسابية

د = $س^{٢}$ – ٢س

∴ $س^{٢}$ – ٢س = ١٥

$س^{٢}$ – ٢س – ١٥ = ٠

(س-٥) (س +٣) = ٠

س = ٥ | س = -٣

أ = ٢×٥ = ١٠ | أ = ٢× -٣ = -٦

$ح_{٣}$ = ١٠ + ٢×١٥ | $ح_{٣}$ = -٦ + ٢×١٥

$ح_{٣}$ = ٤٠ | $ح_{٣}$ = ٢٤

ثانياً إذا كانت المتتالية هندسية

$ر = \frac{س^{٢}}{س^{٣}} = \frac{س}{٢}$

الحد الثالث ينتج من ضرب الحد الثاني × الأساس

∴ $س^{٢} \times \frac{س}{٢} = \frac{١}{١٦}$

$\frac{س^{٣}}{٢} = \frac{١}{١٦}$

$س^{٣} = \frac{١}{٨}$ بأخذ الجذر التكعيبي

$س = \frac{١}{٢}$

الحد الأول = ٢ × $\frac{١}{٢}$ = ١-

الأساس = $\frac{١}{٢}$ ÷ ٢ = $\frac{١}{٤}$

$ج_{\infty} = \frac{١}{١-(\frac{١}{٤}-)}$

$ج_{\infty} = \frac{٤}{٥}$

Math Show