

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية



الملف حل أسئلة وأمثلة درس المتسلسلات الهندسية غير المنتهية

[موقع المناهج](#) ← [المناهج العمانية](#) ← [الصف الحادي عشر](#) ← [رياضيات متقدمة](#) ← [الفصل الأول](#)

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر



روابط مواد الصف الحادي عشر على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الأول

ملخص شرح درس المتتالية الهندسية	1
ملخص شرح درس الصيغة التربيعية	2
ملخص شرح درس الانسحاب	3
سؤال قصير أول	4
امتحان تجريبي لنهاية الدور الأول نسخة جديدة بمحافظة ظفار	5

٣-٣ المتسلسلات الهندسية غير المنتهية ← متسلسلة مقاربة

نتيجة ٦



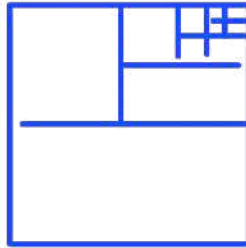
$$17 = P \quad r = \frac{1}{2}$$

$$\dots \frac{1}{17}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8, 16$$

$$9 = P \quad r = \frac{1}{3}$$

$$\dots \frac{1}{9}, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, 3, 9$$

$\frac{1}{2}$ ✓
 $\frac{1}{3}$ ✓
 $\frac{1}{4}$ ✓
 $\frac{1}{5}$ ✓
 $\frac{1}{6}$ ✓
 $\frac{1}{7}$ ✓
 $\frac{1}{8}$ ✓
 $\frac{1}{9}$ ✓
 $\frac{1}{10}$ ✓
 \dots



مثال ١٣

إذا علمت أن الحدود الأربعة الأولى في متتالية هندسية هي ٥ ، ٤ ، ٣.٢ ، ٢.٥٦

أ اكتب أساس المتتالية. $r = \frac{8}{9} = \frac{4}{5}$ أو $r = \frac{5}{8} = \frac{5}{8}$

ب أوجد المجموع إلى ما لا نهاية.

$$S_{\infty} = \frac{5}{1 - \frac{5}{8}} = \frac{5}{\frac{3}{8}} = \frac{40}{3}$$

متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ ، ومجموع أول ثلاثة حدود فيها ٦٣ أوجد:

أ الحد الأول في المتتالية.

ب مجموعها إلى ما لانهاية.

$$1.0^- = \left(\frac{20}{30}\right)P$$

$$\frac{30}{30} \times 1.0^- = P \quad \frac{20}{30} \times \frac{30}{30}$$

$$\boxed{A1 = P}$$

$$\frac{P}{r-1} = \infty \rightarrow \text{ج}$$

$$E1, T = \frac{A1}{\frac{r}{2} - 1} =$$

$$\frac{r}{2} = r \quad \text{د}$$

$$T3 = \frac{P}{r}$$

$$T3 = \frac{(1-r^3)P}{1-r}$$

$$T3 = \frac{(1-(\frac{2}{3})^3)P}{1-\frac{2}{3}}$$

$$T3 \times \frac{(1-\frac{A1}{2V})P}{\frac{0^-}{3^-}}$$

تمارين ٣-٣

أوجد المجموع إلى ما لانهاية لكل متسلسلة من المتسلسلات الهندسية الآتية:

أ $\dots + \frac{2}{27} + \frac{2}{9} + \frac{2}{3} + 2$

$$\frac{P}{r-1} = \infty \rightarrow$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{24} = r \quad P = 2$$

$$\frac{2}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} \rightarrow \frac{2}{\frac{1}{6} - 1} = \infty$$

ب $\dots + 0,001 + 0,01 + 0,1 + 1$

$$\frac{P}{r-1} = \infty \rightarrow$$

$$1 = P \quad 1 = \frac{1}{1} = r$$

$$\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3-1} = \infty$$

$$1 = \frac{1}{1} = r$$

$$\dots - 27 + 36 - 48 + 64 - \dots \quad \text{د}$$

$$P = -27 = -3^3 \quad r = \frac{36}{-27} = -\frac{4}{3}$$

$$\rightarrow \infty \quad \frac{r}{r-1}$$

$$= \frac{64}{-48 - 1} = \frac{64}{-49}$$

$$\dots + 0 - 10 + 20 - 40 \dots \quad \text{ج}$$

$$\rightarrow \infty \quad \frac{r}{r-1}$$

$$P = 8 = 2^3 \quad r = \frac{20}{-10} = -2$$

$$\rightarrow \infty \quad \frac{r}{r-1}$$

$$= \frac{8}{-2-1} = -\frac{8}{3}$$

$$= 26.6$$

(٢) إذا كانت الحدود الأربعة الأولى في متتالية هندسية هي ١، $(0, 5)$ ، $(0, 5)$ ، $(0, 5)$ ، فأوجد المجموع إلى مالانهاية.

$$P = 1 \quad r = \frac{(0,5)}{1} = \frac{1}{2} \quad \rightarrow 0,5$$

$$\rightarrow \infty \quad \frac{r}{r-1} = \frac{1}{0,5-1} = \frac{1}{-0,5} = -2$$

(٣) إذا كان الحد الأول في متتالية هندسية هو ٨ والحد الثاني هو ٦، فأوجد المجموع إلى مالانهاية.

$$\dots 8, 6, 4, 2, \dots \quad P = 8 \quad r = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\rightarrow \infty \quad \frac{r}{r-1} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}-1} = \frac{8}{-\frac{1}{4}} = -32$$

٦) إذا كان الحد الأول في متتالية هندسية هو ١٥٠ ومجموع الحدود إلى ما لانهاية يساوي ٢٠٠، فأوجد الأساس،

ومجموع أول أربعة حدود منها.

هنا بقية أخرى:

$$r^{-1} = \frac{150}{r_{\infty}} \Leftrightarrow r_{\infty} = \frac{150}{r-1}$$

$$r-1 = \frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{5} - 1 = r$$

$$\boxed{\frac{1}{5} = r}$$

$$199,21875 = \frac{(1 - (\frac{1}{5})^4) 150}{1 - \frac{1}{5}}$$

للتأكد

$$2,34375 < 9,375 < 27,5 < 100$$

$$0 = r_{\infty}$$

$$150 = \frac{1}{5} = r$$

$$\frac{(1 - r^n)P}{1 - r} = S_n$$

$$\frac{(1 - (\frac{1}{5})^4) 150}{1 - \frac{1}{5}}$$

$$150 = P$$

$$r_{\infty} = \infty$$

$$r_{\infty} = \frac{P}{r-1}$$

$$r_{\infty} \neq \frac{150}{r-1}$$

$$150 = r_{\infty} - r_{\infty}$$

$$r_{\infty} = 150 - r_{\infty}$$

(٧) إذا كان الحد الثاني في متتالية هندسية هو ٤,٥ ومجموع حدودها إلى مالانهاية هو ١٨، فأوجد الأساس والحد الأول.

$$\begin{aligned}
 18 - r &= 4.5 \\
 18 - r &= 9 \\
 r &= 9 \\
 \frac{1}{r} &= \frac{1}{9} \\
 \therefore \frac{4.5}{\frac{1}{9}} &= 4.5 \cdot 9 = 40.5 = P
 \end{aligned}$$

(جذرين متساويين)

$$\begin{aligned}
 P &= 4.5 \\
 18 &= \frac{P}{1-r} \\
 18 &= \frac{4.5}{1-r} \\
 18(1-r) &= 4.5 \\
 18 - 18r &= 4.5 \\
 -18r &= 4.5 - 18 \\
 -18r &= -13.5 \\
 r &= \frac{13.5}{18} = 0.75 \\
 P &= 4.5 \\
 \therefore \frac{4.5}{0.75} &= 6 = P
 \end{aligned}$$

(٨) ضع الكسر العشري الدوري $0.215151515\dots$ في صورة متسلسلة هندسية غير منتهية، ثم أوجد مجموعها.

$$\begin{aligned}
 &\dots + \frac{15}{1000} + \frac{15}{10000} + \frac{15}{100000} + \dots + \frac{21}{10} \\
 &\text{متتالية هندسية غير منتهية} \\
 &\frac{15}{1000} = r \\
 &\frac{15}{10000} = P \\
 &\frac{1}{10} = \frac{15}{1000} = \frac{15}{1000(1-r)} \\
 &\frac{1}{10} = \frac{15}{1000(1-0.015)} \\
 &\frac{1}{10} = \frac{15}{1000(0.985)} \\
 &\frac{1}{10} = \frac{15}{985} \\
 &\frac{1}{10} = \frac{3}{197} \\
 &\frac{3}{197} = \frac{3}{197} + \frac{21}{10} = 0.215151515\dots
 \end{aligned}$$

٩) إذا كان الحد الثاني في متتالية هندسية هو ٩ والحد الرابع هو ٤ والأساس موجب، فأوجد:

٦) أ) الأساس والحد الأول.

ب) مجموع الحدود إلى ما لا نهاية.

$$9 = r^2 = 9 \leftarrow (1)$$

$$4 = r^4 \leftarrow (2)$$

$$(1) \div (2)$$

$$\frac{9}{4} = \frac{r^2}{r^4}$$

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{1}{r^2}}$$

$$r = \frac{3}{2} \quad r = \frac{2}{3}$$

صر مرفقه

نعوض عن فيه ر في احدى المتكاملتين

$$9 = 4r^2 \quad \cancel{r^2} \times r^2 = \cancel{r^2} \times 4$$

$$9 = 4r^2 = 4 \times 9 = 36$$

$$\frac{9}{r-1} = \infty \quad (3)$$

$$36 = \frac{9}{\frac{3}{2}-1} = \frac{9}{\frac{1}{2}} = 18$$

١٠) إذا كان الحد الثالث في متتالية هندسية هو ١٦ والحد السادس هو $-\frac{1}{4}$ ، فأوجد:

٦) أ) الأساس والحد الأول.

ب) مجموع الحدود إلى ما لا نهاية.

$$16 = r^2 = 16 \leftarrow (1)$$

$$-\frac{1}{4} = r^5 \leftarrow (2)$$

$$(1) \div (2)$$

$$\frac{16}{-\frac{1}{4}} = \frac{r^2}{r^5}$$

$$-64 = \frac{1}{r^3}$$

$$\boxed{-\frac{1}{2} = r}$$

نعوض عن فيه ر في احدى المتكاملتين

$$16 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 r^5$$

$$16 = r^5 \times \frac{1}{32}$$

$$16 \times 32 = r^5$$

$$512 = r^5$$

$$8 \text{ و } -2 = \frac{512}{\frac{1}{2}-1} = \frac{r^5}{r-1} = \infty \quad (3)$$

(11) إذا كانت الحدود الثلاثة الأولى في متتالية هندسية هي 135، ك، 60، وكانت جميع حدود المتتالية موجبة، فأوجد:

أ قيمة ك

ب مجموع الحدود إلى مالانهاية.

$$\text{أ) } \frac{ك}{135} = \frac{60}{ك}$$

$$ك^2 = 8100$$

$$ك = \pm 90$$

$$ك = 90$$

أخذنا القيمة الموجبة لأننا ذكرنا في السؤال جميع الحدود موجبة.

ب) نكتب المتتالية

$$135, ك, 60, \dots$$

$$135, 60, 90, ك, \dots$$

$$135 = P \quad 90 = R$$

$$\frac{90}{135} = \frac{R}{P}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{R}{135}$$

$$R = \frac{135 \times 2}{3} = 90$$

$$\frac{135}{R-1} = \frac{P}{R-1}$$

$$\frac{135}{90-1} = \frac{P}{90-1}$$

$$P = 135$$

(12) إذا كانت الحدود الثلاثة الأولى في متتالية هندسية هي ك+12، ك، ك-9 على الترتيب، فأوجد:

أ قيمة ك

ب مجموع الحدود إلى مالانهاية.

$$\text{أ) } \frac{ك}{ك+12} \times \frac{ك-9}{ك} = 1$$

$$ك(ك-9) = (ك+12)ك$$

$$ك^2 - 9ك = ك^2 + 12ك$$

$$-9ك = 12ك$$

$$-9ك = 12ك$$

$$3ك = 108 \Rightarrow ك = 36$$

ب) $\frac{P}{R-1} = \frac{P}{R-1}$

$$\frac{ك+12}{ك-9} = \frac{ك}{ك}$$

$$ك+12 = 9$$

$$ك = 9 - 12 = -3$$

$$P = 9 - 9 = 0$$

$$\frac{P}{R-1} = \frac{0}{-3-1} = 0$$

$$P = 0$$

١٣) إذا كان الحد الرابع في متتالية هندسية هو ٤٨ ومجموع الحدود إلى مالانهاية يساوي خمسة أمثال الحد الأول، فأوجد الحد الأول.

$$\begin{aligned}
 2 &= r^5 \\
 \frac{2}{0} &= r \\
 \text{بغرضنا في الكارسة} \\
 48 &= \left(\frac{2}{0}\right) \times r \\
 48 &= \frac{72}{15} \times r \\
 \frac{150}{72} \times 48 &= r \\
 93, 70 &= \frac{375}{2} = r
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \leftarrow (1) \leftarrow 48 = r^4 = \frac{2}{0} \\
 r^5 = 0 \\
 \downarrow \\
 (2) \leftarrow \cancel{0} = \frac{\cancel{r}}{r-1} \\
 \text{من الكارسة (2)} \\
 0 \neq \frac{1}{r-1} \\
 1 = r - 0 \\
 r = 1 - 0
 \end{aligned}$$

١٤) إذا علمت أن الحد الأول لمتتالية هندسية هو ٣ وأساسها ر، جـ ٣,٩٢ و جـ ٥، فأوجد قيمة أ، ر

$$\begin{aligned}
 0 &= \infty \\
 \downarrow \\
 (2) \leftarrow 0 = \frac{r}{r-1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3,92 &= \frac{3}{r-1} \\
 \downarrow \\
 (1) \leftarrow 3,92 = \frac{(r-1)r}{r-1} \\
 (2) \div (1) \\
 \frac{(r-1)r}{r-1} \\
 \frac{r}{r-1}
 \end{aligned}$$

$$\frac{98}{150} = \frac{(r-1)r}{r} \leftarrow \frac{3,92}{0} = \frac{r}{r-1}$$

$$\frac{98}{150} - 1 = r \leftarrow \frac{98}{150} = r - 1$$

$$\boxed{\frac{r}{0} = r}$$

$$\frac{27}{150} = r$$

$$\boxed{r = p} \leftarrow 0 = \frac{p}{0}$$

بغرضنا في الكارسة (2) : $0 = \frac{p}{r-1}$

(15) متتالية هندسية حدّها الأول 1 وحدّها الثاني 2 جتا (س) حيث $0 < س < \frac{\pi}{4}$ ، أوجد مجموعة قيم س لتكون المتتالية متقاربة.

$$0 < س < 90^\circ$$

أي أن الزاوية هي تقع في الربع الأول

توصية: هذا السؤال يعنى على معلومات لم يأخذها الطالب سابقاً.. لذا من الأفضل أن يعذف المتتالي هي:

$$1, 2 \cos \theta, 4 \cos^2 \theta, \dots$$

لكن تكون المتتالية متقاربة يجب أن يكون الأساس $-1 < ر < 1$

$$\text{الأساس } ر = \frac{\text{حد}}{\text{الحد السابق}} = \frac{2 \cos \theta}{1} = 2 \cos \theta$$

$$\therefore -1 < 2 \cos \theta < 1$$

هذه القصة لا تقع في الربع الأول

$$- \frac{1}{2} < \cos \theta < \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta > \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta > \frac{1}{2} \Rightarrow \theta < 60^\circ$$

$$60^\circ > \theta > 90^\circ$$

ملاحظة:-

① جتا هي الدالة العكسية للدالة جتا

$$\text{② جتا } 60^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 90^\circ = 0$$

نستخدم في الآلة الحاسبة

$$\boxed{\text{shift}} + \boxed{\cos} + \boxed{1/2}$$

ويظهر الناتج 60°

وبالمثل جتا = 0

