شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

حل أسئلة درس توزيع ذي الحدين

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2023-05-05 07:49:51 | اسم المدرس: قيس الشبيبي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر

روابط مواد الصف الحادي عشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الثاني

1	نموذج إجابة الامتحان النهائي الرسمي الفترة الصباحية
2	امتحان تجريبي نهائي جديد مع نموذج الإجابة بمحافظة مسقط
3	نموذجين من الامتحان النهائي التجريبي مع الإجابة بمحافظة جنوب الشرقية
4	امتحان تجريبي نهائي جديد مع الإجابة
5	امتحان تجريبي نهائي جديد بمحافظة شمال الباطنة

١٠-١ توزيع ذي الحدّين

نتيجة ١

إذا كان س ~ ث (ن، ب)، فإن احتمال ر نجاح هو ل(ر) = $\binom{ن}{ر}$ ب^{ر} (١ − ب)$^{ن-ر}$ حيث أن:
ن عدد مرات تكرار التجربة،
ر = ٠، ١، ٢، ...، ن،
ب احتمال النجاح حيث ٠ < ب < ١

المتغير المنفصل س
يتبع
توزيع ذي حدين
احتمال النجاح في كل تجربة
احتمال عدم النجاح (الفشل)
عدد مرات التجربة
عدد النجاحات

مُساعَدة

س ~ ث (ن، ب) تعني:
المتغير العشوائي (س) يتبع توزيع ذي الحدَّين ث (ن، ب)، حيث ث هو التوزيع ذي الحدَّين، ن هو عدد التجارب واحتمال النجاح في كل تجربة هو ب

فمثلًا: إذا كان المتغيّر س ~ ث (٣، ب)، فإن س ∈ {٠، ١، ٢، ٣}، وتكون لدينا الاحتمالات الآتية:

ل(س = ٠) = $\binom{٣}{٠}$ ب^{٠} × (١ − ب)^{٣} = (١ − ب)^{٣}

ل(س = ١) = $\binom{٣}{١}$ ب^{١} × (١ − ب)^{٢} = ٣ب(١ − ب)^{٢}

ل(س = ٢) = $\binom{٣}{٢}$ ب^{٢} × (١ − ب)^{١} = ٣ب^{٢}(١ − ب)

ل(س = ٣) = $\binom{٣}{٣}$ ب^{٣} × (١ − ب)^{٠} = ب^{٣}

تمارين ١٠-١

١) إذا كان المتغير (س) يتبع توزيعًا ذا حدَّين، حيث ن = ٤، ب = ٠,٢، فأوجد:

س ~ ث (٤، ٠,٢)
ن = ٤
ب = ٠,٢
١ − ب = ١ − ٠,٢ = ٠,٨

أ ل(س = ٤)

= $\binom{٤}{٤}$ × (٠,٢)^{٤} × (٠,٨)^{٠}

= ١ × ٠,٠٠١٦ = ٠,٠٠١٦

ب ل(س = ٠)

= $\binom{٤}{٠}$ (٠,٢)^{٠} (٠,٨)^{٤}

= ٠,٤٠٩٦

ج ل(س = ٣)

= $\binom{٤}{٣}$ (٠,٢)^{٣} (٠,٨)^{١}

= ٠,٠٢٥٦

د ل(س = ٣ أو ٤)

= ل(س = ٣) + ل(س = ٤)

= $\binom{٤}{٣}$ (٠,٢)^{٣} (٠,٨)^{١} + $\binom{٤}{٤}$ (٠,٢)^{٤} (٠,٨)^{٠}

= ٠,٠٢٥٦ + ٠,٠٠١٦

= ٠,٠٢٧٢

٢) إذا علمت أن ص ~ ث (٧، ٠,٦)، فأوجد:

ن = ٧ ، ب = ٠,٦ ، ١-ب = ١-٠,٦ = ٠,٤

أ) ل(ص = ٧)

$= \binom{٧}{٧} (٠,٦)^{٧} (٠,٤)^{٠}$

$= ٠,٠٢٨$

ب) ل(ص = ٥)

$= \binom{٧}{٥} (٠,٦)^{٥} (٠,٤)^{٢}$

$= ٠,٢٧٦١$

ج) ل(ص ≠ ٤)

بما أن ل(ص ≠ ٥) = ١ - ل(ص = ٥)

أو ل(ص ≠ ٤) = ١ - ل(ص = ٤)

$= ١ - \left[\binom{٧}{٤} (٠,٦)^{٤} (٠,٤)^{٣} \right]$

$= ١ - ٠,٢٩٠٧ = ٠,٧١٠$

د) ل(٣ < ص < ٦) = ل(ص = ٤، ٥)

= ل(ص = ٤) + ل(ص = ٥)

$= \binom{٧}{٤} (٠,٦)^{٤} (٠,٤)^{٣} + \binom{٧}{٥} (٠,٦)^{٥} (٠,٤)^{٢}$

$= ٠,٢٩٠٧ + ٠,٢٧٦١$

$= ٠,٥٥٦٨$

٣) إذا علمت أن ح ~ ث (٩، ٠,٣٢)، فأوجد:

ن = ٩ ، ب = ٠,٣٢ ، ١-ب = ٠,٦٨

أ) ل(ح = ٥)

$= \binom{٩}{٥} (٠,٣٢)^{٥} (٠,٦٨)^{٤} = ٠,٠٩٠٧$

ب) ل(ح ≠ ٥) = ١ - ل(ح = ٥)

$= ١ - ٠,٠٩٠٧$

$= ٠,٩١٠٧$

ج) ل(ح < ٢) = ل(ح = ١) + ل(ح = ٠)

$\binom{٩}{١} (٠,٣٢)^{١} (٠,٦٨)^{٨} + \binom{٩}{٠} (٠,٣٢)^{٠} (٠,٦٨)^{٩}$

$= ٠,١٦٣٠$

د) ل(٠ < ح < ٩)

ل(ح = ١، ٢، ٣، ... ، ٨) = ل(ح = ١) + ل(ح = ٢) + ل(ح = ٣) + ... + ل(ح = ٨)

أو

$١ - [ل(ح = ٠) + ل(ح = ٩)]$

$١ - \left[\binom{٩}{٠} (٠,٣٢)^{٠} (٠,٦٨)^{٩} + \binom{٩}{٩} (٠,٣٢)^{٩} (٠,٦٨)^{٠} \right]$

$= ٠,٩٦٩٠$

٤) أوجِد احتمال كل حدث من الأحداث الآتية:

أ) ظهور ٥ صور عند رمي قطعة نقد منتظمة ٩ مرات.

ن = ٩ ، ر = ٥ ، ب = $\frac{١}{٢}$ ، ١ − ب = $\frac{١}{٢}$

ل(ر = ٥) = $\binom{٩}{٥}\left(\frac{١}{٢}\right)^{٥}\left(\frac{١}{٢}\right)^{٤}$

= ٠٫٢٤٦

ب) ظهور العدد ٦ مرتَين عند رمي حجر نرد منتظم ١١ مرة.

ن = ١١ ، ر = ٢ ، ب = $\frac{١}{٦}$ ، ١ − ب = $\frac{٥}{٦}$

ل(ر = ٢) = $\binom{١١}{٢}\left(\frac{١}{٦}\right)^{٢}\left(\frac{٥}{٦}\right)^{٩}$

= ٠٫٢٩٦

٥) ينجح في اختبار القيادة ٧٠ ٪ من الأشخاص من المحاولة الأولى. أوجِد احتمال أن ينجح ٥ أشخاص اختيروا عشوائيًا من بين ٨ أشخاص تقدموا للاختبار لأول مرة.

٧٠٪ = $\frac{٧}{١٠}$ = ٠٫٧

ن = ٨ ، ر = ٥ ، ب = ٠٫٧ ، ١ − ب = ٠٫٣

ل(ر = ٥) = $\binom{٨}{٥} \times (٠٫٧)^{٥}(٠٫٣)^{٣}$ = ٠٫٢٥٤

٦) فرصة لاعب كرة قدم للتسجيل في كل ضربة جزاء هي ٩٥٪. أوجِد احتمال:

أ) أن يُسجل جميع ضربات الجزاء الـ ١٠ التالية.

ن = ١٠ ، ر = ١٠ (عدد النجاحات) ، ب = ٠٫٩٥ ، ١ − ب = ٠٫٠٥

ل(ر = ١٠) = $\binom{١٠}{١٠}(٠٫٩٥)^{١٠}(٠٫٠٥)^{٠}$

= ٠٫٥٩٩

ب) يفشل في تسجيل واحدة من سبع ضربات الجزاء التالية.

ن = ٧ ، ر = ٦ (عدد النجاحات) ، ب = ٠٫٩٥ ، ١ − ب = ٠٫٠٥

ل(ر = ٦) = $\binom{٧}{٦}(٠٫٩٥)^{٦}(٠٫٠٥)^{١}$

= ٠٫٢٥٧

٧) معدل فشل زراعة بذور نوع معيّن من الطماطم هو ١٣٪ خلال ~~١٠ أيام من زراعتها~~. أوجِد احتمال أن تنجح زراعة ٣٤ أو ٣٥ بذرة اختيرت عشوائيًا من ٤٠ بذرة خلال ~~١٠ أيام من زراعتها~~.

١٣٪ = ٠٫١٣

ن = ٤٠ ، ر = ٣٤ أو ٣٥ ، ب = ٠٫٨٧ ، ١ − ب = ٠٫١٣

= ل(ر = ٣٤) + ل(ر = ٣٥)

= $\binom{٤٠}{٣٤}(٠٫٨٧)^{٣٤}(٠٫١٣)^{٦} + \binom{٤٠}{٣٥}(٠٫٨٧)^{٣٥}(٠٫١٣)^{٥}$

= ٠٫٣٤٩

٣ ن / ١٠٠ = ٠٫٠٠٣

٨) ينتج مصنع ألواح دوائر إلكترونية، ومعدل وجود خطأ فيها ٠,٣ ٪ . أوجِد احتمال أن يحصل في عيّنة عشوائية من ٢٠٠ لوح:

أ خطأ في لوح واحد فقط.

النجاح في ١٩٩ لوح

ن = ٢٠٠ ر = ١٩٩ ب = ٠٫٩٩٧ ١ - ب = ٠٫٠٠٣

ل (ر = ١٩٩) = $\binom{٢٠٠}{١٩٩}$ (٠٫٩٩٧)^{١٩٩} (٠٫٠٠٣)^{١}

= ٠٫٣٣٠

ب خطأ في أقل من لوحَين.

خطأ في لوح أو بدون خطأ

نجاح ١٩٩ لوح أو نجاح ٢٠٠ لوح

ل (ر = ١٩٩) + ل (ر = ٢٠٠)

$\binom{٢٠٠}{١٩٩}$ (٠٫٩٩٧)^{١٩٩} (٠٫٠٠٣)^{١} + $\binom{٢٠٠}{٢٠٠}$ (٠٫٩٩٧)^{٢٠٠} (٠٫٠٠٣)^{٠}

= ٠٫٨٧٩

هل أخرى:-

ن = ٢٠٠ ر = ١ ب = ٠٫٠٠٣ ١ - ب = ٠٫٩٩٧

ل (ر = ١) = $\binom{٢٠٠}{١}$ (٠٫٠٠٣)^{١} (٠٫٩٩٧)^{١٩٩}

= ٠٫٣٣٠

كتاب النشاط

تمارين ١٠-١

١) إذا علمت أن س ~ ب(٢، ٠,٨٤)، فأوجد كلًّا مما يأتي مقربًا الناتج إلى ٣ أرقام معنوية:

أ ل(س = ١)

ن = ٢ ب = ٠٫٨٤ ١ - ب = ٠٫١٦

$\binom{٢}{١}$ (٠٫٨٤)^{١} (٠٫١٦)^{١} = ١٦٨/٦٠٥ ≈ ٠٫٢٧٩

ب ل(س ≠ ١) = ١ - ل(س = ١)

= ١ - ٠٫٢٧٩ = ٠٫٧٢١

٢) إذا علمت أن س ~ ب(٤، ٤/٧)، فأوجد كلًّا مما يأتي مقربًا الناتج إلى ٣ أرقام معنوية:

أ ل(س = ٢)

ن = ٤ ب = ٤/٧ ١ - ب = ٣/٧

$\binom{٤}{٢}$ $\left(\frac{٤}{٧}\right)^{٢}$ $\left(\frac{٣}{٧}\right)^{٢}$ = ١٨٤/٤٠١ ≈ ٠٫٤٦٠

ب ل(س ≥ ١) = ل(س = ١) + ل(س = ٠)

$\binom{٤}{١}$ $\left(\frac{٤}{٧}\right)^{١}$ $\left(\frac{٣}{٧}\right)^{٣}$ + $\binom{٤}{٠}$ $\left(\frac{٤}{٧}\right)^{٠}$ $\left(\frac{٣}{٧}\right)^{٤}$

= ٥١٣/٢٤٠١ ≈ ٠٫٢١٤

٣) عند رمي عملة معدنية غير منتظمة، كان احتمال ظهور الصورة في كل رمية يساوي ٠,٥٦.

أوجِد مقرّبًا إلى ٣ أرقام معنوية احتمال أن يكون أول خمس رميات لهذه العملة هو ظهور:

أ) 'صورة' أربع مرات فقط. ن = ٥ ، ب = ٠٫٥٦ ، ١-ب = ٠٫٤٤

ل(س = ٤) = $\binom{٥}{٤}$ (٠٫٥٦)^{٤} (٠٫٤٤)^{١} = ٠٫١٦٢

ب) 'كتابة' مرّتَين فقط. يعني ظهور الصورة ٣ مرات

ل(س = ٣) = $\binom{٥}{٣}$ (٠٫٥٦)^{٣} (٠٫٤٤)^{٢} = ٠٫٣٤٠

ج) 'الصورة' أكثر من 'الكتابة'. يعني ٥ صور أو ٤ صور أو ٣ صور

ل(س = ٣) + ل(س = ٤) + ل(س = ٥)

$\binom{٥}{٣}$ (٠٫٥٦)^{٣} (٠٫٤٤)^{٢} + $\binom{٥}{٤}$ (٠٫٥٦)^{٤} (٠٫٤٤)^{١} + $\binom{٥}{٥}$ (٠٫٥٦)^{٥} (٠٫٤٤)^{٠} = ٠٫٦١١

٤) رمى عبدالله قطعة نقود منتظمة خمس مرات، ورمت عائشة ٥ أحجار نرد منتظمة. احسب احتمال أن يكونا معًا قد حصلا على صورة مرتَين أو أكثر وأقل من ٦ مرتَين.

* تعديل: وظهور العدد ٦ مرة واحدة على الأقل

الحصول على صورة مرتين أو أكثر يعني صورتين أو ثلاث أو أربع أو خمس

ظهور العدد ٦ مرة على الأقل يعني ظهوره مرة أو مرتين

ل(س = ٢) + ل(س = ٣) + ل(س = ٤) + ل(س = ٥)

= ١ - [ل(س = ٠) + ل(س = ١)]

= ١ - [$\binom{٥}{٠}$ (٠٫٥٥)^{٠} (٠٫٤٥)^{٥} + $\binom{٥}{١}$ (٠٫٥٥)^{١} (٠٫٤٥)^{٤}] = ٠٫٨١٢٥

ل(س = ٠) + ل(س = ١)

= $\binom{٥}{٠}$ $\left(\frac{١}{٦}\right)^{٠}$ $\left(\frac{٥}{٦}\right)^{٥}$ + $\binom{٥}{١}$ $\left(\frac{١}{٦}\right)^{١}$ $\left(\frac{٥}{٦}\right)^{٤}$ = ٠٫٨٠٤

∴ الاحتمال = ٠٫٨١٢٥ × ٠٫٨٠٤ = ٠٫٦٥٢٣٥

٥) تم إجراء محاولات مستقلة حيث احتمال النجاح في كل محاولة يساوي ٠,٣٦، أوجد أقل عدد للمحاولات التي يجب إجراؤها بحيث يكون احتمال وجود النجاح مرة واحدة على الأقل يساوي ٪٩٩,٥ = $\frac{٩٩,٥}{١٠٠}$ = ٠٫٩٩٥

ب = ٠٫٣٦ ، ١-ب = ٠٫٦٤

ل(س ≥ ١) = ٠٫٩٩٥

١ - ل(س = ٠) = ٠٫٩٩٥

∴ ل(س = ٠) = ١ - ٠٫٩٩٥

∴ ل(س = ٠) = ٠٫٠٠٥

($\binom{ن}{٠}$ × (٠٫٣٦)^{٠} (٠٫٦٤)$^{ن-٠}$ = ٠٫٠٠٥

١ × ١ × (٠٫٦٤)^{ن} = ٠٫٠٠٥

(٠٫٦٤)^{ن} = ٠٫٠٠٥ ، بأخذ لو للطرفين

لو (٠٫٦٤)^{ن} = لو ٠٫٠٠٥

ن لو ٠٫٦٤ = لو ٠٫٠٠٥ ⇐ ن = $\frac{\text{لو } ٠٫٠٠٥}{\text{لو } ٠٫٦٤}$ = ١١٫٨ ≈ ١٢

∴ عدد المحاولات = ١٢

٦) تم ولادة ١٠ مواليد في أحد المستشفيات في يوم واحد. إذا علمت أن 'ف' يمثل عدد المواليد الإناث في ذلك اليوم.

ف ~ ث (١٠، ٠,٥)

أ) اذكر شرطَين ليحقق التمثيل التوزيع ف تتبع ث(١٠، ٠,٥).

① تكرار التجربة (الولادة) ١٠ مرات وكل ولادة مستقلة عن الأخرى

② لكل تجربة نتيجتان انثى أو ذكر
نجاح فشل

ب) باستخدام هذَين الشرطَين، أوجِد احتمال أن يكون أكثر من سبعة من المواليد العشرة إناثًا.

ل(ف ≥ ٨) = ل(ف = ٨) + ل(ف = ٩) + ل(ف = ١٠)

$= \binom{10}{8}(0.5)^8(0.5)^2 + \binom{10}{9}(0.5)^9(0.5)^1 + \binom{10}{10}(0.5)^{10}(0.5)^0 = 0.0547$

٧) خلال شهرَين، لعب زياد ويوسف ١٠ جولات من أصل ن جولة في لعبة الشطرنج. احتمال أن لا يخسر يوسف في كل جولة يساوي (٠,٢)، ونتيجة كل جولة مستقلة عن كل الجولات. إذا علمت أن **س** التي تمثل عدد الجولات غير الخاسرة التي قام بها يوسف خلال هذه الفترة، فبيّن أنه يمكن كتابة ل(س = ٢) في صورة $\frac{\text{ن}(\text{ن}-1)}{32}\times(0.8)^{\text{ن}}$

ب = ٠,٢ ، ١-ب = ٠,٨ المطلوب قيمة ن = ؟!

$ل(س=2) = \binom{ن}{ن-2}(0.2)^{ن-2}(0.8)^2$

$= \frac{ن!}{(ن-2)!2!} \times 0.04 \times (0.8)^{ن-2} \times (0.8)^2$

$= \frac{ن(ن-1)(ن-2)!}{(ن-2)!\times 2} \times 0.6554 \times (0.8)^{ن}$

$= \frac{ن(ن-1)}{2} \times 0.6554 \times (0.8)^{ن}$

$= \frac{ن(ن-1)}{32} \times (0.8)^{ن}$