شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

مراجعة درس استخدام التباديل والتوافيق في الاحتمالات

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر

روابط مواد الصف الحادي عشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الثاني

1	نموذج إجابة الامتحان النهائي الرسمي الفترة الصباحية
2	امتحان تجريبي نهائي جديد مع نموذج الإجابة بمحافظة مسقط
3	نموذجين من الامتحان النهائي التجريبي مع الإجابة بمحافظة جنوب الشرقية
4	امتحان تجريبي نهائي جديد مع الإجابة
5	امتحان تجريبي نهائي جديد بمحافظة شمال الباطنة

(٩-١) استخدام التباديل والتوافيق في الاحتمالات

نتيجة ١

إذا كان حدث ما مكونًا من عدد من التباديل أو التوافيق المفضلة المتساوية الاحتمال، فإن احتمال وقوع الحدث يكون:

$$ل(أ) = \frac{\text{عدد التباديل المفضلة}}{\text{عدد التباديل الممكنة}}$$ ، حيث أ الحدث المفضل

أو

$$ل(ب) = \frac{\text{عدد التوافيق المفضلة}}{\text{عدد التوافيق الممكنة}}$$ ، حيث ب الحدث المفضل

تذكير

من الوحدة ٨ نعرف أن ترتيب الاختيار في التباديل مهم، ولكنه غير مهم في التوافيق.

مثال ١

على رف ١٥ علبة لم يوضع اسم المحتوى لأي منها، لكن نعرف أن ٨ منها تحتوي على حساء، و٤ منها تحتوي على فاصولياء، و٣ تحتوي على بازلاّء. إذا اختيرت ٧ علب عشوائيا بدون إعادة، فأوجد احتمال أن يكون ٥ منها تحتوي على الحساء.

الحل:

ليكن أ هو حدث اختيار ٥ علب حساء من ٧ علب.

الاختيارات المفضلة هي ٥ علب حساء و٢ لا تحتويان على الحساء.

عدد التوافيق المفضلة: $\binom{٨}{٥} \times \binom{٧}{٢}$ اختيار ٥ علب من بين ٨ علب من الحساء واختيار علبتيّن من الأنواع الأخرى.

عدد التوافيق الممكنة: $\binom{١٥}{٧}$ اختيار ٧ علب من ١٥علبة.

$$ل(أ) = \frac{\text{عدد التوافيق المفضلة}}{\text{عدد التوافيق الممكنة}} = \frac{\binom{٨}{٥} \times \binom{٧}{٢}}{\binom{١٥}{٧}}$$

$$= \frac{٥٦ \times ٢١}{٦٤٣٥} = ٠,١٨٣$$ (لأقرب ٣ أرقام معنوية)

مثال ٢

في علبة طعام لطالبة ١٣ حبة كرز أحمر، و٧ حبات كرز أسود. إذا أخذت الطالبة ٥ حبات كرز عشوائيًا، فأوجد احتمال أن تكون قد أخذت كرزًا أحمر أكثر من الكرز الأسود.

الحل

ليكن أ هو حدث أخذ الكرز الأحمر أكثر من الكرز الأسود عند أخذ ٥ حبات كرز.

عدد التوافيق الممكنة (عدد الطرق) $= \binom{٢٠}{٥} = ١٥٥٠٤$ طريقة ... اختيار ٥ حبات من ٢٠ حبة كرز.

$$ل(أ) = \frac{\text{عدد التوافيق المفضلة}}{\text{عدد التوافيق الممكنة}} = \frac{\binom{١٣}{٥}\times\binom{٧}{٠} + \binom{١٣}{٤}\times\binom{٧}{١} + \binom{١٣}{٣}\times\binom{٧}{٢}}{\binom{٢٠}{٥}}$$

$$= \frac{١٢٢٩٨}{١٥٥٠٤} = ٠,٧٩٣$$ (لأقرب ٣ أرقام معنوية)

تذكير

تذكّر أن

ل(أ أو ب أو ج) = ل(أ ∪ ب ∪ ج) = ل(أ) + ل(ب) + ل(ج)

للأحداث المتنافية.

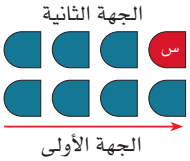
مثال ٣

حافلة ركاب صغيرة تحتوي على مقعد للسائق (س) ومقاعد لسبعة ركاب كما هو مبيّن.

إذا جلس سبعة ركاب بترتيب عشوائي، فأوجد احتمال أن يجلس راكبان:

أ في الجهة نفسها من الحافلة.

ب في جهتين مختلفتَين من الحافلة.



الحلّ:

أ هو حدث جلوس الراكبين في الجهة نفسها.

ب هو حدث جلوس الراكبين في جهتين مختلفتين.

تذكير

ل(أ′) = ١ − ل(أ) حيث أ′ حدثان متتامان.

أ هناك احتمالان مختلفان للنتيجة المفضلة:

$ل_٢$ طريقة ... يجلس الراكبان في جهة السائق (الجهة الثانية).

$ل_٤$ طريقة ... يجلس الراكبان في الجهة الأخرى من السائق (الجهة الأولى).

العدد الإجمالي للنواتج هو $ل_٧$ طريقة ... يجلس الراكبان على أيّ مقعدَين من المقاعد السبعة.

ل(أ) = ل(يجلس الراكبان في جهة السائق) + ل(يجلس الراكبان في الجهة الأخرى من السائق).

$$= \frac{ل_٢}{ل_٧} + \frac{ل_٤}{ل_٧} = \frac{٦}{٤٢} + \frac{١٢}{٤٢} = \frac{٣}{٧}$$

ب $$ل(ب) = \frac{ل_٢ \times ل_٤ + ل_٤ \times ل_٢}{ل_٧} = \frac{١٢ + ١٢}{٤٢} = \frac{٢٤}{٤٢} = \frac{٤}{٧}$$

طريقة بديلة:

ل(ب) = ١ − ل(أ) = ١ − $\frac{٣}{٧}$ = $\frac{٤}{٧}$ ... الحدثان 'يجلسان في جهتين مختلفتين من الحافلة' و 'يجلسان في الجهة نفسها من الحافلة' متتامان.

١) اختير طفلان عشوائياً من مجموعة مكونة من ستة أولاد وأربع بنات. استخدم التوافيق لتجد احتمال أن يكون الطفلان:

أ ولدين

$$\frac{\binom{٦}{٢}}{\binom{١٠}{٢}}$$

ب بنتين

$$\frac{\binom{٤}{٢}}{\binom{١٠}{٢}}$$

ج بنتًا وولدًا

$$\frac{\binom{٤}{١}\times\binom{٦}{١}}{\binom{١٠}{٢}}$$

(٩-١) استخدام التباديل والتوافيق في الاحتمالات

٢) اختيرت أربع حبات موز عشوائيًا من صندوق يحتوي على ١٧ حبة موز صفراء اللون و ٢٣ حبة موز خضراء اللون. أوجِد احتمال:

أ) أن لا توجد حبات موز خضراء

$$\frac{\binom{١٧}{٤}}{\binom{٤٠}{٤}} = ٠٫٠٢٦٠$$

ب) أقل من نصف الحبات المختارة خضراء.

$$\frac{\binom{٢٣}{١}\times\binom{١٧}{٣} + \binom{٢٣}{٠}\times\binom{١٧}{٤}}{\binom{٤٠}{٤}} = ٠٫١٩٧$$

٣) يختار أمين أحد المعارض عشوائيًا ثماني قطع للعرض من بين ٣٦ لوحة تشكيلية و ٤٤ لوحة فنية. أوجِد احتمال أن يتضمن العرض على الأقل ثلاث لوحات تشكيلية أكثر من اللوحات الفنية.

$$ل(ح) = \frac{\binom{٣٦}{٦}\times\binom{٤٤}{٢} + \binom{٣٦}{٧}\times\binom{٤٤}{١} + \binom{٣٦}{٨}\times\binom{٤٤}{٠}}{\binom{٨٠}{٨}} = ٠٫٠٧٧٣$$

٤) في صندوق للأدوات الصناعية ٢٥ مفكًا، و ١٦ رأس مثقاب، و ٣٨ مفتاحًا، و ١١ إزميلًا. أوجِد احتمال اختيار أربع أدوات ليس من بينها أيّ إزميل.

$$\frac{\binom{٧٩}{٤}\ \binom{١١}{٠}}{\binom{٩٠}{٤}} = ٠٫٥٨٨$$

٥) يزرع حمد ٩ شُجيرات في حديقة منزله في صف واحد عشوائيًا: ٣ منها تزهر ورودًا حمراء، و ٦ تزهر ورودًا صفراء. احسب احتمال أن:

أ) تقع شجيرة منها تزهر وردة صفراء في المنتصف.

$$\frac{٢}{٣} = \frac{٣!\times ٨!}{٩!}$$

ب) لا تكون الشجيرات الثلاث التي تزهر ورودًا حمراء متباعدة.

$$\frac{١}{١٢} = ٧ \times \frac{٣!\times ٦!}{٩!}$$

ج) لا تكون الشجيرتان اللتان تزهران ورودًا حمراءً متجاورتَين.

$$١ - \frac{٧\times ٧!\times ٢\times ٣}{٩!} \qquad \frac{٥}{١٢}$$

٦) مجموعة من ١٨٠ شخصًا، تضم ٨٨ رجلًا تسعة منهم يستخدمون يدهم اليسرى للكتابة، وتضم أيضًا ٨٥ أنثى لا يستخدمن اليد اليسرى. إذا اختير ستة أشخاص من المجموعة عشوائيًا، فأوجد احتمال أن يكون أربعة منهم يستخدمون اليد اليسرى أو إناثًا.

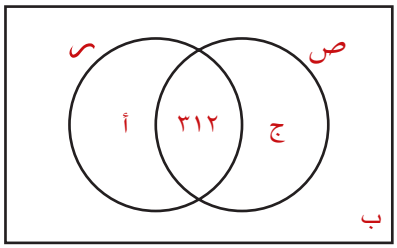
عدد الاناث = العدد الكلي - عدد الرجال = ٩٢

عدد الأشخاص الذين يستخدمون اليد اليسرى أو اناثا = ١٠١

الاحتمال المطلوب $= \frac{\binom{١٠١}{٤}\times\binom{٧٩}{٢}}{\binom{١٨٠}{٦}} = ٠٫٢٩$

(٩-١) استخدام التباديل والتوافيق في الاحتمالات

٧) في مكتبة صغيرة ١٢٤٠ كتابًا مقسمة إلى: ٤٧٨ رواية ويرمز إليها (ر)، منها ٣١٢ رواية مجلدة بغلاف صلب ويرمز إليها (ص)، ويوجد أيضًا ٤٤٠ كتابًا مجلدًا بغلاف غير صلب. بعض هذه المعلومات مبيّن على مخطط فن.



ر ترمز للروايات

ص ترمز للكتب أو الروايات المغلفة بغلاف صلب

أ) أوجِد قيمة كلٍّ من: أ، ب، ج.

الروايات التي بغلاف غير صلب أ = ٤٧٨ − ٣١٢ = ١٦٦

الكتب التي بغلاف غير صلب ب = ٤٤٠ − ١٦٦ = ٢٧٤

الكتب التي بغلاف صلب ج = ١٢٤٠ − (٣١٢ + ٤٤٠) = ٤٨٨

عدد عناصر ص = ٣١٢ + ٤٨٨ = ٨٠٠

جميع الكتب و الروايات التي بغلاف صلب = ٩٦٦

ب) اختير ٢٥ كتابًا عشوائيًا ليتم التبرع بها إلى جمعية خيرية، وتأمل الجمعية أن يكون من بينها على الأقل ٢٢ رواية أو كتابًا مجلدًا بغلاف صلب. احسب احتمال أن تحصل الجمعية الخيرية على ما تأمل.

$$\frac{\binom{٩٦٦}{٢٢}\times\binom{٢٧٤}{٣}+\binom{٩٦٦}{٢٣}\times\binom{٢٧٤}{٢}+\binom{٩٦٦}{٢٤}\times\binom{٢٧٤}{١}+\binom{٩٦٦}{٢٥}\times\binom{٢٧٤}{٠}}{\binom{١٢٤٠}{٢٥}} = ٠٫١٦٢$$

يخطط أمجد لإجراء تجربة وهي اختيار عشوائي لاتجاه من الاتجاهات الأربعة: الشمال، الجنوب، الشرق، الغرب، ثم يتحرك خمسة أمتار من ذلك الاتجاه. سيجري ذلك (ن) مرة متتالية. الحدث أ: ينهي أمجد رحلته من حيث بدأ

يدل المقدار $ل_ن(أ)$ على قيمة $ل(أ)$ لقيمة محددة لـ ن

عندما ن = ٢، سيكون هناك $٤^٢ = ١٦$ زوجًا من الاتجاهات التي يمكن أن يختارها أمجد، وأربعة منها مناسبة للحدث أ، وهي شمال جنوب، جنوب شمال، شرق غرب، وغرب شرق. وعليه يكون: $ل_٢(أ) = \frac{٤}{١٦} = \frac{١}{٤}$

أ) ناقش كيفية استخدام التباديل لإيجاد عدد الاختيارات المرغوب فيها حيث ن = ٤، ثم بيّن أن $ل_٤(أ) = \frac{٩}{٦٤}$

$٢ \times \frac{!٤}{!٢ \times !٢} + !٤ = ٣٦$ $\quad ل_٤(أ) = \frac{٣٦}{٤^٤} = \frac{٣٦}{٢^٦}$ $\quad ل_٤(أ) = \frac{٩}{٦٤}$

ب) دوّن قيم $ل_ن(أ)$ لجميع قيم ن من ٠ إلى ٥ حيث القيمتان ٠، ٥ متضمنتان. صف أيَّ نمط تلاحظه في متتالية الاحتمالات.

$ل_٠(أ) = ١$ $\quad ل_١(أ) = ٠$ $\quad ل_٢(أ) = \frac{٤}{٢^٤}$ $\quad ل_٣(أ) = ٠$ $\quad ل_٤(أ) = \frac{٣٦}{٤^٤}$ $\quad ل_٥(أ) = ٠$

ج) انسخ الجدول الآتي وأكمله حيث يبيّن قيم $ل_ن(أ)$ عندما تكون قيم ن زوجية.

ن	٠	٢	٤	٦	٨	١٠
$ل_ن(أ)$	١	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٩}{٦٤}$	$\frac{٢٥}{٢٥٦}$	$\frac{١٢٥٥}{١٦٣٨٤}$	$\frac{٣٩٦٩}{٦٥٥٣٦}$

$ل_٦(أ) = \frac{٤٠٠}{٦^٤}$ $\quad ل_٨(أ) = \frac{٤٩٠٠}{٨^٤}$ $\quad ل_{١٠}(أ) = \frac{٦٣٥٠٤}{١٠^٤}$

د) عبّر عن $ل_{ن+٢}(أ)$ لقيم ن الزوجية بدلالة $ل_ن(أ)$ عندما تكون قيم ن زوجية.

$$ل_{ن+٢}(أ) = \left(\frac{ن+١}{ن+٢}\right)^٢ \times ل_ن(أ)$$