حلول تمارين الوحدة الثامنة التبادل والتوافيق

حلول تمارين الوحدة الثامنة

(التباديل والتوافيق)

الرياضيات المتقدمة

للصف الحادي عشر ف٢

إعداد الأستاذ /

إسلام عيد

حلول تمارين ٨-١٢أ تباديل ن من العناصر المختلفة

١) بكم طريقة مختلفة يمكن ترتيب الأحرف الستة أ، ب، ج، د، هـ، و في صف مستقيم؟

عدد الأحرف ٦ ، عدد الطرق = ٦!= $\boxed{٧٢٠}$

٢) يوجد في قاعة اجتماعات ١٠ عمانيين، و٢٠ سعوديًا.

أوجد عدد الطرق الممكنة لترتيب العناصر الآتية في صف مستقيم:

أ العمانيون. = ١٠! ب السعوديون. = ٢٠! ج جميع الأشخاص. = ٣٠!

٣) بكم طريقة مختلفة يمكن أن يقف في صف مستقيم كلًا من:

أ معلمان. ٢!=٢ ب ٦ طلاب. ٦!=٧٢٠

ج ٨ أشخاص. ٨!=٤٠٣٢٠

٤) بكم طريقة مختلفة يمكن أن تجلس معًا على مقعد في صف واحد كلّ من:

أ ٤ ممرضات. = ٤! = $\boxed{٢٤}$ ب ٣ طبيبات. ٣ ! = $\boxed{٦}$

ج ٤ ممرضات و٣ طبيبات. ٧ != $\boxed{٥٠٤٠}$

٥) سبع سيارات، و(س) حافلة يمكن أن تُركن في صف مستقيم

بطرق عددها ٣٩٩١٦٨٠٠ أوجد عدد الطرق التي يمكن أن

تَركن بها ٥ سيارات، و(س + ٢) حافلة في صف مستقيم.

٥ + س+ ٢ = ٧ + س

إذا عدد الطرق هي نفسها = $\boxed{٣٩٩١٦٨٠٠}$

إعداد الأستاذ / إسلام عيد ٩٨٥٤٤٨٩٥

٦) أم لديها ١٠ أبناء. رتبت ١١ كرسيًا في صف مستقيم وجلست على الكرسي الواقع في المنتصف. إذا جلس ابنها الأصغر على كرسي إلى يسارها مجاورًا لها، فبكم طريقة مختلفة يمكن أن يجلس بقية الأبناء؟

تم تحديد موقع كرسي الأم والابن الأصغر

المطلوب طرق جلوس الأبناء التسعة الباقين

عدد الطرق= ٩ ! = $\boxed{٣٦٢٨٨٠}$

---

٧) يمكن ترتيب (ن) ولدًا في صف مستقيم بعدد معيّن من الطرق. عند إضافة ولدَين إلى مجموعة الأولاد، يزداد عدد التباديل الممكنة بمقدار ٤٢٠ ضعفًا. أوجد قيمة ن.

(ن +٢) ! = ٤٢٠ ن !

(ن +٢) (ن +١) ن ! = ٤٢٠ ن !

(ن +٢) (ن +١) = ٤٢٠ = ٢١ × ٢٠

ن +٢ = ٢١ ومنها ن = $\boxed{١٩}$

حلول تمارين ٨-٢ب تباديل ن عنصرًا مع السماح بالتكرار

١) أوجِد عدد التباديل المختلفة لأحرف كل كلمة من الكلمات الآتية:

أ جدول. $٤! = \boxed{٢٤}$

ب صلالة. $\frac{٥!}{٢!} = \boxed{٦٠}$

ج رادار. $\frac{٥!}{٢! \times ٢!} = \boxed{٣٠}$

د ميسيسيبي. $\frac{٨!}{٤! \times ٢!} = \boxed{٨٤٠}$

هـ كوالالمبور. $\frac{١٠!}{٢! \times ٢! \times ٢!} = \boxed{٤٥٣٦٠٠}$

٢) كم عددًا مختلفًا مكوّنًا من ستة أرقام يمكن تكوينها باستخدام الأرقام الآتية؟

أ ١، ١، ١، ١، ١، ٣ $\frac{٦!}{٥!} = \boxed{٦}$

ب ٢، ٢، ٢، ٧، ٧، ٧ $\frac{٦!}{٣! \times ٣!} = \boxed{٢٠}$

ج ٥، ٦، ٦، ٦، ٧، ٧ $\frac{٦!}{٣! \times ٢!} = \boxed{٦٠}$

د ٨، ٨، ٩، ٩، ٩، ٩ $\frac{٦!}{٢! \times ٤!} = \boxed{١٥}$

٣) لدى معلمة رياضيات ٢٠ مربعًا بلاستيكيًا، منها خمسة مربعات حمراء اللون، سبعة مربعات زرقاء اللون، ثمانية مربعات خضراء اللون.

إذا تم وضعها متلاصقة في صف مستقيم،

فكم تبديلًا مختلفًا يمكن أن تُكوّن باستخدام:

أ مربع واحد من كل لون. $\boxed{٣! = ٦}$

ب ٥ مربعات حمراء فقط. $\frac{٥!}{٥!} = \boxed{١}$

ج جميع المربعات الزرقاء والخضراء. $\frac{١٥!}{٧! \times ٨!} = \boxed{٦٤٣٥}$

د المربعات الـ ٢٠ جميعها. $\frac{٢٠!}{٥! \times ٧! \times ٨!} = \boxed{٩٩٧٦٨٢٤٠}$

٤) وُضِعت عشر قطع نقدية في صف مستقيم على طاولة بحيث تظهر صورة أو كتابة على كل منها

أ ما التباديل المختلفة الممكنة لوضع القطع النقدية العشر؟ $٢^{١٠}$ = **١٠٢٤**

لو فرضنا أنه تمثيل طرق ظهور الصورة والكتابة بطريقة الشجرة
ستكون النواتج بدءا من ١٠ صور كاملة في السطر الأول
وانتهاء بـــ ١٠ كتابات كاملة في السطر الأخير رقم ١٠٢٤

ص ٥١٢ مرة	ص ٢٥٦ مرة	ص ١٢٨ مرة	ص ٦٤ مرة	ص ٣٢ مرة	ص ١٦ مرة	ص ٨ مرة	ص ٤ مرة	ص ٢ مرة	ص / ك
	ك ٢٥٦ مرة	ك ١٢٨ مرة	ك ٦٤ مرة	ك ٣٢ مرة	ك ١٦ مرة	ك ٨ مرة	ك ٤ مرة	ك ٢ مرة	ص / ك
ك ٥١٢ مرة	ص ٢٥٦ مرة	ص ١٢٨ مرة	ص ٦٤ مرة	ص ٣٢ مرة	ص ١٦ مرة	ص ٨ مرة	ص ٤ مرة	ص ٢ مرة	ص / ك
	ك ٢٥٦ مرة	ك ١٢٨ مرة	ك ٦٤ مرة	ك ٣٢ مرة	ك ١٦ مرة	ك ٨ مرة	ك ٤ مرة	ك ٢ مرة	ص / ك

$\underbrace{\quad}_{\text{١٠٢٤ طريقة}}$

ب من إجابة الجزئية (أ)، أوجد عدد التباديل المختلفة التي تظهر فيها:

١) الصورة ٥ مرات والكتابة ٥ مرات. $\frac{!١٠}{!٥ \times !٥} = ٢٥٢$

٢) الصور أكثر من الكتابة.

نطرح تباديل القطع العشرة كلها - تباديل تساوي عدد الصور والكتابة
ينتج عدد تباديل الصور الأكثر من الكتابة
وعدد الكتابة أكثر من الصور ثم نقسم على ٢ لنحصل على
تباديل الصور أكثر من الكتابة فقط = (١٠٢٤ - ٢٥٢) ÷ ٢ = ٣٨٦

٥) يوجد ٤٢٠ تبديلًا مختلفًا لأحرف كلمة مكوّنة من سبعة أحرف. صِف أحرف هذه الكلمة.

٧! تقبل القسمة على ٤٢٠ والناتج ١٢ ، ١٢ = ٦ × ٢ = ٣! × ٢!

الكلمة مكونة من ٧ أحرف منها حرف مكرر ٣ مرات ، وحرف آخر مكرر مرتين

مثل تباديل أحرف كلمة الاسلام $= \frac{٧!}{٣! \times ٢!} = ٤٢٠$

حرف ا ثلاث مرات ، حرف ل مرتين

---

٦) أوجد عدد الطرق المختلفة الممكنة لترتيب خمسة أحرف من الحروف الهجائية في كل حالة من الحالات الآتية:

في اللغة العربية ٣ حروف علة (ا ، و ، ي) ، ٢٥ حرفا صحيح

أ حرفَي أ، و٣ أحرف ب.

أ ، أ ، ب ، ب ، ب $\frac{٥!}{٢! \times ٣!} = ١٠$

ب حرفَي علّة متطابقين، و٣ أحرف ب.

حرفي علة متطابقين لها ثلاث حالات

هي أ أ ، و و ، ي ي ،الحروف الأخرى ب ب ب

$= ٣ \times \frac{٥!}{٢! \times ٣!} = ٣٠$

ج حرفَي علّة متطابقين، و٣ أحرف متطابقة غير أحرف العلّة.

٣ طرق × ٢٥ طريقة × $\frac{٥!}{٢! \times ٣!} = ٧٥٠$

حل تمارين ٨-٢ج تباديل ن من العناصر المختلفة بوجود القيود

١) كم عددًا مكوّنًا من خمسة أرقام مختلفة يمكن تكوينه من الأرقام $\boxed{\text{٢، ٣، ٤، ٥، ٦}}$ إذا:

رقمين فرديين ، ثلاثة أرقام زوجية

أ لم توجد قيود . ٥ ! = ١٢٠

ب كان العدد: ١) فرديًا

$\boxed{٢} \times \boxed{٤} \times \boxed{٣} \times \boxed{٢} \times \boxed{١} = ٤٨$

فردي ، باقي الأرقام

أو مباشرة ٢ × ٤! = ٤٨

٢) زوجيًا

$\boxed{٣} \times \boxed{٤} \times \boxed{٣} \times \boxed{٢} \times \boxed{١} = ٧٢$ أو مباشرة = ٣ × ٤! = ٧٢

زوجي ، باقي الأرقام

٣) فرديًا وأقل من ٤٠٠٠٠ توجد حالتان :

إما العدد فردي يبدأ بـ ٣ وينتهي بـ ٢ وإما العدد فردي يبدأ بـ ٥ وينتهي بـ ٢ أو ٣

$\boxed{١} \times \boxed{٣} \times \boxed{٢} \times \boxed{١} \times \boxed{١} + \boxed{١} \times \boxed{٣} \times \boxed{٢} \times \boxed{١} \times \boxed{٢}$

= ٦ + ١٢ = ١٨

أو مباشرة ١ × ٣! × ١ + ١ × ٣! × ٢ = ١٨

٢) بكم طريقة مختلفة يمكن أن يقف أربعة رجال، وطفلان في صف مستقيم إذا :

أ وقف الطفلان في الأمام.

طفل × طفل × رجل × رجل × رجل × رجل = ٢! × ٤! = ٤٨

ب وقف طفل في الأمام ووقف رجل في الخلف.

طفل × ☐ × ☐ × ☐ × ☐ × رجل

طريقتان × ٤! × ٤ طرق

= ٢ × ٢٤ × ٤ = ١٩٢

ج وقف الطفلان متباعدين.

إسلام عيد

الحل يتم على ثلاث خطوات :

أولا :تباديل وقوف الأشخاص الستة في خط مستقيم = ٦! = ٧٢٠

ثانيا : تباديل وقوف الطفلين متجاورين = ٢! =٢

ثالثا : ترتيب وقوف الرجال الأربعة مع الطفلين كعنصر واحد = ٥ !=١٢٠

الحل : تباديل وقوف الطفلين متباعدين =

= تباديل الكل - تباديل المتجاور = ٦ ! - (٢ ! × ٥ !) = ٤٨٠

د وقف الرجال الأربعة غير متباعدين.

تباديل وقوف الرجال الاربعة = ٤ !

تباديل وقوف الطفلين مع الرجال الأربعة كعنصر واحد = ٣ !

الحل : تباديل وقوف الرجال الأربعة غير متباعدين = ٤ ! × ٣ ! = ١٤٤

هـ لم يتجاور أي رجلين.

رجل × طفل × رجل × طفل × رجل × رجل

لا يوجد غير ٣ أماكن فقط بين أو حول مكان الطفلين

لذلك يستحيل عدم تجاور رجلين معا

الحل : عدد الطرق = صفر

٣) أوجد نسبة عدد الأعداد الفردية المختلفة (المكوّنة من ستة أرقام)
إلى عدد الأعداد الزوجية المختلفة (المكوّنة من ستة أرقام)
باستخدام الأرقام ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ (أربعة أرقام فردية ، رقمان زوجيان)

عدد الأرقام الفردية في البطاقات : عدد الأرقام الزوجية في البطاقات
٤ : ٢
٢ : ١

٤) بكم طريقة يمكن ترتيب ١٠ كتب مختلفة على رف في صف مستقيم إذا :

أ وضعنا أقدم كتابَين في المنتصف.
تباديل أقدم كتابين = ٢!
تباديل باقي الكتب الثمانية = ٨!
الحل = ٢! × ٨! = ٨٠٦٤٠

ب وضعنا الكتب الثلاثة الأحدث متجاورة.

تباديل الكتب الثلاثة = ٣!
تباديل الكتب الثلاثة متجاورة كعنصر واحد مع الكتب السبعة الأخرى = ٨!
الحل :
= ٣! × ٨! = ٢٤١٩٢٠

٥) كم عددًا مختلفًا مكوّنًا من ستة أرقام يمكن تكوينه من الأرقام ١ ، ٢ ، ٢ ، ٣ ، ٣ ، ٣ بحيث:

أ يبدأ العدد بالرقم ٢

باقي الأرقام الخمسة	الآحاد

رقم ٢ في الآحاد تحديدا × تباديل ٥ أرقام بينها عناصر مكررة = ١ × $\frac{٥!}{٣!}$ = ٢٠

حل آخر : نسبة الرقم ٢ إلى كل الأرقام × تباديل الأرقام الستة كلها
$\frac{٢}{٦} \times \frac{٦!}{٢! \times ٣!}$ = ٢٠

ب لا يقبل القسمة على ٢
نسبة الأرقام غير ٢ إلى كل الأرقام × تباديل الأرقام الستة كلها
$\frac{٤}{٦} \times \frac{٦!}{٢! \times ٣!}$ = ٤٠

٦) أوجِد عدد التباديل المختلفة التي يمكن تكوينها من كل أحرف كلمة (رياضيات) عندما تكون التباديل:

أ تبدأ بحرفَي أ وتنتهي بحرفَي ي.

أ × أ × ☐ × ☐ × ☐ × ي × ي =

تباديل الأحرف الثلاثة الأخرى ٣ !

الحل = ١ × ١ × ٣ × ٢ × ١ × ١ × ١ = ٦

ب يقع ض في المنتصف.

تم تحديد موقع حرف ض مسبقا،

نوجد تباديل الأحرف الستة الأخرى التي فيها حرفان مكرران

☐ × ☐ × ☐ × ض × ☐ × ☐ × ☐ =

الحل = ١ × $\frac{!٦}{!٢ \times !٢}$ = ١٨٠

توضيح تفصيلي لرقم ٦ الجزئية ج

٦) ج أوجد عدد التباديل المختلفة التي يمكن تكوينها من كل أحرف كلمة (رياضيات) عندما تكون التباديل:

الصيغة الأولى للسؤال: تبدأ بحروف صحيحة وتنتهي بحروف العلة

ض ر ت ي ا ي ا

كلمة رياضيات بها ثلاثة أحرف صحيحة ، وبها ٤ حروف علة منها حرفان مكرران

الحل = تباديل الحروف الصحيحة × تباديل حروف العلة

$$٣! \times \frac{٤!}{٢! \times ٢!} = ٣٦$$

الصيغة الثانية للسؤال: يكون أخر حرفين منها هما أ ، ي

ر ض ت أ ي

أ ي

ي أ

الحل = تباديل الأحرف الخمس الأولى × تباديل حرفي أ ، ي

$$٥! \times ٢ = ٢٤٠$$

إسلام عيد

٧) يبيّن الشكل صفًا من صناديق البريد وضعت عليها ملصقات مدوّن أسفلها اسم صاحب كل صندوق.
أوصل مكتب البريد خمسة طرود، واحدًا لكل شخص. إذا وُضع طرد واحد في كل صندوق بشكل عشوائي،
فأوجِد عدد الطرق بحيث:

أ •	ب •	ج •	د •	هـ •
راشد	حمد	هلال	غانم	فهد

أ توضع الطرود الخمسة في الصناديق الصحيحة.

١ × ١ × ١ × ١ × ١ = ١

ب يوضع طرد واحد فقط في الصندوق الخطأ.

من المستحيل أن الخطأ في صندوق واحد فقط على الأقل يكون في صندوقين

الحل : عدد الطرق = صفر

ج يوضع طرد صحيح في صندوق راشد، وصندوق واحد آخر فقط.

نفترض الترتيب الصحيح ⇦ أ ب ج د هـ

راشد	أحد الأربعة الآخرين			
صحيح	صحيح	خطأ	خطأ	خطأ
أ	ب مثلا	هـ	ج	د
		خطأ	خطأ	خطأ
		د	هـ	ج

الخطأ في الصناديق الثلاثة الأخرى له احتمالان فقط

عدد الطرق = ١ × ٤ × ٢ = ٨

د يوضع طردان صحيحان في صندوقَين صحيحَين.

أولا : إذا تم وضع طردين صحيحين في صندوقين صحيحين
فإن ذلك يعني ايضا وضع ثلاث طرود في ثلاث صناديق خطأ

طرق وضع ثلاث طرود في ثلاث صناديق خطأ = ٢ كما تمت الإشارة لذلك في الجزئية ج

طرق وضع طردين صحيحين هي ١٠ كما يتضح من الشكل التالي :

نفترض الترتيب الصحيح | أ | ب | ج | د | هـ |

الطردان صحيحان لو كان ترتيبهما هو :

أ ب / أ ج / أ د / أ هـ / ب ج / ب د / ب هـ / ج د / ج هـ / د هـ

عدد الطرق الكلي = عدد طرق وضع طردين صحيحين × عدد طرق وضع ثلاثة طرود خطأ

= ١٠ × ٢ = ٢٠

إسلام عيد

حلول تمارين ٨-٢د تباديل ن من العناصر مأخوذة ر في كل مرة

١) ما عدد تباديل:

أ ٥ عناصر من ٧ عناصر مختلفة؟ $\text{ل}^{٧}_{٥} = ٢٥٢٠$

ب ٤ عناصر من ٩ عناصر مختلفة؟ $\text{ل}^{٩}_{٤} = ٣٠٢٤$

---

٢) يوجد ١٢ كتابًا. بكم طريقة تختار $\boxed{\text{نصفها}}$ وترتبها على رفّ في صف مستقيم؟

نصفها = ٦ ، عدد الطرق = $\text{ل}^{١٢}_{٦} = ٦٦٥٢٨٠$

---

٣) بكم طريقة مختلفة يمكن أن تُمنح الميداليات الذهبية، والفضية، والبرونزية للمراكز الثلاثة الأولى في سباق بين ٢٠ رياضيًا؟

$\text{ل}^{٢٠}_{٣} = ٦٨٤٠$

---

٤) أ أوجد عدد الطرق المختلفة التى يمكن بها لأحمد أن يطلي الباب الأمامي بلون $\boxed{\text{مختلف}}$ عن الباب الخلفي لمنزله إذا توافر له ١٤ لون طلاء ليختار من بينها.

عدد الطرق = $\text{ل}^{١٤}_{٢} = ١٤ \times ١٣ = ١٨٢$

ب بكم طريقة مختلفة يمكن لأحمد القيام بذلك إذا رغب في طلاء البابَين $\boxed{\text{باللون نفسه}}$؟

$١٤ \times ١٤ = ١٩٦$

٥) أوجد عدد الكلمات المختلفة والتي يمكن تكوينها من ٤ أحرف

من الأحرف أ ، ب، ج، د، هـ، ز بحيث:

أ) تبدأ الكلمة بالحرف أ

أ — الحروف الثلاثة الأخرى

عدد الطرق = $\boxed{١} \times \boxed{٥} \times \boxed{٤} \times \boxed{٣}$ = ٦٠

حرف أ واحد من ستة أحرف ⟸ عدد الطرق = $\frac{١}{٦} \times {}^{٦}ل_{٤}$ = ٦٠

أو عدد الطرق = طرق اختيار حرف أ × طرق اختيار الحروف الثلاثة الاخرى

= ١ × ${}^{٥}ل_{٣}$ = ٦٠

ب) تتضمن الكلمة الحرف أ . أما الأول أو الثاني أو الثالث أو الرابع

عدد الطرق = طرق اختيار حرف أ × طرق اختيار الحروف الثلاثة الاخرى

= ${}^{٤}ل_{١} \times {}^{٥}ل_{٣}$ = ٢٤٠

أو عدد الطرق = $\frac{٤}{٦} \times {}^{٦}ل_{٤}$ = ٢٤٠

٦) مجموعة مكونة من ١٠ طلاب من الصف التاسع، و٧ طلاب من الصف العاشر في إحدى المدارس، سيتم اختيار طالبين للعب دور الطبيب والمريض في مسرحية ما، بكم طريقة مختلفة سيتم اختيارهما للعب هذَين الدورَين بحيث يقع الاختيار على:

أ) أيّ من أفراد المجموعة. العدد الكلي للطلاب = ١٠ +٧=١٧

عدد الطرق = ${}^{١٧}ل_{٢}$ = ٢٧٢

ب) طالبين من الصف العاشر أو طالبين من الصف التاسع.

${}^{٧}ل_{٢} + {}^{١٠}ل_{٢}$ = ١٣٢

ج) طالب من الصف العاشر و طالب من الصف التاسع.

٧) دون تكرار أي رقم، كم عددًا زوجيًا مختلفًا مكوّنًا من أربعة أرقام يمكن تكوينه من الأرقام ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧ ؟

عدد الطرق = $\boxed{٣} \times \boxed{٦} \times \boxed{٥} \times \boxed{٤} =$ ٣٦٠

زوجي — باقي الأرقام

عدد الطرق = $ل^{٣}_{١} \times ل^{٦}_{٣} =$ ٣٦٠

٨) كم عددًا مختلفًا مكوّنًا من ثلاثة أرقام يمكن تكوينه من الأرقام ٠، ١، ٢، ٣، ٤ بحيث يُستخدم كل رقم مرة واحدة فقط. إذا كان العدد:

أ من مضاعفات العدد ١٠ — رقم آحاده صفر

عدد الطرق = $\boxed{١} \times \boxed{٤} \times \boxed{٣} =$ ١٢

صفر — باقي الأرقام

عدد الطرق = $ل^{١}_{١} \times ل^{٤}_{٢} =$ ١٢

ب منزلة آحاده ليست صفرًا.

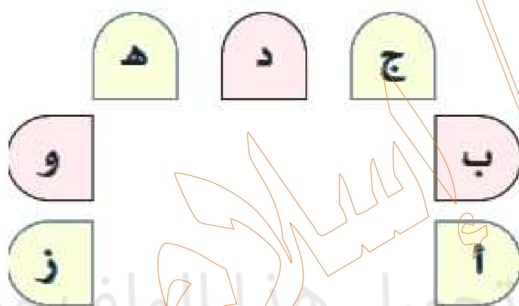
طرق اختيار الآحاد = ٤ (بدون الصفر)

طرق اختيار العشرات = ٤

طرق اختيار المئات = ٣ (الصفر لا يوضع في المنزلة الأخيرة)

عدد الطرق = $\boxed{٤} \times \boxed{٤} \times \boxed{٣} =$ ٤٨

٩) رُتبت الكراسي أ، ب، ج، د، هـ، و، ز كما هو مُبيّن في الشكل. بكم طريقة مختلفة يمكن أن يجلس عليها ٧ أشخاص من أصل ١٢ شخصًا إذا طلب إلى ٣ أشخاص معيّنين الجلوس على المقاعد ب، د، و بترتيب عشوائي؟



أولا : طرق جلوس الأشخاص الثلاثة على المقاعد ب ، د ، و عشوائيا = $ل^{٣}_{٣}$ = ٦

يتبقى لدينا ٩ مقاعد من أصل ١٢ مقعدا

عدد طرق جلوس الأربعة اشخاص الباقين عليها = $ل^{٩}_{٤}$ = ٣٠٢٤

عدد الطرق = $ل^{٣}_{٣}$ × $ل^{٩}_{٤}$ = ٦ × ٣٠٢٤ = ١٨١٤٤

حلول تمارين ٨-٣ التوافيق

١) أوجِد عدد الطرق الممكنة لاختيار ٥ تفاحات من بين:

أ ٨ تفاحات. عدد الطرق = $\binom{٨}{٥} = ٥٦$

ب ٩ تفاحات، و ١٢ برتقالة. عدد الطرق = $\binom{٩}{٥} = ١٢٦$

---

٢) من بين ٧ رجال و ٨ نساء، أوجِد عدد الطرق الممكنة لاختيار:

أ ٤ رجال و ٥ نساء. عدد الطرق = $\binom{٧}{٤} \times \binom{٨}{٥} = ١٩٦٠$

ب ثلاثة رجال و ٦ نساء. عدد الطرق = $\binom{٧}{٣} \times \binom{٨}{٦} = ٩٨٠$

ج على الأقل ١٣ شخصًا. ١٣ أو ١٤ أو ١٥ شخصا من أصل ١٥

عدد الطرق = $\binom{١٥}{١٣} + \binom{١٥}{١٤} + \binom{١٥}{١٥} = ١٢١$

---

٣) مجموعة من الأطفال مكوّنة من ٦ فتيان و ٧ فتيات، أوجِد عدد الطرق الممكنة

لاختيار مجموعة مكوّنة من ٣ أطفال يكون فيها عدد الفتيات أكثر.

نختار إما ٣ بنات أو بنتين وولد واحد

عدد الطرق = $\binom{٧}{٣} \times \binom{٦}{٠} + \binom{٧}{٢} \times \binom{٦}{١} = ١٦١$

٤) يُراد أن تُركن ١٠ سيارات في ساحة للسيارات تتضمن ٢٠ موقفًا مصممة على هيئة صفَّين كل صف يتسع لـ ١٠ سيارات.

كم نمطًا مختلفًا للمواقف الشاغرة إذا:

أ) رُكنت السيارات في أي من المواقف العشرين.

عدد الطرق = $\binom{٢٠}{١٠}$ = ١٨٤٧٥٦

ب) رُكنت السيارات في الصف نفسه. (الصف يكفي ١٠ سيارات)

إما تركن السيارات العشر كلها في الصف الأول ويكون الصف الثاني فارغا

وإما أن تركن السيارت العشر كلها في الصف الثاني ويكون الصف الأول فارغا

عدد الطرق = ٢

ج) رُكن العدد نفسه من السيارات في كل صف.

نوزع السيارات العشر على صفين لكل صف ٥ سيارات

عدد الطرق = $\binom{١٠}{٥} \times \binom{١٠}{٥}$ = ٦٣٥٠٤

د) عدد السيارات التي رُكنت في أحد الصفين تزيد بمقدار ٢ عن الصف الآخر.

٦ سيارات في صف ، ٤ سيارات في الصف الآخر والعكس

عدد الطرق = $\binom{١٠}{٦} \times \binom{١٠}{٤} + \binom{١٠}{٤} \times \binom{١٠}{٦}$ = ٨٨٢٠٠

حل تمارين ٨ -٣ رقم ٥ صفحة ٧٥

٥) لدينا ٣ أزواج من التوائم و ٤ بنات لا علاقة بينهن.

أ) كم خيارًا من **خمسة** أشخاص يمكن تكوينه إذا تم اختيار **زوجين من التوائم.**

١٠ أشخاص	بنت	بنت	بنت	بنت	توأم	توأم	توأم

طرق اختيار **زوجين** من التوائم من أصل **ثلاثة** أزواج من التوائم = $\binom{٣}{٢} = ٣$

اختيار **زوجين** من التوائم يعني ٤ أشخاص ، يتبقى ٦ أشخاص آخرين نختار منهم ١

طرق اختيار الشخص **الخامس** من بين ٦ أشخاص = $\binom{٦}{١} = ٦$

عدد الطرق = $\binom{٣}{٢} \times \binom{٦}{١} = ١٨$

حل تمارين ٨ -٣ رقم ٥ صفحة ٧٥

٥) لدينا ٣ أزواج من التوائم و ٤ بنات لا علاقة بينهن.

ب) كم خيارًا من **خمسة** أشخاص يمكن تكوينه إذا تم اختيار **زوج واحد من التوائم**

أ	ب	ج	د	هـ	و	بنت	بنت	بنت	بنت

توأم توأم توأم

خمسة اشخاص بينهم زوج واحد من التوائم (شخصان معا)

طرق اختيار زوج واحد من التوائم من بين ثلاثة أزواج توائم هي $\binom{3}{1}$ = ٣

وليكن مثلا

أ	ب

نحتاج معرفة طرق الأشخاص الثلاثة الباقين بشرط عدم اختيار زوج آخر من التوائم فيهم

ولها ثلاث حالات

١) اختيار ٣ بنات من أصل ٤ بنات

بعدد طرق = $\binom{4}{3}$ = ٤

٢) اختيار بنتين من ٤بنات وشخص واحد فقط من باقي التوائم إما ج ، د ،هـ ، و

بعدد طرق = $\binom{4}{2} \times \binom{4}{1}$ = ٢٤

٣) اختيار بنت واحدة فقط ،واختيار شخصين من التوائم الباقين ليسا معا

مثل ج هـ ، ج و ، د هـ ، د و

بعدد طرق = $\binom{4}{1}$ × ٤ = ١٦

ج	د
هـ	و

إسلام عيد

عدد الطرق الكلية = ٣ × (٤ + ٢٤ + ١٦) = ٣ × ٤٤ = ١٣٢