شرح درس جذور المعادلة التربيعية

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 10-11-2022 04:10:57 | اسم المدرس: مصطفى محمود طه

إذا كانت د(س) دالة تربيعية

فإن د(س) = ٠ تسمى معادلة تربيعية

هي معادلة من الدرجة الثانية
أكبر عدد من الجذور لها جذران حقيقيان

قيم س (حلول المعادلة) تسمى جذور المعادلة

طرق حل المعادلة التربيعية

التحليل	**اكمال المربع**	**الصيغة التربيعية**	**الحل البياني**

سوف نستخدم الصيغة التربيعية الان لحل مجموعة من المعادلات: **(من تمارين كتاب الطالب)**

س^٢ – ١٢ س + ٣٦ = ٠	**س^٢+ ٥ س - ٣٦ = ٠**	**٢س^٢ -٧ س +٨ = ٠**
$\text{س} = \frac{-(-١٢) \pm \sqrt{(-١٢)^٢ - ٤\times١\times٣٦}}{٢(١)}$ $\text{س} = \frac{١٢ \pm \sqrt{٠}}{٢}$ $\text{س} = \frac{١٢+٠}{٢} = ٦$ $\text{س} = \frac{١٢-٠}{٢} = ٦$	$\text{س} = \frac{-٥ \pm \sqrt{٥^٢ - ٤\times١\times(-٣٦)}}{٢(١)}$ $\text{س} = = \frac{-٥ \pm \sqrt{١٦٩}}{٢} = \frac{-٥ \pm ١٣}{٢}$ $\text{س} = \frac{-٥+١٣}{٢} = ٤$ $\text{س} = \frac{-٥-١٣}{٢} = -٩$	$\text{س} = \frac{-(-٧) \pm \sqrt{(-٧)^٢ - ٤\times٢\times٨}}{٢(٢)}$ $\text{س} = \frac{٧ \pm \sqrt{٤٩-٦٤}}{٤}$ $\text{س} = \frac{٧ \pm \sqrt{-١٥}}{٤}$ لا يمكن إيجاد قيمة لجذر كمية سالبة، $\sqrt{-١٥}$ عدد غير حقيقي
جذران حقيقيان متساويان	جذران حقيقيان مختلفان	لا توجد جذور حقيقية

مميز المعادلة التربيعية

يسمى المقدار ب^٢-٤أجـ مميز الدالة التربيعية، ويستخدم لمعرفة عدد ونوع جذور المعادلات التربيعية

أنواع جذور المعادلات التربيعية

ب^٢-٤أجـ > ٠	ب^٢-٤أجـ = ٠	ب^٢-٤أجـ < ٠
للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان	للمعادلة جذران حقيقيان متساويان	ليس للمعادلة جذور حقيقة

أوجد مميز كل من المعادلات التالية وبين عدد ونوع الجذور في كل معادلة

س^2 +٩س +٢=٠	٤س^2 -٤س +١=٠	٣س^2 +س +٢=٠
ب^2-٤أجـ	ب^2-٤أجـ	ب^2-٤أجـ
أ= ١ ب = ٩ جـ = ٢	أ= ٤ ب = -٤ جـ = ١	أ= ٣ ب = ١ جـ = ٢
المميز = ٩^2 -٤ × ١ ×٢	المميز = (-٤)^2 -٤ × ٤ ×١	المميز = (١)^2 -٤ × ٣ ×٢
= ٨١ – ٨ = ٧٣ > ٠	= ١٦ – ١٦ = ٠	= ١ – ٢٤ = -٢٣ < ٠
∴ المعادلة لها جذران حقيقيان مختلفان	∴ المعادلة لها جذران حقيقيان متساويان	∴ المعادلة ليس لها جذور حقيقية

إعادة التعلم

أوجد مميز كل من المعادلات التالية وبين عدد ونوع الجذور في كل معادلة

٩س^2 -٦س +١=٠	٤س^2 -٦س -٨=٠	س^2 -٣س +١٠=٠
ب^2-٤أجـ	ب^2-٤أجـ	ب^2-٤أجـ
أ= ٩ ب = -٦ جـ = ١	أ= .... ب =..... جـ = ...	....
المميز = ... ^{2} -٤ × ....×	المميز = ...	....
=	=	....
∴ المعادلة لها جذران حقيقيان	∴ المعادلة لها	∴ المعادلة ....

تطبيق التعلم

احسب قيمة ك التي تجعل للمعادلة
٢س^2 + ٣س +ك=٠
جذران حقيقيان متساويان

المميز = (٣)^2 -٤×٢×ك = ٠

٩ – ٨ ك = ٠

-٨ك = -٩

ك = $\frac{٩}{٨}$

احسب قيمة ك التي تجعل للمعادلة
٣س^2 + ٥س -٢ك=٠
جذران حقيقيان متساويان

....
....
....
....

احسب قيمة ك التي تجعل للمعادلة
س٢ + ك س +٤=٠
جذران حقيقيان متساويان
المميز = ك٢ -٤×١×٤ = ٠
ك٢ -١٦ =٠
ك٢ =١٦
ك = ∓ ٤

احسب قيمة ك التي تجعل للمعادلة
٣س٢ + ك س +٣=٠
جذران حقيقيان متساويان
....
....
....
....

تمرين (٥) صفحة ٣١ من كتاب الطالب

للمعادلة ك س ٢ + ل س + ٥ = ٠ جذر حقيقي مكرّر. أوجِد قيمة ك بدلالة ل.

ل٢ – ٤× ك × ٥ = ٠

ل٢ – ٢٠ ك = ٠

-٢٠ ك = - ل٢

ك = $\frac{ل^٢}{٢٠}$

سؤال قصير

(١)	المعادلة ٢س٢ – ٥س + ٣ = ٠ ضع دائرة حول قيمة المميز الخاص بها ٤٩ -٤٩ ١٩ ١
(٢)	**حدد** بالخطوات نوع جذري المعادلة ٣س٢ – ٤س +١ = ٠

ملخص الدرس

حالات جذري المعادلة

١ ب^٢ − ٤ أ حـ > صفر (موجباً)

للمعادلة جذرين حقيقيين مختلفين

مثال ١: س^٢ − ٥س + ٦ = ٠

الحل

أ = ١ ، ب = −٥ ، حـ = ٦

ب^٢ − ٤ أ حـ = ٢٥ − ٢٤

= ١ (موجباً)

الجذرين هما: س = $\frac{-ب \pm ١}{٢أ}$

∴ س = $\frac{٥+١}{٢}$ = $\frac{٦}{٢}$ = ٣

أو س = $\frac{٥-١}{٢}$ = $\frac{٤}{٢}$ = ٢

م.ح = {٣ ، ٢}

٢ ب^٢ − ٤ أ حـ = صفر (تساوي صفر)

للمعادلة جذرين حقيقيين متساويين

مثال ٢: س^٢ − ٤س + ٤ = ٠

الحل

أ = ١ ، ب = −٤ ، حـ = ٤

ب^٢ − ٤ أ حـ = ١٦ − ١٦

= صفر (تساوي صفر)

الجذرين هما: س = $\frac{-ب \pm ٠}{٢أ}$

∴ س = $\frac{٤+٠}{٢}$ = $\frac{٤}{٢}$ = ٢

أو س = $\frac{٤-٠}{٢}$ = $\frac{٤}{٢}$ = ٢

م.ح = {٢}

٣ ب^٢ − ٤ أ حـ < صفر (سالباً)

للمعادلة جذرين غير حقيقيين

مثال ٣: س^٢ + ٣س + ٣ = ٠

الحل

أ = ١ ، ب = ٣ ، حـ = ٣

ب^٢ − ٤ أ حـ = ٩ − ١٢

= −٣ (سالباً)

الجذرين هما: س = $\frac{-ب \pm \sqrt{-٣}}{٢أ}$

∴ س = $\frac{-٣+\sqrt{-٣}}{٢}$ ∉ ح

أو س = $\frac{-٣-\sqrt{-٣}}{٢}$ ∉ ح

م.ح = ∅

المجموعة هـ

أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) إذا كان: ب^٢ − ٤ أ حـ > صفر فإن مجموعة الحل للمعادلة أ س^٢ + ب س + حـ = ٠ هي .... في ح

(أ) {$\frac{-ب}{٢أ}$}   (ب) ∅   (جـ) {صفر}   (د) {$\frac{ب}{٢أ}$}

٢) إذا كان: ب^٢ − ٤ أ حـ = صفر فإن مجموعة الحل للمعادلة أ س^٢ + ب س + حـ = ٠ هي .... في ح

(أ) {$\frac{ب}{٢أ}$}   (ب) ∅   (جـ) {صفر}   (د) {$\frac{-ب}{٢أ}$}

٣) إذا كان: ب^٢ − ٤ أ حـ < صفر فإن مجموعة الحل للمعادلة ب س^٢ + حـ س + أ = ٠ هي .... في ح

(أ) {$\frac{-حـ \pm \sqrt{حـ^٢ - ٤ ب أ}}{٢ب}$}   (ب) ∅   (جـ) {صفر}   (د) {$\frac{-حـ}{٢ب}$}

المجموعة أ — للمتفوقين

؟ أوجد في ح مجموعة الحل للمعادلة: (س + $\frac{١}{س}$)^٢ + س + $\frac{١}{س}$ = ١٢ ، س ≠ ٠ — ناقش

....

....

تمارين اثرائية

عين نوع جذرى المعادلة الاتية :

$$س - \frac{٢}{(س - ١)} = ٤$$

بضرب حدود المعادلة في (س − ١)

س(س−١) −٢ = ٤(س−١)

س٢ −س −٢ = ٤س − ٤

س٢ −س −٢ −٤س + ٤ = صفر

س٢ −٥س + ٢ = صفر

هنحسب ميز المعادلة التربيعية

ب٢ − ٤×أ×جـ = ٢٥ −٤×٢ = ١٧

بما أن ميز المعادلة أكبر من الصفر

اذا للمعادلة التربيعية جذران حقيقيان مختلفان

عين نوع جذرى المعادلة الاتية :

$$\frac{س}{(س + ١)} - \frac{س}{(س - ١)} = ٣$$

بضرب حدود المعادلة في (س − ١)(س+١)

س(س−١) − س(س+١)=٣(س−١)(س+١)

....

....

....

هنحسب ميز المعادلة التربيعية

ب٢ − ٤×أ×جـ=..............................

بما أن ميز المعادلة .... الصفر

اذا للمعادلة التربيعية جذران

....

اذا كان جذرى المعادلة ٣س٢ −٦ س +ك =٠ حقيقيان متساويان أوجد قيم ك

إذا كان جذرى المعادلة التربيعية حقيقيان متساويان

إذا ميز المعادلة التربيعية = صفر

ب٢ −٤×أ×جـ = صفر

٣٦ − ٤×٣×ك = صفر

١٢ك = ٣٦ ك= ٣

اذا كان جذرى المعادلة س٢ −٣س +٢ + $\frac{١}{ك}$ =٠ حقيقيان متساويان أوجد قيمة ك

إذا كان جذرى المعادلة التربيعية حقيقيان متساويان

إذا ميز المعادلة التربيعية = صفر

ب٢ =٤×أ×جـ

٩ = ٤×(٢+ $\frac{١}{ك}$)

٨ + $\frac{٤}{ك}$ = ٩

$\frac{٤}{ك}$ = ١ ك = ٤

اذا كان جذرى المعادلة س٢ +(٢ك+٣)س+ك٢ =٠ حقيقيان متساويان أوجد قيمة ك

....

....

....

....

اذا كان جذرى المعادلة

س^٢ +٢(ك-١)س +(٢ك+١)= صفر

حقيقيان متساويان أوجد قيمة ك

إذا كان جذرى المعادلة التربيعية حقيقيان متساويان

إذا ميز المعادلة التربيعية = صفر

ب^٢ =٤×أ×جـ

٤(ك-١)^٢ = ٤×(٢ك+١)

ك^٢ + ١ -٢ك = ٢ك + ١

ك^٢ -٢ك - ٢ك = ٠

ك(ك - ٤) = صفر

ك= صفر ، ك = ٤

اذا كان جذرى المعادلة س^٢ +٤س + ك = ٠

حقيقيان مختلفان أوجد قيمة ك

إذا كان جذرى المعادلة التربيعية حقيقيان مختلفان

إذا ميز المعادلة التربيعية >صفر

ب^٢ > ٤×أ×جـ

١٦ > ٤×ك

٤ك < ١٦

ك < ٤

ك تنتمى للفترة]- ∞ ، ٤[

اذا كان جذرى المعادلةك س^٢-٨س +١٦= ٠

حقيقيان مختلفان أوجد قيمة ك

....

....

....

أوجد قيم م التي تحقق أن المعادلة

(م - ١)س^٢ -٢م س + م = صفر ليس لها جذور حقيقية

اذا كان للمعادلة ليس لها جذور حقيقية

إذا ميز المعادلة التربيعية<صفر

٤م^٢< ٤×(م-١)×م

٤م^٢< ٤م^٢ -٤م

٤م^٢ - ٤م^٢ + ٤م< صفر

م < صفر

م تنتمى للفترة]- ∞ ، صفر[

أوجد الفترة التي تنتمى لها م والتي تجعل جذرى المعادلة

(م+٢)س^٢ +(٢م+٣)س + م - ١ = صفر

حقيقيان

اذا كان جذرى المعادلة حقيقيان

إذا ميز المعادلة التربيعية≥صفر

ب^٢ ≥ ٤×أ×جـ

(٢م+٣)^٢ ≥ ٤×(م+٢)(م-١)

....

....

....

....

....

....

....

....

....