شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

ملخص شرح درس طول القطعة المستقيمة واحداثيات منتصفها

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2023-10-26 04:57:48 | اسم المدرس: مصطفى محمود طه

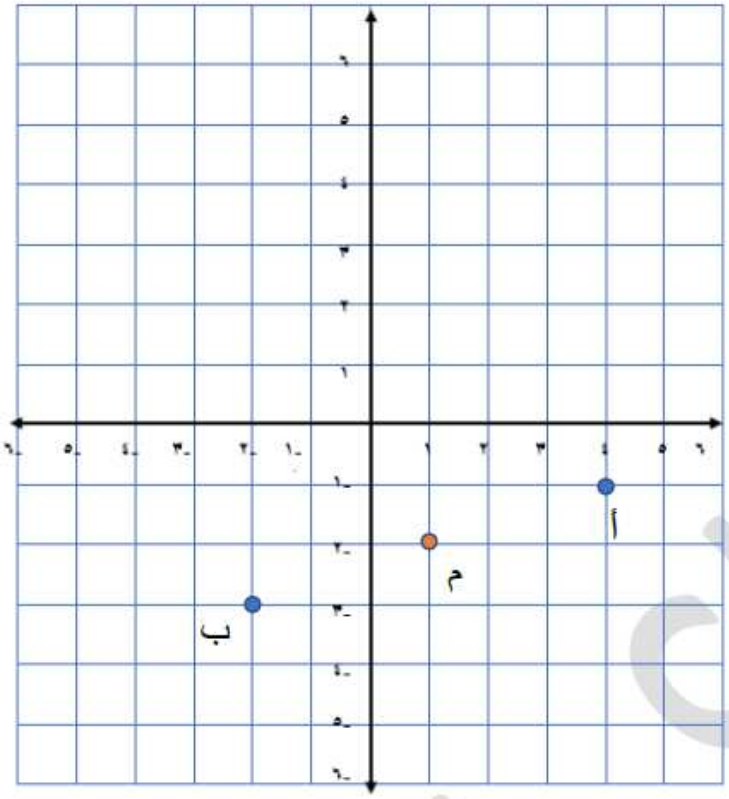
التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر

روابط مواد الصف الحادي عشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الأول

1	ملخص شرح درس التباين والانحراف المعياري
2	ملخص شرح درس الوسط الحسابي المعدل
3	مراجعة درس المتسلسلات الهندسية غير المنتهية
4	ملخص شرح درس حل المعادلات الآنية
5	ملخص شرح درس التباين والانحراف المعياري



الشكل المجاور يوضح النقاط

أ (٤، -١) ، ب (-٢، -٣)

م نقطة منتصف القطعة المستقيمة أب تحسب من العلاقة

$$م = \left(\frac{\text{مجموع الاحداثيات السينية}}{٢} ، \frac{\text{مجموع الاحداثيات الصادية}}{٢} \right)$$

$$م = \left(\frac{٤ + (-٢)}{٢} ، \frac{-١ + (-٣)}{٢} \right)$$

م = (١، -٢)

بصورة عامة إذا كانت النقطة أ (س١، ص١)، ب(س٢،ص٢) فإن احداثي نقطة المنتصف

$$م = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

اما طول القطعة المستقيمة أب فيعطى من العلاقة

$$\text{طول أ ب} = \sqrt{(س_١ - س_٢)^٢ + (ص_١ - ص_٢)^٢}$$

لاحظ أن : $(س_١ - س_٢)^٢ = (س_٢ - س_١)^٢$

نتطرق في هذا الملخص الى :

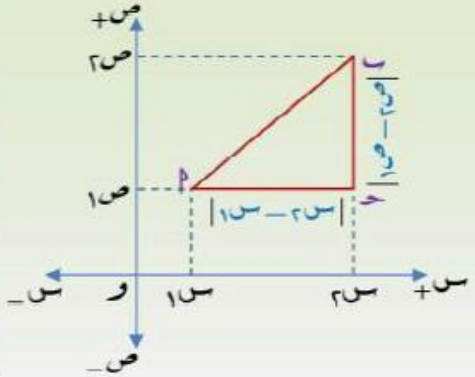
- شرح المفاهيم الأساسية للدرس
- عرض مجموعة من أفكار التمارين المتنوعة
- كافة الحقائق التي سوف تستخدمها في حل المسائل وقد سبق دراستها في مراحل دراسية سابقة.
- حل تمارين كتاب الطالب

Math Show

١ البُعد بين نقطتين

مقدمة

أ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢)



من نظرية فيثاغورث:

$(أب)^2 = (أح)^2 + (ب ح)^2$

$(أب)^2 = |س٢ - س١|^2 + |ص٢ - ص١|^2$

$أب = \sqrt{(س٢ - س١)^2 + (ص٢ - ص١)^2}$

البُعد بين نقطتين $= \sqrt{\text{مربع فرق السينات} + \text{مربع فرق الصادات}}$

$أب = \sqrt{(\text{فرق السينات})^2 + (\text{فرق الصادات})^2}$

تذكر

- $(س٢ - س١)^2 = (س١ - س٢)^2$
- بُعد النقطة أ (س١ ، ص١) عن نقطة الأصل و أ $= \sqrt{(س١)^2 + (ص١)^2}$
- بُعد النقطة أ (س١ ، ص١) عن محور السينات $= \sqrt{(ص١)^2}$
- بُعد النقطة أ (س١ ، ص١) عن محور الصادات $= \sqrt{(س١)^2}$

المجموعة ①

أوجد طول $\overline{أب}$ حيث:

١ أ(٥ ، ٤) ، ب(١ ، ١)

٢ أ(−٢ ، −١) ، ب(١ ، −٤)

الحل $أب = \sqrt{(س٢ - س١)^2 + (ص٢ - ص١)^2}$

١ $أب = \sqrt{(٥ - ١)^2 + (٤ - ١)^2} = \sqrt{٤^2 + ٣^2} = \sqrt{١٦ + ٩} = \sqrt{٢٥} = ٥$

٢ $أب = \sqrt{(١ + ٢)^2 + (-١ + ٤)^2} = \sqrt{٣^2 + ٣^2} = \sqrt{٩ + ٩} = \sqrt{١٨}$

المجموعة ②

١ إذا كان بُعد النقطة أ(س ، ٥) عن ب(٦ ، ١) يساوي $٢\sqrt{٥}$ أحسب قيمة س

الحل $أب = \sqrt{(\text{فرق السينات})^2 + (\text{فرق الصادات})^2}$

$\sqrt{(س - ٦)^2 + (٥ - ١)^2} = ٢\sqrt{٥}$ بالتربيع

$(س - ٦)^2 + ٤^2 = ٢٠$

$(س - ٦)^2 = ٢٠ - ١٦$

$(س - ٦)^2 = ٤$ ⇐ بأخذ الجذر للطرفين

$س - ٦ = \pm ٢$

أما $س - ٦ = ٢$ أي $س = ٨$

أو $س - ٦ = -٢$ أي $س = ٤$

Math Show

٢ إذا كان: أ(س ، −٥) على بُعدين متساويين من ب (−٥ ، −١) ، حـ (−٢ ، −٤)

أحسب قيمة س

الحل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

دليل

النقط أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة شرط: مجموع أصغر بعدين = البعد الثالث

المجموعة ٣

إذا كان: أ(−٣ ، −٣) ، ب (٣ ، ٠) ، حـ (١ ، ٤) أثبت أن: النقط أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة

الحل

$أب = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

$أب = \sqrt{(٠ + ٣)^٢ + (٣ + ٣)^٢} = \sqrt{٣^٢ + ٦^٢} = \sqrt{٩ + ٣٦} = \sqrt{٤٥} = ٣\sqrt{٥}$

$ب حـ = \sqrt{(١ - ٠)^٢ + (٤ - ٣)^٢} = \sqrt{١^٢ + ١^٢} = \sqrt{١ + ١} = \sqrt{٢}$

$أحـ = \sqrt{(١ + ٣)^٢ + (٤ + ٣)^٢} = \sqrt{٤^٢ + ٧^٢} = \sqrt{١٦ + ٤٩} = \sqrt{٦٥}$

∵ $أب + ب حـ = أحـ$ ∴ النقط أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة

نوع المثلث بالنسبة لأضلاعه

نوجد أطوال الأضلاع الثلاثة فإذا كان :

١ الأضلاع الثلاثة متساوية ⇐ المثلث متساوي الأضلاع

٢ ضلعين متساويين فقط ⇐ المثلث متساوي الساقين

٣ الأضلاع الثلاثة مختلفة ⇐ المثلث مختلف الأضلاع

المجموعة ٤

ما نوع $\triangle$ أ ب حـ بالنسبة لأضلاعه: أ(٧، −١)، ب(١، −٣)، حـ(٣، ٣)

الحل

$$أ ب = \sqrt{(-١-٧)^{٢} + (٣+١-)^{٢}} = \sqrt{٣٦+٤} = \sqrt{٤٠}$$

$$ب حـ = \sqrt{(١-٣)^{٢} + (٣+٣)^{٢}} = \sqrt{٤+٣٦} = \sqrt{٤٠}$$

$$أ حـ = \sqrt{(٣-٧)^{٢} + (١+٣)^{٢}} = \sqrt{١٦+١٦} = \sqrt{٣٢}$$

∵ أ ب = ب حـ ≠ أ حـ ∴ $\triangle$ أ ب حـ متساوي الساقين

نوع المثلث بالنسبة لزواياه

١ نوجد أطوال الأضلاع الثلاثة .

٢ نربع أطوال الأضلاع الثلاثة.

٣ مربع أكبر ضلع { = / < / > } مجموع المربعين الآخرين ← { المثلث قائم / المثلث منفرج / المثلث حاد }

المجموعة ٥

ما نوع $\triangle$ أ ب حـ بالنسبة لزواياه : أ(١، ٤)، ب(٤، ٨)، حـ(٥، ١) وأوجد مساحته

الحل

$$أ ب = \sqrt{(٤-١)^{٢} + (٨-٤)^{٢}} = \sqrt{٣^{٢}+٤^{٢}} = \sqrt{٩+١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$$

$$(أ ب)^{٢} = (٥)^{٢} = ٢٥ \Leftarrow [١]$$

$$ب حـ = \sqrt{(٥-٤)^{٢} + (٨-١)^{٢}} = \sqrt{١^{٢}+٧^{٢}} = \sqrt{١+٤٩} = \sqrt{٥٠}$$

$$(ب حـ)^{٢} = (\sqrt{٥٠})^{٢} = ٥٠ \Leftarrow [٢]$$

$$أ حـ = \sqrt{(٥-١)^{٢} + (١-٤)^{٢}} = \sqrt{٤^{٢}+٣^{٢}} = \sqrt{١٦+٩} = \sqrt{٢٥} = ٥$$

$$(أ حـ)^{٢} = (٥)^{٢} = ٢٥ \Leftarrow [٣]$$

من [١] ، [٢] ، [٣] : .....

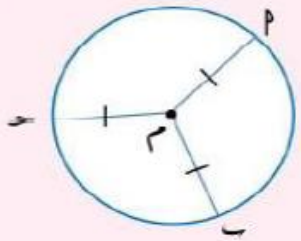
∵ $(ب حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (أ حـ)^{٢}$ ∴ $\triangle$ أ ب حـ قائم في أ

$$م(\triangle) = \frac{١}{٢} \times ق \times ع = \frac{١}{٢} \times ٥ \times ٥ = ١٢\frac{١}{٢}$$ وحدة مربعة

دليل ـــ الدائرة

شرط وقوع النقط على دائرة واحدة:

هو أن النقط تقع على بُعد ثابت من نقطة ثابته في نفس المستوى



مثل : أم = م ب = م حـ = نق

أ ، ب ، حـ تقع على دائرة واحدة مركزها م

محيط الدائرة = ٢ π نق

مساحة الدائرة = π نق^{٢} حيث : π = ٣,١٤ أو $\frac{٢٢}{٧}$

المجموعة ٦

أثبت أن: النقط أ(٣، −١) ، ب(−٤، ٦) ، حـ(٢، −٢) تقع على دائرة واحدة مركزها النقطة م(−١، ٢) وأوجد محيط الدائرة حيث (π = ٣,١٤)

الحل

ب أ = $\sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$

نق = أم = $\sqrt{(٣ + ١)^{٢} + (١ + ٢)^{٢}}$ = $\sqrt{٤^{٢} + ٣^{٢}}$ = $\sqrt{١٦ + ٩}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

نق = م ب = $\sqrt{(-١ + ٤)^{٢} + (٢ - ٦)^{٢}}$ = $\sqrt{٣^{٢} + ٤^{٢}}$ = $\sqrt{٩ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

نق = م حـ = $\sqrt{(١ + ٢)^{٢} + (٢ + ٢)^{٢}}$ = $\sqrt{٣^{٢} + ٤^{٢}}$ = $\sqrt{٩ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

∵ أم = م ب = م حـ = نق

∴ النقط أ ، ب ، حـ تقع على دائرة واحدة مركزها م

محيط الدائرة = ٢ π نق

= ٢ × ٥ × ٣,١٤

= ٣١,٤

دليل ـــ نوع الشكل الرباعي

نوجد الأبعاد الستة (الأضلاع الأربعة والقطرين) ونستنتج:

١	متساويان	و متساويان	و متساويان	⇐ الشكل مستطيل
٢	متساويان	و متساويان	و غير متساويان	⇐ الشكل متوازي أضلاع
٣	متـــــساوية		و متساويان	⇐ الشكل مربع
٤	متـــــساوية		و غير متساويان	⇐ الشكل معين

المجموعة ⑦

١ إذا كان: أ(١،٠)، ب(٤،٥)، حـ(١،٨)، ء(−٣،٤) ما نوع الشكل الرباعي أبحء

الحل

$أب = \sqrt{(٤-٠)^٢ + (٥-١)^٢} = \sqrt{١٦+١٦} = \sqrt{٣٢}$

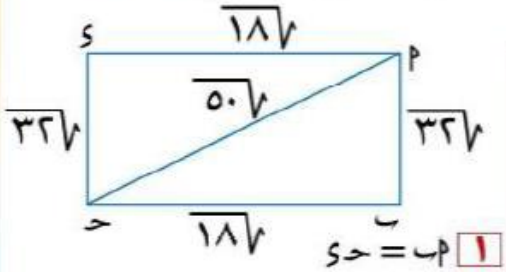
$حء = \sqrt{(١+٣)^٢ + (٨-٤)^٢} = \sqrt{١٦+١٦} = \sqrt{٣٢}$

$أء = \sqrt{(٠+٣)^٢ + (٤-١)^٢} = \sqrt{٩+٩} = \sqrt{١٨}$

$بحـ = \sqrt{(٤-١)^٢ + (٥-٨)^٢} = \sqrt{٩+٩} = \sqrt{١٨}$

$أحـ = \sqrt{(١-٠)^٢ + (٨-١)^٢} = \sqrt{١+٤٩} = \sqrt{٥٠}$

$بء = \sqrt{(٤+٣)^٢ + (٤-٥)^٢} = \sqrt{٤٩+١} = \sqrt{٥٠}$



١ أب = حء

٢ أء = بحـ

٣ أحـ = بء

∴ الشكل مستطيل

م = $\sqrt{٣٢} \times \sqrt{١٨} = ٢٤$ وحدة مربعة

٢ إذا كان: أ(٣،٣)، ب(٠،٣)، حـ(٠،٠)، ء(٣،٠) أثبت أن: أبحء مربع وأحسب مساحته

الحل

$أب = \sqrt{(٣-٠)^٢ + (٣-٣)^٢} = \sqrt{٩+٠} = \sqrt{٩} = ٣$

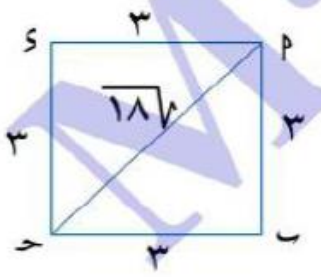
$بحـ = \sqrt{(٠)^٢ + (٣)^٢} = \sqrt{٠+٩} = \sqrt{٩} = ٣$

$حء = \sqrt{(٠)^٢ + (٣)^٢} = \sqrt{٠+٩} = \sqrt{٩} = ٣$

$أء = \sqrt{(٠)^٢ + (٣)^٢} = \sqrt{٠+٩} = \sqrt{٩} = ٣$

$أحـ = \sqrt{(٠-٣)^٢ + (٠-٣)^٢} = \sqrt{٩+٩} = \sqrt{١٨}$

$بء = \sqrt{(٠-٣)^٢ + (٠-٣)^٢} = \sqrt{٩+٩} = \sqrt{١٨}$



∵ الأضلاع متساوية والقطرين متساويان

∴ الشكل أبحء مربع

∵ م. المربع = (طول الضلع)^٢ = $(٣)^٢ = ٩$ وحدة مربعة

أ، م. المربع = نصف مربع طول قطره = $\frac{١}{٢}$ $(\sqrt{١٨})^٢ = ٩$ وحدة مربعة

Math Show

واجبات الدرس الأول

المجموعة ①

أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

١ البُعد بين النقطة $(\sqrt{٣}، ١)$ عن نقطة الأصل هو .....

أ ١٦ ب ٩ جـ ٢ د ٤

٢ بُعد النقطة $(٣، ٥)$ عن محور السينات = ...

أ ٣ ب ٥ جـ $\sqrt{٣}$ د $\sqrt{٥}$

٣ بُعد النقطة $(-٢، -٧)$ عن محور الصادات = ...

أ ٢ ب ٧ جـ $\sqrt{٢}$ د $\sqrt{٧}$

٤ بُعد النقطة $(٣، ٢)$ عن س = ١ يساوي .....

أ ١ ب ٢ جـ ٣ د ٤

٥ بُعد النقطة $(٤، ٥)$ عن ص = ٢ يساوي .....

أ ٢ ب ٣ جـ ٤ د ٥

٦ دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٢ وحدة أي النقط تنتمي للدائرة .....

أ $(٢، ١)$ ب $(-٢، ١)$ جـ $(\sqrt{٣}، ١)$ د $(\sqrt{٢}، ١)$

المجموعة ②

① إذا كان بُعد النقطة $(أ، ٥)$ عن $(٦، ١)$ يساوي $٢\sqrt{٥}$ أحسب قيمة أ

② إذا كان $أ(٢، س)$ ، $ب(٣، -١)$ وكانت $أب = \sqrt{١٧}$ وحدة طول أحسب قيمة س

③ إذا كان البُعد بين $(ك، ٧)$ ، $(-٢، ٣)$ يساوي ٥ أحسب قيمة ك

④ إذا كان البُعد بين $(ك، ٢)$ ، $(٢ك + ١، -١)$ يساوي ٥ أحسب قيمة ك

⑤ إذا كانت النقطة $(س، ١)$ على بُعدين متساويين من النقطتين $أ(٤، ٢)$ ، $ب(٣، ٣)$

أحسب قيمة س

Math Show

المجموعة ٣

١ إذا كان: أ(٣،٤) ، ب (٢،٣) ، حـ (١،٢) أثبت أن: النقط أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة

٢ إذا كان: أ(٤،٣) ، ب (١،١) ، حـ (-٥،-٣) أثبت أن: النقط أ، ب، حـ على استقامة واحدة

٣ إذا كان: أ(٢،١) ، ب (٣،-٢) ، حـ (١،ك) على استقامة واحدة: أب = أحـ أوجد: ك

٤ إذا كان: أ(٠،٣) ، ب (٦،ك) ، حـ (٣،٤) على استقامة واحدة: أحـ = ب حـ أوجد: ك

٥ إذا كان: أ(١،-١) ، ب (٣،١) ، حـ (٤،٥) أثبت أن: النقط أ، ب، حـ ليست على استقامة واحدة

المجموعة ٤

١ أثبت أن: Δ أب حـ متساوي الساقين حيث : أ(٤،-٢) ، ب (-١،-٦) ، حـ (-١،٢)

٢ أثبت أن: Δ أب حـ متساوي الساقين حيث : أ(٣،١) ، ب (١،-١) ، حـ (-١،٣)

٣ ما نوع Δ أب حـ بالنسبة لأضلاعه: أ(١،٢) ، ب (-٣،-٢) ، حـ (-٤،٣)

٤ ما نوع Δ أب حـ بالنسبة لأضلاعه: أ(٢،٥) ، ب (-١،١) ، حـ (-٤،٥)

٥ ما نوع Δ س ص ع بالنسبة لأضلاعه: س(٢،٥) ، ص (-٤،٣) ، ع (١٠،٥)

المجموعة ٥

١ أثبت أن: Δ أب حـ قائم الزاوية : أ(١،٤) ، ب (-١،-٢) ، حـ (٢،-٣) ثم أوجد مساحته

٢ أثبت أن: Δ أب حـ قائم الزاوية : أ(-٢،٤) ، ب (-٥،-٣) ، حـ (٠،٢) ثم أوجد مساحته

٣ ما نوع Δ أب حـ بالنسبة لزواياه : أ(١،٤) ، ب (-١،-٢) ، حـ (٢،-٣) ثم أوجد مساحته

٤ ما نوع Δ أب حـ بالنسبة لزواياه : أ(١،٤) ، ب (٤،٨) ، حـ (٥،١) ثم أوجد مساحته

٥ إذا كان : أ(٥،-٥) ، ب (-١،٣) ، حـ (١٥،١٥) حدد نوع المثلث بالنسبة لزواياه ثم أوجد مساحته

المجموعة ٦

١ الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وتمر بالنقطة (٣ ، −٤) .أوجد: طول قطرها.

٢ أثبت أن: النقط أ(٣ ، −١) ، ب(−٤،٦) ، حـ(٠ ، ٤) تقع على دائرة واحدة مركزها م(−٢،١) أوجد: محيط الدائرة

٣ أثبت أن: النقط أ(٤ ، −١) ، ب(−٣،٦) ، حـ(٣ ، −٢) تقع على دائرة واحدة مركزها م(٠،٢)

٤ أثبت أن: النقط أ(٣ ، −١) ، ب(−٤،٦) ، حـ(٢ ، −٢) الواقعة في مستوى احداثي متعامد تمر بها دائرة مركزها النقطة م(−١،٢) . ثم أوجد محيط الدائرة

٥ أثبت أن: النقط أ(٢،٥) ، ب(٢،−١)، حـ(٤ ، −١) تقع على دائرة مركزها م(−١،٢) .
ثم أوجد: ١ طول قطرها ٢ محيطها ٣ مساحتها

المجموعة ٧

١ أثبت أن: النقط أ(−٢،٤)، ب(٥، −٣)، حـ(٧،١)، ء(٠،٨) هي رؤوس متوازي أضلاع

٢ أثبت أن: النقط أ(٥،١)، ب(١،٥)، حـ(−١،٣)، ء(٣ ، −١) هي رؤوس مستطيل

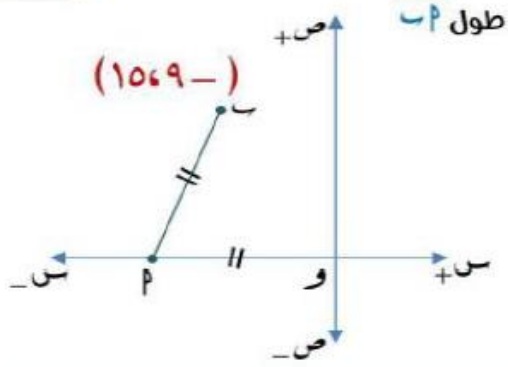
٣ أثبت أن: النقط أ(٥،٣)، ب(−٢،٦)، حـ(١ ، −١)، ء(٠،٤) هي رؤوس معين

٤ أثبت أن: النقط أ(٣،٢)، ب(−١،٠)، حـ(−٣،٢)، ء(٠،٥) هي رؤوس مربع

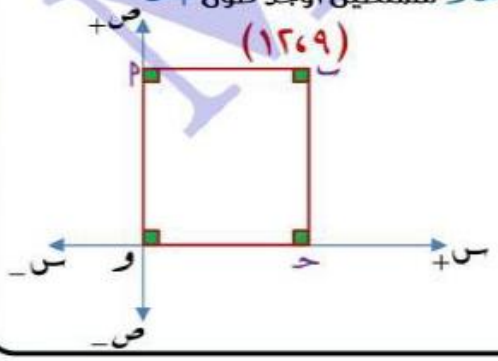
٥ على مستوى احداثي متعامد مثل النقط : أ(−٣،−٢)، ب(٥،٢)، حـ(٣،٦)، ء(−١،٤)
أرسم الشكل أ ب حـ ء ثم تحقق أنه شبه منحرف

فرفشة

١ أوجد طول $\overline{أب}$



٢ أ ب حـ ء مستطيل أوجد طول $\overline{أحـ}$

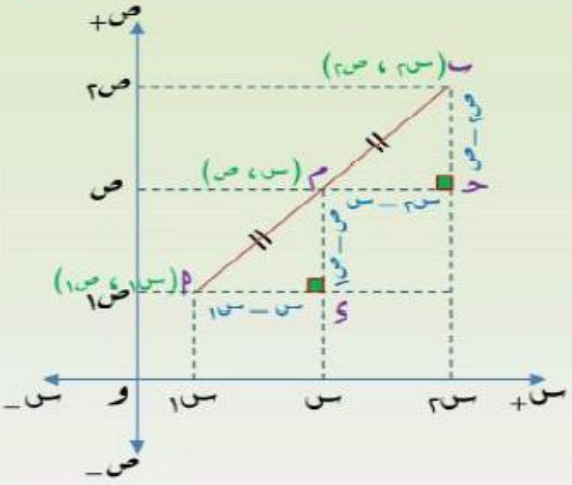


٢ احداثيا منتصف قطعة مستقيمة

تمهيد

إذا كان $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة حيث:

أ $(س_١ ، ص_١)$ ، ب $(س_٢ ، ص_٢)$ ، م $(س ، ص)$



$\triangle أ ك م \equiv \triangle م ح ب$

$ك أ = ح م$ ، $ك م = ح ب$

$س - س_١ = س_٢ - س$ ، $ص - ص_١ = ص_٢ - ص$

$س + س = س_١ + س_٢$ ، $ص + ص = ص_١ + ص_٢$

$س = \frac{س_١ + س_٢}{٢}$ ، $ص = \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}$

∴ م منتصف $\overline{أب} = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$

احداثي منتصف $\overline{أب} = \left(\frac{\text{مجموع السينات}}{٢} ، \frac{\text{مجموع الصادات}}{٢} \right)$

المجموعة ①

أوجد احداثي نقطة م منتصف $\overline{أب}$ حيث:

١ أ $(٢ ، ٤)$ ، ب $(٦ ، ١٠)$

الحل م $= \left(\frac{\text{مجموع السينات}}{٢} ، \frac{\text{مجموع الصادات}}{٢} \right)$

م $= \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$

م $= \left(\frac{٢ + ٦}{٢} ، \frac{٤ + ١٠}{٢} \right)$

∴ م $= (٤ ، ٧)$

٢ أ $(٢ ، -٤)$ ، ب $(-٢ ، -٢)$

الحل م $= \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$

م $= \left(\frac{٢ + (-٢)}{٢} ، \frac{(-٤) + (-٢)}{٢} \right)$

م $= \left(\frac{\text{صفر}}{٢} ، \frac{(-٦)}{٢} \right)$

∴ م $= (\text{صفر} ، -٣)$

المجموعة ②

١ إذا كانت النقطة م منتصف $\overline{أب}$ حيث: م $(٣ ، ٥)$ ، أ $(س ، ٥)$ ، ب $(-٤ ، ص)$ أوجد قيمة: س ، ص

الحل م = منتصف $\overline{س ص}$ ⇐ م $= \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$

$(٣ ، ٥) = \left(\frac{س - ٤}{٢} ، \frac{ص + ٥}{٢} \right)$

$\frac{٣}{١} = \frac{س - ٤}{٢}$

$س - ٤ = ٦$

$س = ٦ + ٤$ ∴ س = ١٠

$\frac{٥}{١} = \frac{ص + ٥}{٢}$

$ص + ٥ = ١٠$

$ص = ١٠ - ٥$ ∴ ص = ٥

المسقط الأول = المسقط الثاني ⇐ المسقط الثاني = المسقط الأول

٢ إذا كانت النقطة م منتصف $\overline{س ص}$ حيث: م(٤، ٦)، ص(٦، ٨) أوجد احداثي نقطة: س (س١، ص١)

الحل م = منتصف $\overline{س ص}$ ⇐ م = $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢}, \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$

$(٤، ٦) = \left(\frac{س_١ + ٦}{٢}, \frac{ص_١ + ٨}{٢}\right)$

$\frac{٤}{١} = \frac{س_١ + ٦}{٢}$ ، $\frac{٦}{١} = \frac{ص_١ + ٨}{٢}$

$س_١ + ٦ = ٨$ ، $ص_١ + ٨ = ١٢$

$س_١ = ٨ - ٦$ ∴ $س_١ = ٢$ ، $ص_١ = ١٢ - ٨$ ∴ $ص_١ = ٤$

∴ س = (٢، ٤)

حل آخر: م منتصف $\overline{س ص}$

نقطة البداية = ٢ الأوسط − نقطة النهاية

$(س_١، ص_١) = ٢(٦، ٤) - (٨، ٦)$

$(س_١، ص_١) = (١٢، ٨) - (٨، ٦)$

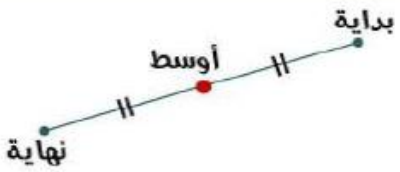
$(س_١، ص_١) = (٨ - ١٢، ٦ - ٨)$

$(س_١، ص_١) = (٢، ٤)$

∴ $س_١ = ٢$ ∴ $ص_١ = ٤$

فرفشة

- نقطة البداية = ٢ الأوسط − نقطة النهاية
- نقطة النهاية = ٢ الأوسط − نقطة البداية
- الوسط = $\frac{١}{٢}$ (مجموع السينات ، $\frac{١}{٢}$ مجموع الصادات)



قاعدة

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان القطران ينصف كلاً منهما الآخر.

المجموعة ③

إذا كانت ﻫ ب حـ ء هي رؤوس متوازي أضلاع حيث: ﻫ(٢، ١)، ب (−٣، ٥)، حـ (−٢، ٧)

، ء (س، ص) أوجد احدائي: م ، ء حيث م نقطة تقاطع قطريه

الحل ∵ ﻫ ب حـ ء متوازي أضلاع ، م نقطة تقاطع قطريه

∴ م منتصف $\overline{ﻫ حـ}$

∴ م = $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢}, \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$

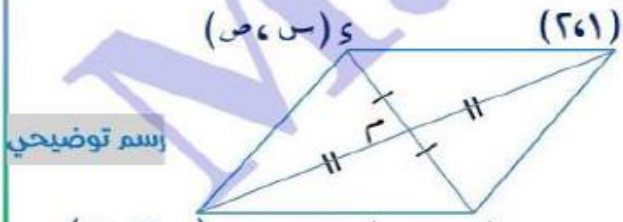
م = $\left(\frac{١ + (-٢)}{٢}, \frac{٢ + ٧}{٢}\right)$

م = $\left(\frac{-١}{٢}, \frac{٩}{٢}\right)$

∵ م منتصف $\overline{ب ء}$

النهاية = ٢ الأوسط − البداية

ء (س، ص) = ٢ $\left(\frac{-١}{٢}, \frac{٩}{٢}\right)$ − (−٣، ٥)



ء (س، ص) = (−١، ٩) − (−٣، ٥)

ء (س، ص) = (−١ + ٣، ٩ − ٥)

ء (س، ص) = (٢، ٤)

∴ ء = (٢، ٤)

المجموعة ٤

إذا كانت: أ(٠،٦) ، ب(٢، −٤) ، حـ(−٤، ٢) [١] أثبت أن: Δ أبحـ قائم في ب

[٢] أوجد احداثي النقطة ء التي تجعل الشكل أبحـ ء مستطيل

الحل

$أب = \sqrt{(٢-٦)^٢ + (٠+٤)^٢} = \sqrt{٤^٢ + ٤^٢} = \sqrt{١٦+١٦} = \sqrt{٣٢}$

$(أب)^٢ = (\sqrt{٣٢})^٢ = ٣٢$ ⇐ [١]

$ب حـ = \sqrt{(٤+٢)^٢ + (٢+٤)^٢} = \sqrt{٦^٢ + ٦^٢} = \sqrt{٣٦+٣٦} = \sqrt{٧٢}$

$(ب حـ)^٢ = (\sqrt{٧٢})^٢ = ٧٢$ ⇐ [٢]

$أحـ = \sqrt{(٤+٦)^٢ + (٢-٠)^٢} = \sqrt{١٠^٢ + ٢^٢} = \sqrt{١٠٠+٤} = \sqrt{١٠٤}$

$(أحـ)^٢ = (\sqrt{١٠٤})^٢ = ١٠٤$ ⇐ [٣]

من [١] ، [٢] ، [٣] : .....

∵ $(أحـ)^٢ = (أب)^٢ + (ب حـ)^٢$ ∴ Δ أبحـ قائم في ب

م منتصف $\overline{أحـ} = \left(\frac{٦+(-٤)}{٢} ، \frac{٠+٢}{٢}\right) = (١،١)$

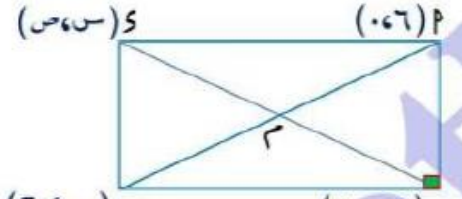
∵ م منتصف $\overline{ب ء}$ ∴ ء = ضعف م − ب

ء = ٢(١،١) − (٢، −٤)

ء = (٢،٢) − (٢، −٤)

ء = (٢−٢، ٢+٤)

ء = (صفر ، ٦)



رسم توضيحي

المجموعة ٥

إذا كانت: أ(١، −٣) ، ب(٦، ١) ، حـ(١، ٥) أثبت أن: Δ أبحـ متساوي الساقين

ثم أوجد [١] ء منتصف $\overline{أحـ}$ [٢] مساحة Δ أبحـ

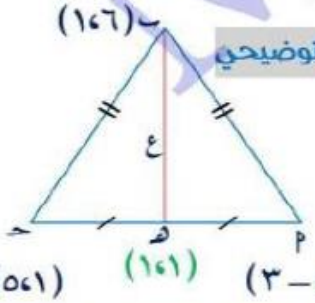
الحل

$أب = \sqrt{(١-٦)^٢ + (-٣-١)^٢} = \sqrt{٥^٢ + ٤^٢} = \sqrt{٢٥+١٦} = \sqrt{٤١}$

$ب حـ = \sqrt{(٦-١)^٢ + (١-٥)^٢} = \sqrt{٥^٢ + ٤^٢} = \sqrt{٢٥+١٦} = \sqrt{٤١}$

$أحـ = \sqrt{(١-١)^٢ + (-٣-٥)^٢} = \sqrt{٠^٢ + ٨^٢} = \sqrt{٠+٦٤} = ٨$

∴ أب = ب حـ ∴ Δ أبحـ متساوي الساقين .....نستكمل الإجابة في الصفحة التالية.



رسم توضيحي

هـ = منتصف $\overline{أ حـ}$ ⇐ هـ = $\left(\frac{١+١}{٢}، \frac{٥+(-٣)}{٢}\right)$ = (١، ١)

$\overline{ب هـ} \perp \overline{أ حـ}$

ب هـ = ع = $\sqrt{(٦-١)^٢+(١-١)^٢}$ = $\sqrt{٢٥+٠}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدة طول

م(Δ أ ب حـ) = $\frac{١}{٢}$ × و ، × ع = $\frac{١}{٢}$ × أ حـ × ب هـ

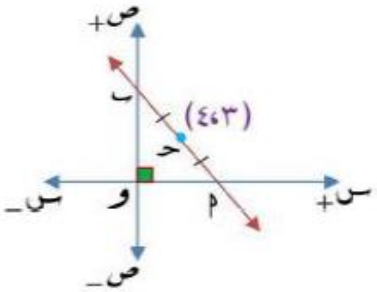
= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٥ = ٢٠ وحدة مربعة

م(Δ) = $\frac{١}{٢}$ × مجموع أطوال أضلاعه × ع

المجموعة ٦

في الشكل المقابل: حـ منتصف $\overline{أ ب}$: و نقطة الأصل ، أ ∈ س ، ب ∈ ص ، حـ (٤، ٣)

أوجد: [١] محيط Δ أ و ب [٢] مساحة Δ أ و ب



الحل

أ ∈ س ⇐ أ(س، ٠) ، ب ∈ ص ⇐ ب(٠، ص)

حـ = منتصف $\overline{أ ب}$

(٤، ٣) = $\left(\frac{س+٠}{٢}، \frac{ص+٠}{٢}\right)$

$\frac{س}{٢} = \frac{٣}{١}$ ⇐ س = ٦ ∴ أ = (٦، ٠)

$\frac{ص}{٢} = \frac{٤}{١}$ ⇐ ص = ٨ ∴ ب = (٠، ٨)

Δ أ و ب قائم فى و (من فيثاغورث)

(أ ب)^٢ = (أ و)^٢ + (ب و)^٢

(أ ب)^٢ = (٦)^٢ + (٨)^٢

(أ ب)^٢ = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

أ ب = $\sqrt{١٠٠}$ ∴ أ ب = ١٠ وحدة طول

محيط Δ أ و ب = ٦ + ٨ + ١٠ = ٢٤ وحدة طول

مساحة Δ أ و ب = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٨ = ٢٤ وحدة مربعة

Math Show

واجبات الدرس الثاني

المجموعة ①

أوجد احداثي منتصف $\overline{أب}$ في كل حالة:

١ أ(٤، ١) ، ب(٦، ٥)
٢ أ(٤، ٣) ، ب(٢، ٧)
٣ أ(٠، ٤) ، ب(-٤، ٤)
٤ أ(-٤، ٤) ، ب(٠، -٢)
٥ أ(٢، -٦) ، ب(-٤، -٤)
٦ أ(٧، -١) ، ب(٥، -٤)

المجموعة ②

إذا كانت: م منتصف $\overline{أب}$ أوجد قيم س ، ص في كل مما يأتي:

١ أ(س، -٤) ، ب(٣، ص) حيث: م(٤، ١)
٢ أ(س، ٦) ، ب(١، ص) حيث: م(-٢، -٣)
٣ أ(س، -١) ، ب(-٤، ص) حيث: م(٥، -٤)
٤ أ(س، ٠) ، ب(٥، ص) حيث: م(-٣، -٣)
٥ أ(س، -٤) ، ب(-٤، ص) حيث: م(٠، ٠)

ن.المجموعة ②

١ إذا كانت: م منتصف $\overline{سص}$ حيث: م(٢، ٣) ، ص(٤، ٦) أوجد احداثي نقطة س
٢ إذا كانت: م منتصف $\overline{سص}$ حيث: م(-٣، ١) ، س(-٢، ٥) أوجد احداثي نقطة ص
٣ إذا كانت: حـ(٦، -٣) هي منتصف $\overline{أب}$ حيث أ(٥، -٣) أوجد احداثي نقطة ب

المجموعة ③

١ أثبت أن النقط: أ(٣، -٢) ، ب(-٥، ٠) ، حـ(١، -٧) ، ء(٩، -٩)
هي رؤوس متوازي أضلاع.

٢ إذا كان: أ(٣، ٣) ، ب(٢، ٠) ، حـ(-١، -١) ، ء(س، ص) رؤوس متوازي أضلاع.
أوجد احداثي نقطة تقاطع القطرين م واحداثي نقطة ء.

٣ إذا كان: أ(٥، ٣) ، ب(٤، -٢) ، حـ(-١، -٣) ، ء(س، ص) رؤوس متوازي أضلاع.
أوجد احداثي م ، ء حيث: م نقطة تقاطع القطرين.

Math Show

المجموعة ٤، ٥

١ إذا كانت: أ(٥، ١)، ب(١، −٣)، حـ(−٥، ٣) [١] أثبت أن: Δ أ ب حـ قائم في ب

[٢] أوجد احداثي النقطة ء التي تجعل الشكل أ ب حـ ء مستطيل

٢ إذا كانت النقط: أ(٣، ٢)، ب(٤، −٣)، حـ(−١، −٢)، ء(−٢، ٣) هي رؤوس معين.

[١] أوجد احداثي نقطة تقاطع القطرين

[٢] أوجد مساحة المعين أ ب حـ ء

٣ أثبت أن: أ(−٣، ٠)، ب(٣، ٤)، حـ(١، −٦) هي رؤوس Δ متساوي الساقين،
إذا كانت ء منتصف $\overline{ب حـ}$، أحسب مساحة Δ أ ب حـ

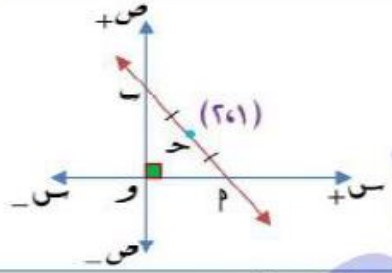
٤ أثبت أن: أ(٥، ٣)، ب(٣، −٢)، حـ(−٢، −٤) هي رؤوس Δ منفرج الزاوية في ب،
ثم أوجد احداثي النقطة ء التي تجعل الشكل أ ب حـ ء معين

٥ أ ب حـ ء متوازي أضلاع: أ(٣، ٤)، ب(٢، −١)، حـ(−٤، −٣)
أوجد احداثي النقطة ء، د ∈ $\overleftarrow{أ ء}$ حيث: أ د = ٢ أ ء، أوجد احداثي النقطة د

المجموعة ٦

١ **في الشكل المقابل:** حـ منتصف $\overline{أ ب}$: و نقطة الأصل

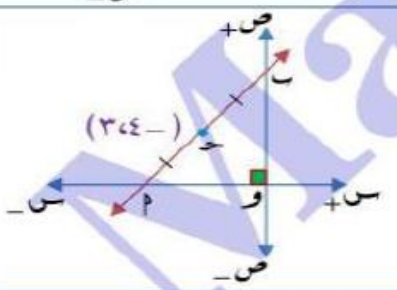
أ ∈ س، ب ∈ ص، حـ(١، ٢)



أوجد: [١] محيط Δ أ و ب [٢] مساحة Δ أ و ب

٢ **في الشكل المقابل:** حـ منتصف $\overline{أ ب}$: و نقطة الأصل

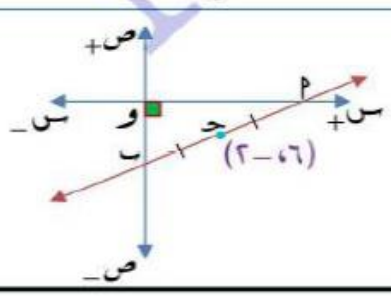
أ ∈ س، ب ∈ ص، حـ(−٣، ٤)



أوجد: [١] طول $\overline{أ ب}$ [٢] مساحة Δ أ و ب

٣ **في الشكل المقابل:** حـ منتصف $\overline{أ ب}$: و نقطة الأصل

أ ∈ س، ب ∈ ص، حـ(−٣، ٤)



أوجد: [١] طول $\overline{أ ب}$ [٢] مساحة Δ أ و ب

Math Show

تمارين كتاب الطالب

(١) في كل حالة من الحالتَين الآتيتَين، احسب طول كل ضلع من أضلاع المثلث د ل ر، ثم استخدم إجاباتك لتحدّد ما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا

(أ) د(-٤، ٦)، ل(٦، ١)، ر(٢، ٩)

الحل

طول دل = $\sqrt{(٦-(-٤))^{٢}+(١-٦)^{٢}}$

$= \sqrt{(١٠)^{٢}+(-٥)^{٢}}$

$= \sqrt{١٠٠+٢٥}$

$= \sqrt{١٢٥}$

طول ل ر = $\sqrt{(٦-٢)^{٢}+(١-٩)^{٢}}$

$= \sqrt{(٤)^{٢}+(-٨)^{٢}}$

$= \sqrt{١٦+٦٤}$

$= \sqrt{٨٠}$

طول د ر = $\sqrt{(-٤-٢)^{٢}+(٦-٩)^{٢}}$

$= \sqrt{(-٦)^{٢}+(-٣)^{٢}}$

$= \sqrt{٣٦+٩}$

$= \sqrt{٤٥}$

حتى يكون المثلث قائم الزاوية يجب أن يكون مربع طول الضلع الأكبر = مجموع مربعات الضلعان الآخران.

$(\text{دل})^{٢} = ١٢٥$

$(\text{ل ر})^{٢} + (\text{در})^{٢} = ٨٠ + ٤٥ = ١٢٥$

∴ المثلث د ل ر قائم الزاوية

(أ) د(-٥، ٢)، ل(٩، ٣)، ر(-٢، ٨)

الحل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(٢) إذا علمت أن رؤوس المثلث هي د(١، ٦) ل(-٢، ١) ر(٣، -٢) فبين أن المثلث د ل ر قائم الزاوية ومتطابق الضلعين. ثم احسب مساحته

الحل

طول الضلع دل	طول الضلع ل ر	طول الضلع د ر
$= \sqrt{(-٢-١)^{٢} + (٦-١)^{٢}}$	$= \sqrt{(-٢-٣)^{٢} + (٢+١)^{٢}}$	$= \sqrt{(٣-١)^{٢} + (٦-٢-)^{٢}}$
$= \sqrt{(-٣)^{٢} + (-٥)^{٢}}$	$= \sqrt{(-٥)^{٢} + (٣)^{٢}}$	$= \sqrt{(٢)^{٢} + (-٨)^{٢}}$
$= \sqrt{٣٤}$	$= \sqrt{٣٤}$	$= \sqrt{٦٨}$

∴ دل = ل ر ∴ المثلث د ل ر متطابق الضلعين

$(\text{در})^{٢} = ٦٨$

$(\text{د ل})^{٢} + (\text{ل ر})^{٢} = ٣٤ + ٣٤ = ٦٨$

∴ المثلث د ل ر قائم الزاوية

في المثلث قائم الزاوية يكون ارتفاع المثلث وقاعدته هما ضلعي القائمة

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × طول القاعدة × الارتفاع

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢} \times \sqrt{٣٤} \times \sqrt{٣٤}$

$= \frac{١}{٢} \times ٣٤ = ١٧$ وحدة مربعة

Math Show

(٣) إذا علمت أن المسافة بين النقطتَين د(أ، -١) ل (-٥، أ) تساوي ٤ $\sqrt{٥}$ أوجد القيمتين الممكنتين لـ أ

الحل

دل = $\sqrt{(أ+٥)^{٢} + (-١-أ)^{٢}}$ = ٤ $\sqrt{٥}$

بتربيع الطرفين

$(أ+٥)^{٢} + (-١-أ)^{٢} = ٨٠$

$أ^{٢} + ١٠أ + ٢٥ + ١ + ٢أ + أ^{٢} = ٨٠$ بتجميع الحدود المتشابهة

$٢أ^{٢} + ١٢أ + ٢٦ - ٨٠ = ٠$

$٢أ^{٢} + ١٢أ - ٥٤ = ٠$ بالقسمة على ٢

$أ^{٢} + ٦أ - ٢٧ = ٠$

$(أ+٩)(أ-٣) = ٠$

أ = -٩ أ = ٣

---

(٤) إذا علمت أن المسافة بين النقطتَين د(-٣، -٢) ل(ب، ٢ب) هي ١٠ أوجد القيمتين الممكنتين لـ أ

الحل

$\sqrt{(ب+٣)^{٢} + (٢ب+٢)^{٢}}$ = ١٠

بتربيع الطرفين

$(ب+٣)^{٢} + (٢ب+٢)^{٢} = ١٠$

$ب^{٢} + ٦ب + ٩ + ٤ب^{٢} + ٤ + ٨ب = ١٠٠$ بتجميع الحدود المتشابهة

$٥ب^{٢} + ١٤ب + ١٣ - ١٠٠ = ٠$

$٥ب^{٢} + ١٤ب - ٨٧ = ٠$

$(٥ب+٢٩)(ب-٣) = ٠$

ب = $\frac{-٢٩}{٥}$ ب = ٣

(٥) النقطة (-٢، -٣) هي منتصف القطعة المستقيمة التي تصل بين د(-٦، -٥) ، ل(أ،ب) أوجد قيميتي أ،ب

الحل

التعويض مباشرة في صيغة احداثي نقطة المنتصف

الاحداثي السيني	الاحداثي الصادي
$\frac{-٦+أ}{٢}$ = -٢	$\frac{-٥+ب}{٢}$ = -٣
-٦ + أ = ٢×(-٢)	-٥ + ب= ٢×(-٣)
-٦ + أ =-٤	-٥ +ب =-٦
أ = -٤ + ٦ = ٢	ب= -٦ + ٥ = -١

---

(٦) متوازي أضلاع أ ب ج د، احداثيات رؤوسه أ(-٧، ٣)، ب(-٣، -١١)، ج(٣، -٥) أوجد:

- إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة أج
- احداثيات الرأس د
- طول كل من القطرين: أج ، ب د

الحل

إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة أج = $(\frac{-٧+٣}{٢}، \frac{٣-٥}{٢})$ = (-٢، -١)

∴ إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة ب د =(-٢، -١)

لإيجاد احداثيات الرأس د التعويض مباشرة في صيغة احداثي نقطة المنتصف

الاحداثي السيني	الاحداثي الصادي
$\frac{-٣+س}{٢}$ = -٢	$\frac{-١١+ص}{٢}$ = -١
-٣ + س= ٢×(-٢)	-١١ + ص= ٢×(-١)
-٣ +س =-٤	-١١ +ص =-٢
س = -٤ + ٣ = -١	ص= -٢ + ١١ = ٩

احداثيات نقطة الرأس د (-١، ٩)

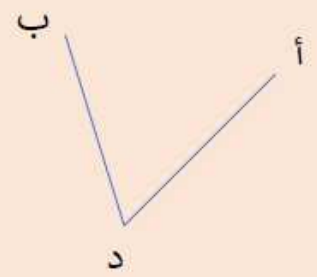
طول أج =	طول ب د=
$\sqrt{(-٧-٣)^{٢}+(٣+٥)^{٢}}$	$\sqrt{(-٣+١)^{٢}+(-١١-٩)^{٢}}$
$\sqrt{١٠٠+٦٤}$ = $\sqrt{١٦٤}$	= $\sqrt{٤+٤٠٠}$ = $\sqrt{٤٠٤}$

(٧) تقع النقطة د(ك، ٢ك) على مسافة واحدة من النقطتين أ (٨، ١١) ، ب (١، ١٢) أوجد قيمة ك

الحل

المقصود بعبارة على مسافة واحدة من النقطتين

لا يشترط أن تقع د في منتصف القطعة المستقيمة أب



المسافة أد = المسافة ب د

$$\sqrt{(-8-ك)^2+(11-2ك)^2} = \sqrt{(-1-ك)^2+(12-2ك)^2}$$

بتربيع الطرفين

$$(-8-ك)^2+(-11-2ك)^2 = (-1-ك)^2+(-12-2ك)^2$$

$$64+ك^2-16ك+121+4ك^2-44ك = 1+ك^2-2ك+144+4ك^2-48ك$$

بحذف الحدود المتساوية في كلا الطرفين

$$185-60ك = 145-50ك$$

$$-60ك+50ك = 145-185$$

$$-10ك = -40$$ بالقسمة على (-١٠)

ك = ٤

---

(٨) المثلث أ ب ج احداثيات رؤوسه أ(-٦، ٣)، ب(٣، ٥)، ج(١، -٤) بين ان المثلث أ ب ج متطابق الضلعين، وأوجد مساحته.

الحل

طول الضلع أب	طول الضلع ب ج	طول الضلع أ ج
$= \sqrt{(-6-3)^2+(3-5)^2}$	$= \sqrt{(3-1)^2+(5+4)^2}$	$= \sqrt{(-6-1)^2+(3+4)^2}$
$= \sqrt{(-9)^2+(-2)^2}$	$= \sqrt{(-2)^2+(9)^2}$	$= \sqrt{(-7)^2+(7)^2}$
$= \sqrt{85}$	$= \sqrt{85}$	$= \sqrt{98}$

∴ المثلث أ ب ج متطابق الضلعين

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع

في المثلث المتطابق الضلعين تكون القاعدة هي الضلع المختلف في الطول (أ ج) والارتفاع هو العمود الساقط من الراس ب الى منتصف القاعدة أ ج

النقطة د منتصف أ ج = $(\frac{-6+1}{2}, \frac{3-4}{2}) = (\frac{-5}{2}, \frac{-1}{2})$

طول ب د = $\sqrt{(3+\frac{5}{2})^2+(5+\frac{1}{2})^2} = \sqrt{\frac{121}{2}}$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times \sqrt{98} \times \sqrt{\frac{121}{2}} = 38,5$ وحدة مربعة

(٩) المثلث أ ب ج احداثيات رؤوسه أ(-٧، ٨)، ب(٣، ك)، ج(٨، ٥) اوجد قيمة ك إذا علمت أن

طول أ ب = ٢ × طول ب ج

الحل

∵ طول أ ب = ٢ × طول ب ج

∴ $\sqrt{(-٧-٣)^{٢}+(٨-ك)^{٢}} = ٢ \times \sqrt{(٣-٨)^{٢}+(ك-٥)^{٢}}$

بتربيع الطرفين

$(-١٠)^{٢} + (٨-ك)^{٢} = ٤ [(-٥)^{٢} + (ك-٥)^{٢}]$

$١٠٠ + ٦٤ + ك^{٢} - ١٦ك = ٤[٢٥ + ك^{٢} - ١٠ ك]$

$١٦٤ + ك^{٢} - ١٦ك = ٤[٥٠ + ك^{٢} - ١٠ ك]$

$١٦٤ + ك^{٢} - ١٦ك = ٢٠٠ + ٤ ك^{٢} - ٤٠ ك$

$٤ ك^{٢} - ك^{٢} - ٤٠ ك + ١٦ ك + ٢٠٠ - ١٦٤ = ٠$

$٣ ك^{٢} - ٢٤ ك + ٣٦ = ٠$ بالقسمة على ٣

$ك^{٢} - ٨ك + ١٢ = ٠$

$(ك - ٦)(ك - ٢) = ٠$

ك = ٦ ك = ٢

---

(١٠) يتقاطع المستقيم س+ص = ٤ والمنحنى ص = ٨- $\frac{٥}{س}$ في النقطتين أ، ب. أوجد احداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة أ ب

الحل

من معادلة الخط المستقيم: ص = ٤ – س (١)

بالتعويض عن قيمة ص في معادلة المنحنى

∴ ٤ – س = ٨ - $\frac{٥}{س}$ بالضرب × س

$٤س - س^{٢} = ٨س - ٥$

$س^{٢} + ٨س - ٤س - ٥ = ٠$

$س^{٢} + ٤س - ٥ = ٠$

$(س+٥)(س-١) = ٠$

$س = -٥$ $\quad$ $س = ١$

بالتعويض في المعادلة (١) للحصول على قيمة ص المناظرة لكل قيمة س في نقطتي التقاطع

عند س = -٥ $\quad$ ص = $٤-(-٥) = ٩$ $\quad$ النقطة أ = (-٥، ٩)

عند س = ١ $\quad$ ص = $٤-١ = ٣$ $\quad$ النقطة ب = (١، ٣)

نقطة منتصف أ ب = $\left(\frac{-٥+١}{٢}، \frac{٩+٣}{٢}\right) = (-٢، ٦)$

---

(١١) يتقاطع المستقيم ص = س-٣ والمنحنى $ص^{٢} = ٤س$ في النقطتين أ،ب

- أوجِد إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة أ ب
- أوجِد طول القطعة المستقيمة أ ب

الحل

بالتعويض عن قيمة ص = س-٣ في معادلة المنحنى

$(س-٣)^{٢} = ٤س$

$س^{٢} + ٩ - ٦س = ٤س$

$س^{٢} - ١٠ س + ٩ = ٠$

$(س-١)(س-٩) = ٠$

$س = ١$ $\quad$ $س = ٩$

بالتعويض في المعادلة (١) للحصول على قيمة ص المناظرة لكل قيمة س في نقطتي التقاطع

عند س = -٥ $\quad$ ص = $٤-(-٥) = ٩$ $\quad$ النقطة أ = (-٥، ٩)

عند س = ١ $\quad$ ص = $٤-١ = ٣$ $\quad$ النقطة ب = (١، ٣)

نقطة منتصف أ ب = $\left(\frac{١+٩}{٢}، \frac{-٦-٢}{٢}\right) = (٥، ٢)$

طول أب = $\sqrt{(٩-١)^{٢} + (٦+٢)^{٢}} = \sqrt{٦٤ + ٦٤} = \sqrt{١٢٨}$

(١٢) في المثلث أ ب ج احداثيات نقط منتصف الأضلاع أب، ب ج، أ ج هي : (١، ٤)، (٢، ٠)، (-٤، ١) على الترتيب. أوجد احداثيات الرؤوس أ، ب، ج

الحل

نفرض أن النقطة أ (س١، ص١)، ب (س٢، ص٢)، ج (س٣، ص٣)

احداثيات منتصف أ ب	احداثيات منتصف ب ج	احداثيات منتصف أ ج
$\frac{س_1+س_2}{2}$ = ١	$\frac{س_2+س_3}{2}$ = ٢	$\frac{س_1+س_3}{2}$ = -٤
س١ + س٢ = ٢ (١)	س٢ + س٣ = ٤ (٢)	س١ + س٣ = -٨ (٣)
$\frac{ص_1+ص_2}{2}$ = ٤	$\frac{ص_2+ص_3}{2}$ = ٠	$\frac{ص_1+ص_3}{2}$ = ١
ص١ + ص٢ = ٨ (٤)	ص٢ + ص٣ = ٠ (٥)	ص١ + ص٣ = ٢ (٦)

بطرح المعادلة (٢) من المعادلة (٣)

س١ + س٣ - س٢ - س٣ = -٨ - ٤

س١ - س٢ = -١٢ (٧)

س١ + س٢ = ٢ بالجمع

٢س١ = -١٠

س١ = -٥

بالتعويض في المعادلة (٧)

-٥ - س٢ = -١٢

-س٢ = -١٢ + ٥ = -٧

س٢ = ٧

بالتعويض عن قيمة س٢ في المعادلة (٢)

٧ + س٣ = ٤

س٣ = -٣

بطرح المعادلة (٥) من المعادلة (٦)

ص١ + ص٣ - ص٢ - ص٣ = ٢ - ٠

ص١ - ص٢ = ٢ (٨)

ص١ + ص٢ = ٨ بالجمع

٢ص١ = ١٠

ص١ = ٥

بالتعويض في المعادلة (٨)

٥ - ص٢ = ٢

-ص٢ = ٢ - ٥ = -٣

ص٢ = ٣

بالتعويض عن قيمة ص٢ في المعادلة (٥)

٣ + ص٣ = ٠

ص٣ = -٣

∴رؤوس المثلث هي: أ (-٥، ٥)، ب (٧، ٣)، ج (-٣، -٣)