يتناول هذا الدرس طرق اجراء أكثر من تحويل هندسي على المنحنى ص = د(س)

تنقسم التحويلات الهندسة الى تحويلات رأسية وتحويلات أفقية

التحويلات الرأسية

التحويل	الصيغة الجبرية	الاجراء
انسحاب $\begin{pmatrix} 0 \\ أ \end{pmatrix}$	ص= د(س) + أ	إضافة أ بنفس الإشارة الى العبارة الجبرية للمنحنى
انعكاس حول محور س	ص= -د(س)	تغيير إشارات العبارة الجبرية للمنحنى
تمدد موازٍ لمحور الصادات معامله أ	ص= أ د(س)	ضرب أ في كل حدود العبارة الجبرية للمنحنى

التحويلات الأفقية

التحويل	الصيغة الجبرية	الاجراء
انسحاب $\begin{pmatrix} ب \\ 0 \end{pmatrix}$	ص= د(س -ب)	استبدال كل س بـ (س-ب) عكس إشارة الانعكاس
انعكاس حول محور ص	ص= د(-س)	استبدال كل س بـ (- س)
تمدد موازٍ لمحور السينات معامله $\frac{1}{أ}$	ص= د(أس)	استبدال س بـ (أس) مقلوب معامل التمدد

تركيب تحويلين هندسيين أحدهما رأسي والأخر افقي

عند تركيب تحويلَين هندسيَّين أحدهما أفقي والآخر رأسي، فإن ترتيب إجرائهما لا يؤثرّ على الناتج

مثال : إذا كان ص = س^{٢}، فأوجد صورة منحنى الدالّة ص = س^{٢} بعد كل تركيب من التحويلات الهندسيّة الآتية:

تمدّد رأسي معامله ٣ يتبعه انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix} ١ \\ ٠ \end{pmatrix}$		انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix} ١ \\ ٠ \end{pmatrix}$ يتبعه تمدّد رأسي معامله ٣	
ص= ٣س^{٢}	التمدد رأسي معامله ٣	ص= (س-١)^{٢}	انسحاب افقي وحدة لليمين
ص= ٣ (س-١)^{٢}	انسحاب افقي وحدة لليمين	ص= ٣ (س-١)^{٢}	التمدد رأسي معامله ٣

نلاحظ عدم تغير الناتج في حالة تركيب تحويلين أحدهما أفقي والآخر رأسي

عند تركيب تحويلَين هندسيَّين رأسيَّين أو أفقيَّين، فإن ترتيب إجرائهما قد يؤثّر على الناتج.

مثال: أوجد معادلة صورة منحنى الدالّة ص = س^{٢} بعد كل تركيب من التحويلات الهندسيّة الآتية، وارسم المنحنى الناتج في كل حالة:

تمدّد أفقي معامله ٢ يتبعه انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٥\\٠\end{pmatrix}$

ص= $\left(\frac{١}{٢}\text{س}\right)^{٢}$ = $\frac{١}{٤}$ س^{٢} — تمدد أفقي معامله ٢

ص= $\frac{١}{٤}$ (س-٥)^{٢} — انسحاب افقي ٥ وحدات لليمين

انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٥\\٠\end{pmatrix}$ يتبعه تمدّد أفقي معامله ٢

ص= (س-٥)^{٢} — انسحاب افقي ٥ وحدات لليمين

ص= $\left(\frac{١}{٢}\text{س}-٥\right)^{٢}$ — التمدد أفقي معامله ٢

أمثلة على تركيب تحويلين هندسيين

(١) إذا علمت أن د(س) = س^{٢}+١ فأوجد صورة ص = د(س) بعد كل تركيب من التحويلات الهندسيّة الآتية

انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٠\\-٥\end{pmatrix}$ يتبعه تمدّد موازٍ لمحور ص معامله ٢

ص= س^{٢}+١ -٥ — أضف (-٥)

ص= س^{٢}-٤ — انسحاب رأسي ٥ وحدات لأسفل

ص= ٢(س^{٢}-٤) — اضرب العبارة ×٢

ص= ٢ س^{٢}- ٨ — تمدد موازٍ لمحور ص معامله ٢

انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٢\\٠\end{pmatrix}$ ثم يتبعه انعكاس حول المحور السيني

ص= (س-٢)^{٢} +١ — انسحاب افقي وحدتين لليمين

ص= - (س-٢)^{٢} -١ — انعكاس حول محور س

(٢) انعكاس منحنى الدالة هـ(س) حول المحور الصادي، ثم اتباع بتمدد معامله ٢ موازياً للمحور الصادي

اكتب معادلة المنحنى الناتج

ص= هـ(س)

أولا اجراء انعكاس حول محور ص

ص= هـ(-س)

ثانياً اجراء تمدد موازٍ لمحور ص معامله ٢

ص = ٢ هـ(-س)

(٣) انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix} ٢ \\ -٣ \end{pmatrix}$ ثم انعكاس حول المحور السيني

اكتب معادلة المنحنى الناتج

ص= هـ(س)

أولا اجراء انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix} ٢ \\ -٣ \end{pmatrix}$

ص= هـ(س-٢) -٣

ثانياً اجراء انعكاس حول محور س

ص = - هـ(س-٢) +٣

قاعدة

- تتبع التحويلات الرأسية ترتيب العمليات الحسابية نفسه
- تتبع التحويلات الهندسيّة الأفقية الترتيب المعاكس لترتيب العمليات الحسابية

تطبيق التعلم

(٤) حدّد تركيب التحويلات الهندسيّة الذي يحوّل ص = د(س) إلى كل دالّة من الدوالّ الآتية

(أ) ص= $\frac{١}{٢}$د(س) + ٣ الحل تلاحظ تم تركيب تحويلين رأسيين تمدد وانسحاب يتبع تركيب التحويلات الرأسية ترتيب العمليات الحسابية ∴ التركيب هو : تمدد موازٍ لمحور الصادات معامله $\frac{١}{٢}$ يتبعه انسحاب بمتجه $\begin{pmatrix} ٠ \\ ٣ \end{pmatrix}$	(ب) ص= -د(س) +٢ الحل تلاحظ تم تركيب تحويلين رأسيين انعكاس حول محور س وانسحاب رأسي يتبع تركيب التحويلات الرأسية ترتيب العمليات الحسابية ∴ التركيب هو : انعكاس حول محور يتبعه انسحاب بمتجه $\begin{pmatrix} ٠ \\ ٢ \end{pmatrix}$

(ج) ص= د(٢س-٦)

الحل

تلاحظ تم تركيب تحويلين افقيين تمدد وانسحاب يتبع تركيب التحويلات الرأسية عكس ترتيب العمليات الحسابية

∴ التركيب هو : انسحاب بمتجه $\begin{pmatrix} ٦ \\ ٠ \end{pmatrix}$ يتبعه تمدد موازٍ لمحور السينات معامله $\frac{١}{٢}$

(د) ص= ٢د(س) -٤

الحل

تلاحظ تم تركيب تحويلين رأسيين تمدد وانسحاب يتبع تركيب التحويلات الرأسية ترتيب العمليات الحسابية

∴ التركيب هو : تمدد موازٍ لمحور الصادات معامله ٢ يتبعه انسحاب بمتجه $\begin{pmatrix} ٠ \\ -٤ \end{pmatrix}$

(٥) حدّد تركيب التحويلات الهندسيّة الذي يحوّل :

(أ) منحنى الدالة ص= س^{٣} الى منحنى الدالة ص= $\frac{١}{٢}$(س+٥)^{٣}

الحل

تلاحظ تم تركيب تحويلين أحدهما افقي(انسحاب ٥ وحدات لليسار) والأخر رأسي (تمدد معامله $\frac{١}{٢}$)

في هذه الحالة لا يختلف الناتج سواء اجري التحويل الرأسي أولاً أم الافقي

∴ التركيب هو : انسحاب بمتجه $\begin{pmatrix} -٥ \\ ٠ \end{pmatrix}$ يتبعه تمدد موازٍ لمحور الصادات معامله $\frac{١}{٢}$

(ب) منحنى الدالة ص= س^{٣} الى منحنى الدالة ص= - $\frac{١}{٢}$(س+١)^{٣} -٢

الحل

هناك عدة صور لإجراء هذا التركيب

أولاً : انسحاب افقي بمتجه $\begin{pmatrix} -١ \\ ٠ \end{pmatrix}$ يتبعه تمدد موازٍ لمحور ص معامله $\frac{١}{٢}$ يتبعه انعكاس حول محور س يتبعه انسحاب رأسي بمتجه $\begin{pmatrix} ٠ \\ -٢ \end{pmatrix}$

ثانياً ص= - $\frac{١}{٢}$ [(س+١)^{٣} − ٤]

انسحاب بمتجه $\begin{pmatrix} -١ \\ -٤ \end{pmatrix}$ يتبعه تمدد موازٍ لمحور ص معامله $\frac{١}{٢}$ يتبعه انعكاس حول محور س

(ج) منحنى الدالة ص= $\sqrt[3]{س}$ الى منحنى الدالة ص= -٢ $\sqrt[3]{س - ٣}$ +٤

الحل

هناك عدة صور لإجراء هذا التركيب

أولاً : انسحاب افقي بمتجه $\begin{pmatrix} ٣ \\ ٠ \end{pmatrix}$ يتبعه تمدد موازٍ لمحور ص معامله٢ يتبعه انعكاس حول محور س

يتبعه انسحاب رأسي بمتجه $\begin{pmatrix} ٠ \\ ٤ \end{pmatrix}$

ثانياً ص= -٢[$\sqrt[3]{س - ٣}$ – ٢]

انسحاب بمتجه $\begin{pmatrix} ٣ \\ -٢ \end{pmatrix}$ يتبعه تمدد موازٍ لمحور ص معامله٢ يتبعه انعكاس حول محور س

(٦) إذا علمت أن الدالة د(س) = $\sqrt{س}$ فاكتب معادلة في صورة د(س) في كل حالة من الحالات التالية

(أ) انعكاس حول المحور السيني، يتبعه انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix} ٠ \\ ٣ \end{pmatrix}$ ثم يتبعه انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix} ١ \\ ٠ \end{pmatrix}$ ثم تمدد موازي للمحور السيني معامله ٢

الحل

د(س) = - $\sqrt{س}$	انعكاس حول محور س
د(س) = - $\sqrt{س}$ + ٣	انسحاب ٣ وحدات لأعلى
د(س) = - $\sqrt{س - ١}$ + ٣	انسحاب وحدة لليمين
(س) = - $\sqrt{\frac{١}{٢}س - ١}$ + ٣	تمدد موازٍ لمحور س

(ب) انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix} ٠ \\ ٣ \end{pmatrix}$ ثم تمدد موازي للمحور السيني معامله ٢، ثم يتبعه انعكاس حول المحور السيني، ثم يتبعه انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix} ١ \\ ٠ \end{pmatrix}$

الحل

د(س) = $\sqrt{س}$ +٣	انسحاب ٣ وحدات لأعلى
د(س) = $\sqrt{\frac{١}{٢}س}$ +٣	تمدد موازٍ لمحور س
د(س) = - $\sqrt{\frac{١}{٢}س}$ -٣	انعكاس حول محور س
د(س) = - $\sqrt{\frac{١}{٢}(س - ١)}$ -٣	انسحاب وحدة لليمين

(٧) إذا علمت أن الدالة هـ(س) = س^٢ فاكتب معادلة صورة هـ(س) بعد اجراء

(أ) انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix} -٤ \\ ٠ \end{pmatrix}$ ثم يتبعه انعكاس حول المحور الصادي، يتبعه انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix} ٠ \\ ٢ \end{pmatrix}$ ثم يتبعه ثم تمدد موازي للمحور الصادي معامله ٣

الحل

هـ(س) = (س+٤)^٢ — انسحاب ٤ وحدات لليسار

هـ(س) = (- س+٤)^٢ — انعكاس حول محور ص

هـ(س) = (- س+٤)^٢ + ٢ — انسحاب وحدتين لأعلى

هـ(س) = ٣[(- س+٤)^٢ + ٢] — تمدد موازٍ لمحور ص

هـ(س) = ٣(- س+٤)^٢ + ٦

(ب) تمدد موازي للمحور الصادي معامله ٣ يتبعه انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix} ٠ \\ ٢ \end{pmatrix}$ ثم يتبعه انعكاس حول المحور الصادي، يتبعه انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix} -٤ \\ ٠ \end{pmatrix}$

الحل

هـ(س)= ٣س^٢ — تمدد موازٍ لمحور ص

هـ(س)= ٣س^٢ +٢ — انسحاب وحدتين لأعلى

هـ(س)= ٣(-س)^٢ +٢ — انعكاس حول محور ص

هـ(س)= ٣س^٢ +٢

هـ(س)= ٣(س+٤)^٢ +٢ — انسحاب ٤ وحدات لليسار

(٨) أوجد طريقتَين مختلفتَين لوصف تركيب التحويلات الهندسيّة التي تحوّل منحنى الدالة د(س) = $\sqrt{س}$ الى منحنى الدالة هـ(س)= $\sqrt{-س - ٣}$ وارسم منحنيي الدالتين ص= د(س) ، ص= هـ(س)

الحل

الطريقة الاولي

بإجراء انعكاس حول محور س

د(س) = $\sqrt{-س}$

بإجراء انسحاب بمتجه $\begin{pmatrix} -٣ \\ ٠ \end{pmatrix}$

د(س)= $\sqrt{-(س+٣)}$

هـ(س) = $\sqrt{-س - ٣}$

الطريقة الثانية

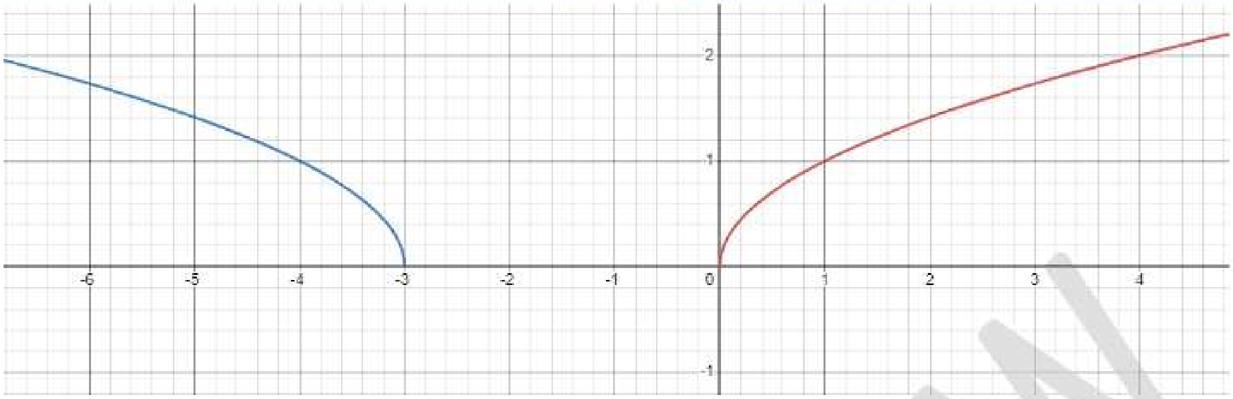
بإجراء انسحاب بمتجه $\begin{pmatrix} ٣ \\ ٠ \end{pmatrix}$

د(س)= $\sqrt{س - ٣}$

بإجراء انعكاس حول محور س

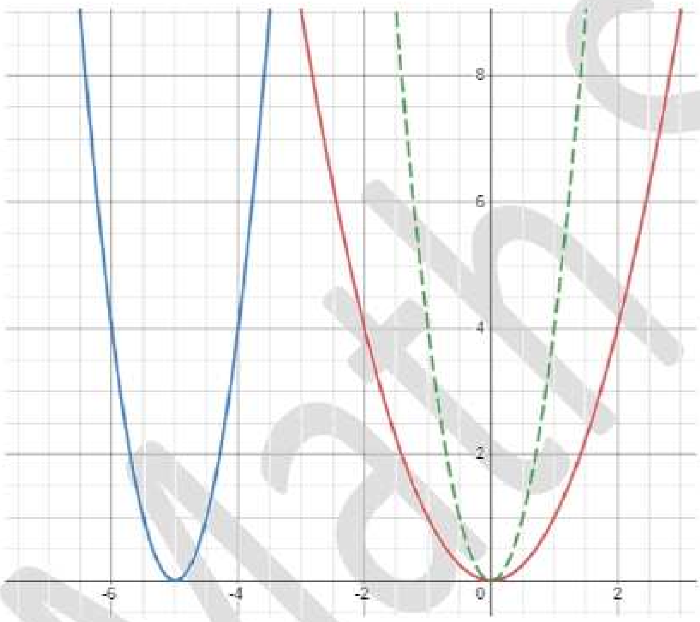
هـ(س) = $\sqrt{-س - ٣}$

لرسم المنحنى د(س) ، هـ(س) يمكن استخدام التطبيقات الرقمية



(٩) أوجد طريقتَين مختلفتَين لوصف تركيب التحويلات الهندسيّة التي تحوّل منحنى الدالة ص= د(س) الى منحنى ص= د(٢س+١٠)

الحل



الطريقة الاولي

يمكن كتابة ص = د(٢(س+٥))

بإجراء تمدد موازٍ لمحور س معامله $\frac{١}{٢}$

ص= د(٢س)

بإجراء انسحاب افقي $\begin{pmatrix} -٥ \\ ٠ \end{pmatrix}$

ص= د(٢(س+٥))

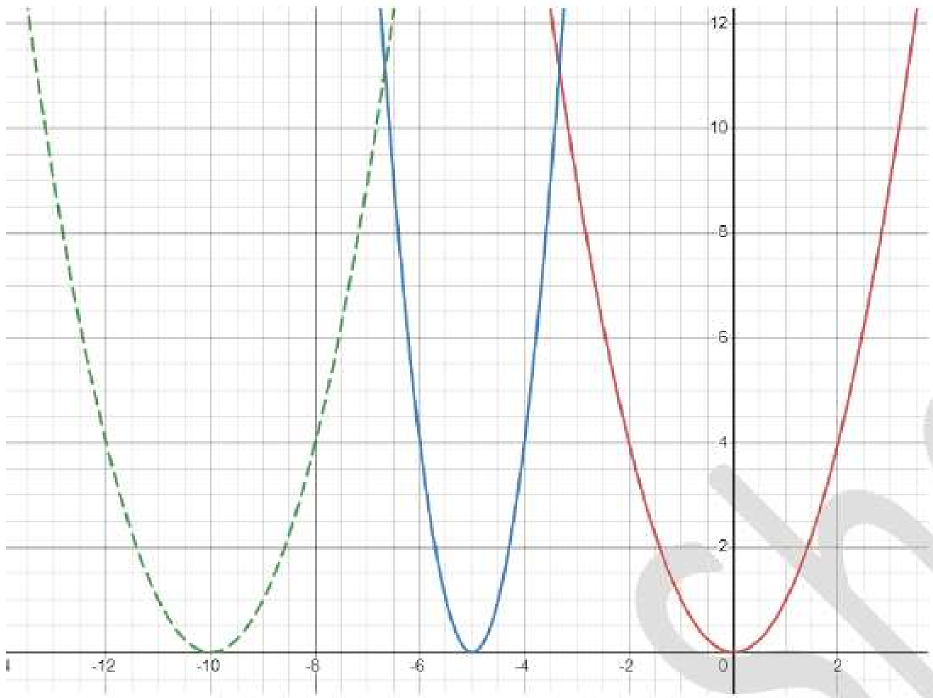
ص= د(٢س+١٠)

يوضح التمثيل البياني المنحنى ص = س^{٢} باللون الأحمر

بعد اجراء تمدد موازٍ لمحور س معامله $\frac{١}{٢}$ أصبحت معادلة الدالة ص=(٢س)^{٢} باللون الأخضر

بعد إجراء انسحاب افقي $\begin{pmatrix} -٥ \\ ٠ \end{pmatrix}$ أصبحت معادلة الدالة ص= ص= د(٢(س+٥)) = ص= د(٢س+١٠)

الموضح بالرسم باللون الأزرق



الطريقة الثانية

بإجراء انسحاب افقي $\begin{pmatrix} -١٠ \\ ٠ \end{pmatrix}$

ص= د(س+١٠)

بإجراء تمدد موازٍ لمحور س

معامله $\frac{١}{٢}$

ص= د(٢س + ١٠)

يوضح التمثيل البياني المنحنى ص = س^{٢} باللون الأحمر

بعد إجراء انسحاب افقي $\begin{pmatrix} -١٠ \\ ٠ \end{pmatrix}$ أصبحت معادلة الدالة ص= د(س+١٠) موضح باللون الأخضر

بعد اجراء تمدد موازٍ لمحور س معامله $\frac{١}{٢}$ أصبحت معادلة الدالة ص= د(٢س + ١٠)

الموضح بالرسم باللون الأزرق