تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية

حل تمارين درس محدد المصفوفة

موقع فايلاتي ⇦ المناهج العمانية ⇦ الصف الحادي عشر ⇦ رياضيات متقدمة ⇦ الفصل الأول ⇦ حلول ⇦ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-11-11 23:10:21

المزيد من مادة رياضيات متقدمة:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر

صفحة المناهج العمانية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الأول

1	حل تمارين درس معكوس المصفوفة
2	حل تمارين درس استخدام المصفوفات في حل أنظمة المعادلات
3	تطبيقات على الاختبار القصير الأول
4	دفتر تمارين كتاب الطالب
5	أهم قوانين المادة

٦-٢ محدّد المصفوفة

للمصفوفة المربّعة محدّد. يبيّن المحدّد ما إذا كان للمصفوفة معكوس أم لا (حيث ستدرسه في الدرس ٦-٣).

محدد المصفوفة التي رتبتها ٢ × ٢

ليكن لديك المصفوفة $\underline{أ} = \begin{pmatrix} أ & ب \\ ج & د \end{pmatrix}$.

يكتب محدّد المصفوفة determinant of a matrix $\underline{أ}$ في صورة Δ = أد − ب ج (وتقرأ Δ: دلتا)

ويمكن أن نستخدم خطَّين رأسيَين لنبيّن أننا نجد محدّد المصفوفة:

$$\Delta = \begin{vmatrix} أ & ب \\ ج & د \end{vmatrix} = أد - ب ج$$

صيغ السؤال من الحدد $\underline{أ} = \begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ٤ \end{pmatrix}$

أحسب المحدد — أحسب Δ — أحسب $|\underline{أ}|$ — أحسب

الحل:-

$\Delta = (٣ \times ١) - (٤ \times ٢)$

$= ٣ - ٨$

$\Delta = -٥$

نتيجة ٦

إذا كانت $\underline{أ} = \begin{pmatrix} أ & ب \\ ج & د \end{pmatrix}$، فإن $\Delta = \begin{vmatrix} أ & ب \\ ج & د \end{vmatrix} = أد - ب ج$

إذا كانت قيمة محدّد المصفوفة صفرًا تسمّى المصفوفة منفردة singular؛ وإذا لم يكن المحدّد صفرًا فإن المصفوفة غير منفردة non-singular.

نتيجة ٧

إذا كان $\Delta = ٠$ ، فإن المصفوفة منفردة.

إذا كان $\Delta \neq ٠$ ، فإن المصفوفة غير منفردة.

مثال ٤

أيّ مصفوفة من المصفوفتَين الآتيتَين منفردة؟

أ) $\begin{pmatrix} ٤ & ٥ \\ -٢ & ٧ \end{pmatrix}$

$\Delta = (٤ \times ٧) - (٥ \times -٢)$

$\Delta = ٢٨ - -١٠$

$\Delta = ٣٨$ غير منفردة

ب) $\begin{pmatrix} ٢ & ٨ \\ ٣ & ١٢ \end{pmatrix}$

$\Delta = (٢ \times ١٢) - (٨ \times ٣)$

$\Delta = ٢٤ - ٢٤$

$\Delta = ٠$ منفردة

تمارين ٦-٢

١) أيّ مصفوفة من المصفوفات الآتية غير منفردة؟

أ $\begin{bmatrix} ٥ & ٨ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$

$\Delta = ٨ \times ٤ - ٥ \times ٢ = ٣٢ - ١٠ = ٢٢$

غير منفردة

ب $\begin{bmatrix} ٣ & ٧ \\ -٦ & -١٤ \end{bmatrix}$

$\Delta = ٣ \times -١٤ - ٧ \times -٦ = -٤٢ + ٤٢ = ٠$

منفردة

ج $\begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ -١ & ٠ \end{bmatrix}$

$\Delta = ١ \times ٠ - ٤ \times -١ = ٠ + ٤ = ٤$

غير منفردة

★ **٢)** أوجِد قيم س التي تجعل المصفوفة $\begin{bmatrix} س & ٤ \\ ١ & س - ٣ \end{bmatrix}$ منفردة.

قيمتان

$\Delta = ٠$

$س(س-٣) - ٤ \times ١ = ٠$

$س^٢ - ٣س - ٤ = ٠$

$(س-٤)(س+١) = ٠$

$س = ٤$ أو $س = -١$

للتأكد من الحل

$س = ٤$

$\begin{pmatrix} ٤ & ٤ \\ ١ & ١ \end{pmatrix}$

$\Delta = ٤ - ٤ = ٠$ ✓

$س = -١$

$\begin{pmatrix} -١ & ٤ \\ -٤ & ١ \end{pmatrix}$

$\Delta = -١ - -١٦ = ١٥ \neq ٠$ ✓

★★ **٣)** بيّن أن المصفوفة $\begin{bmatrix} س & -٢ \\ ٥ & س + ١ \end{bmatrix}$ ليست منفردة لجميع قيم س الحقيقية.

نحسب $\Delta = س(س+١) - (٥ \times -٢)$

$\Delta = س^٢ + س + ١٠$

هذه المعادلة لا تساوي صفر ... لماذا ؟

لأن المميز < ٠ (سالب)

نحسب المميز $ب^٢ - ٤أجـ$

$(١)^٢ - ٤(١)(١٠)$

$١ - ٤٠ = -٣٩ < ٠$

∴ المنحنى لا يقطع محور السينات

$\Delta = س^٢ + س + ١٠ \neq ٠$

معلومات سابقة في الوحدة (١)

المميز < ٠

المميز $= ٠$

المميز > ٠

كتاب النشاط

★ **٥)** لماذا لا يمكن للمصفوفة $\begin{bmatrix} س & -١ \\ ٢ & س \end{bmatrix}$ أن تكون منفردة؟ فسّر إجابتك.

$\Delta = س \times س - ٢ \times -١$

$\Delta = س^٢ + ٢$

نحسب المميز $ب^٢ - ٤أجـ = (٠)^٢ - ٤(١)(٢) = ٠ - ٨ = -٨ < ٠$

لا يمكن أن تكون منفردة لأن المميز < ٠

٤) إذا علمت أن $\underline{أ} = \begin{pmatrix} ٣ & ٤ \\ ١ & ٥ \end{pmatrix}$، $\underline{ب} = \begin{pmatrix} -١ & ٢ \\ ٦ & -٣ \end{pmatrix}$، فأثبت أن:

أ) $|\underline{أ} \times \underline{ب}| = |\underline{أ}| \times |\underline{ب}|$

ب) $|\underline{ب} \times \underline{أ}| = |\underline{أ}| \times |\underline{ب}|$

أ) $\underline{أ} \times \underline{ب} = \begin{pmatrix} ٣ & ٤ \\ ١ & ٥ \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -١ & ٢ \\ ٦ & -٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢١ & -٦ \\ ٢٩ & -١٣ \end{pmatrix}$

$|\underline{أ} \times \underline{ب}| = (٢١ \times -١٣) - (٢٩ \times -٦) = -٢٧٣ - -١٧٤ = -٩٩$

$|\underline{أ}| = (٣ \times ٥) - (٤ \times ١) = ١٥ - ٤ = ١١$

$|\underline{ب}| = (-١ \times -٣) - (٢ \times ٦) = ٣ - ١٢ = -٩$

$|\underline{أ}| \times |\underline{ب}| = ١١ \times -٩ = -٩٩$

$\therefore |\underline{أ} \times \underline{ب}| = |\underline{أ}| \times |\underline{ب}|$

ب) $\underline{ب} \times \underline{أ} = \begin{pmatrix} -١ & ٢ \\ ٦ & -٣ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٣ & ٤ \\ ١ & ٥ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -١ & ٦ \\ ١٥ & ٩ \end{pmatrix}$

$|\underline{ب} \times \underline{أ}| = (-١ \times ٩) - (٦ \times ١٥) = -٩ - ٩٠ = -٩٩$

$\therefore |\underline{أ} \times \underline{ب}| = |\underline{ب} \times \underline{أ}| = |\underline{أ}| \times |\underline{ب}|$

نتيجة ٨

إذا كانت $\underline{أ}$، $\underline{ب}$ مصفوفتين من الرتبة ن × ن فإن:

$|\underline{أ} \times \underline{ب}| = |\underline{ب} \times \underline{أ}| = |\underline{أ}| \times |\underline{ب}|$

كتاب النشاط

٦) إذا علمت أن $\underline{أ} = \begin{pmatrix} ٩٩ & ٢ \\ ٤٧ & ١ \end{pmatrix}$، $\underline{ب} = \begin{pmatrix} ١٣ & ١٤ \\ ١٢ & ١٣ \end{pmatrix}$، فأوجد $|\underline{أ} \times \underline{ب}|$.

محدد مصفوفة الضرب

لا داعي لحساب ناتج ضرب المصفوفتين

$|\underline{أ}| = (٩٩ \times ١) - (٢ \times ٤٧) = ٩٩ - ٩٤ = ٥$

$|\underline{ب}| = (١٣ \times ١٣) - (١٤ \times ١٢) = ١٦٩ - ١٦٨ = ١$

$\therefore |\underline{أ} \times \underline{ب}| = |\underline{أ}| \times |\underline{ب}|$

$= ٥ \times ١$

$= ٥$

$$\begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$$

محدد المصفوفة التي رتبتها ٣ × ٣

لتكن $\underline{أ} = \begin{pmatrix} ٣ & ٦ & ١ \\ ٨ & ٤ & ١ \\ ٤ & ٢٠ & ٥ \end{pmatrix}$، فإن $\Delta =$

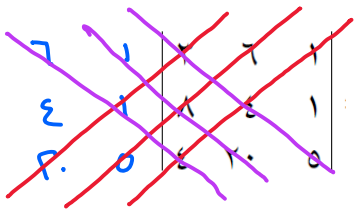
$\Delta = ١ \times \begin{vmatrix} ٤ & ٨ \\ ٢٠ & ٤ \end{vmatrix} - ٦ \times \begin{vmatrix} ٨ & ١ \\ ٤ & ٥ \end{vmatrix} + ٣ \times \begin{vmatrix} ٤ & ١ \\ ٢٠ & ٥ \end{vmatrix}$

$\Delta = ١ \times ١٤٤^{-} - ٦ \times ٣٦ + ٣ \times ٠$

$\Delta = ١٤٤^{-} + ٢١٦$

$\Delta = ٧٢$

طريقة أخرى لإيجاد محدد المصفوفة ٣×٣



$\Delta = (٣ \times ٤ \times ١ + ٦ \times ٨ \times ٥ + ١ \times ١ \times ٢٠) - (١ \times ٤ \times ٥ + ٢٠ \times ٨ \times ٣ + ٥ \times ١ \times ٦)$

$\Delta = ٧٢$

مثـال ٥

أوجِد محدّد كل مصفوفة من المصفوفات الآتية:

أ) $\begin{pmatrix} ٠ & ١ & ١ \\ ٠ & ١ & ٢ \\ ٢ & ١ & ٣ \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$

$\Delta = ٠ \times \begin{vmatrix} ١ & ١ \\ ١ & ٣ \end{vmatrix} - ١ \times \begin{vmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & ٣ \end{vmatrix} + ١ \times \begin{vmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix}$

$\Delta = ٠ + ٤ \times ١ - ٢ \times ١$

$\Delta = ٤ - ٢ = ٢^{-}$

ب) $\begin{pmatrix} ٢ & ٤ & ٥ \\ ٠ & ١ & ٢ \\ ١ & ١^{-} & ٣ \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$

$\Delta = ٠ \times \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ١^{-} & ١ \end{vmatrix} + ١ \times \begin{vmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{vmatrix} - ٢ \times \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ١^{-} & ١ \end{vmatrix}$

$\Delta = ٠ + ١ \times ١ - ٢ \times ٦^{-}$

$\Delta = ٠ + ١ + ١٢ = ١٣$

ج) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٤ & ٢ & ٠ \\ ١^{-} & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$

$\Delta = ٠ \times \begin{vmatrix} ٢ & ١ \\ ٠ & ٠ \end{vmatrix} - ٠ \times \begin{vmatrix} ٣ & ١ \\ ٠ & ٠ \end{vmatrix} + (١^{-}) \times \begin{vmatrix} ٣ & ١ \\ ٢ & ٠ \end{vmatrix}$

$\Delta = ٠ - ٠ - ١ \times ٢$

$\Delta = ٢^{-}$

fleae.com
2025 2024
موقع فيلتي العمانية

Date: /

$$\begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$$

طريقة (2) لحل السؤال (أ)

$$\begin{pmatrix} ٣ & ٦ & ١ \\ ٨ & ٤ & ١ \\ ٤ & ٢٠ & ٥ \end{pmatrix}$$

$$-١٨ \begin{vmatrix} ٦ & ١ \\ ٢٠ & ٥ \end{vmatrix} + ٤ \begin{vmatrix} ٣ & ١ \\ ٤ & ٥ \end{vmatrix} - ٨ \begin{vmatrix} ٣ & ٦ \\ ٤ & ٢٠ \end{vmatrix}$$

$$= ٧٤$$

طريقة (3) لحل السؤال (أ)

$$\begin{pmatrix} ٣ & ٦ & ١ \\ ٨ & ٤ & ١ \\ ٤ & ٢٠ & ٥ \end{pmatrix}$$

$$٥ \begin{vmatrix} ٦ & ١ \\ ٤ & ١ \end{vmatrix} - ٢٠ \begin{vmatrix} ٣ & ١ \\ ٨ & ١ \end{vmatrix} + ٤ \begin{vmatrix} ٣ & ٦ \\ ٨ & ٤ \end{vmatrix}$$

$$= ٧٤$$

filea.com 2025 2024 موقع فايلاتي العمانية

٥) أوجِد محدّد كل مصفوفة من المصفوفات الآتية:

أ $\begin{bmatrix} ٣ & ٣ & ٣ \\ ٥ & ١ & ٣ \\ ٣ & -٥ & ٣ \end{bmatrix}$

$\Delta = ٣ \times \begin{vmatrix} ١ & ٣ \\ -٥ & ٣ \end{vmatrix} - ٣ \times \begin{vmatrix} ٤ & ٣ \\ ٣ & ٣ \end{vmatrix} + ٥ \times \begin{vmatrix} ٣ & ٣ \\ ٣ & ١ \end{vmatrix}$

$\Delta = ٣ \times ٢٣ - ٣ \times ٣ - ٥ \times ١٨$

$\Delta = -١٢$

ب $\begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٧ \\ -٣ & ٠ & -١٣ \\ ٤ & ١١ & ٣٢ \end{bmatrix}$

$\Delta = -(-٣) \times \begin{vmatrix} ٢ & ٧ \\ ١١ & ٣٢ \end{vmatrix} + ٠ - \begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ ٤ & ١١ \end{vmatrix} \times (-١٣)$

$\Delta = ٣ \times ١٣ + ٠ - ١٣ \times ٣$

$\Delta =$ صفر (مصفوفة منفردة)

ج $\begin{bmatrix} ١ & ٨ & ٦ \\ ٠ & -٨ & ٤ \\ ٠ & ٠ & ١٢ \end{bmatrix}$

$\Delta = ٠ \begin{vmatrix} ٨ & ٦ \\ -٨ & ٤ \end{vmatrix} - ٠ + ١٢ \begin{vmatrix} ١ & ٨ \\ ٠ & -٨ \end{vmatrix}$

$\Delta = ٠ - ٠ + ١٢ \times -٨$

$\Delta = -٩٦$

٦) إذا علمت أن $\begin{vmatrix} أ & أ & أ٢ \\ ٣أ & -أ & ٠ \\ أ٤ & أ٢ & أ \end{vmatrix} = ٢$، فأوجِد قيمة أ. $\Delta = ٢$

$\Delta = ٣ \times \begin{vmatrix} ٢ & ٢ \\ ٢ & ٤ \end{vmatrix} - ٢ \begin{vmatrix} ٢ & ٢ \\ ٢ & ٢ \end{vmatrix} + ٠$

$٢ = ٣ \times (٤ - ٢) \times ٢ - (٨ - ٢) \times ٢ - ٠$

$٢ = ٣ \times ٢ \times ٢ - ٦ \times ٢$

$٢ = ٣٦ - ٣٦$

$٢ = ٩ أ^{٣} + ٧ أ^{٣}$

$٢ = ١٦ أ^{٣} \Leftarrow$

$\frac{١}{٨} = أ^{٣} \Leftarrow$

$\frac{١}{٢} = أ$

٧) إذا علمت أن $\underline{أ} = \begin{pmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ٠ & ١ & ٤ \\ ١ & ٢ & ٠ \end{pmatrix}$، $\underline{ب} = \begin{pmatrix} ١ & ٥ & ٢ \\ ٢ & ٣ & ٠ \\ ١ & -١ & ٠ \end{pmatrix}$، فأوجد $|\underline{أ} \times \underline{ب}|$.

نفس السؤال رقم (٦) في كتاب النشاط وتم حله في الأعلى

$|\underline{أ} \times \underline{ب}| = |\underline{أ}| \times |\underline{ب}|$

$|أ| = ١ \times \begin{vmatrix} ١ & ٣ \\ ١ & ٤ \end{vmatrix} - ٢ \times \begin{vmatrix} ٠ & ٣ \\ ٤ & ٠ \end{vmatrix} + ٠ \times$

$= ١ \times ٥ - ٢ \times ٤ = ٥ - ٨ = -٣$

$|ب| = ١ \times \begin{vmatrix} ٣ & ٠ \\ -١ & ٠ \end{vmatrix} - (-١) \times \begin{vmatrix} ٥ & ٠ \\ ٣ & ٠ \end{vmatrix} + ٠ \times$

$= ١ \times ٠ + ١ \times ٠ - ٦ = -٦$

$\therefore |\underline{أ} \times \underline{ب}| = -٣ \times -١٠ = ٣٠$

كتاب النشاط

٧) إذا علمت أن $\begin{vmatrix} س & ٠ & ٢ \\ ٢ & ١ & س \\ ٣ & ١ & ٠ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٥ \\ ٠ & -٣ & ١ \\ ٠ & ٠ & ٢ \end{vmatrix}$، فأوجد قيم س.

يوجد تعديل في السؤال

$\Delta = س \times \begin{vmatrix} ١ & س \\ ١ & ٠ \end{vmatrix} - ٠ + ٢ \times \begin{vmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & ١ \end{vmatrix}$

$= س \times (-س) - ٠ + ٢ \times (٢ - ٣)$

$= -س^٢ + ٠ - ٢$

$\Delta = ١ \times \begin{vmatrix} -٣ & ١ \\ ٠ & ٢ \end{vmatrix} - ٠ + ٥ \times \begin{vmatrix} ٠ & -٣ \\ ٠ & ٠ \end{vmatrix}$

$= ١ \times -٦ - ٠ + ٥ \times ٠$

$\Delta = -٦$

$-س^٢ = -٢$

$س^٢ = ٢$

$س = \pm \sqrt{٢}$