

تمارين محلولة على درس مشتقات الدوال اللوغاريتمية



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية

موقع فايلاتي ← المناهج العمانية ← الصف الثاني عشر ← رياضيات متقدمة ← الفصل الثاني ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2025-03-22 17:17:59

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات
متقدمة:

إعداد: أمل المقوشية

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر



صفحة المناهج
العمانية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الثاني

أسئلة وتدريبات مع الإجابة على درس مشتقات الدوال الأسية

1

حل تمارين درس مشتقات الدوال الأسية

2

من أجل التميز والإبداع تمارين درس مشتقة قسمة دالتين

3

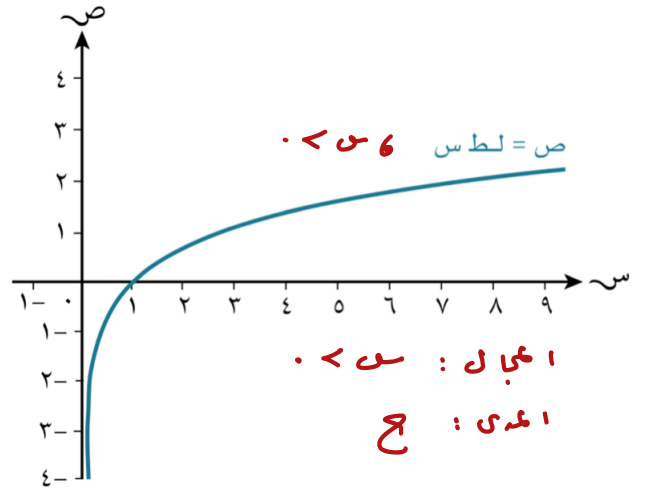
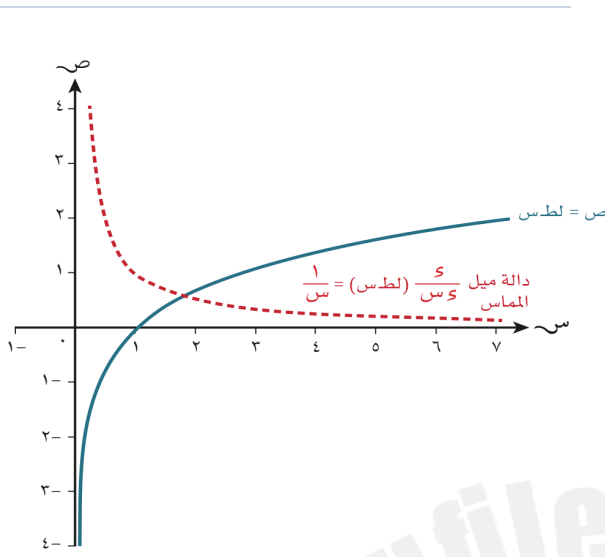
ملخص شرح درس قاعدة مشتقة قسمة دالتين من الوحدة الخامسة المزيد من التفاضل

4

ملخص شرح درس قاعدة مشتقة ضرب دالتين من الوحدة الخامسة المزيد من التفاضل

5

٤-٥ مشتقات الدوال اللوغاريتمية الطبيعية Derivatives of natural logarithmic functions



نتيجة ٦

$$\frac{d(\ln(x))}{dx} = \frac{1}{x}$$

وبصورة خاصة:

$$\frac{d(\ln(ax+b))}{dx} = \frac{1}{ax+b}$$

نتيجة ٥

$$\frac{d(\ln(x))}{dx} = \frac{1}{x}, \text{ حيث } x > 0$$

تمارين ٤-٥

(١) أوجد مشتقة كل مما يأتي بالنسبة إلى س:

أ. $\ln(x^3) = \text{ص}$ ب. $\ln(x^2 + 5) = \text{ص}$

$$\frac{d(\ln(x^3))}{dx} = \frac{3x^2}{x^3} = \frac{3}{x}$$

$$\frac{d(\ln(x^3))}{dx} = \frac{3}{x}$$

هـ. $\ln(x^2 - 1) = \text{ص}$

$$\frac{d(\ln(x^2 - 1))}{dx} = \frac{2x}{x^2 - 1}$$



و ص = لظ = $\sqrt{s-3}$ = لظ (س-3)^{1/2}

$$\frac{1}{(s-3)^2} = \frac{1 \times (s-3)^{-1/2}}{(s-3)^{1/2}} = \frac{ds}{s-3}$$

ح ص = س³ + لظ (2/س) = س³ + لظ (س⁻²)

$$\frac{1}{s} - 3 = \frac{1}{s \times s^2} - 3 = \frac{s - 3s^3}{s^3} = \frac{ds}{s^3}$$

ط ص = س⁵ + لظ (2/س² - 1) = س⁵ + لظ (2/س² - 1)

$$\frac{s}{(s-1)^2} + 5 = \frac{s}{(s-1)^2 \times (s-1)} + 5 = \frac{s - x(s-1)^2 - xs}{(s-1)^3} + 5 = \frac{ds}{s}$$

ي ص = لظ (لظ س)

$$\frac{1}{s \text{ لظ س}} = \frac{\frac{1}{s}}{\text{لظ س}} = \frac{\frac{ds}{s} (\text{لظ س})}{\text{لظ س}} = \frac{ds}{s}$$

★ (٢) في التمرين ١ إجابة الجزئية (أ) هي إجابة الجزئية (ب) نفسها . بكم طريقة مختلفة يمكنك أن تبرر ذلك؟

ص = لظ ك س

$$\frac{ك}{ك س} = \frac{ds}{s}$$

لظ ك س = 1/س

ص = لظ ك س

ص = لظ ك + لظ س

$$\frac{1}{س} + 0 = \frac{ds}{س}$$

لظ ك س = 1/س

أمل بقرينة

(٣) أوجد مشتقة كل مما يأتي بالنسبة إلى س:

أ ص = س ل ط س

$$\frac{ds}{ds} = \text{الذو} \times \text{مشتقة الثانية} + \text{الثانية} \times \text{مشتقة الذو}$$

$$= س \times \frac{1}{س} + ل ط س \times 1 = 1 + ل ط س$$

ب ص = ٢س² ل ط س

$$\frac{ds}{ds} = ٢س \times \frac{1}{س} + ل ط س \times ٢س = ٢ + ٢س ل ط س$$

هـ ص = س ل ط (ل ط س)
 الذو الثانية

$$\frac{ds}{ds} = س \times \frac{1}{س} + ل ط (ل ط س) \times 1$$

$$= \frac{1}{ل ط س} + ل ط (ل ط س)$$

و ص = $\frac{ل ط ٥س}{س}$

$$\frac{ds}{ds} = \frac{س \times \frac{٥}{س} - ل ط ٥س \times 1}{س^2}$$

$$= \frac{١ - ل ط ٥س}{س^2}$$

أمل بقرائنتي 

$$\text{ط} \quad \frac{\text{لظ} (1 + \text{س}^2)}{1 - \text{س}^4} = \text{ص}$$

$$\frac{1 + \text{س}^2}{1 + \text{س}^2} \times \frac{4 \times (1 + \text{س}^2) \text{ لظ} - \frac{2}{1 + \text{س}^2} \times (1 - \text{س}^4)}{(1 - \text{س}^4)^2} = \frac{\text{صظ}}{\text{س}^2}$$

$$\frac{(1 + \text{س}^2) 4 \text{ لظ} (1 + \text{س}^2) - (1 - \text{س}^4)^2}{(1 - \text{س}^4)^2 (1 + \text{س}^2)} =$$

(٤) لتكن الدالة ص = لظ (٢ - س). أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة عند س = ٥

$$\text{ص} = \text{لظ} (3 - \text{س}^2)$$

$$\frac{\text{صظ}}{\text{س}^2} = \frac{2}{3 - \text{س}^2}$$

$$\text{عند س} = ٥ = \frac{\text{صظ}}{\text{س}^2} = \frac{2}{3 - ٥ \times ٢} = \frac{\text{صظ}}{٧}$$

(٥) أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة ص = هـ - هـ^٢ - ٥ لظ (١ + س) عند س = ٠

$$\text{ص} = \text{هـ} - \text{هـ}^2 - ٥ \text{ لظ} (1 + \text{س})$$

$$\frac{\text{صظ}}{\text{س}^2} = \frac{\text{هـ}^2}{1 + \text{س}^2} - \frac{١٠}{1 + \text{س}^2} = \frac{2}{1 + \text{س}^2} \times ٥ - \frac{\text{هـ}^2}{1 + \text{س}^2}$$

$$\text{عند س} = ٠ = \frac{\text{صظ}}{\text{س}^2} = \frac{2}{1} \times ٥ - \frac{١٠}{1} = ١٠ - ١٠ = ٠$$

(٦) إذا كانت معادلة منحنى الدالة ص = س^٢ لظ ٥ س، فأوجد قيمة كل من $\frac{\text{ص}}{\text{س}^2}$ و $\frac{\text{صظ}}{\text{س}^2}$ عند س = ٢

$$\frac{\text{صظ}}{\text{س}^2} = \frac{\text{س}^2}{\text{س}^2} \times \frac{٥}{\text{س}} + \text{لظ} ٥ \text{ س} + \text{س} = \frac{٥}{\text{س}} + \text{لظ} ٥ \text{ س} + \text{س}$$

$$\text{عند س} = ٢ = \frac{\text{صظ}}{\text{س}^2} = \frac{٥}{٢} + \text{لظ} ١٠$$



$$c^2 + 3 = c + \frac{5}{40} \times c + 1 = \frac{49c}{40}$$

$$c^2 + 3 = \frac{49c}{40} \quad c = 0 \quad c^2 + 3 = \frac{49c}{40}$$

(٧) إذا كانت معادلة منحنى الدالة $v = s^2$ لـ s ، فأوجد إحداثيات النقطة الحرجة على المنحنى، وحدد ما إذا كانت نقطة عظمى أو صغرى.

$$v = s^2 \quad s = 0$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{s} \times s^2 = s$$

$$s = 0 \quad s = 0$$

$$\text{نوع نقطة حرجة عند } \frac{dv}{ds} = 0$$

$$s = 0 \quad s = 0$$

$$s = (s^2 + 1)$$

$$s = 0 \quad \text{مرفوعة} \quad \text{أو} \quad s^2 + 1 = 0 \quad s = \pm i$$

$$s = 0$$

$$s = \frac{1}{h} = \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{h} = s \quad \frac{1}{h} = s \quad \frac{1}{h} = s \quad \frac{1}{h} = s \quad \frac{1}{h} = s \quad \frac{1}{h} = s$$

$$\left(\frac{1}{h}, \frac{1}{h} \right)$$

لتحديد نوع النقطة الحرجة سنستخدم اختبار المشتقة الثانية

$$\frac{d^2v}{ds^2} = \frac{1}{s^2} \times s^2 = 1 \quad c^2 + 3 = c + \frac{1}{s} \times c + 1 = \frac{49c}{40}$$

$$c = 0 \quad c = 0 \quad c = 0 \quad c = 0 \quad c = 0 \quad c = 0$$



∴ النقطة الحرجة $\left(\frac{1}{h}, \frac{1}{h} \right)$ نقطة صغرى

٨) إذا كانت معادلة منحنى الدالة $v = \frac{Lp}{s}$ ، فأوجد إحداثيات النقطة الحرجة على المنحنى، وحدد ما إذا كانت نقطة عظمى أو صغرى.

$$v = \frac{Lp}{s} , s < .$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{0 \times \frac{1}{s} - Lp \times \frac{1}{s^2}}{1} = \frac{-Lp}{s^2}$$

توجد نقاط حرجية عند $\frac{dv}{ds} = 0$.

$$\frac{-Lp}{s^2} = 0 \Rightarrow -Lp = 0 \Rightarrow Lp = 0$$

$$Lp = 0$$

$$Lp = 0 \Leftrightarrow s = 0$$

$$\text{عند } s = 0 , v = \frac{Lp}{0} = \frac{1}{0}$$

النقطة الحرجة $(0, \frac{1}{0})$

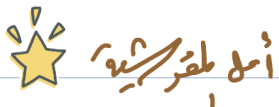
لتحديد نوع النقطة الحرجة نستخدم اختبار المشتقة الثانية

$$\frac{d^2v}{ds^2} = \frac{0 - (-\frac{1}{s^3}) - (0 - \frac{1}{s^3})}{1} = \frac{\frac{1}{s^3} + \frac{1}{s^3}}{1} = \frac{2}{s^3}$$

$$= \frac{2}{s^3}$$

$$\text{عند } s = 0 , \frac{d^2v}{ds^2} = \frac{2}{0^3} = \frac{2}{0} = \frac{1}{0} > 0$$

\therefore النقطة الحرجة $(0, \frac{1}{0})$ نقطة عظمى



٩) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $v = \sqrt{5 - s}$ عند $s = 1$

خطأ، راجع ميل النقطة

$$v = \sqrt{5 - s}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{-\frac{1}{2}}{\sqrt{5 - s}}$$

$$\text{عند } s = 1, \frac{dv}{ds} = \frac{-\frac{1}{2}}{\sqrt{5 - 1}} = \frac{-\frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{عند } s = 1, v = \sqrt{5 - 1} = 2 \text{ ، } \text{لذا } v = 2$$

(1, 2)

$$\text{معادلة المماس : } v - 2 = -\frac{1}{4}(s - 1)$$

$$v - 2 = -\frac{1}{4}(s - 1)$$

١٠) استخدم قوانين اللوغاريتمات لتساعدك على إيجاد مشتقة كل مما يأتي بالنسبة إلى s :

$$a) \quad v = \sqrt{5 - s}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{5 - s}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{5 - s}}$$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{5 - s}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{5 - s}}$$

$$b) \quad v = \left(\frac{1}{2 + s^3} \right)$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{2 + s^3} \cdot \frac{1}{2 + s^3}$$

$$\frac{1}{2 + s^3} \cdot \frac{1}{2 + s^3} = \frac{1}{(2 + s^3)^2}$$

$$\frac{1}{2 + s^3} = \frac{1}{2 + s^3}$$

ملاحظة :

تدبره فواصل اللوغاريتم
ثم الدشتقا به لدرغير
مه عتية المشتقة

أمل بطرقتيه

ج ص = لٹ ((س(س + ۱)°)

$$\frac{s}{s} = \frac{s}{s} = \frac{s}{s} \quad \left(\frac{s}{s} + \frac{s}{s} \right) \frac{s}{s} = \left(\frac{s}{s} + \frac{s}{s} \right) \frac{s}{s}$$

$$\frac{s}{s} = \left(\frac{s}{s} + \frac{s}{s} \right) \frac{s}{s}$$

$$\frac{0}{1+s} + \frac{1}{s} = \frac{1}{1+s} \times 0 + \frac{1}{s} =$$

د ص = لٹ $\left(\frac{s^2 + s^3}{1-s} \right)$

$$\frac{s}{s} = \frac{s}{s} = \frac{s}{s} \quad \left(\frac{s^2 + s^3}{1-s} \right) \frac{s}{s} = \left(\frac{s^2 + s^3}{1-s} \right) \frac{s}{s}$$

$$\frac{1}{1-s} - \frac{s^2}{s^2 + s^3} =$$

و ص = لٹ $\left(\frac{s(s-2)}{s+4} \right)$

$$\frac{s}{s} = \frac{s}{s} = \frac{s}{s} \quad \left(\frac{s(s-2)}{s+4} \right) \frac{s}{s} = \left(\frac{s(s-2)}{s+4} \right) \frac{s}{s}$$

$$\frac{1}{s+4} - \frac{1}{s-2} + \frac{1}{s} =$$

ه ص = لٹ $\left(\frac{s^3 - 1}{s^2} \right)$

$$\frac{s}{s} = \frac{s}{s} = \frac{s}{s} \quad \left(\frac{s^3 - 1}{s^2} \right) \frac{s}{s} = \left(\frac{s^3 - 1}{s^2} \right) \frac{s}{s}$$

☆ املہ ملحقہ

$$\frac{s}{s} = \left(\frac{s^3 - 1}{s^2} \right) \frac{s}{s}$$

$$\frac{s}{s} = \left(\frac{s^3 - 1}{s^2} \right) \frac{s}{s} = \frac{s}{s} - \frac{s^3 - 1}{s^2} =$$

$$\frac{s}{s} - \frac{s^3 - 1}{s^2} = \frac{s}{s} - \frac{s^3 - 1}{s^2} =$$

$$\text{ط} \quad \text{ص} = \text{لط} \left(\frac{(1-s^2)(2+s)}{s(5+s)} \right)$$

$$\left(\frac{(1-s)(2+s)}{s(5+s)} \text{لط} \right) \frac{s}{s^5} = \frac{\text{ص}}{s^5}$$

$$\begin{aligned} & \left(\text{لط} (2+s) + \text{لط} (1-s) - \text{لط} s - \text{لط} (5+s) \right) \frac{s}{s^5} = \\ & \frac{1}{5+s} - \frac{1}{s} - \frac{2}{1-s} + \frac{1}{2+s} = \end{aligned}$$

$$\text{ز} \quad \text{ص} = \text{لط} \left(\frac{s-3}{(1-s)(4+s)} \right)$$

$$\left(\frac{s-3}{(1-s)(4+s)} \text{لط} \right) \frac{s}{s^5} = \frac{\text{ص}}{s^5}$$

$$\begin{aligned} & \left(\text{لط} (s-3) - \text{لط} (4+s) - \text{لط} (1-s) \right) \frac{s}{s^5} = \\ & \frac{1}{1-s} - \frac{1}{4+s} - \frac{1}{(3-s)} = \frac{1}{1-s} - \frac{1}{4+s} - \frac{1}{s-3} = \\ & \frac{1}{1-s} - \frac{1}{4+s} - \frac{1}{3-s} = \end{aligned}$$

$$\text{ح} \quad \text{ص} = \text{لط} \left(\frac{8}{(2-s)^2(1+s)} \right)$$

$$\left(\frac{8}{(2-s)^2(1+s)} \text{لط} \right) \frac{s}{s^5} = \frac{\text{ص}}{s^5}$$

$$\left(\text{لط} 8 - \text{لط} (1+s)^2 - \text{لط} (2-s)^2 \right) \frac{s}{s^5} =$$

$$\left(\text{لط} 8 - \text{لط} (1+s)^2 - \text{لط} (2-s)^2 \right) \frac{s}{s^5} =$$

$$\frac{1}{2-s} - \frac{1}{1+s} \times 2 =$$

$$\frac{1}{2-s} - \frac{2}{1+s} =$$

☆ عمل بقصر

(11) أوجد $\frac{د}{س}$ لكل ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

أ هـ $ص = ٢س - ١$

ل هـ $ص = ل (١ - س)$

ص = ل هـ $ل (١ - س)$

$$\frac{د}{س} = \frac{٤س}{١ - س}$$

ب هـ $ص = ٣س + ٢$

ل هـ $ص = ل (٣س + ٢)$

ص = ل هـ $ل (٣س + ٢)$

$$\frac{د}{س} = \frac{٩س + ٢}{٣س + ٢}$$

ج هـ $ص = (١ + س)(٥ - س)$

ل هـ $ص = ل (١ + س)(٥ - س)$

ص = ل هـ $ل (١ + س)(٥ - س)$

$$\frac{د}{س} = \frac{١ \times (٥ - س) + ١ \times (١ + س)}{(٥ - س)(١ + س)} = \frac{٤ - س}{(٥ - س)(١ + س)}$$

(12) إذا كانت معادلة منحنى الدالة $س = \frac{١}{٥} (هـ ص (٣ - س) + ٤)$ ، فأوجد قيمة $\frac{د}{س}$ عند $س = ١$

هـ $ص = ٤ + (٣ - س)ص$

هـ $٥ - س = هـ (٣ - س)ص$

ل هـ $ل (٥ - س) = ل هـ (٣ - س)ص$

ل هـ $ل (٥ - س) = ل هـ (٣ - س)ص$

$$\frac{د}{س} = \frac{ل هـ (٥ - س)}{٣ - س}$$

أمل بطريقتي

$$\frac{\xi - \sigma_0}{\xi - \sigma_0} \times \frac{c \times (\xi - \sigma_0) \cdot \frac{1}{2} - \frac{0}{\xi - \sigma_0} \times (\kappa - \sigma_0)}{c(\kappa - \sigma_0)} = \frac{\sigma_0}{\xi}$$

$$\frac{(2-50) \cdot (2-50) - (3-49)^2}{(3-49)(2-50)} = \frac{5}{5}$$

$$\Delta = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

تاریخ کتاب نشاط ص ۴۴-۴۶

(٢) أوجد معادلة العمودي على مماس المنحنى $ص = ٢هـ^{-٣}$ عند $س = ٢$ ، وأعط الإجابة في الصورة $أس + ب ص = ج + ل ط ك$ ، حيث $أ، ب، ج، ك$ أعداد صحيحة.

خُتَابِ: ۱۲۰ صِدِّ وَفُقَطَا

[illegible]

الفقرة (ل ط ز)

$$\frac{5}{5} \div 1 = 1 \quad 5 \div 1 = 5$$

عند ∞ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$

على المجموع = 1

معادلة العمودي : $ص - ا = ا (س - لظ)$

$$c_b - \alpha = 1 - \alpha$$

$$ap - a = abd + 1 -$$

$$c(b) + 1 - = \varphi - \alpha$$



☆ أمل مفرح

٤) بيّن أن للمعادلة د(س) = ل ط س + $\frac{1}{س ك}$ نقطة حرجة إحداثيها الصادي $\frac{ل ط ك + 1}{ك}$

$$د(س) = ل ط س + س - ك > ٠$$

$$د(س) = \frac{1}{س} - ل س - ك - 1$$

$$د(س) = \frac{1 - ل س - ك - 1}{س} \quad \text{نوع نقاط حرجة عند } د(س) = ٠$$

$$= \frac{1 - ل س - ك}{س} \times$$

$$1 - ل س - ك = ٠$$

$$1 - ل س - ك = ٠ \Leftrightarrow \frac{ل س}{س} = 1 - ك$$

2025

2024

$$س = ك$$

$$ل ط س = ل ط ك$$

$$ك ل ط س = ل ط ك$$

$$ل ط س = \frac{ل ط ك}{ك}$$

$$\frac{ل ط ك}{ك} = س \Leftrightarrow \frac{ل ط ك}{ك} = س = \frac{ل ط ك}{ك}$$

$$\text{عند } س = ك, ص = ٠ > (\frac{ل ط ك}{ك}) = ل ط ه + \frac{1}{ه} + \frac{ل ط ك}{ه} = \frac{1}{ه} + \frac{ل ط ك}{ه} = \frac{ل ط ك + 1}{ه}$$

أمل لمقرئكم

$$= \frac{1}{ه} + \frac{ل ط ك}{ه} = \frac{ل ط ك + 1}{ه}$$

(٥) أوجد ميل المماس للمنحنى د(س) = $\frac{1}{2} \ln s$ - $\frac{1}{s}$ عند س = ٣

$$د(س) = \frac{1}{2} \ln s - \frac{1}{s}$$

$$د'(س) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} = \frac{1}{2s} - \frac{1}{s^2}$$

$$\text{عند س} = ٣ \text{ ، } د'(٣) = \frac{1}{2 \times ٣} - \frac{1}{٣^2} = \frac{1}{٦} - \frac{1}{٩}$$

أمل بقرينة 

