شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

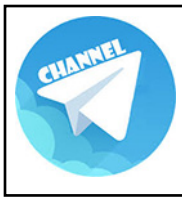
حل تمارين درس التكامل المحدود

موقع المناهج ⇦ المناهج العمانية ⇦ الصف الثاني عشر ⇦ رياضيات متقدمة ⇦ الفصل الثاني ⇦ الملف

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2024-04-01 04:50:00

إعداد: نورا الكميالي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر



روابط مواد الصف الثاني عشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الثاني

1	حل تمارين درس إيجاد ثابت التكامل
2	حل تمارين درس المزيد من التكامل غير المحدود
3	حل تمارين درس تكامل العبارات في صورة أس + ب
4	حل تمارين درس التكامل كعملية عكسية للتفاضل
5	كراسة صناع المستقبل

٦-٥ التكامل المحدود The definite integration

نتيجة ٧

$\int_{أ}^{ب} د(س)\,و س = [ق(س)]_{أ}^{ب} = ق(ب) - ق(أ)$

يمكن أيضًا استخدام الخواص الآتية لحساب التكامل المحدود:

نتيجة ٨

$\int_{أ}^{ب} ك\,د(س)\,و س = ك \int_{أ}^{ب} د(س)\,و س$، حيث ك عدد ثابت.

$\int_{أ}^{ب} (د(س) \pm ل(س))\,و س = \int_{أ}^{ب} د(س)\,و س \pm \int_{أ}^{ب} ل(س)\,و س$

$\int_{أ}^{ب} د(س)\,و س = -\int_{ب}^{أ} د(س)\,و س$

نتيجة ٩

$\int_{أ}^{ب} د(س)\,و س + \int_{ب}^{جـ} د(س)\,و س = \int_{أ}^{جـ} د(س)\,و س$

نتيجة ١٠

$\int_{ك}^{ك} د(س)\,و س = ٠$

تمارين ٦-٥

١) أوجد قيمة كلّ ممّا يأتي:

أ $\int_{١}^{٢} ٣س^{٢}\,و س = [س^{٣}]_{١}^{٢} = ٢^{٣} - ١^{٣} = ٧$

ب $\int_{١}^{٣} \frac{٤}{س^{٣}}\,و س = \int_{١}^{٣} ٤ س^{-٣}\,و س = [\frac{-٢}{س^{٢}}]_{١}^{٣} = \frac{-٢}{٣^{٢}} - \frac{-٢}{١^{٢}} = \frac{١٦}{٩}$

ج $\int_{-١}^{١} (٢س - ٣)\,و س = [س^{٢} - ٣س]_{-١}^{١} = (١-٣) - (١+٣) = -٦$

د $\int_{٠}^{٣} (١٠ - س^{٢})\,و س = [١٠س - \frac{١}{٣}س^{٣}]_{٠}^{٣} = (٣٠ - ٩) = ٢١$

أ. نورا الكماني

هـ $\int_{-1}^{2} (٤س^{٢} - ٢س)\,د س = \left[\frac{٤}{٣}س^{٣} - س^{٢}\right]_{-1}^{٢} = \left(\frac{٤}{٣} \times ٢^{٣} - ٢^{٢}\right) - \left(\frac{٤}{٣} \times (-١)^{٣} - (-١)^{٢}\right)$

$= ٩$

و $\int_{٢}^{٤} \left(٢ - \frac{٦}{س^{٢}}\right) د س = \int_{٢}^{٤} (٢ - ٦س^{-٢})\,د س = \left[٢س + ٦س^{-١}\right]_{٢}^{٤}$

$= \left[٢س + \frac{٦}{س}\right]_{٢}^{٤} = (٨ + \frac{٦}{٤}) - (٤ + ٣) = \frac{٥}{٢}$

٢) أوجد قيمة كلّ ممّا يأتي:

أ $\int_{١}^{٢} \left(٣س^{٢} - ٢ + \frac{١}{س^{٢}}\right) د س = \int_{١}^{٢} (٣س^{٢} - ٢ + س^{-٢})\,د س$

$= \left[س^{٣} - ٢س - س^{-١}\right]_{١}^{٢} = \left[س^{٣} - ٢س - \frac{١}{س}\right]_{١}^{٢}$

$= (٢^{٣} - ٢ \times ٢ - \frac{١}{٢}) - (١ - ٢ - ١) = \frac{١١}{٢}$

ب $\int_{-٢}^{-١} \left(٨ - \frac{س^{٢}}{س^{٢}}\right) د س = \int_{-٢}^{-١} (٨س^{-٢} - ١)\,د س = \left[-٨س^{-١} - س\right]_{-٢}^{-١}$

$= \left[\frac{-٨}{س} - س\right]_{-٢}^{-١} = (٨ + ١) - (٤ + ٢) = ٣$

ج $\int_{١}^{٢} (س + ٣)(٧ - ٢س)\,د س = \int_{١}^{٢} (-٢س^{٢} + س + ٢١)\,د س$

$= \left[\frac{-٢}{٣}س^{٣} + \frac{١}{٢}س^{٢} + ٢١س\right]_{١}^{٢} = (\frac{-١٦}{٣} + ٢ + ٤٢) - (\frac{-٢}{٣} + \frac{١}{٢} + ٢١) = \frac{١٠٧}{٦}$

د $\int_{٠}^{١} س\sqrt{س}(١ - س)\,د س = \int_{٠}^{١} (س^{\frac{١}{٢}} - س^{\frac{٣}{٢}})\,د س = \left[\frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}} - \frac{٢}{٥}س^{\frac{٥}{٢}}\right]_{٠}^{١}$

$= (\frac{٢}{٣} - \frac{٢}{٥}) - صفر = \frac{٤}{١٥}$

هـ $\int_{١}^{٢} \frac{(٣ - س)(٨ + س)}{س^{٤}}\,د س = \int_{١}^{٢} (٢٤س^{-٤} - ٥س^{-٣} - س^{-٢})\,د س$ أ. نورا الكمالي

$= \left[\frac{٢٤}{-٣}س^{-٣} - \frac{٥}{-٢}س^{-٢} - \frac{١}{-١}س^{-١}\right]_{١}^{٢} = \left[\frac{-٨}{س^{٣}} + \frac{٥}{س^{٢}} + \frac{١}{س}\right]_{١}^{٢}$

$= \left(-١ + \frac{٥}{٨} + \frac{١}{٢}\right) - \left(-٨ + \frac{٥}{٢} + ١\right) = \frac{٣٧}{٨}$

و $\int_{١}^{٤} \left(٣\sqrt{س} + \frac{٢}{\sqrt{س}}\right) د س = \int_{١}^{٤} \left(٣ س^{\frac{١}{٢}} + ٢ س^{-\frac{١}{٢}}\right) د س$

$= \left[٣ \times \frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} + ٢ \times ٢ س^{\frac{١}{٢}}\right]_{١}^{٤} = \left[٢\left(\sqrt{س}\right)^{٣} + ٤\sqrt{س}\right]_{١}^{٤}$

$= (٢ \times ٨ + ٤ \times ٢) - (٢ + ٤) = ١٨$

٣) أوجد قيمة كلّ ممّا يأتي:

أ $\int_{-١}^{٠} (٢س + ٣)^{٣} د س = \left[\frac{١}{٢ \times ٤}(٢س + ٣)^{٤}\right]_{-١}^{٠} = \left[\frac{١}{٨}(٢س + ٣)^{٤}\right]_{-١}^{٠}$

$= \left(\frac{٨١}{٨}\right) - \left(\frac{١}{٨}\right) = \frac{٨٠}{٨} = ١٠$

ب $\int_{٠}^{٤} \sqrt{٢س + ١}\, د س = \left[\frac{١}{٢ \times \frac{٣}{٢}}(٢س + ١)^{\frac{٣}{٢}}\right]_{٠}^{٤} = \left[\frac{١}{٣}(٢س + ١)^{\frac{٣}{٢}}\right]_{٠}^{٤}$

$= \left[\frac{١}{٣}\left(\sqrt{٢س + ١}\right)^{٣}\right]_{٠}^{٤} = \left(\frac{١}{٣} \times ٣٣\right) - \frac{١}{٣} = \frac{٥٦}{٣}$

ج $\int_{١}^{٢} \sqrt{(س - ١)^{٣}}\, د س = \int_{١}^{٢} (س - ١)^{\frac{٣}{٢}} د س = \left[\frac{٢}{٥}(س - ١)^{\frac{٥}{٢}}\right]_{١}^{٢}$

$= \left(\frac{٢}{٥}\right) - صفر = \frac{٢}{٥}$

د $\int_{-١}^{١} \frac{٦}{(س - ٢)^{٢}} د س = \int_{-١}^{١} ٦(س - ٢)^{-٢} د س = \left[\frac{٦}{-١}(س - ٢)^{-١}\right]_{-١}^{١}$

$= \left[\frac{-٦}{س - ٢}\right]_{-١}^{١} = (-٦) - (٢) = -٨$

هـ $\int_{٢}^{٣} \frac{٩}{(٢س - ٣)^{٣}} د س = \int_{٢}^{٣} ٩(٢س - ٣)^{-٣} د س = \left[\frac{٩}{-٢ \times ٢}(٢س - ٣)^{-٢}\right]_{٢}^{٣}$

$= \left[\frac{-٩}{٤(٢س - ٣)^{٢}}\right]_{٢}^{٣} = \left(\frac{-١}{٤}\right) - \left(\frac{-٩}{٤}\right) = ٢$

أ. نورا الكمالي

و $\int_{-2}^{2} \frac{٤}{\sqrt{٥ - ٢س}}$ د س $= \{٤(٥ - ٢س)^{\frac{-١}{٢}}$ د س $= \left[\frac{٤}{\frac{١}{٢} \times -٢}(٥ - ٢س)^{\frac{١}{٢}}\right]_{-٢}^{٢}$

$= [-٤\sqrt{٥ - ٢س}]_{-٢}^{٢} = (-٤) - (-٤ \times ٣) = ٨$

٤) أ إذا علمت أن ص $= \frac{٢}{س^{٢} + ٥}$ ، فأوجد $\frac{د ص}{د س}$.

ب أوجد قيمة $\int_{٠}^{٢} \frac{٢س}{(س^{٢} + ٥)^{٢}}$ د س.

(أ) ص $= ٢(س^{٢} + ٥)^{-١}$

$\frac{د ص}{د س} = -٢(س^{٢} + ٥)^{-٢} \times ٢س = \frac{-٤س}{(س^{٢} + ٥)^{٢}}$

(ب) $\frac{١}{-٢}\{\int_{٠}^{٢} \frac{-٢ \times ٢س}{(س^{٢} + ٥)^{٢}}$ د س $= \frac{-١}{٢}\{\int_{٠}^{٢} \frac{-٤س}{(س^{٢} + ٥)^{٢}}$ د س

$= \frac{-١}{٢}\left[\frac{٢}{س^{٢} + ٥}\right]_{٠}^{٢} = \frac{-١}{٢}\left(\left(\frac{٢}{٩}\right) - \left(\frac{٢}{٥}\right)\right) = \frac{٤}{٤٥}$

٥) أ إذا علمت أن ص $= (س^{٣} - ٢)^{٥}$، فأوجد $\frac{د ص}{د س}$.

ب أوجد قيمة $\int_{١}^{١} س^{٢}(س^{٣} - ٢)^{٤}$ د س.

(أ) $\frac{د ص}{د س} = ٥(س^{٣} - ٢)^{٤} \times ٣س^{٢} = ١٥س^{٢}(س^{٣} - ٢)^{٤}$

(ب) $\frac{١}{١٥}\{\int_{١}^{١} ١٥س^{٢}(س^{٣} - ٢)^{٤}$ د س $= \frac{١}{١٥}\left[(س^{٣} - ٢)^{٥}\right]_{١}^{١}$

$= \frac{١}{١٥}\left((١)^{٥} - (-١)^{٥}\right) = \frac{٣١}{١٥} = ٢\frac{١}{١٥}$

أ. نورا الكماني

٦) أ إذا علمت أن ص = $\frac{(\sqrt{س}+1)^{٥}}{١٠}$، فأوجد $\frac{د ص}{د س}$.

ب أوجد قيمة $\int_{١}^{٤} \frac{(\sqrt{س}+1)^{٤}}{\sqrt{س}}$ د س

(أ) $ص = \frac{١}{١٠}(س^{\frac{١}{٢}}+1)^{٥}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{٥}{١٠}(\sqrt{س}+1)^{٤} \times \frac{١}{٢} س^{-\frac{١}{٢}}$

$= \frac{(\sqrt{س}+1)^{٤}}{٤\sqrt{س}}$

(ب) $٤ \times \int_{١}^{٤} \frac{(\sqrt{س}+1)^{٤}}{٤\sqrt{س}} د س = ٤ \int_{١}^{٤} \frac{(\sqrt{س}+1)^{٤}}{\sqrt{س}} د س$

أ. نورا الكمالي

$= ٤ \left[\frac{(\sqrt{س}+1)^{٥}}{١٠} \right]_{١}^{٤} = ٤ \times \left(\left(\frac{٥^{٣}}{١٠} \right) - \left(\frac{٢^{٥}}{١٠} \right) \right) = \frac{٤٢٢}{٥} = ٨٤ \frac{٢}{٥}$