

شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية



ملخص شرح درس نهاية الدالة النسبية من الوحدة الثالثة منهج حديث

[موقع المناهج](#) ⇨ [المناهج العمانية](#) ⇨ [الصف الثاني عشر](#) ⇨ [رياضيات متقدمة](#) ⇨ [الفصل الأول](#) ⇨ [الملف](#)

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 05:00:49 2023-11-16

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر



روابط مواد الصف الثاني عشر على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الأول

[ملخص شرح درس مقدمة في النهايات والاتصال من الوحدة الثالثة منهج حديث](#)

1

[الشرح التفصيلي للوحدة الثانية حساب المتغيرات](#)

2

[اختبار قصير أول](#)

3

[اختباران على أول خمسة دروس من الوحدة الثانية](#)

4

[اختبار قصير أول مع نموذج الإجابة على الوحدة الأولى](#)

5

٣-١ ب نهاية الدالة النسبية

بسط ومقام

الدالة النسبية rational function هي دالة يمكن كتابتها في صورة نسبة بين دالتين كثيرات الحدود.

بعض الأمثلة على الدوال النسبية:

$$ع (س) = \frac{٤ - ٢س}{٩ - ٢س}, ق (س) = \frac{٢س^٢}{٨ + ٢س}, د (س) = \frac{١ - س^٣}{٢ - س}, هـ (س) = \frac{٩ - ٢س}{٣ - س}$$

فيما يأتي بيان الدالتين د (س) = $\frac{١ - س^٣}{٢ - س}$

$> (٢) =$ غير موجودة
المجال $س \geq ٢$ أو $س \neq ٢$ أو $س \in \{٢\}$
نبحث وجود نهاية عند $س = ٢$

س	٢	٢,١	٢,٠١	٢,٠٠١	٢,٠٠٠١	١,٩٩٩٩	١,٩٩٩	١,٩٩	١,٩
د(س)	---	١٧ -	١٩٧ -	١٩٩٧ -	١٩٩٩٧ -	٢٠٠٣	٢٠٠٣	٢٠٣	٢٣

اليسرى

اليمنى

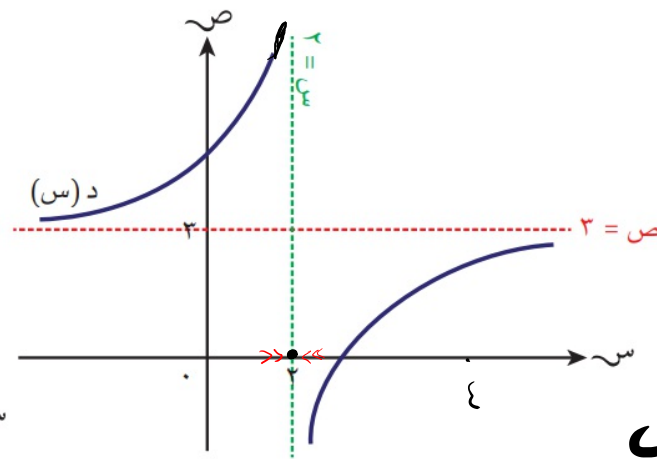
نها $د(س) = \infty$

نها $د(س) = -\infty$

\therefore نها $د(س) \neq$ نها $د(س)$

\therefore نها $د(س)$ غير موجودة

$س = ٢$ خط تقاربي رأسي
 $س = ٣$ خط تقاربي أفقي



د(س) غير معرفة عند $س = ٢$ ، د(س) = ٢
لا حلول لها.

$$هـ(س) = \frac{٩ - ٢س}{٣ - س}$$

$$هـ(٣) = \frac{٩ - ٩}{٣ - ٣} = \frac{0}{0}$$

المجال $س \in \{٣\}$

س ≥ ٣ أو $س \neq ٣$ (الدالة غير معرفة عند $س = ٣$)

$$هـ(س) = \frac{(٣ - س)(٣ + س)}{(٣ - س)}$$

$$ص = ٣ + س \quad س \neq ٣$$

س	١	٢	٤	٠	١	٢
ص	٤	٥	٧	٣	٢	١

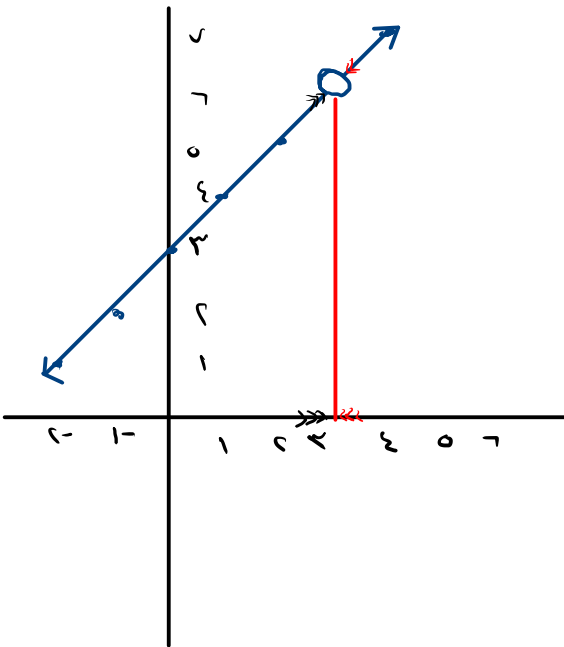
نها $هـ(س) = ٦$
نها $هـ(س) = ٦$

\therefore نها $هـ(س) =$ نها $هـ(س)$

\therefore نها $هـ(س) = ٦$

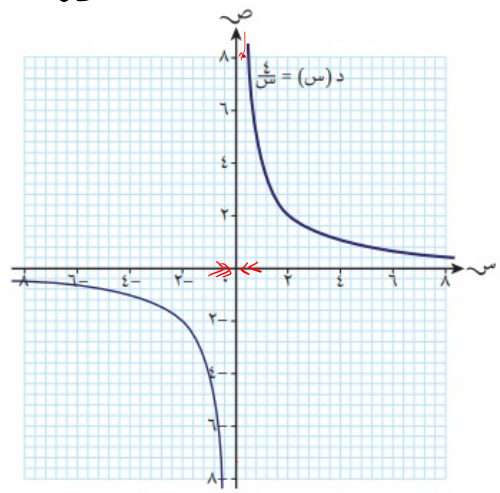
المنحنيان في بيان الدالة د(س) يقتربان أكثر فأكثر من المستقيمين المنقطين، ولكن لا يصلان إليهما أبداً. يسمى كل من هذين المستقيمين **بخط التقارب asymptote**، ويشير خط التقارب الرأسي إلى قيم س التي تكون الدالة عندها غير معرفة.

النقطة الناقصة في منحنى الدالة هـ(س) تعرف **بالفجوة hole**.



يبين الرسم الآتي منحنى الدالة د(س) = $\frac{4}{س}$ = $\frac{س + 4}{س - 4}$

س = 0
ص = 0



من جهة اليسار		من جهة اليمين	
د(س)	س	د(س)	س
4-	1-	4	1
8-	0,5-	8	0,5
80-	0,05-	80	0,05
800-	0,005-	800	0,005
∞		∞	

- ب اشرح، باستخدام الرموز، سبب عدم وجود نهاية د(س).
- ج اكتب معادلتَي خطي التقارب الرأسى والأفقى.

نهاية د(س) = ∞ سرجه +
 نهاية د(س) = ∞ ، نهاية د(س) = ∞ سرجه -
 \therefore نهاية د(س) \neq نهاية د(س) سرجه +
 \therefore نهاية د(س) غير موجودة سرجه -
 معادلة التقارب الاغنى ص = 0
 معادلة التقارب الرأسى س = 0

د(س) = $\frac{س^2 - 2}{س}$ المجال $[-1, 1]$ او $س \geq 1$ ، س $\neq 0$

د(س) = $\frac{س(س-2)}{س} = س - 2$ ، س $\neq 0$
 ص = س - 2 ، س $\neq 0$

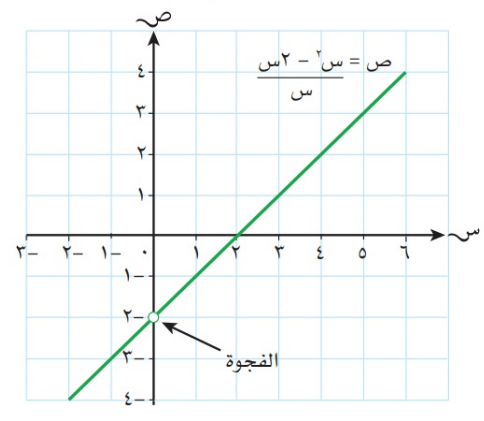
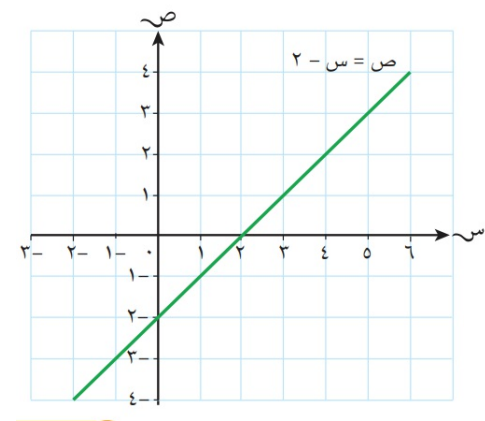
احداثيات الفجوة (2, 0)

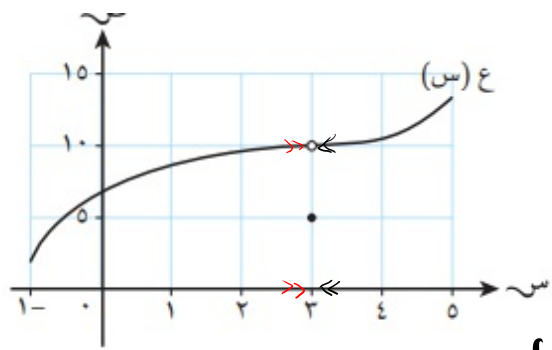
سر	1	3	5
ص	-1	1	3

نهاية د(س) = ؟ سرجه -

نهاية د(س) = 2 ، نهاية د(س) = 2 سرجه -
 \therefore نهاية د(س) = نهاية د(س) سرجه +
 \therefore نهاية د(س) = 2 سرجه -

قارن التمثيلين البيانيين الموضحين أدناه:





باستخدام التمثيل البياني المقابل:

أ أوجد $ع(3) = 0$

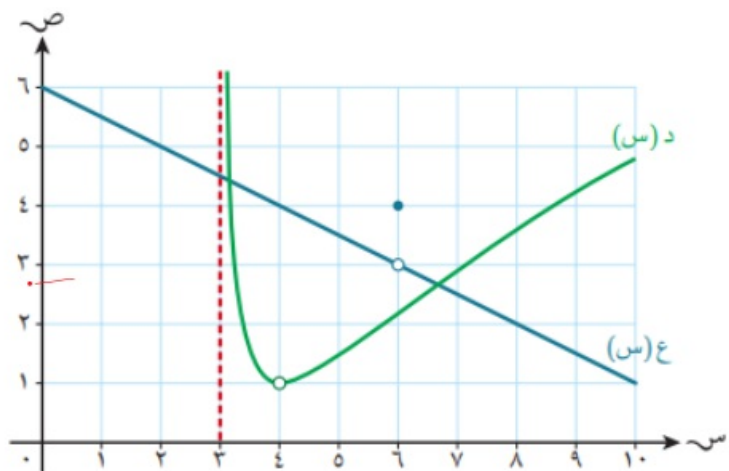
ب قَدِّر قيمة نهاية $ع(س)$ $س \leftarrow 3$

الحل:

نهاية $ع(س)$ $س \leftarrow 3 = 0$ نهاية $ع(س)$ $س \leftarrow 3 = 0$

\therefore نهاية $ع(س)$ $س \leftarrow 3 = 0$ نهاية $ع(س)$ $س \leftarrow 3 = 0$

\therefore نهاية $ع(س)$ $س \leftarrow 3 = 0$



أ استخدم التمثيل البياني حيث أمكن لتقدير قيمة:

ع(6) = 0 (1) نهاية $ع(س)$ $س \leftarrow 6 = 3$ (2)

د(4) = 3 (3) نهاية $د(س)$ $س \leftarrow 4 = 1$ (4)

ب علام يدل المستقيم المنقط الذي معادلته $س = 3$ حول تمثيل الدالة $د(س)$ ؟

خط تقارب رأسي للدالة $د(س)$

فيما يلي جدول القيم للدالة النسبية $د(س) = \frac{1-s^2}{1-s}$

س	ع
6	7
5	6
4	5
3	4
2	3
1	غير معرّفة
0	1
-1	0
-2	-1
-3	-2
-4	-3

أ أوجد إحداثيات الفجوة الموجودة في منحنى الدالة $د(س)$.

ب بيّن أن نهاية $د(س)$ موجودة، وأوجد قيمتها.

$$د(س) = \frac{(1-s)(1+s)}{(1-s)} = \frac{1-s^2}{1-s} = 1+s$$

الإحداثيات اليسرى للفجوة = 1

الإحداثيات اليمينية للفجوة = 1

(1, 1) الفجوة

$$ص = 1+s$$

$$ص = 1+1 = 2$$

إذا جعلنا قيمة $س$ تقترب من 1 بالتناقص من جهة اليمين، نجد أن نهاية $د(س)$ $س \leftarrow 1 = 2$

س	د(س) = $\frac{1-s^2}{1-s}$
1,1	2,1
1,01	2,01
1,001	2,001
1,0001	2,0001

إذا جعلنا قيمة $س$ تقترب من 1 بالتزايد من جهة اليسار، نجد أن نهاية $د(س)$ $س \leftarrow 1 = 2$

س	د(س) = $\frac{1-s^2}{1-s}$
0,9	1,9
0,99	1,99
0,999	1,999
0,9999	1,9999

نهاية $د(س)$ موجودة لأن نهاية $د(س)$ $س \leftarrow 1 = 2$ نهاية $د(س)$ $س \leftarrow 1 = 2$

\therefore نهاية $د(س)$ $س \leftarrow 1 = 2$

إذا كانت الدالة د (س) = $\frac{1 - س^2}{س}$:

أ) انسخ وأكمل الجدولين الآتيين اللذين يبينان قيمة د (س) عندما تقترب س من الصفر من جهة اليسار، ومن جهة اليمين:

من جهة اليسار		من جهة اليمين	
س	د (س)	س	د (س)
0,1-	8	0,1	8-
0,05-	18	0,05	18-
0,01-	98	0,01	98-
0,005-		0,005	198-
0,001-		0,001	
0,0005-		0,0005	

ب) اذكر ما إذا كان ممكناً إيجاد أي نهاية من النهايتين الآتيتين، وأعطِ سبباً لكل إجابة:

١) نهاية د (س) $\lim_{س \rightarrow 0^+} د(س) = \infty$

٢) نهاية د (س) $\lim_{س \rightarrow 0^-} د(س) = \infty$

ج) ماذا تستنتج عن نهاية د (س)؟ $\lim_{س \rightarrow 0} د(س)$

إذا كانت الدالة ع (س) = $\frac{س^2 - 7س + 12}{س - 4}$ = $\frac{(س - 3)(س - 4)}{س - 4}$

أ) اشرح سبب أن الدالة ع (س) غير معرفة عند س = 4

ب) استخدم جدولاً لتجد نهاية ع (س) عندما تقترب س إلى 4 من:

١) جهة اليسار.

٢) جهة اليمين.

ج) أعطِ سبب وجود نهاية الدالة ع (س) عند س = 4

