## شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

## إجابات تمارين الوحدة السابعة الأعداد المركبة



تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2024-02-13 16:26:43

## التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر

## روابط مواد الصف الثاني عشر على تلغرام

| التربية الاسلامية | اللغة العربية | اللغة الانجليزية | الرياضيات |
|---|---|---|---|

## المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الثاني

| | |
|---|---|
| 1 | إجابات تمارين الوحدة السادسة التكامل |
| 2 | ملف ثاني في إجابات الوحدة الخامسة المزيد من التفاضل |
| 3 | حل أسئلة الوحدة الخامسة المزيد من التفاضل |
| 4 | حل تمارين درس قاعدة مشتقة ضرب دالتين |
| 5 | معايير نجاح المادة منهج كامبريدج |

# إجابات تمارين كتاب الطالب - الوحدة السابعة: الأعداد المركّبة

## إجابات معرفة قبلية

**١)** أ) $أ^{٣} - ٢ب س$

ب) $٢أ^{٢} - أب س - ٣ب^{٢} س^{٢}$

ج) $٢أ^{٣} - ٦ب س$

**٢)** أ) $-٢\sqrt{٢}$ ب) $-١$

ج) $\frac{٢٣ - ٣\sqrt{٩}}{٢٢}$

**٣)** أ) $\frac{\pi}{٤}$، $\frac{\pi ٣}{٤}$

ب) $٢,٢٩^{٥}$ مقرّبة إلى أقرب ٣ أرقام معنوية.

**٤)** أ) ٥

ب) $٠,٩٢٧^{٥}$ مقرّبة إلى أقرب ٣ أرقام معنوية أو $٥٣,١^{\circ}$ مقرّبة إلى أقرب منزلة عشرية واحدة.

ج) $\overrightarrow{ب أ} = \begin{pmatrix} -٢ \\ ١١ \end{pmatrix}$

## تمارين ٧-١

**١)** أ) ١٢ت ب) $\frac{٢}{٣}$ت

ج) $(٣\sqrt{١٠})$ت د) ١٣ت

**٢)** أ) ٨ ب) $(٩ + ٣\sqrt{٢})$ت

ج) $\sqrt{٢٩}$ د) $\frac{٥}{٦}$

## تمارين ٧-٢

**١)** أ) $\pm \frac{٨}{٥}$ت ب) $\pm \frac{\sqrt{٧}}{٢}$ت

ج) $\pm \frac{١}{٢}$ت

**٢)** الجزء الحقيقي من ع هو ٤، والجزء التخيلي هو $-٣$

**٣)** أ = ٥، ب = $-٢$

**٤)** أ) س = ٣، ص = $-١$ ب) س = ١، ص = ٣

ج) س = ١، ص = ٢

**٥)** أ) $-١ \pm (٣\sqrt{٢})$ت ب) $-٢ \pm$ ت

ج) $\frac{١}{٢} \pm \frac{٣}{٢}$ت د) $٣ \pm$ ت$\sqrt{٦}$

هـ) $-\frac{٤}{٣} \pm \frac{\sqrt{١٤}}{٣}$ت و) $-\frac{٥}{٤} \pm \frac{\sqrt{٧}}{٤}$ت

## تمارين ٧-٣

**١)** أ) ٥ + ٥ت ب) ٤١

ج) ٤٠ − ٤٢ت د) ٢٨ − ٩٦ت

هـ) ٥ − ٢ت و) $-١ +$ ت

ز) ٥ − ت ح) $\frac{١}{٢} - \frac{٥}{٢}$ت

**٢)** أ) ٦ − ٥ت ب) ٤ + ت

ج) ١١ + ٧ت د) $-\frac{١}{٥} - \frac{١٣}{٥}$ت

**٣)** أ) $ع^{٢} + ٤٩ = ٠$ ب) $ع^{٢} - ٢ع + ٢٦ = ٠$

ج) $ع^{٢} - ٤ع + ١٣ = ٠$ د) $ع^{٢} + ٥ع + ١٤ = ٠$

**٤)** س = $\frac{١}{٢}$، ص = $\frac{٣}{٢}$

**٥)** ١ + ٢ت

**٦)** $ع^{٢} - ١٠ع + ٢٨ = ٠$

**٧)** ٣,٢ − ٢,٤ت أمبير.

## تمارين ٧-٤

قياسات جميع الزوايا بالراديان مقربة إلى أقرب ٣ أرقام معنوية.

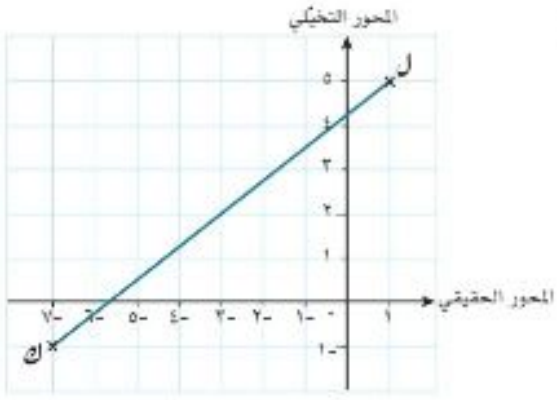
**١)** أ)

ب) $(-ل)^{*} = -٥ - ٢$ت



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

**٢)** أ




ب $-٣ + ٢ت$

**٣)** أ $(١٣، ٢,٧٥)$ ب $\left(٥، \frac{\pi}{٢}\right)$

ج $(١٧، ١,٠٨)$ د $(٠,٦١، -٠,١٨١)$

هـ $(٤١,-١,٧٩)$ و $\left(٢، -\frac{\pi ٢}{٣}\right)$

ز $(٣، ٠,٧٣٠)$ ح $(٢,٨٦-، ٢٥)$

ط $\left(\sqrt{٢}ك، -\frac{\pi}{٤}\right)$

**٤)** أ $\sqrt{١٠}$ (جتا(١,٨٩) + ت جا(١,٨٩)) للنقطة أ.

$\sqrt{١٠}$ (جتا(٠,٣٢٢) + ت جا(٠,٣٢٢)) للنقطة ب.

$\sqrt{١٠}$ (جتا(-١,٢٥) + ت جا(-١,٢٥)) للنقطة ج.

ب برهان (انظر الحل التفصيلي صفحة ١٧٧).

**٥)** أ $\frac{٣}{٢} + \frac{\sqrt{٣}٣}{٢}$ ت ب $١,٩١ + ٤,٦٢$ ت

ج $-\frac{١}{٢}$ د $\frac{\sqrt{٣}٣}{٢} - \frac{\sqrt{٣}٣}{٢}$ ت

**٦)** أ $٥هـ^{\frac{\pi ت}{٣}}$

ب $\sqrt{٢}هـ^{-\frac{\pi ت}{٤}}$

ج $\frac{\sqrt{٢}هـ^{-\frac{\pi ت ٥}{١٢}}}{٥}$

**٧)** أ $= \frac{\sqrt{٣}٥}{٢}$، ب $= \frac{٥}{٢}$

**٨)** أ $ر^{٢}$

ب جتا$^{٢}$أ - جا$^{٢}$أ + ت(٢جاأ جتاأ)

## تمارين ٧-٥

قياسات جميع الزوايا بالراديان مقربة إلى أقرب ٣ أرقام معنويّة.

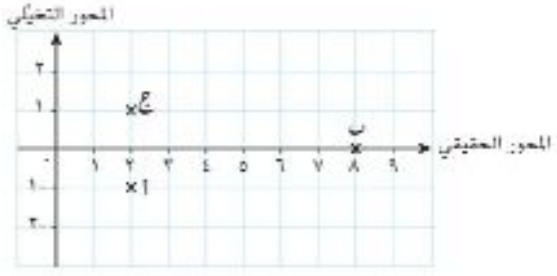
**١)** أ ك = ١

ب ع$_{١}$ = ت، ع$_{٢}$ = -١، وهو حقيقي.

**٢)** أ ع = ٢ - ت

ب ل = ٧٣، ك = -٤٠

ج




**٣)** $\frac{\sqrt{٦}}{٢}$ (جتا١,٧٨ + ت جا١,٧٨).

$\frac{\sqrt{٦}}{٢}$ (جتا(-١,٧٨) + ت جا(-١,٧٨))

**٤)** ع = ٣، ع = ٥ت، ع = -٥ت

**٥)** س = ٨، ص = ٣

**٦)** ع = -٥,٠، ع = ٣ + ت، ع = ٣ - ت

**٧)** ع = ٣ت، ع = -٣ت، ع = ١ + ٢ت، ع = ١ - ٢ت

**٨)** أ -٥ + ت، ٥ - ت

ب $-٣ - ت\sqrt{٢}$، $٣ + ت\sqrt{٢}$

ج $\sqrt{٢} - ت\frac{\sqrt{٣}}{٢} - \sqrt{٢} + ت\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

د ٤ - ٣ت، -٤ + ٣ت

هـ ١ + ت$\sqrt{٥}$، -١ - ت$\sqrt{٥}$

**٩)** أ ع = ٧، ع = ٤ + ت$\sqrt{٣}$، ع = ٤ - ت$\sqrt{٣}$

ب ع = $-\frac{١١}{٨}$، ع = $\frac{-٢٥ + ت\sqrt{٣}}{١٦}$، ع = $\frac{-٢٥ - ت\sqrt{٣}}{١٦}$

**١٠)** أ = ١٦، ب = -١، ع = ±٤ت، ع = $\frac{١}{٢} + \frac{\sqrt{١٥}}{٢}$ ت،

ع = $\frac{١}{٢} - \frac{\sqrt{١٥}}{٢}$ ت



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

**١١)** أ برهان (انظر الحل التفصيلي صفحة ١٨٤).

ب $ع = \frac{١}{٥} - \frac{\sqrt{٦}٢}{٥}$ ت

## تمارين مراجعة نهاية الوحدة السابعة

قياسات جميع الزوايا بالراديان مقربة إلى أقرب ٣ أرقام معنويّة.

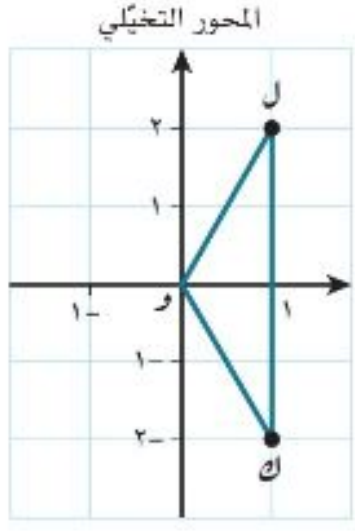
**١)** $-٠,١ - ١,٧$ت

**٢)** ق = ١ − ٥ت، ق = ١ + ٥ت

**٣)** $ع ع^{*} = ك^{٢} + ٣٦$، $\frac{ع}{ع^{*}} = \frac{(ك^{٢} - ٣٦) - ١٢ك ت}{ك^{٢} + ٣٦}$

**٤)** $\frac{ق}{ح} = ٢ هـ_{(-\frac{٤٧}{١٢})}$

**٥)** أ

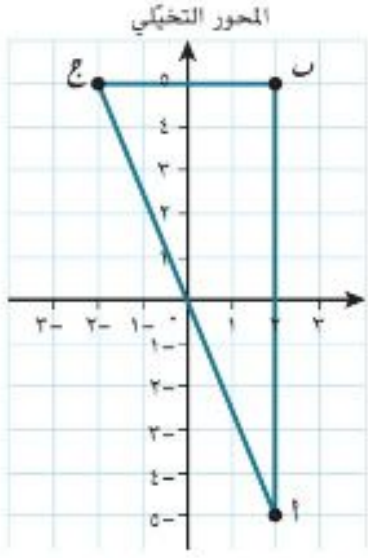



المثلث و ل ك متطابق الضلعَين.

ب $\frac{ق}{ح} = \sqrt{٣}٢ \left(جتا\left(\pi \frac{٣}{٤}\right) + ت جا\left(\pi \frac{٣}{٤}\right)\right)$

**٦)** أ س = $\frac{١}{٢}$، ص = ٣

ب



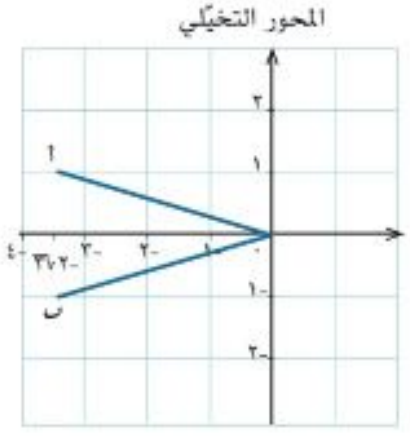

المثلث أ ب ج قائم الزاوية.

ج ١) $\frac{٢١}{٢٩} - \frac{٢٠}{٢٩}$ ت

٢) جتا(−٠,٧٦١) + ت جا(−٠,٧٦١)

**٧)** أ $ع_{١} = -٢\sqrt{٣}٢ + ت$، $ع_{٢} = -٢\sqrt{٣}٢ - ت$

ب




ج $|ع_{١}| = |ع_{٢}| = \sqrt{١٣}٧$، السعة للعدد المركب

$ع_{١}$ = ٢,٨٦، السعة للعدد المركب $ع_{٢}$ = −٢,٨٦

**٨)** أ المقياس = ٨، السعة = $-\frac{\pi}{٦}$

ب $\sqrt{٣}٢ هـ_{(-\frac{\pi}{٤})}$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

**٩)** ح = −١ + ت

**١٠)** س = −٣، ص = $\sqrt{٢}$ أو س = ٣، ص = −$\sqrt{٢}$

**١١)** أ) برهان

ب) $ع_{١}$ = ٣، $ع_{٢}$ = −$\frac{١}{٢}$ + $\frac{ت}{٢}$، $ع_{٣}$ = −$\frac{١}{٢}$ − $\frac{ت}{٢}$

**١٢)** $ع_{١}$ = ٣ + ٢ت

**١٣)** ع = −$\frac{٤}{٣}$، ع = $\frac{١}{٦}$ − $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ت، ع = $\frac{١}{٦}$ + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ت

**١٤)** أ) د(−٣) = ٠

ب) ع = ١، ع = −٣، ع = −$\frac{١}{٤}$ + $\frac{\sqrt{١٥}}{٤}$ت،

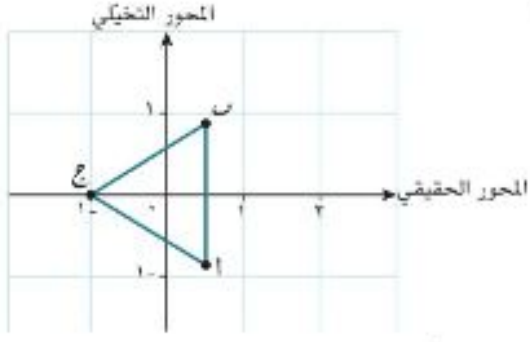
ع = −$\frac{١}{٤}$ + $\frac{\sqrt{١٥}}{٤}$ت

**١٥)** أ) ل = ٣، ك = ٤

ب) |ع| = ٢

**١٦)** أ) ع = −١، ع = $\frac{١ + ت\sqrt{٣}}{٢}$، ع = $\frac{١ - ت\sqrt{٣}}{٢}$

ب)




المثلث أ ب ج متطابق الأضلاع.

**١٧)** أ) برهان

ب) $\left|\frac{ع}{ع_{٠}}\right|$ = ١، سعة $\left(\frac{ع}{ع_{٠}}\right)$ = −٠,٨٤١

ج) ٣$ع^{٢}$ − ٤ع + ٣ = ٠

**١٨)** أ) ك = −١ ب) سعة ع = ٠,٨٦٢

**١٩)** ٧ − ٢ت

**٢٠)** ف = ١ + ٢ت، ق = −٢ − ٢ت

**٢١)** أ) $\frac{٣}{٢}$ + $\frac{١}{٢}$ت

ب) −$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ + $\frac{١}{٢}$ت

# إجابات تمارين كتاب النشاط - الوحدة السابعة: الأعداد المركّبة

## تمارين ٧-١

**١)** أ) ١٣ت ب) $\frac{٨}{١٣}$ت

ج) ٣ت$\sqrt{١٠}$ د) ١٢ت

**٢)** أ) −٣٠ ب) −٩ + ٣ت

ج) −٢٠ د) $\frac{٥}{٦}$

## تمارين ٧-٢

**١)** أ) ± $\frac{٢ت}{٣}$ ب) ± $\frac{٢ت}{\sqrt{٣}}$

ج) ± $\frac{٥ت}{٤}$

**٢)** أ) ±٣ت ب) −٢ ± ت

ج) ٣ ± ٤ت د) $\frac{١}{٢}$(−١ ± ٥ت)

**٣)** أ) ١ − ٧ت ب) −٢ − ت

ج) ٥ د) −٣ت

## تمارين ٧-٣

**١)** أ) ٤ ب) ٦ت

ج) ١٣ د) ٢٤ت

هـ) ٢٤ت و) −١٠

ز) ١٦ ح) −٣٦

**٢)** أ) ٤ − ت ب) ٢ + ٣ت

ج) ٧ د) ٥ + ٢ت

هـ) ٥ − ٥ت و) ٨ + ٦ت

ز) $\frac{١}{٥}$(١ + ٧ت) ح) $\frac{١}{١٠}$(١ − ٧ت)

ط) ١ − ٣ت ي) ٢ + ٤ت

ك) $\frac{١}{٢}$(−١ − ٣ت) ل) $\frac{١}{٥}$(٣ + ت)

**٣)** س = ١، ص = ١



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤) أ $-٢-٥$ت  ب $\frac{١}{٣}(٧-٢$ت$)$

ج $\frac{١}{٢}(-٥+$ت$)$  د $\frac{١}{٢٥}(٧+٢٤$ت$)$

٥) أ س = ٢، ص = ت  ب س = ١ + ت، ص = ٢ت

٦) ع = ٣ + ٤ت

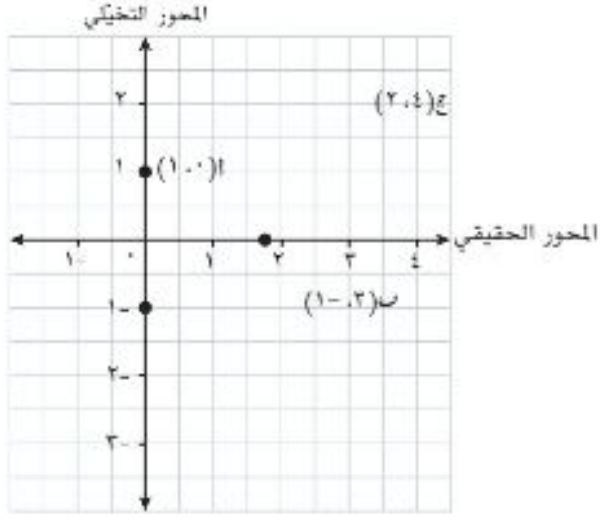
٧) أ $س^{٢}-٢س+٥=٠$  ب $س^{٢}-٦س+٢٥=٠$

ج $س^{٢}+٢س+٦=٠$

٨) س = ٢، ص = ١

## تمارين ٧-٤

١)




٢) $٢ر(جتا أ + ت جا أ)$، حيث:

أ ر = ٢، $أ = \frac{٧}{١٢}\pi$  ب ر = ٢، $أ = \frac{١}{١٢}\pi$

ج ر = ٢، $أ = \frac{٥}{٦}\pi$  د ر = ٢، $أ = \frac{١}{١٢}\pi$

٣) أ جتا أ - ت جا أ  ب جتا أ - ت جا أ

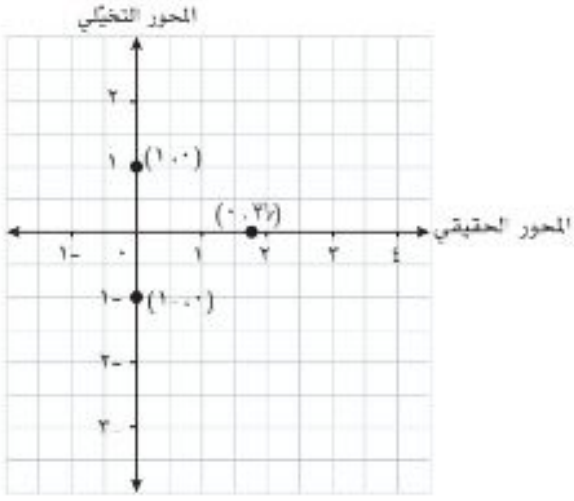
ج ر(جتا أ - ت جا أ)  د $\frac{١}{ر}$(جتا أ - ت جا أ)

٤) أ $٢\left(جتا\frac{١}{٣}\pi + ت\ جا\frac{١}{٣}\pi\right)$،

$\sqrt{٢}\left(جتا\frac{-١}{٤}\pi + ت\ جا\left(\frac{-١}{٤}\pi\right)\right)$

ب $-\sqrt{٣}+$ت

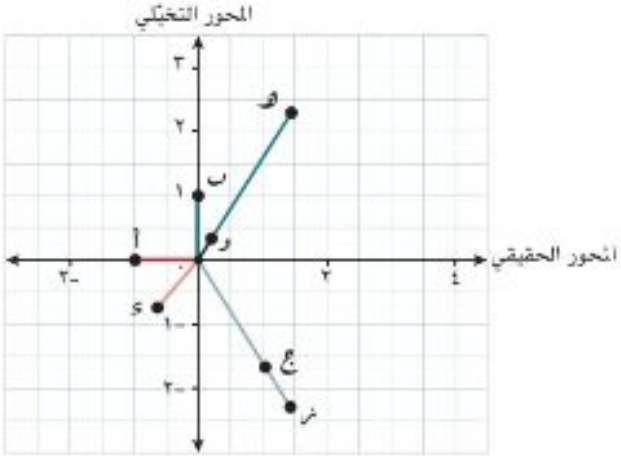
٥) أ




ب ١) $-\frac{١}{٦}\pi$  ٢) $\frac{١}{٦}\pi$

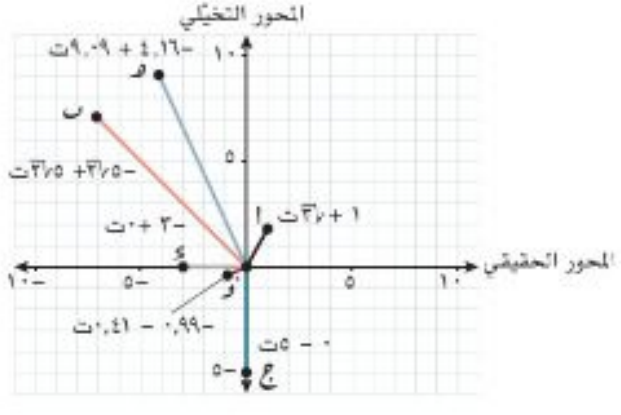
٣) $\frac{١}{٣}\pi$  ٤) $\frac{١}{٣}\pi$

٦)




٧) $هـ^{جتا\ أ}$، جا أ

٨)






الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

أ) ١ + √٣ت  ب) -٥ + √٣ت

ج) -٥ت  د) -٣

هـ) -٤,١٦ + ٩,٠٩ت  و) -٠,٩٩ - ٠,١٤ ت

٩) ر(جتاأ + ت جاأ) عندما:

أ) ر = ١,١١ ، أ = ٢,٢٤

ب) ر = ٠,٩٣- ، أ = ٥

ج) ر = ٢,٢٧ ، أ = ٧,٨١

د) ر = ٢,٢٩- ، أ = ١٠,٦٣

هـ) ر = ٠ ، أ = ١

و) ر = $\frac{١}{٢}\pi$ ، أ = ٢

ز) ر = ٣ ، أ = $\pi$

ح) ر = $-\frac{١}{٢}\pi$ ، أ = ٤

ط) ر = $-\frac{١}{٤}\pi$ ، أ = ٢

ي) ر = $\frac{٢}{٣}\pi$ ، أ = ٢

١٠) أ) √٣ + ت

ب) ٣ + ٤ت

ج) -٣ + ٤ت ، -٩ + ٤ت

د) $\pm\frac{١}{٢}\sqrt{٣} + \left(٢\pm\frac{١}{٢}\sqrt{٣}\right)$ت

## تمارين ٧-٥

١) ع$_{١}$ = ٣ - ٢ت ، ع$_{٢}$ = -٣ + ٢ت

٢) أ) (ع - ٥ت)(ع + ٥ت)

ب) (٣ع - ١ - ٢ت)(٣ع - ١ + ٢ت)

ج) (٢ع + ٣ - ٢ت)(٢ع + ٣ + ٢ت)

د) (ع - ٢)(ع + ٢)(ع - ٢ت)(ع + ٢ت)

هـ) (ع - ٣)(ع + ٣)(ع - ت)(ع + ت)

٣) أ) عوّض ع = ١ + ت. إذا كان الطرف الأيمن = ٠ فإن ١ + ت جذر للمعادلة ع$^{٤}$ + ٣ع$^{٣}$ - ٦ع + ١٠

= (١ + ت)$^{٤}$ + ٣(١ + ت)$^{٣}$ - ٦(١ + ت) + ١٠

= ١ + ٤ت + ٦ت$^{٢}$ + ٤ت$^{٣}$ + ت$^{٤}$ + ٣(١ + ٢ت + ت$^{٢}$) - ٦ - ٦ت + ١٠

= ١ + ٤ت - ٦ - ٤ت + ١ + ٣ + ٦ت - ٣ - ٦ - ٦ت + ١٠

= ٠

ب) (١ - ت)(-١ + ٢ت)(-١ - ٢ت)

٤) أ) عوّض ع = -٢ + ت. إذا كان الطرف الأيمن = ٠ فإن ١ + ت جذر للمعادلة ع$^{٤}$ + ٢٤ع + ٥٥

= (-٢ + ت)$^{٤}$ + ٢٤(-٢ + ت) + ٥٥

= ١٦ - ٣٢ت + ٢٤ت$^{٢}$ - ٨ت$^{٣}$ + ت$^{٤}$ - ٤٨ + ٢٤ت + ٥٥

= ١٦ - ٣٢ت - ٢٤ + ٨ت + ١ - ٤٨ + ٢٤ت + ٥٥

= ٠

ب) (-٢ - ت)(٢ - ت√٧)(٢ + ت√٧)



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

**٥)** ع = أ + بت

ع* = أ − بت

$$\frac{ع}{ع^*} = \frac{أ + بت}{أ - بت} = \frac{(أ + بت)(أ + بت)}{(أ - بت)(أ + بت)} =$$

$$\frac{أ^2 + 2أبت - ب^2}{أ^2 + ب^2}$$

ليكن الجزء الحقيقي جـ، ويساوي $\frac{أ^2 - ب^2}{أ^2 + ب^2}$

ليكن الجزء الحقيقي د، ويساوي $\frac{2أب}{أ^2 + ب^2}$

$$جـ^2 = \frac{(أ^2 - ب^2)^2}{(أ^2 + ب^2)^2} = \frac{أ^4 - 2أ^2ب^2 + ب^4}{(أ^2 + ب^2)^2}$$

$$د^2 = \frac{(2أب)^2}{(أ^2 + ب^2)^2} = \frac{4أ^2ب^2}{(أ^2 + ب^2)^2}$$

اجمع العبارتين لتجد أن:

$$جـ^2 + د^2 = \frac{أ^4 - 2أ^2ب^2 + ب^4}{(أ^2 + ب^2)^2} + \frac{4أ^2ب^2}{(أ^2 + ب^2)^2}$$

$$= \frac{أ^4 + 2أ^2ب^2 + ب^4}{(أ^2 + ب^2)^2} = \frac{(أ^2 + ب^2)^2}{(أ^2 + ب^2)^2} = 1$$

**٦)** $\pm(2 + 2\sqrt{3}ت)$

**٧)** أ) $\pm(1 - ت)$

ب) $\pm(2 + 5ت)$

ج) $\pm(1{,}10 + 0{,}455ت)$

د) $\pm(3 - 2ت)$

## تمارين مراجعة نهاية الوحدة السابعة

**١)** ١ − ت، −٦

**٢)** ك = ±٢

**٣)** أ) ٤، $\frac{1}{3}\pi$ ب) $\pm(\sqrt{3} + ت)$

ج) ١ − ت$(\sqrt{3} + \sqrt{2})$، ١ + ت$(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

**٤)** أ) ١) ١، ٠ ٢) ١، $\pi$

٣) ١، ٠ ٤) ١، $\pi$

ب) ١) ٢، ٠ ٢) ٠، غير معرّفة

٣) ٢، ٠ ٤) ٠، غير معرّفة

**٥)** أ) جـ = ٢ + ٢ت

ب) |جـ| = $\sqrt{2}2$، السعة = $\frac{\pi}{4}$

**٦)** أ) ك = ١٢

ب) ١ + ٢ت، $\frac{1}{2}$

**٧)** أ) ع$_1$ = ٣، ع$_2$ = $\frac{-3 + 3\sqrt{3}ت}{2}$، ع$_3$ = $\frac{-3 - 3\sqrt{3}ت}{2}$

ب) ك$_1$ = ٢ت، ك$_2$ = ١ − ت

**٨)** أ) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{ت}{2}$

ب) ع = ٢$\left(جتا\frac{\pi}{3} - ت جا\frac{\pi}{3}\right)$

ج) ٨هـ$^{\frac{-\pi ت}{3}}$

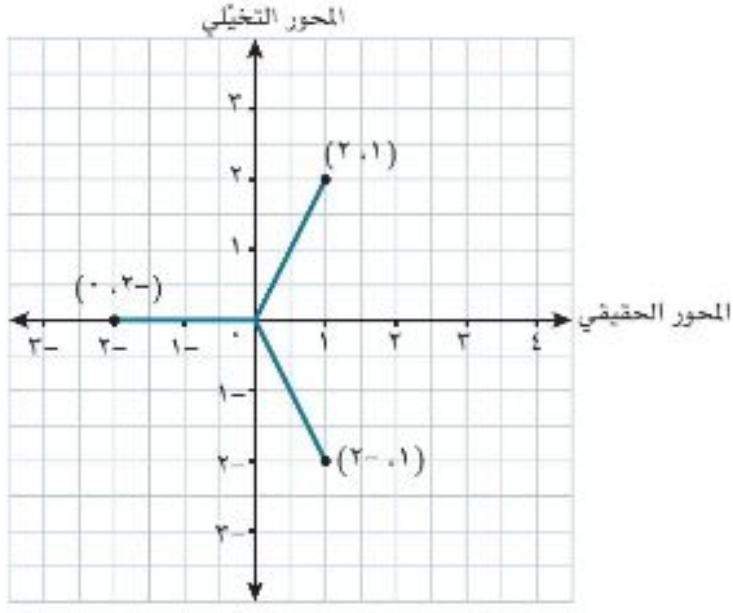
د) المقياس = $\frac{1}{2}$، السعة = $\pi$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

**٩)** أ) أ = ١

ب)




ج) للجذر ١ + ٢ت: $|٦(١ + ٢ت) - ١| = |٥ + ١٢ت| = \sqrt{٥^٢ + ١٢^٢} = ١٣$

للجذر ١ − ٢ت: $|٦(١ + ٢ت) - ١| = |١ - ٥ - ١٢ت| = \sqrt{(-١٢)^٢ + ٥^٢} = ١٣$

للجذر −٢: $|٦ \times (-٢) - ١| = |-١٢ - ١| = ١٣$

**١٠)** أ) ٢ + ت ب) −٢ ± ٣ت

ج) ع = ٢ + ت، ق = ت



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

# الوحدة السابعة: حلول تمارين كتاب الطالب

# الأعداد المركّبة

## تمارين ٧-١

**١)** أ $\sqrt{-١٤٤}$

$= \sqrt{-١ \times ١٤٤}$

$= \sqrt{١٤٤} \times \sqrt{-١}$

$= ١٢ت$

د $\sqrt{-١٦} + \sqrt{-٨١}$

$= \sqrt{١٦} \sqrt{-١} + \sqrt{٨١} \sqrt{-١}$

$= ٤ت + ٩ت$

$= ١٣ت$

**٢)** ب $٩ت - (ت\sqrt{٣})^٢$

$= ٩ت - ت^٢ ت (\sqrt{٣})^٢ \sqrt{٣}$

$= ٩ت - (-١)ت(\sqrt{٣}٢)$

$= ٩ت + ٢ت\sqrt{٣}$

$= (٩ + ٢\sqrt{٣})ت$

تذكّر أن:
$ت^٢ = -١$
$ت^٣ = ت^٢ ت = -ت$
$ت^٤ = (ت^٢)^٢ = (-١)^٢ = ١$
عند تبسيط قوى ت الأكبر من ٤، استخدم هذه الحقائق للتبسيط.
مثل: $ت^٧ = ت^٤ ت^٢ ت = ١(-١)ت = -ت$.

د $-\frac{٥}{٦ت^٢}$

$= -\frac{٥}{٦(-١)}$

$= \frac{٥}{٦}$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

## تمارين ٧-٢

**١)** أ) $س^{٢} + \frac{٦٤}{٢٥} = ٠$

$س = \pm \sqrt{\frac{٦٤}{٢٥}}$

$= \pm \sqrt{\frac{٦٤}{٢٥} \times -١}$

$= \pm \frac{٨}{٥}$ ت

ب) $٤س^{٢} + ٧ = ٠$

$س^{٢} = -\frac{٧}{٤}$

$س = \pm \sqrt{\frac{٧}{٤} \times -١}$

$س = \pm \frac{\sqrt{٧}}{٢}$ ت

ج) $١٢س^{٢} + ٣ = ٠$

$س^{٢} = -\frac{١}{٤}$

$س = \pm \sqrt{\frac{١}{٤}}$

$س = \pm \sqrt{\frac{١}{٤} \times -١}$

$= \pm \frac{١}{٢}$ ت

**٢)** في العدد المركب ع = أ + ب ت، الجزء الحقيقي أ، والتخيّلي ب. وعليه في العدد المركب ع = ٤ - ٣ت، الجزء الحقيقي ٤، والجزء التخيلي -٣

**٣)** إذا كان ع$_{١}$ = ع$_{٢}$ فإن الجزأين الحقيقيَّين في ع$_{١}$، ع$_{٢}$ متساويان، وكذلك الجزآن التخيّليان فيهما متساويان. فيكون أ = ٥، ب = -٢

**٤)** أ) (س + ٢ص) + ت(٣س - ص) = ١ + ١٠ت

ساوِ بين الأجزاء الحقيقية لتحصل على:

س + ٢ص = ١ ..... (١)

ساوِ بين الأجزاء التخيّلية لتحصل على:

٣س - ص = ١٠

٦س - ٢ص = ٢٠ ..... (٢)

(١) + (٢) لتحصل على:

٧س = ٢١

س = ٣

٣ + ٢ص = ١

٢ص = -٢

ص = -١

ب) (س + ص - ٤) + ٢س ت = (٥ - ص)ت

ساوِ بين الأجزاء الحقيقية لتحصل على:

س + ص - ٤ = ٠

س + ص = ٤ ..... (١)

ساوِ بين الأجزاء التخيّلية لتحصل على:

٢س = ٥ - ص

٢س + ص = ٥ ..... (٢)

(٢) - (١) لتحصل على:

س = ١

١ + ص = ٤

ص = ٣

ج) (س - ص) + (٢س - ص)ت = -١

ساوِ بين الأجزاء الحقيقية لتحصل على:

س - ص = -١ ..... (١)

ساوِ بين الأجزاء التخيّلية لتحصل على:

٢س - ص = ٠ ..... (٢)

(٢) - (١) لتحصل على:

س = ١

١ - ص = -١

ص = ٢



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

**٥)**

ثمّة طريقتان: حلّ الجزئية (ب) بإكمال المربع، وحلّ الجزئية (هـ) باستخدام الصيغة التربيعيّة. هاتان الطريقتان متكافئتان، لأن الصيغة التربيعية وجدت باستخدام إكمال المربع.

ب $ع^٢ + ٤ع + ٥ = ٠$

$(ع + ٢)^٢ - ٤ + ٥ = ٠$

$(ع + ٢)^٢ = -١$

$ع + ٢ = \pm ت$

$ع = -٢ \pm ت$

هـ $٣ع^٢ + ٨ع + ١٠ = ٠$

$ع = \frac{-٨ \pm \sqrt{٨^٢ - ٤(٣)(١٠)}}{(٣)٢}$

$ع = \frac{-٨ \pm \sqrt{٦٤ - ١٢٠}}{٦}$

$ع = \frac{-٨ \pm \sqrt{-٥٦}}{٦}$

$ع = \frac{-٨ \pm ت\sqrt{٤ \times ١٤}}{٦}$

$ع = \frac{-٨ \pm ت٢\sqrt{١٤}}{٦}$

$= -\frac{٤}{٣} \pm \frac{\sqrt{١٤}}{٣} ت$

## تمارين ٧-٣

**١)** ج $(٧ - ٣ت)^٢ = (٧ - ٣ت)(٧ - ٣ت)$

$= ٤٩ - ٢١ت - ٢١ت + ٩ت^٢$

$= ٤٩ + ٩(-١) - ٤٢ت$

$= ٤٠ - ٤٢ت$

ز $\frac{١٣(١ + ت)}{٢ + ٣ت}$

$= \frac{١٣(١ + ت)(٢ - ٣ت)}{(٢ + ٣ت)(٢ - ٣ت)}$

$= \frac{١٣(٢ - ٣ت + ٢ت - ٣ت^٢)}{٤ - ٩ت^٢}$

$= \frac{٢٦ - ٣٩ت + ٢٦ت + ٣٩}{٩ + ٤}$

$= \frac{٦٥ - ١٣ت}{١٣}$

$= ٥ - ت$

**٢)** ب $ع_٥ = ٥ + ٣ت$

$ع_٥ - ع_٤$

$= ٥ + ٣ت - (١ + ٢ت)$

$= ٤ + ت$

د $\frac{ع_٤}{ع_٢} = \frac{٥ - ٣ت}{١ + ٢ت}$

$= \frac{(٥ - ٣ت)(١ - ٢ت)}{(١ + ٢ت)(١ - ٢ت)}$

$= \frac{٥ - ١٠ت - ٣ت + ٦ت^٢}{١ - ٤ت^٢}$

$= \frac{٥ + ٦(-١) - ١٣ت}{١ - ٤(-١)}$

$= \frac{-١ - ١٣ت}{٥}$

$= -\frac{١}{٥} - \frac{١٣}{٥} ت$

**٣)** ب $ع_١ + ع_٢ = ١ + ٥ت + ١ - ٥ت = ٢$

$ع_١ ع_٢ = (١ + ٥ت) \times (١ - ٥ت)$

$= ١ - ٢٥ت^٢$

$= ٢٦$

المعادلة هي:

$ع^٢ - ٢ع + ٢٦ = ٠$

باستخدام المساعدة المعطاة في كتاب الطالب.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

د) $ع_1 + ع_2 = -٥$

$ع_1 ع_2 = \left(-\frac{٥}{٢} - \frac{\sqrt{٣١}\,٧}{٢}\,ت\right)\left(-\frac{٥}{٢} + \frac{\sqrt{٣١}\,٧}{٢}\,ت\right)$

$= \left(\frac{٥}{٢}\right)^٢ - \left(\frac{\sqrt{٣١}\,٧}{٢}\right)^٢ ت^٢$

$= \frac{٢٥}{٤} + \frac{٣١}{٤}$

$= \frac{٥٦}{٤}$

$= ١٤$

المعادلة هي:

$ع^٢ + ٥ع + ١٤ = ٠$

٤) $ع + ٤ = ٣ ت ع^*$

افترض أن $ع = س + ت ص$

$(س + ت ص) + ٤ = ٣ت (س - ت ص)$

ساوِ بين الأجزاء الحقيقية لتحصل على:

$س + ٤ = ٣ص$

$س - ٣ص = -٤$ ..... (١)

ساوِ بين الأجزاء التخيّلية لتحصل على:

$ص = ٣س$ ..... (٢)

عوّض (٢) في (١) لتحصل على:

$س - ٣(٣س) = -٤$

$س - ٩س = -٤$

$-٨س = -٤$

$س = \frac{١}{٢}$

$ص = \frac{٣}{٢}$

٥) $م(٣ - ٥ت) = ١٣ + ت$

$م = \frac{١٣ + ت}{٣ - ٥ت}$

$= \frac{(١٣ + ت)(٣ + ٥ت)}{(٣ - ٥ت)(٣ + ٥ت)}$

$= \frac{٣٩ + ٦٥ت + ٣ت + ٥ت^٢}{٩ - ٢٥ت^٢}$

$= \frac{٣٩ - ٥ + ٦٨ت}{٢٥ + ٩}$

$= \frac{٣٤ + ٦٨ت}{٣٤}$

$= ١ + ٢ت$

٦) $٥ - ت\sqrt{٣١}\,٧$ هو جذر آخر للمعادلة.

$ع_1 = ٥ + ت\sqrt{٣١}\,٧$

$ع_2 = ٥ - ت\sqrt{٣١}\,٧$

$ع_1 + ع_2 = ١٠$

$ع_1 ع_2 = ٢٥ - ت^٢(\sqrt{٣١}\,٧)^٢$

$= ٢٥ + ٣ = ٢٨$

فتكون المعادلة:

$ع^٢ - ١٠ع + ٢٨ = ٠$

٧) ٢٤٠ = شدّة التيار × $(٤٨ + ٣٦ت)$

شدّة التيار = $\frac{٢٤٠}{٤٨ + ٣٦ت}$

$= \frac{٢٤٠(٤٨ - ٣٦ت)}{(٤٨ + ٣٦ت)(٤٨ - ٣٦ت)}$

$= \frac{٢٤٠(٤٨ - ٣٦ت)}{٤٨^٢ + ٣٦^٢}$

$= \frac{٢٤٠(٤٨ - ٣٦ت)}{٣٦٠٠}$

$= \frac{٤٨ - ٣٦ت}{١٥}$

$= \frac{١٦}{٥} - \frac{١٢}{٥}\,ت$

$= ٣,٢ - ٢,٤ت$ أمبير.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

## تمارين ٧-٤

**١)** أ

ب ع = ٥ − ٢ت

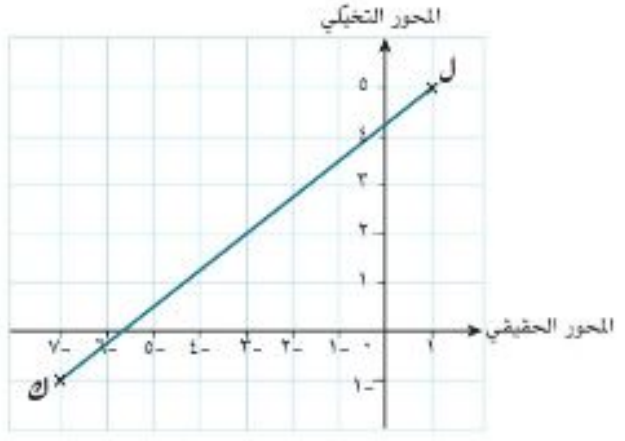
$\bar{ع}$ = ٥ + ٢ت

−ع = −٥ + ٢ت

عندما ترسم مخطط أرجاند، فإن النقطة التي تبحث عنها تظهر من الشكل وإحداثياتها (−٥، −٢).

وعليه فإن العدد المركب هو −٥ − ٢ت.

**٢)** أ




ب من مخطط أرجاند تلاحظ أن إحداثيات نقطة المنتصف (−٣ ، ٢)، وعليه فإن العدد المركب هو −٣ + ٢ت.

طريقة بديلة، يمكنك أن تحسب الوسط الحسابي للجزء الحقيقي وللجزء التخيلي لتحصل على:

$$\frac{١ + (-٧)}{٢} + ت\left(\frac{٥ + (-١)}{٢}\right)$$

$$= -\frac{٦}{٢} + ت\left(\frac{٤}{٢}\right)$$

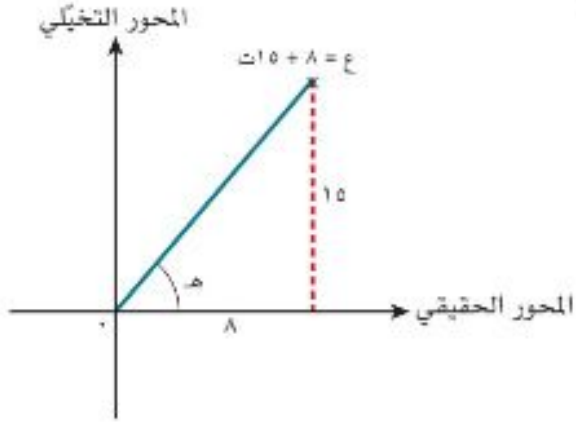
= −٣ + ٢ت

تذكّر أن إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين أ(س١، ص١)، ب (س٢، ص٢) هي: $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢}، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$، وهذا يكافئ الوسط الحسابي للجزء الحقيقي وللجزء التخيّلي للعدَدين المركّبين.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

**٣)** ج




سعة العدد المركب $(٨ + ١٥ت) = \text{ظا}^{-١}\left(\frac{١٥}{٨}\right) =$
١,٠٨

$|٨ + ١٥ت| = \sqrt{٨^٢ + ١٥^٢} = \sqrt{٢٨٩} = ١٧$

ارسم مخطط أرجاند ليساعدك في الحسابات مثل إيجاد السعة، وفي إيجاد قياسات الزوايا، وحلّ المسائل الهندسيّة.

ط أولًا اعتمد العدد المركب ١ − ت:

سعة العدد المركب $(ك(١ - ت)) = -\frac{\pi}{٤}$

$|ك(١ - ت)| = ك|١ - ت|$

$= ك\sqrt{١^٢ + (-١)^٢} = ك\sqrt{٢}$

**٤)** أ النقطة أ:

$ع_١ = -١ + ٣ت$

$|ع_١| = \sqrt{(-١)^٢ + ٣^٢} = \sqrt{١٠}$

السعة للعدد المركب $ع_١ = \pi - \text{ظا}^{-١}\ ٣ = ١,٨٩$

$-١ + ٣ت = \sqrt{١٠}\ (\text{جتا}(١,٨٩) + ت\ \text{جا}(١,٨٩))$

النقطة ب:

$ع_٢ = ٣ + ت$

$|ع_٢| = \sqrt{٣^٢ + ١^٢} = \sqrt{١٠}$

السعة للعدد المركب $ع_٢ = \text{ظا}^{-١}\left(\frac{١}{٣}\right) = ٠,٣٢٢$

$٣ + ت = \sqrt{١٠}\ (\text{جتا}(٠,٣٢٢) + ت\ \text{جا}(٠,٣٢٢))$

النقطة ج:

$ع_٣ = ١ - ٣ت$

$|ع_٣| = \sqrt{١^٢ + (-٣)^٢} = \sqrt{١٠}$

السعة للعدد المركب $ع_٣ = -\text{ظا}^{-١}\ (٣) = -١,٢٥$

$١ - ٣ت = \sqrt{١٠}\ (\text{جتا}(-١,٢٥) + ت\ \text{جا}(-١,٢٥))$

ب $أب = |٣ + ت - (-١ + ٣ت)|$

$= |٤ - ٢ت|$

$= \sqrt{١٦ + ٤}$

$= \sqrt{٢٠}$

$أج = |١ - ٣ت - (-١ + ٣ت)|$

$= |٢ - ٦ت|$

$= \sqrt{٣٦ + ٤}$

$= \sqrt{٤٠}$

$ب ج = |١ - ٣ت - (٣ + ت)|$

$= |-٢ - ٤ت|$

$= \sqrt{١٦ + ٤}$

$= \sqrt{٢٠}$

لاحظ أن:

$(ب ج)^٢ + (أب)^٢ = ٢٠ + ٢٠ = ٤٠ = (أ ج)^٢$،

وكذلك $أب = ب ج$، وعليه يكون المثلث قائم الزاوية ومتطابق الضلعَين.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

**٥)** أ) $٣\left(\text{جتا}\frac{\pi}{٣}+\text{ت جا}\frac{\pi}{٣}\right)=٣\left(\frac{١}{٢}+\text{ت}\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$

$=\frac{٣}{٢}+\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}\text{ت}$

ب) $٥\left(\text{جتا}\frac{٣\pi}{٨}+\text{ت جا}\frac{٣\pi}{٨}\right)$

$=٥\,(٠,٣٨٢٧+٠,٩٢٣٩\,\text{ت})$

$=١,٩١+٤,٦٢\,\text{ت}$

ج) $\frac{\text{هـ}^{\pi\text{ت}}}{٢}=\frac{١}{٢}\,\text{هـ}^{\pi\text{ت}}$

$=\frac{١}{٢}\,(\text{جتا}\pi-\text{ت جا}\pi)$

$=\frac{١}{٢}\,(-١+٠\,\text{ت})$

$=-\frac{١}{٢}$

د) $٣\,\text{هـ}^{-\frac{\pi}{٤}\text{ت}}=٣\left(\text{جتا}\left(-\frac{\pi}{٤}\right)+\text{ت جا}\left(-\frac{\pi}{٤}\right)\right)$

$=٣\left(\frac{\sqrt{٢}}{٢}-\frac{\sqrt{٢}}{٢}\text{ت}\right)$

$=\frac{٣\sqrt{٢}}{٢}-\frac{٣\sqrt{٢}}{٢}\text{ت}$

تذكّر أن: $\left|\frac{ع_١}{ع_٢}\right|=\frac{|ع_١|}{|ع_٢|}$

تذكّر أن: السعة للعدد المركب $(ع_١ ع_٢)$ = السعة للعدد المركب $ع_١$ + السعة للعدد المركب $ع_٢$

السعة للعدد المركب $\left(\frac{ع_١}{ع_٢}\right)$ = السعة للعدد المركب $ع_١$ − السعة للعدد المركب $ع_٢$

**٦)** أ) $|ق|=٥$

السعة للعدد المركب $ق=\frac{\pi}{٦}$

$ق=٥\,\text{هـ}^{\frac{\pi}{٦}\text{ت}}$

ب) $|ع|=\left|\frac{٣-٧\text{ت}}{٥-٢\text{ت}}\right|$

$=\frac{\sqrt{(-٧)+٣^{٢}}}{\sqrt{(-٢)+٥^{٢}}}$

$=\frac{\sqrt{٥٨}}{\sqrt{٢٩}}$

$=\sqrt{٢}$

السعة للعدد المركب $ع=ظا^{-١}\left(-\frac{٧}{٣}\right)-ظا^{-١}\left(-\frac{٢}{٥}\right)$

$=-\frac{١}{٤}\pi$

$ع=\sqrt{٢}\,\text{هـ}^{-\frac{١}{٤}\pi\text{ت}}$

ج) $\frac{ع}{ق}=\frac{\sqrt{٢}\,\text{هـ}^{-\frac{١}{٤}\pi\text{ت}}}{٥\,\text{هـ}^{\frac{١}{٦}\pi\text{ت}}}$

$=\frac{\sqrt{٢}}{٥}\,\text{هـ}^{-\left(\frac{١}{٤}+\frac{١}{٦}\right)\pi\text{ت}}$

$=\frac{\sqrt{٢}}{٥}\,\text{هـ}^{-\frac{٥}{١٢}\pi\text{ت}}$

**٧)** $ع=أ+ب\,\text{ت}$

$أ^{٢}+ب^{٢}=٥^{٢}=٢٥$ ..... (١)

$ظا\left(\frac{\pi}{٦}\right)=\frac{ب}{أ}$

$\frac{\sqrt{٣}}{٣}=\frac{ب}{أ}$

$أ\sqrt{٣}=٣ب$

$أ=\sqrt{٣}\,ب$ ..... (٢)

عوّض (٢) في (١) لتحصل على:

$(\sqrt{٣}\,ب)^{٢}+ب^{٢}=٢٥$

$ب^{٢}=\frac{٢٥}{٤}$

$ب=\pm\sqrt{\frac{٢٥}{٤}}=\pm\frac{٥}{٢}$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

لكن سعة ع > ٠، فتكون ب > ٠

أي أن ب = $\frac{٥}{٢}$، وبالتعويض في (٢):

أ = $\frac{\sqrt{٣}\times٥}{٢}$

٨) أ ع = ر (جتاأ + ت جاأ)

ع* = ر (جتاأ − ت جاأ)

ع ع* = ر$^{٢}$ (جتاأ + ت جاأ) (جتاأ − ت جاأ)

= ر$^{٢}$ (جتا$^{٢}$أ − ت$^{٢}$ جا$^{٢}$أ)

= ر$^{٢}$ (جتا$^{٢}$أ + جا$^{٢}$أ)

= ر$^{٢}$

ب ع = ر (جتاأ + ت جاأ)

ع* = ر (جتاأ − ت جاأ)

$\frac{ع}{ع^{*}}$ = $\frac{ر(جتاأ + ت جاأ)}{ر(جتاأ - ت جاأ)}$

$\frac{ع}{ع^{*}}$ = $\frac{ر(جتاأ + ت جاأ)(جتاأ + ت جاأ)}{ر(جتاأ - ت جاأ)(جتاأ + ت جاأ)}$

= $\frac{جتا^{٢}أ + ٢ت جاأ جتاأ + ت^{٢}جا^{٢}أ}{جتا^{٢}أ - ت^{٢}جا^{٢}أ}$

= $\frac{جتا^{٢}أ - جا^{٢}أ + (٢جاأ جتاأ) ت}{جتا^{٢}أ + جا^{٢}أ}$

= جتا$^{٢}$أ − جا$^{٢}$أ + (٢جاأ جتاأ) ت

## تمارين ٧-٥

١) أ (−ت)$^{٢}$ + (−ت)$^{٢}$ + (−ت) + ك = ٠

ت$^{٢}$ (−ت) + (ت)$^{٢}$ − ت + ك = ٠

ت − ١ − ت + ك = ٠

ك = ١

ب تذكر دائمًا أنه إذا كان ع جذرًا، فإن ع* هو جذر أيضًا، حيث كثيرة الحدود تكون على الأقل من الدرجة الثانية.

بما أن ع = − ت أحد الجذور، فإن (ع + ت) ومرافقه هما عاملان للعبارة ع$^{٣}$ + ع$^{٢}$ + ع + ١

ع$^{٣}$ + ع$^{٢}$ + ع + ١ = (ع + ت)(ع − ت)(أ ع + ب)

= (ع$^{٢}$ + ١)(أ ع + ب) بالملاحظة: أ = ١، ب = ١

= (ع$^{٢}$ + ١)(ع + ١)

∴ (ع + ١) هو العامل الثالث للعبارة ع$^{٣}$ + ع$^{٢}$ + ع + ١

الجذر الثالث هو حل المعادلة ع + ١ = ٠، أي:

ع = −١، وهو عدد حقيقي.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$ع_١ = \frac{-١ + ت\sqrt{٢٣}}{٤}$، $ع_٢ = \frac{-١ - ت\sqrt{٢٣}}{٤}$

السعة للعدد المركب $ع_١ = \pi - ظا^{-١}\left(\frac{\sqrt{٢٣}}{١}\right) = ١,٧٨$

السعة للعدد المركب $ع_٢$ = – السعة للعدد المركب $ع_١$ ؛ لأن الجذرَين عددان مركبان مترافقان.

$|ع_١| = |ع_٢| = \sqrt{\left(-\frac{١}{٤}\right)^٢ + \left(\frac{\sqrt{٢٣}}{٤}\right)^٢}$

$= \sqrt{\frac{١}{١٦} + \frac{٢٣}{١٦}}$

$= \sqrt{\frac{٢٤}{١٦}} = \frac{\sqrt{٦}\times ٢}{٤}$

$= \frac{\sqrt{٦}}{٢}$

$ع_١ = \frac{\sqrt{٦}}{٢}$ (جتا١,٧٨ + ت جا١,٧٨)،

$ع_٢ = \frac{\sqrt{٦}}{٢}$ (جتا(–١,٧٨) + ت جا(–١,٧٨))

تذكّر أنه إذا كان $ع_١$، $ع_٢$ عددَين مركبَين مترافقَين وهما جذران للمعادلة نفسها، فإن السعة للعدد المركب $ع_١$ = – السعة للعدد المركب $ع_٢$



**٤)** $ع^٣ - ٣ع^٢ + ٢٥ع - ٧٥ = (ع - ٣)(أع^٢ + بع + جـ)$ بالملاحظة: أ = ١، جـ = ٢٥

$= (ع - ٣)(ع^٢ + بع + ٢٥)$

$= ع^٣ + (ب - ٣)ع^٢ + (٢٥ - ٣ب) ع - ٧٥$

ساوِ بين معاملات $ع^٢$ لتحصل على $-٣ = ب - ٣$، أي ب = ٠

$ع^٣ - ٣ع^٢ + ٢٥ع - ٧٥ = (ع - ٣)(أع^٢ + بع + جـ)$

$= (ع - ٣)(ع٢ + ٢٥)$ استخدم الفرق بين المربعَين

$= (ع - ٣)(ع + ٥ت)(ع - ٥ت)$

$ع^٣ - ٣ع^٢ + ٢٥ع - ٧٥ = ٠$

$(ع - ٣)(ع + ٥ت)(ع - ٥ت) = ٠$

$ع - ٣ = ٠$، أي ع = ٣

$ع + ٥ت = ٠$، أي ع = –٥ت

$ع - ٥ت = ٠$، أي ع = ٥ت

**٥)** $س^٢ + ٢س ص ت + ت^٢ ص^٢ = ٥٥ + ٤٨ت$

ساوِ بين الأجزاء الحقيقية لتحصل على:

$س^٢ - ص^٢ = ٥٥$ ..... (١)

ساوِ بين الأجزاء التخيّلية لتحصل على:

$٢س ص = ٤٨$ ..... (٢)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

**٢)** أ العدد المركب المرافق = ٢ − ت

$(٢ + ت)^{٣} - ١٢(٢ + ت)^{٢} + ل(٢ + ت) + ك = ٠$

$٨ + ١٢ ت + ٦ت^{٢} + ت^{٣} - ١٢ (٤ + ٤ ت + ت^{٢}) + ٢ل + ٢ل ت + ك = ٠$

ب ساوِ بين الأجزاء الحقيقية والأجزاء التخيّلية لتحصل على:

$٨ - ٦ - ٤٨ + ١٢ + ٢ل + ك = ٠$

$٢ل + ك = ٣٤$ ..... (١)

$١٢ - ١ - ٤٨ + ل = ٠$ ..... (٢)

$ل = ٣٧$

فيكون من (١):

$٧٤ + ك = ٣٤$

$ك = -٤٠$

تذكّر دائمًا أنه إذا كان لكثيرة حدود عاملان، فإن حاصل ضربهما أيضًا يكون عاملًا لكثيرة الحدود تلك.

ج جذران من الجذور هما: ع = ٢ + ت، ع = ٢ − ت

∴ (ع − ٢ − ت) و (ع − ٢ + ت) عاملان.

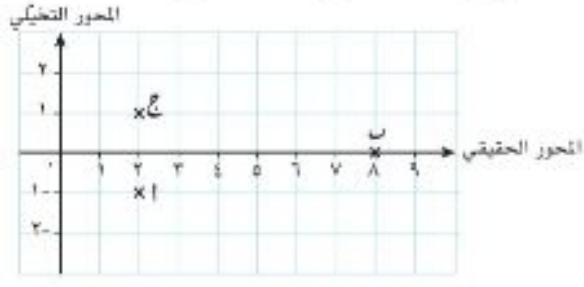
$ع^{٣} - ١٢ع^{٢} + ٣٧ع - ٤٠ = (ع - ٢ - ت)(ع - ٢ + ت)(أ ع + ب)$

$= (ع^{٢} - ٢ع + ت ع - ٢ع + ٤ - ٢ت - ت ع + ٢ت + ١)(أ ع + ب)$

$= (ع^{٢} - ٤ع + ٥)(أ ع + ب)$ بالملاحظة: أ = ١، ب = ٨

$= (ع^{٢} - ٤ع + ٥)(ع - ٨)$

الجذور هي: ع = ٢ + ت، ع = ٢ − ت، ع = ٨




**٣)** $٢ع^{٢} + ع + ٣ = ٠$

$$ع = \frac{-١ \pm \sqrt{(٢)٤ - ٢١}\sqrt{(٣)(٢)٤ - ٢١}}{(٢)٢}$$

$$= \frac{-١ \pm \sqrt{٧}\sqrt{-٢٣}}{٤}$$

$$= \frac{-١ \pm ت\sqrt{٧}\sqrt{٢٣}}{٤}$$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

عوّض في (١) لتحصل على:

$$س^{٢} - \left(\frac{٢٤}{س}\right)^{٢} = ٥٥$$

$$(س^{٢})^{٢} - ٥٧٦ = ٥٥س^{٢}$$

$$(س^{٢})^{٢} - ٥٥س^{٢} - ٥٧٦ = ٠$$

$$(س^{٢} - ٦٤)(س^{٢} + ٩) = ٠$$

$س^{٢} + ٩ = ٠$ مرفوض، لأن س عدد حقيقي.

$$س = \pm ٨$$

$$ص = \frac{٢٤}{٨} = ٣$$

**٦)** بما أن $(٢ع + ١)$ أحد العوامل، فإن $ع = -\frac{١}{٢}$ هو أحد الجذور.

$$٢ع^{٣} - ١١ع^{٢} + ١٤ع + ١٠ = (٢ع + ١)(أع^{٢} + ب ع + جـ)$$ بالملاحظة: أ = ١، جـ = ١٠

$$= (٢ع + ١)(ع^{٢} + ب ع + ١٠)$$

$$= ٢ع^{٣} + (٢ب + ١)ع^{٢} + (ب + ٢٠)ع + ١٠$$

ساوِ بين معاملات $ع^{٢}$ لتحصل على: $-١١ = ٢ب + ١$، أي $ب = -٦$

$$٢ع^{٣} - ١١ع^{٢} + ١٤ع + ١٠ = (٢ع + ١)(ع^{٢} - ٦ع + ١٠)$$

يمكن إكمال المربع لإيجاد جذور العبارة $ع^{٢} - ٦ع + ١٠$:

$$ع^{٢} - ٦ع + ١٠ = ٠$$

$$(ع - ٣)^{٢} = -١$$

$$ع - ٣ = \pm \sqrt{-١}$$

$$ع = ٣ \pm ت$$

الجذور هي: $ع = -\frac{١}{٢}$، $ع = ٣ + ت$، $ع = ٣ - ت$

**٧)** بما أن $ع = ٣ت$ أحد الجذور، فإن مرافقه $ع = -٣ت$ جذر آخر.

∴ $(ع - ٣ت)$، $(ع + ٣ت)$ عاملان.

$$ع^{٤} - ٢ع^{٣} + ١٤ع^{٢} - ١٨ع + ٤٥$$

$$= (ع - ٣ت)(ع + ٣ت)(أ ع^{٢} + ب ع + جـ)$$

$$= (ع^{٢} + ٩)(أع^{٢} + ب ع + ٥)$$ بالملاحظة: أ = ١، جـ = ٥

$$= ع^{٤} + ب ع^{٣} + ١٤ع^{٢} + ٩ ب ع + ٤٥$$

ساوِ بين معاملات $ع^{٣}$ لتحصل على $ب = -٢$

$$ع^{٤} - ٢ع^{٣} + ١٤ع^{٢} - ١٨ع + ٤٥$$

$$= (ع^{٢} + ٩)(ع^{٢} - ٢ع + ٥)$$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

أكمل المربع لتجد جذرَي ع$^{٢}$ − ٢ع + ٥:

ع$^{٢}$ − ٢ع + ٥ = ٠

(ع − ١)$^{٢}$ + ٤ = ٠

ع − ١ = ± $\sqrt{-٤}$

ع = ١ ± ٢ت

الجذور هي: ع = ٢ت، ع = −٢ت، ع = ١ ± ٢ت

**٨** ب (س + ت ص)$^{٢}$ = ٧ + (٢$\sqrt{٦}$) ت

س$^{٢}$ + ٢س ص ت + ت$^{٢}$ ص$^{٢}$ = ٧ + (٢$\sqrt{٦}$) ت

ساوِ بين الأجزاء الحقيقية لتحصل على:

س$^{٢}$ − ص$^{٢}$ = ٧ ..... (١)

٢س ص = ٢$\sqrt{٦}$

ص = $\frac{٢\sqrt{٣}}{س}$ ..... (٢)

عوّض في (١) لتحصل على:

س$^{٢}$ − $\left(\frac{٢\sqrt{٣}}{س}\right)^{٢}$ = ٧

(س$^{٢}$)$^{٢}$ − ١٨ = ٧س$^{٢}$

(س$^{٢}$)$^{٢}$ − ٧س$^{٢}$ − ١٨ = ٠

(س$^{٢}$ − ٩)(س$^{٢}$ + ٢) = ٠

س$^{٢}$ + ٢ = ٠ مرفوض: لأن س عدد حقيقي.

س = ±٣

س = ٣، ص = ٢$\sqrt{٣}$ أو

س = −٣، ص = −٢$\sqrt{٣}$

الجذور التربيعية هي:

±(٣ + ت٢$\sqrt{٣}$)



**٩** أ (ع − ٥)$^{٢}$ = ٨

ع − ٥ = ٢$\sqrt{٢}$

ع − ٥ = ٢ ١$\sqrt{٢}$

استخدم الجذور التكعيبية الثلاثة للواحد لتجد ع:

| باستخدام ١$\sqrt{٢}$ = ١ | باستخدام ١$\sqrt{٢}$ = $\frac{-١ + ت٣\sqrt{٣}}{٢}$ | باستخدام ١$\sqrt{٢}$ = $\frac{-١ - ت٣\sqrt{٣}}{٢}$ |
|---|---|---|
| ع − ٥ = ٢ × ١ | ع − ٥ = ٢ × $\frac{-١ + ت٣\sqrt{٣}}{٢}$ | ع − ٥ = ٢ × $\frac{-١ - ت٣\sqrt{٣}}{٢}$ |
| ع + ٢ = ٥ | ع = ٢ × $\frac{-١ + ت٣\sqrt{٣}}{٢}$ + ٥ | ع = ٢ × $\frac{-١ - ت٣\sqrt{٣}}{٢}$ + ٥ |
| = ٧ | = −١ + ت٣$\sqrt{٣}$ + ٥ | = −١ − ت٣$\sqrt{٣}$ + ٥ |
| | = ٤ + ت٣$\sqrt{٣}$ | = ٤ − ت٣$\sqrt{٣}$ |

ب (٢ع + ٣)$^{٢}$ = $\frac{١}{٦٤}$

٢ع + ٣ = $\sqrt[٦]{\frac{١}{٦٤}}$

٢ع + ٣ = $\frac{١}{٤}$ × ١$\sqrt{٢}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الآن استخدم الجذور التكعيبية الثلاثة للواحد لتجد ع:

| باستخدام $\sqrt[3]{1}$ = ١ | باستخدام $\sqrt[3]{1}$ = $\frac{-١ + ت\sqrt{٣}}{٢}$ | باستخدام $\sqrt[3]{1}$ = $\frac{-١ - ت\sqrt{٣}}{٢}$ |
|---|---|---|
| ع٢ + ٣ = $\frac{١}{٤}$ × ١ | ع٢ + ٣ = $\frac{-١ + ت\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{١}{٤}$ | ع٢ + ٣ = $\frac{-١ - ت\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{١}{٤}$ |
| ع = $\frac{١}{٢}$ $\left(٣ - \frac{١}{٤}\right)$ | ع = $\frac{١}{٢}$ $\left(٣ - \frac{-١ + ت\sqrt{٣}}{٨}\right)$ | ع = $\frac{١}{٢}$ $\left(٣ - \frac{-١ - ت\sqrt{٣}}{٨}\right)$ |
| = $-\frac{١١}{٨}$ | = $\frac{١}{٢}$ $\left(\frac{-٢٥ + ت\sqrt{٣}}{٨}\right)$ | = $\frac{١}{٢}$ $\left(\frac{-٢٥ - ت\sqrt{٣}}{٨}\right)$ |
| | = $\frac{-٢٥ + ت\sqrt{٣}}{١٦}$ | = $\frac{-٢٥ - ت\sqrt{٣}}{١٦}$ |
| | = $-\frac{٢٥}{١٦} + \frac{ت\sqrt{٣}}{١٦}$ | = $-\frac{٢٥}{١٦} - \frac{ت\sqrt{٣}}{١٦}$ |

**١٠)** ع$^{٤}$ − ع$^{٣}$ + ٢٠ع$^{٢}$ − ١٦ع + ٦٤ = (ع$^{٢}$ + أ) (ع$^{٢}$ + بع + ٤)

اعتمد الحد الثابت لتحصل على:

٤ أ = ٦٤

أ = ١٦

اعتمد معامل ع$^{٣}$ لتحصل على:

ب = −١

ع$^{٤}$ − ع$^{٣}$ + ٢٠ ع$^{٢}$ − ١٦ع + ٦٤ = (ع$^{٢}$ + ١٦) (ع$^{٢}$ − ع + ٤)

ع = ± ٤ت

أو

ع$^{٢}$ − ع + ٤ = ٠

$\left(ع - \frac{١}{٢}\right)^{٢} - \frac{١}{٤} + ٤ = ٠$

$\left(ع - \frac{١}{٢}\right)^{٢} = \frac{١٥}{٤}$

ع = $\frac{١}{٢} \pm \frac{ت\sqrt{١٥}}{٢}$

ع = ٤ت، $\frac{١}{٢} + \frac{ت\sqrt{١٥}}{٢}$، $\frac{١}{٢} - \frac{ت\sqrt{١٥}}{٢}$

**١١)** أ $\left(\frac{١}{٥} + \frac{ت\sqrt{٦٢}}{٥}\right)^{٢}$

= $\frac{١}{٢٥} + \frac{ت\sqrt{٦٤}}{٢٥} - \frac{٢٤}{٢٥}$

= $-\frac{٢٣}{٢٥} + \frac{ت\sqrt{٦٤}}{٢٥}$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الطرف الأيمن =

$$٥\left(\frac{١}{٥}+\frac{\sqrt{٦٧٢}}{٥}ت\right)^{٢}-٢\left(\frac{١}{٥}+\frac{\sqrt{٦٧٢}}{٥}ت\right)+٥$$

$$=٥\left(-\frac{٢٣}{٢٥}+\frac{\sqrt{٦٧٤}}{٢٥}ت\right)-٢\left(\frac{١}{٥}+\frac{\sqrt{٦٧٢}}{٥}ت\right)+٥$$

$$=-\frac{٢٣}{٥}+\frac{\sqrt{٦٧٤}}{٥}ت-\frac{٢}{٥}-\frac{\sqrt{٦٧٤}}{٥}ت+٥$$

$$=-٥+٥+\frac{\sqrt{٦٧٤}}{٥}ت-\frac{\sqrt{٦٧٤}}{٥}ت$$

= ٠، وهو الطرف الأيسر.

∴ الجذر $\frac{١}{٥}+\frac{\sqrt{٦٧٢}}{٥}ت$ يمثل حلًا للمعادلة.

ب تذكر انه إذا كان ع جذرًا لمعادلة تربيعية، فإن ع* هو جذر ايضًا.

الحلّ الآخر هو مرافق العدد المركب، وهو

$$\frac{١}{٥}-\frac{\sqrt{٦٧٢}}{٥}ت$$



## تمارين مراجعة نهاية الوحدة السابعة

١) $\frac{٥-٢ت}{١+٣ت}$

$$=\frac{(٥-٢ت)(١-٣ت)}{(١+٣ت)(١-٣ت)}$$

$$=\frac{٥-١٥ت-٢ت+٦ت^{٢}}{١-٩ت^{٢}}$$

$$=\frac{-١-١٧ت}{٩+١}$$

$$=\frac{-١}{١٠}-\frac{١٧ت}{١٠}=-٠,١-١,٧ت$$

تذكّر هذه الطريقة التي تتضمن دائمًا الفرق بين مربعَين في المقام. يمكنك أن تستخدم الحقيقة $س^{٢}-أ^{٢}=(س-أ)(س+أ)$ لتوفير الوقت في بعض الأعمال.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

**٢)** $ق^{٢} - ٢ق + ٢٦ = ٠$

$(ق - ١)^{٢} - ١ + ٢٦ = ٠$

$(ق - ١)^{٢} = -٢٥$

$ق - ١ = \pm ٥ت$

$ق = ١ \pm ٥ت$

**٣)** $ع = ك - ٦ت$

$ع^{*} = ك + ٦ت$

$ع ع^{*} = (ك - ٦ت)(ك + ٦ت)$

$= ك^{٢} - ٣٦ت^{٢}$

$= ك^{٢} + ٣٦$

$$\frac{ع}{ع^{*}} = \frac{ك - ٦ت}{ك + ٦ت}$$

$$= \frac{(ك - ٦ت)(ك - ٦ت)}{(ك + ٦ت)(ك - ٦ت)}$$

$$= \frac{ك^{٢} - ١٢ك ت + ٣٦ت^{٢}}{ك^{٢} - ٣٦ت^{٢}}$$

$$= \frac{(ك^{٢} - ٣٦) - ١٢ك ت}{ك^{٢} + ٣٦}$$

$$= \frac{ك^{٢} - ٣٦}{ك^{٢} + ٣٦} - \frac{١٢ك ت}{ك^{٢} + ٣٦}$$

**٤)** $ق = ٤هـ^{\frac{٥\pi ت}{١٢}}$

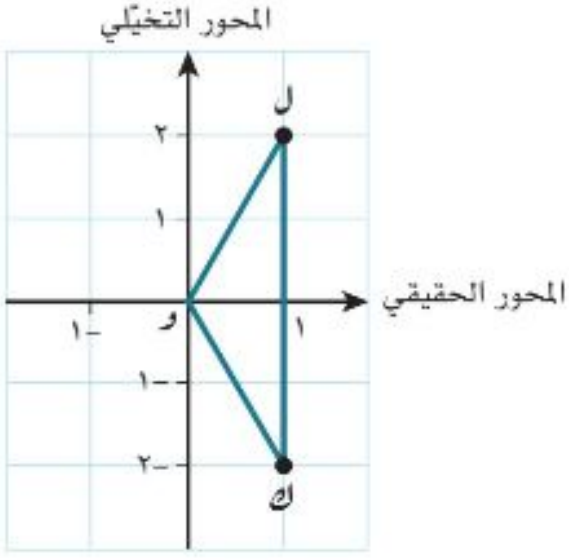
$ح = ٢هـ^{\pi ت}$

$$\frac{ق}{ح} = \frac{٤هـ^{\frac{٥\pi ت}{١٢}}}{٢هـ^{\pi ت}} = ٢هـ^{\pi ت(\frac{٥}{١٢} - ١)}$$

$= ٢هـ^{-\frac{٧}{١٢}\pi ت}$

**٥)** أ) $ح = ١ + ٢ت$

$ح^{*} = ١ - ٢ت$




المثلث **و ل ك** متطابق الضلعين؛ لأن $|ح| = |ح^{*}|$

ب) $$\frac{ق}{ح} = \frac{-٣ - ت}{١ + ٢ت}$$

$$= \frac{-(٣ + ت)(١ - ٢ت)}{(١ + ٢ت)(١ - ٢ت)}$$

$$= \frac{-٣ + ٦ت - ت + ٢ت^{٢}}{١ - ٤ت^{٢}}$$

$$= \frac{-٥ + ٥ت}{٤ + ١}$$

$= -١ + ت$

$$\left|\frac{ق}{ح}\right| = \sqrt{(-١)^{٢} + ١^{٢}} = \sqrt{٢}$$

سعة العدد المركب $(-١ + ت) = \pi - ظا^{-١}(١)$

$$= \pi - \frac{\pi}{٤} = \frac{٣\pi}{٤}$$

$$\frac{ق}{ح} = \sqrt{٢}\left(جتا\left(\frac{٣\pi}{٤}\right) + ت\, جا\left(\frac{٣\pi}{٤}\right)\right)$$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٦) أ $ع^* = ٢ + ٥ت$

$٢ + ٥ت = ٢س + ١ + (٤س + ص)ت$

ساوِ الأجزاء الحقيقية لتحصل على:

$٢س + ١ = ٢$

$س = \frac{١}{٢}$

ساوِ الأجزاء التخيّلية لتحصل على:

$٤س + ص = ٥$

$٢ + ص = ٥$

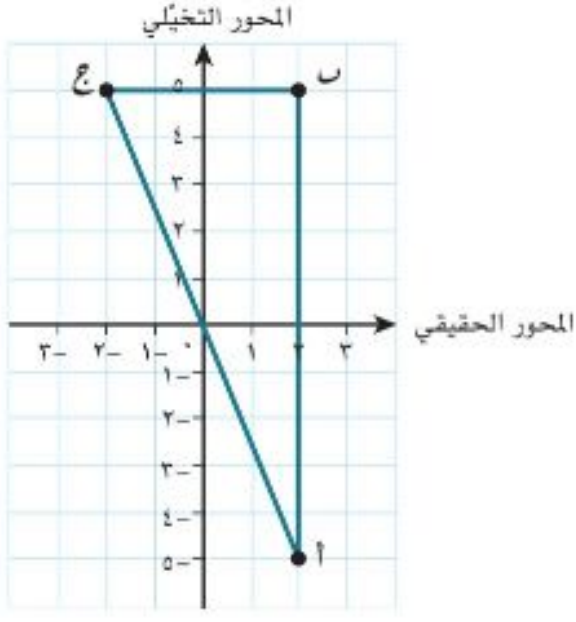
$ص = ٣$

ب $ع = ٢ - ٥ت$

$ع^* = ٢ + ٥ت$

$-ع = -٢ + ٥ت$

لاحظ أن $-ع$ هو انعكاس لـ $ع^*$ في المحور التخيلي، وكذلك ع، $ع^*$ لهما الجزء الحقيقي نفسه، فيقع $ع^*$ رأسيًا أعلى ع على مخطط أرجاند. بالمثل $ع^*$ ، $-ع$ لهما الجزء التخيلي نفسه، فيقع $-ع$ إلى يسار $ع^*$ مباشرة على مخطط أرجاند، وحيث إن الضلعين اللذين يصلان بين أزواج هذه النقاط يكونان رأسيًا وأفقيًا، فيكون المثلث قائم الزاوية.




المثلث أ ب ج قائم الزاوية.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ج ١) $\frac{ع^*}{ع} = \frac{٢ + ٥ت}{-٢ + ٥ت}$

$= \frac{(٢ + ٥ت)(-٢ - ٥ت)}{(-٢ + ٥ت)(-٢ - ٥ت)}$

$= \frac{-٤ - ٢٠ت - ٢٥ت^٢}{٤ - ٢٥ت^٢}$

$= \frac{-٢١ - ٢٠ت}{٢٩}$

$= \frac{-٢١}{٢٩} - \frac{٢٠}{٢٩}ت$

٢) $\left|\frac{ع^*}{ع}\right| = \left|\frac{-٢١}{٢٩} - \frac{٢٠}{٢٩}ت\right| = \sqrt{\left(\frac{-٢١}{٢٩}\right)^٢ + \left(\frac{-٢٠}{٢٩}\right)^٢}$

$= \frac{١}{٢٩}\sqrt{٢١^٢ + ٢٠^٢}$

$= \frac{\sqrt{٨٤١}}{٢٩} = ١$

السعة للعدد المركب $\left(\frac{-٢١}{٢٩} - \frac{٢٠}{٢٩}ت\right)$

$= -$ ظا$^{-١}\left(\frac{٢٠}{٢١}\right) = -٠,٧٦١$

$\frac{-٢١}{٢٩} - \frac{٢٠}{٢٩}ت =$ جتا$(-٠,٧٦١) +$ ت جا$(-٠,٧٦١)$

**٧)** أ) $ع^٢ + (\sqrt{٣}٢ع)ع + ١٣ = ٠$

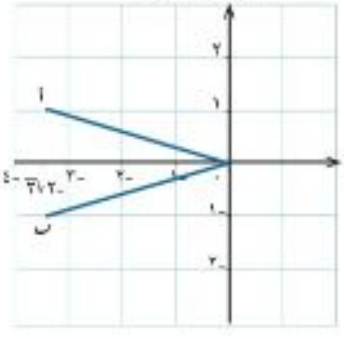
$(ع + \sqrt{٣}٢)^٢ - ١٢ + ١٣ = ٠$

$(ع + \sqrt{٣}٢)^٢ = -١$

$ع + \sqrt{٣}٢ = \pm$ ت

$ع = -\sqrt{٣}٢ \pm$ ت

ب)




المتجهان يمثل كل منهما انعكاسًا للآخر في المحور الحقيقي.

العددان المركّبان المترافقان لهما المقياس نفسه.

ج $ع_١ = -٢\sqrt{٣} + ت$

$ع_٢ = -٢\sqrt{٣} - ت$

$|ع_١| = |ع_٢| = \sqrt{١٣}$،

السعة للعدد المركب $ع_١ =$

$\pi -$ ظا$^{-١}\left(\frac{١}{٢\sqrt{٣}}\right) = ٢,٨٦$

السعة للعدد المركب $ع_٢ = -$ السعة للعدد المركب $ع_١$

$= -\pi +$ ظا$^{-١}\left(\frac{١}{٢\sqrt{٣}}\right)$

$= -٢,٨٦$

**٨)** أ) $ع = ٤ - ٤\sqrt{٣}ت$

$|ع| = \sqrt{(٤\sqrt{٣})^٢ + (-٤)^٢} = \sqrt{٤٨ + ١٦} = \sqrt{٦٤} = ٨$

السعة للعدد المركب $ع = -$ ظا$^{-١}\left(\frac{٤}{٤\sqrt{٣}}\right) = -\frac{\pi}{٦}$

ب) $ع = ٨\left(\text{جتا}\left(-\frac{\pi}{٦}\right) + ت\,\text{جا}\left(-\frac{\pi}{٦}\right)\right) = ٨هـ^{-\frac{\pi}{٦}ت}$

$ح = ٢\sqrt{٢}\left(\text{جتا}\frac{\pi}{١٢} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{١٢}\right) = ٢\sqrt{٢}\,هـ^{\frac{\pi}{١٢}ت}$

$\frac{ع}{ع} = \frac{٨هـ^{-\frac{\pi}{٦}ت}}{٢\sqrt{٢}\,هـ^{\frac{\pi}{١٢}ت}} = ٢\sqrt{٢}\,هـ^{-\frac{\pi}{٦}ت - \frac{\pi}{١٢}ت}$

$= ٢\sqrt{٢}\,هـ^{-\frac{\pi}{٤}ت}$

تذكّر أن: ر (جتا أ + ت جا أ) = ر هـ$^{ت أ}$

**٩)** $ح = س + ت ص$، $ح^* = س - ت ص$

$ح^* - ٢ - ٢ت = ٣ت ح$

$(س - ت ص) - ٢ - ٢ت = ٣ت (س + ت ص)$

$س - ت ص - ٢ - ٢ت = ٣س ت - ٣ص$

$س - ٢ + (-٢ - ص) ت = -٣ص + ٣ س ت$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ساوِ الأجزاء الحقيقية، فينتج:

س − ٢ = −٣ص

س + ٣ ص = ٢ ..... (١)

ساوِ الأجزاء التخيّلية، فينتج:

− ص − ٢ = ٣س

٣س + ص = −٢ ..... (٢)

٣ × المعادلة (١) واطرح (٢)، فينتج:

٨ص = ٨

ص = ١

عوّض في (١)، فينتج:

س + ٣ = ٢

س = −١

ح = −١ + ت

**(١٠)** أ تذكّر عند حل تمرين ١٠ أنك في الحقيقة تجد الجذر التربيعي لـ ٧ − $\overline{٢١٧٦}$ ت.

(س + ت ص)$^{٢}$ = ٧ − ($\overline{٢١٧٦}$) ت

س$^{٢}$ + ٢ س ص ت + ت$^{٢}$ ص$^{٢}$ = ٧ − ($\overline{٢١٧٦}$) ت

س$^{٢}$ − ص$^{٢}$ + ٢س ص ت = ٧ − ($\overline{٢١٧٦}$) ت

ساوِ الأجزاء الحقيقية لتحصل على:

س$^{٢}$ − ص$^{٢}$ = ٧ ..... (١)

ساوِ الأجزاء التخيّلية لتحصل على:

٢س ص = − $\overline{٢١٧٦}$

س ص = − $\overline{٢١٧٣}$

ص = − $\frac{\overline{٢١٧٣}}{\text{س}}$ ..... (٢)

عوّض في (١) لتحصل على:

س$^{٢}$ − $\left(-\frac{\overline{٢١٧٣}}{\text{س}}\right)^{٢}$ = ٧

س$^{٢}$ − $\frac{١٨}{\text{س}^{٢}}$ = ٧

(س$^{٢}$)$^{٢}$ − ٧س$^{٢}$ − ١٨ = ٠

(س$^{٢}$ − ٩)(س$^{٢}$ + ٢) = ٠



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$س^{٢} = ٩$ أو $س^{٢} = -٢$

$س = \pm ٣$

(لا توجد جذور حقيقية للمعادلة $س^{٢} = -٢$)

$س = ٣$، $ص = -\sqrt{٢}$

$س = -٣$، $ص = \sqrt{٢}$

**(١١)** أ $د(ع) = ٢ع^{٣} - ٤ع^{٢} - ٥ع - ٣$

$د(٣) = ٥٤ - ٣٦ - ١٥ - ٣ = ٠$

$\therefore$ ع $-$ ٣ عامل للدالة د(ع) من نظرية العامل.

ب $٢ع^{٣} - ٤ع^{٢} - ٥ع - ٣ = (ع - ٣)(أع^{٢} + بع + جـ)$

$= (ع - ٣)(٢ع^{٢} + بع + ١)$

$= ٢ع^{٣} + بع^{٢} + ع - ٦ع^{٢} - ٣بع - ٣$

$= ٢ع^{٣} + (ب - ٦)ع^{٢} + (١ - ٣ب)ع - ٣$

ساوِ بين معاملات $ع^{٢}$ لتحصل على $-٤ = ب - ٦$، أي أن: $ب = ٢$

$\therefore$ العامل التربيعي لـ $٢ع^{٣} - ٤ع^{٢} - ٥ع - ٣$ هو: $٢ع^{٢} + ٢ع + ١$

$٢ع^{٣} - ٤ع^{٢} - ٥ع - ٣ = ٠$

$(ع - ٣)(٢ع^{٢} + ٢ع + ١) = ٠$

$ع = ٣$ أو $٢ع^{٢} + ٢ع + ١ = ٠$

باستخدام الصيغة التربيعية حيث أ $= ٢$، ب $= ٢$، جـ $= ١$:

$$ع = \frac{-٢ \pm \sqrt{٢^{٢} - ٤(٢)(١)}}{(٢)٢}$$

$$ع = \frac{-٢ \pm \sqrt{-٤}}{٤}$$

$$= -\frac{١}{٢} \pm \frac{ت}{٢}$$

جذور المعادلة $٢ع^{٣} - ٤ع^{٢} - ٥ع - ٣ = ٠$ هي: $ع_{١} = ٣$، $ع_{٢} = -\frac{١}{٢} + \frac{ت}{٢}$، $ع_{٣} = -\frac{١}{٢} - \frac{ت}{٢}$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

**١٢** $\because ع_{ن} ع_{ن+١} = ٢١ + ت_{ن}$ $\quad \therefore ع_{ن+١} = \frac{٢١ + ت_{ن}}{ع_{ن}}$

$$= \frac{٢١ + ت}{٥ - ٣ت}$$
$$= \frac{(٢١ + ت)(٥ + ٣ت)}{(٥ - ٣ت)(٥ + ٣ت)}$$
$$= \frac{١٠٥ + ٦٨ت + ٣ت^{٢}}{٩ + ٢٥}$$
$$= \frac{١٠٢ + ٦٨ت}{٣٤}$$
$$= ٣ + ٢ت$$

**١٣** $(٣ع + ١)^{٣} = -٢٧$

$(٣ع + ١)^{٣} = -٢٧$

$٣ع + ١ = -٣\sqrt[٣]{١}$

$٣ع + ١ = -٣ \times ١$، $\quad ٣ع + ١ = -٣ \times \left(-\frac{١}{٢} + \frac{\sqrt{٣}ت}{٢}\right)$، $\quad ٣ع + ١ = -٣ \times \left(-\frac{١}{٢} - \frac{\sqrt{٣}ت}{٢}\right)$

$٣ع + ١ = -٣$، $\quad ٣ع + ١ = \frac{٣}{٢} - \frac{٣\sqrt{٣}ت}{٢}$، $\quad ٣ع + ١ = \frac{٣}{٢} + \frac{٣\sqrt{٣}ت}{٢}$

$٣ع = -٤$، $\quad ٣ع = \frac{١}{٢} - \frac{٣\sqrt{٣}ت}{٢}$، $\quad ٣ع = \frac{١}{٢} + \frac{٣\sqrt{٣}ت}{٢}$

$ع = -\frac{٤}{٣}$، $\quad ع = \frac{١}{٦} - \frac{\sqrt{٣}ت}{٢}$، $\quad ع = \frac{١}{٦} + \frac{\sqrt{٣}ت}{٢}$

تذكّر أن الجذور التكعيبية للواحد هي: ١، $-\frac{١}{٢} + \frac{\sqrt{٣}ت}{٢}$، $-\frac{١}{٢} - \frac{\sqrt{٣}ت}{٢}$

**١٤** أ $د(ح) = ٢ح^{٤} + ٥ح^{٣} - ٢ح^{٢} + ح - ٦$

$د(-٣) = ٢(-٣)^{٤} + ٥(-٣)^{٣} - ٢(-٣)^{٢} + (-٣) - ٦$

$= ١٦٢ - ١٣٥ - ١٨ - ٣ - ٦ = ٠$

فيكون ح + ٣ عامل للدالة د (ح) من نظرية العامل.

ب $\because$ ح = ١ جذرًا للمعادلة. $\quad \therefore$ (ح − ١) عامل.

(ح + ٣) عامل،

$٢ح^{٤} + ٥ح^{٣} - ٢ح^{٢} + ح - ٦ = (ح - ١)(ح + ٣)(أح^{٢} + ب ح + جـ)$

$= (ح^{٢} + ٢ح - ٣)(أح^{٢} + ب ح + جـ)$ بالملاحظة: أ = ٢، جـ = ٢

$= (ح^{٢} + ٢ح - ٣)(٢ح^{٢} + ب ح + ٢)$

$= ٢ح^{٤} + (٤ + ب)ح^{٣} + (٢ب - ٤)ح^{٢} + (٤ - ٣ب)ح - ٦$

ساوِ بين معاملات لتحصل على: ٥ = ٤ + ب، أي أن: ب = ١



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ب $\left|-\frac{٣}{٢}+\frac{\sqrt{٧}}{٢}\,ت\right|$

$=\sqrt{\left(-\frac{٣}{٢}\right)^{٢}+\left(\frac{\sqrt{٧}}{٢}\right)^{٢}}$

$=\sqrt{\frac{٩}{٤}+\frac{٧}{٤}}$

$=\sqrt{٤}$

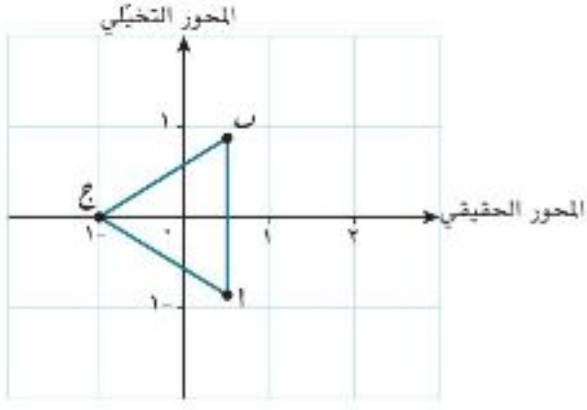
$=٢$

**١٦** أ $ع^{٢}=-١$

$ع=-١\times ١،\ -١\times\left(-\frac{١}{٢}+\frac{\sqrt{٣}}{٢}\,ت\right)،\ -١\times\left(-\frac{١}{٢}-\frac{\sqrt{٣}}{٢}\,ت\right)$

$ع=-١،\ ع=\frac{١}{٢}-\frac{\sqrt{٣}}{٢}\,ت،\ \frac{١}{٢}+\frac{\sqrt{٣}}{٢}\,ت$

ب




المثلث أ ب ج متطابق الأضلاع.

**١٧** أ $ع=\sqrt{٥}-ت$

$ع^{*}=\sqrt{٥}+ت$

$\frac{ع}{ع^{*}}=\frac{(\sqrt{٥}-ت)}{(\sqrt{٥}+ت)}$

$=\frac{(\sqrt{٥}-ت)(\sqrt{٥}-ت)}{(\sqrt{٥}+ت)(\sqrt{٥}-ت)}$

$=\frac{٥-٢\sqrt{٥}\,ت+ت^{٢}}{٥-ت^{٢}}$

$=\frac{٤-٢\sqrt{٥}\,ت}{٦}$

$=\frac{٢}{٣}-\frac{\sqrt{٥}}{٣}\,ت$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

وعليه، $٢ح^{٤} + ٥ح^{٣} - ٢ح^{٢} + ح - ٦ = (ح^{٢} + ٢ح - ٣)(٢ح^{٢} + ح + ٢)$

نجد جذور $٢ح^{٢} + ح + ٢$ من $٢ح^{٢} + ح + ٢ = ٠$

باستخدام الصيغة التربيعية، حيث أ = ٢، ب = ١، جـ = ٢:

$$ح = \frac{-١ \pm \sqrt{١^{٢} - ٤(٢)(٢)}}{٤}$$

$$= \frac{-١ \pm \sqrt{-١٥}}{٤}$$

$$= -\frac{١}{٤} \pm \frac{ت\sqrt{١٥}}{٤}$$

**١٥)** أ $ع = -\frac{٣}{٢} + \frac{\sqrt{٧}}{٢} ت$

$$\left(-\frac{٣}{٢} + \frac{\sqrt{٧}}{٢} ت\right)^{٢} + ل\left(-\frac{٣}{٢} + \frac{\sqrt{٧}}{٢} ت\right) + ك = ٠$$

$$\frac{٩}{٤} - \frac{٣\sqrt{٧}}{٢} ت + \frac{٧}{٤} ت^{٢} - \frac{٣}{٢} ل + \frac{\sqrt{٧}}{٢} ل ت + ك = ٠$$

$$\frac{٩}{٤} - \frac{٣\sqrt{٧}}{٢} ت - \frac{٧}{٤} - \frac{٣}{٢} ل + \frac{\sqrt{٧}}{٢} ل ت + ك = ٠$$

$$\left(\frac{١}{٢} - \frac{٣}{٢} ل + ك\right) + \left(\frac{\sqrt{٧}}{٢} ل - \frac{٣\sqrt{٧}}{٢}\right) ت = ٠$$

ساوِ الأجزاء الحقيقية لتحصل على:

$$\frac{١}{٢} - \frac{٣}{٢} ل + ك = ٠$$

$$٢ك - ٣ل = -١ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (١)$$

ساوِ الأجزاء التخيّلية لتحصل على:

$$\frac{\sqrt{٧}}{٢} ل - \frac{٣\sqrt{٧}}{٢} = ٠$$

$$ل = ٣$$

من المعادلة (١) ينتج أن:

$$٢ك - ٩ = -١$$

$$٢ك = ٨$$

$$ك = ٤$$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ب $\left|\frac{ع}{ع^*}\right| = \left|\frac{٢}{٣} - \frac{ت\sqrt{٥}}{٣}\right| = \sqrt{\left(\frac{٢}{٣}\right)^٢ + \left(\frac{\sqrt{٥}}{٣}\right)^٢}$

$= \sqrt{\frac{٥}{٩} + \frac{٤}{٩}}$

$= ١$

السعة للعدد المركب $\left(\frac{٢}{٣} - \frac{ت\sqrt{٥}}{٣}\right) = -$ ظا$^{-١}\left(\frac{\sqrt{٥}}{٢}\right) = -٠,٨٤١$

ج لاحظ أنه إذا كان ح ، ح$^*$ جذرَين لكثيرة حدود، فإن (ع − ح)، (ع − ح$^*$) عاملان لكثيرة الحدود، وبالمثل (ع − ح) (ع − ح$^*$) عامل أيضًا.

$\left(ع - \left(\frac{٢}{٣} - \frac{ت\sqrt{٥}}{٣}\right)\right)\left(ع - \left(\frac{٢}{٣} + \frac{ت\sqrt{٥}}{٣}\right)\right) = ٠$

$ع^٢ - \left(\frac{٢}{٣} - \frac{ت\sqrt{٥}}{٣} + \frac{٢}{٣} + \frac{ت\sqrt{٥}}{٣}\right)ع + \left(\frac{٢}{٣} - \frac{ت\sqrt{٥}}{٣}\right)\left(\frac{٢}{٣} + \frac{ت\sqrt{٥}}{٣}\right) = ٠$

$ع^٢ - \frac{٤}{٣}ع + \left(\frac{٤}{٩} - \frac{٥ت^٢}{٩}\right) = ٠$

$ع^٢ - \frac{٤}{٣}ع + ١ = ٠$

$٣ع^٢ - ٤ع + ٣ = ٠$



---

**١٨)** أ $ع = \frac{ك - ٤ت}{٢ك - ت} = \frac{(ك - ٤ت)(٢ك + ت)}{(٢ك - ت)(٢ك + ت)}$

$= \frac{٢ك^٢ - ٧كت - ٤ت^٢}{٤ك^٢ - ت^٢}$

$= \frac{٢ك^٢ + ٤ - ٧كت}{٤ك^٢ + ١}$

$= \frac{٢ك^٢ + ٤}{٤ك^٢ + ١} - \frac{٧كت}{٤ك^٢ + ١}$

بمساواة الأجزاء التخيّلية، فينتج أن:

$-\frac{٧ك}{٤ك^٢ + ١} = \frac{٧}{٥}$

$-٣٥ك = ٢٨ك^٢ + ٧$

$٢٨ك^٢ + ٣٥ك + ٧ = ٠$

$٤ك^٢ + ٥ك + ١ = ٠$

$(٤ك + ١)(ك + ١) = ٠$

وحيث إن ك عدد صحيح، فإن:

$ك = -١$

ب من الجزئية (أ):

$ع = \frac{٢ك^٢ + ٤}{٤ك^٢ + ١} - \frac{٧كت}{٤ك^٢ + ١}$

بالتعويض عن قيمة ك $= -١$

الجزء الحقيقي (ع) $= \frac{٢ك^٢ + ٤}{٤ك^٢ + ١} = \frac{٦}{٥}$

$ع = \frac{٦}{٥} + \frac{٧}{٥}ت$

السعة للعدد المركب ع = ظا$^{-١}\left(\frac{٧}{٦}\right) = ٠,٨٦٢$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

**١٩** ح = أ + ب ت

ح = أ − ب ت

٣(أ + ب ت) + ٢ت(أ − ب ت) = ١٧ + ٨ت

٣أ + ٣ب ت + ٢أ ت + ٢ب = ١٧ + ٨ت

٣أ + ٢ب + ( ٢أ + ٣ب) ت = ١٧ + ٨ت

ساوِ الأجزاء الحقيقية، فينتج:

٣أ + ٢ب = ١٧ ..... (١)

ساوِ الأجزاء التخيّلية، فينتج:

٢أ + ٣ب = ٨ ..... (٢)

٢ × (١) يعطي ٦أ + ٤ب = ٣٤ ..... (٣)

٣ × (٢) يعطي ٦أ + ٩ب = ٢٤ ..... (٤)

(٤) − (٣) يعطي:

٥ب = −١٠

ب = −٢

٢أ − ٦ = ٨

أ = ٧

ح = ٧ − ٢ت

**٢٠** ق + ٢ف = ٢ت

ت ق + ٢ت ف = ٢ت$^{٢}$

ت ق + ٢ ت ف = −٢ ..... (١)

ت ق + ف = ٣ ..... (٢)

أوجد (٢) − (١):

ف(١ − ٢ت) = ٥

$$ف = \frac{٥}{١ - ٢ت}$$

$$= \frac{٥(١ + ٢ت)}{(١ - ٢ت)(١ + ٢ت)}$$

$$= \frac{٥ + ١٠ت}{٥}$$

= ١ + ٢ت

ق = ٢ت − ٢ف

= ٢ت − ٢(١ + ٢ت)

= ٢ت − ٢ − ٤ت

= −٢ − ٢ت

**٢١** (أ) $ح = \frac{(١ + ت) + ت}{ت(١ + ت) + ٢}$

$$= \frac{١ + ٢ت}{-١ + ٢ + ت}$$

$$= \frac{١ + ٢ت}{١ + ت}$$

$$= \frac{(١ + ٢ت)(١ - ت)}{(١ + ت)(١ - ت)}$$

$$= \frac{٣ + ت}{٢}$$

$$= \frac{٣}{٢} + \frac{١}{٢} ت$$

(ب) $ع = \frac{ع + ت}{ت ع + ٢}$

ت ع$^{٢}$ + ٢ع = ع + ت

ت ع$^{٢}$ + ع − ت = ٠

افترض أن ع = س + ت ص

ت (س + ت ص)$^{٢}$ + س + ت ص − ت = ٠

ت(س$^{٢}$ + ٢س ص ت + ت$^{٢}$ص$^{٢}$) + س + ت ص − ت = ٠

ت س$^{٢}$ + ٢س ص ت$^{٢}$ − ت ص$^{٢}$ + س + ت ص − ت = ٠

−٢س ص + س + ( س$^{٢}$ − ص$^{٢}$ + ص − ١) ت = ٠

ساوِ الأجزاء الحقيقية لتحصل على:

−٢س ص + س = ٠

س (١ − ٢ص) = ٠

س = ٠ أو ص = $\frac{١}{٢}$

الجزء الحقيقي لـ ع سالب، فإن س ≠ ٠

فيكون ص = $\frac{١}{٢}$

ساوِ الأجزاء التخيّلية لتحصل على:



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$س^{٢} - ص^{٢} + ص - ١ = ٠$

$س^{٢} - \left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} + \frac{١}{٢} - ١ = ٠$

$س^{٢} = \frac{٣}{٤}$

$س = \pm \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

وحيث $س < ٠$، فإن

$س = -\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ويكون $ع = -\frac{\sqrt{٣}}{٢} + \frac{١}{٢}ت$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner