شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

مذكرة الأنشطة التدريبية في الوحدة السادسة التوزيع الطبيعي

موقع المناهج ⇦ المناهج العمانية ⇦ الصف الثاني عشر ⇦ رياضيات أساسية ⇦ الفصل الثاني ⇦ الملف

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2024-04-04 04:43:30

إعداد: إبراهيم صالح السعدي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر

روابط مواد الصف الثاني عشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات أساسية في الفصل الثاني

1	واجب منزلي نموذج ثالث
2	واجب منزلي نموذج ثاني
3	واجب منزلي نموذج أول
4	حصاد درس التوزيع الهندسي
5	حصاد درس توزيع ذي الحدين

الوحدة السادسة
التوزيع الطبيعي
The normal distribution

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٦-١ تعرف خصائص المتغير العشوائي المتصل، وتستخدم التوزيع الطبيعي لتمثيل المتغير العشوائي المتصل حيث يكون ذلك مناسبًا.

٦-٢ تتذكر وتستخدم خصائص التوزيع الطبيعي.

٦-٣ تستخدم جدول التوزيع الطبيعي المعياري عندما ز ~ ط (٠، ١) لإيجاد:

- قيمة ل(ز < ز١) أو قيمة احتمال متعلقة بها.
- قيمة ز١ إذا كانت قيمة ل(ز < ز١) معطاة أو قيمة احتمال متعلقة بها.

٦-٤ تحوّل إلى الصيغة المعيارية وتستخدم جدول التوزيع الطبيعي المعياري عندما س ~ ط (و، ع^{٢}) لإيجاد:

قيمة ل(س < س١) أو قيمة احتمال متعلق بذلك إذا كانت القيم س١، و، ع معطاة بما في ذلك المتعلق بمسائل واقعية.

٦-٥ تحوّل إلى الصيغة المعيارية وتستخدم جدول التوزيع الطبيعي المعياري عندما س ~ ط (و، ع^{٢}) لإيجاد:

قيم س١، و، ع إذا كانت قيمة ل(س < س١) أو قيمة احتمال متعلق بذلك معطاة بما في ذلك المسائل الواقعية.

الأسم:

الصف:

عمل:أ.إبراهيم صالح السعدي

٦-١ المتغيرات العشوائية المتصلة والمنحنى الطبيعي

المتغير العشوائي المتصل

المتغير العشوائي المتصل: هو متغير يمكن أن يتخذ عددًا غير قابل للعد من القيم في فترة ما، حيث تكون هذه القيم نواتج عددية لحوادث أو ظواهر عشوائية.

طول ولد عمره ١٧ عامًا مثال على متغير عشوائي متصل، فمن غير الممكن قياس طول أي ولد بعمر ١٧ عامًا بشكل دقيق، ولكن يمكن إعطاء الأطوال مقربةً إلى أقرب سنتيمتر مثلًا. في هذه الحالة، الطول ١٦٣سم يعني أن الطول الفعلي هو في الفترة ١٦٢,٥ $\leqslant$ الطول $<$ ١٦٣,٥ سم.

==

١) حدد أيًا من الخيارات الآتية يصف متغيرًا عشوائيًا متصلًا.
بالنسبة إلى الخيارات التي لا تصف متغيرًا عشوائيًا متصلًا، حدد السبب:

أ عدد مرات ظهور ’صورة‘ عند رمي قطعة نقدية منتظمة ١٠٠ مرة.

ب عدد تأشيرات الدخول الصادرة خلال آب/أغسطس من العام الماضي للسياح القادمين إلى سلطنة عمان.

ج الأحجام الممكنة لحبيبات الرمل.

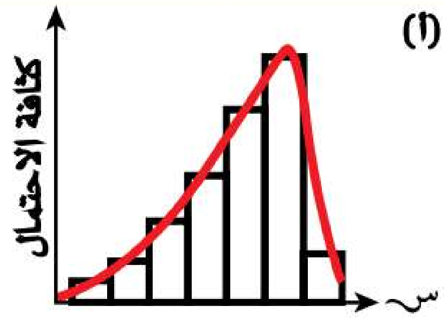
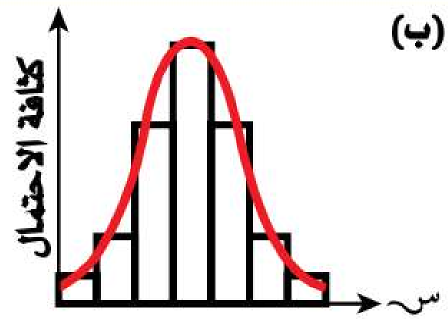
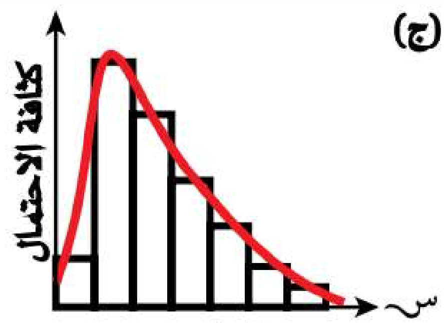
د عدد المرات التي يجب أن يرمى فيها حجر نرد منتظم حتى ظهور العدد ٦ لأول مرة.

المنحنى الطبيعي

دالة كثافة الاحتمال: هي منحنى يمثل التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متصل.

المنحنى الطبيعي: هو منحنى متناظر له شكل الجرس.

عندما يرسم منحنى دالة كثافة الاحتمال على المدرج التكراري، تتحوّل كثافة التكرار إلى كثافة الاحتمال، بحيث تصبح المساحة الكلية تحت المنحنى مساوية لمجموع الاحتمالات وهو ١
رسمت منحنيات دوال كثافة الاحتمال أعلى كل من المدرجات التكرارية في المخططات أدناه:

المساحة تحت منحنى دالة كثافة الاحتمال = ١	
(أ)  التواء سالب (الامتداد الأطول إلى اليسار)	يُعدّ التوزيع في (أ) التواء سالبًا لأن وسط المتغير (س) يقع إلى يسار قمة المنحنى.
(ب)  معتدل	التوزيع في (ب) معتدل (متناظر). يتساوى ويقع كل من الوسط والمنوال والوسيط عند قمة المنحنى.
(ج)  التواء موجب (الامتداد الأطول إلى اليمين)	يُعدّ التوزيع في (ج) التواء موجبًا لأن وسط المتغير (س) يقع إلى يمين قمة المنحنى.

المنحنى الذي يمثل التوزيع الاحتمالي في (ب) منحنى طبيعي normal curve، وهو متناظر وله شكل الجرس. يتفق هذا مع الوصف السابق وهو أن القيم القريبة من الوسط هي أعلى احتمالًا (وتشير إلى ذلك القيم العالية لكثافة الاحتمال)، فكلما ابتعدت القيم عن الوسط، كان احتمال وقوعها أقل (وتشير إلى ذلك القيم المتدنية لكثافة الاحتمال).

استكشف ١

تبيّن الجداول الآتية التوزيع التكراري لثلاثة متغيرات عشوائية متصلة هي (و)، (س)، (ص).

للمتغير (و) ١٢٦ قيمة في الفترة من ٣ إلى ١٨

و	٣ ≥ و > ٦	٦ ≥ و > ٩	٩ ≥ و > ١٢	١٢ ≥ و > ١٥	١٥ ≥ و > ١٨
ك	٢٤	٢٧	٢٤	٢٧	٢٤
الكثافة التكرارية	$\frac{٢٤}{٦ - ٣} = ٨$				

للمتغير (س) ٢١٦ قيمة في الفترة من ٢ إلى ٢٢

س	٢ ≥ س > ٦	٦ ≥ س > ١٠	١٠ ≥ س > ١٤	١٤ ≥ س > ١٨	١٨ ≥ س > ٢٢
ك	١٢	٥٦	٨٠	٥٦	١٢
الكثافة التكرارية	$\frac{١٢}{٦ - ٢} = ٣$				

للمتغير (ص) ٨٥ قيمة في الفترة من ١ إلى ٢٦

ص	١ ≥ ص > ٦	٦ ≥ ص > ١١	١١ ≥ ص > ١٦	١٦ ≥ ص > ٢١	٢١ ≥ ص > ٢٦
ك	٢٥	١٥	٥	١٥	٢٥
الكثافة التكرارية	$\frac{٢٥}{٦ - ١} = ٥$				

١) أكمل الجداول من خلال إيجاد قيم الكثافة التكرارية الناقصة.

٢) ارسم مدرجًا تكراريًا لكل من الجداول الثلاثة.

٣) ارسم منحنى منتظمًا على أعمدة كل مدرج تكراري.

٤) ما هو المشترك بين المنحنيات الثلاثة التي رسمتها؟

٥) أي المنحنيات التي رسمتها يمكن وصفها بالمنحنى الطبيعي؟

استكشف ١

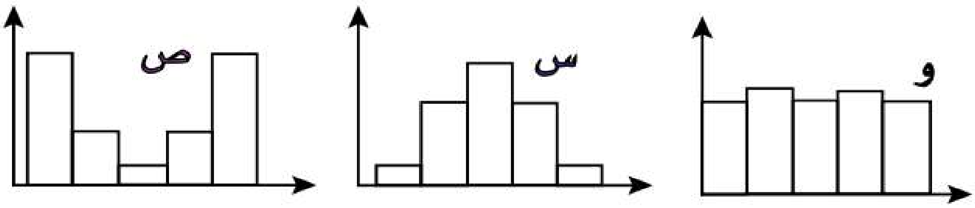
١)

و	٣ ≤ و < ٦	٦ ≤ و < ٩	٩ ≤ و < ١٢	١٢ ≤ و < ١٥	١٥ ≤ و < ١٨
ك	٢٤	٢٧	٢٤	٢٧	٢٤
الكثافة التكرارية	$\frac{٢٤}{٦-٣} = ٨$	٩	٨	٩	٨

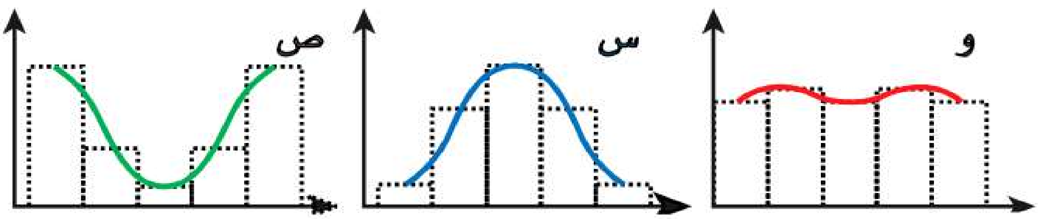
س	٢ ≤ س < ٦	٦ ≤ س < ١٠	١٠ ≤ س < ١٤	١٤ ≤ س < ١٨	١٨ ≤ س < ٢٢
ك	١٢	٥٦	٨٠	٥٦	١٢
الكثافة التكرارية	$\frac{١٢}{٦-٢} = ٣$	١٤	٢٠	١٤	٣

ص	١ ≤ ص < ٦	٦ ≤ ص < ١١	١١ ≤ ص < ١٦	١٦ ≤ ص < ٢١	٢١ ≤ ص < ٢٦
ك	٢٥	١٥	٥	١٥	٢٥
الكثافة التكرارية	$\frac{٢٥}{٦-١} = ٥$	٣	١	٣	٥

٢)



٣) ارسم منحنى سلسًا يمر عبر نقاط المنتصف لكل ضلع علوي في كل عمود.



٤) • ينضوي المدرج التكراري تحت كل منحنى من المنحنيات الثلاثة أعلاه، حيث لكل منها خمسة أعمدة ذات عرض متساوٍوحيث أطوال الأعمدة هي الكثافات التكرارية من الجداول.

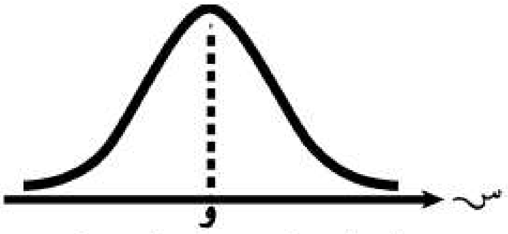
• لكل منها خط تناظر رأسي.

٥) (س)

في استكشف ١، ينتج التوزيع التكراري للمتغير العشوائي المتصل (س) منحنًى طبيعيًا متناظرًا على شكل جرس.

إذا تم تمثيل التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متصل له عدد ثابت من القيم بمنحنى طبيعي في فترة محددة، فإن:

- قمة المنحنى الذي على شكل جرس تقع عند الوسط حيث نجد كذلك خط التناظر للمنحنى.
- الوسط = المنوال = الوسيط.
- تتناقص الاحتمالات كلما ابتعدنا عن الوسط من الطرفَين – كلما ابتعدت قيمة عن الوسط الحساب كان احتمال وقوعها أقل.



المنوال = الوسيط = الوسط (و)

- التناقص في قيمة الوسط ينتج منه إزاحة للمنحنى إلى اليسار.
- التزايد في قيمة الوسط ينتج منه إزاحة للمنحنى إلى اليمين.
- التناقص في قيمة الانحراف المعياري والتباين (ع(س)، $ع^2$(س)) يعني أن القيم تصبح أقل انتشارًا عن الوسط وأكثر قربًا منه. ينتج من ذلك تزايد في ارتفاع المنحنى وتناقص في عرضه، ما يضمن ثبات قيمة المساحة تحت المنحنى.
- التزايد في قيمة الانحراف المعياري والتباين (ع(س)، $ع^2$(س)) يعني أن القيم تصبح أكثر انتشارًا عن الوسط وأكثر بعدًا عنه. ينتج من ذلك تناقص في ارتفاع المنحنى وتزايد في عرضه، ما يضمن ثبات قيمة المساحة تحت المنحنى.

يمكن رسم أكثر من منحنى لتمثيل التوزيعات الاحتمالية لمتغيرات عشوائية متصلة ذات توزيعات طبيعية في تمثيل بياني واحد وذلك للتمكن من مقارنة بياناتها، مثل مقارنة أطوال الأولاد وأطوال البنات في حضانة للأطفال.

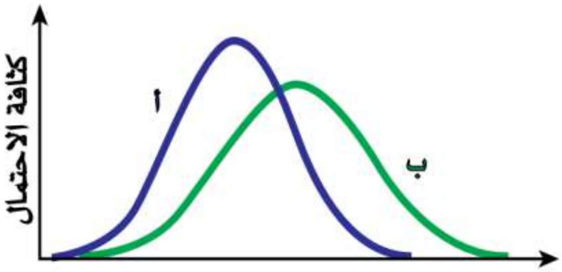
- إذا كان لمنحنيَين طبيعيَّين خط التناظر نفسه فإن للمتغيرَين الوسط نفسه.
- إذا كان لمنحنيَين الارتفاع والشكل نفسَيهما فإن للمتغيرَين الانحراف المعياري والتباين نفسَيهما.

للإشارة إلى توزيع متغير عشوائي متصل (س)، يستخدم الترميز الآتي:

- الوسط = و
- التباين = $ع^2$(س)
- الانحراف المعياري = ع(س)

٢) يبيّن التمثيل البياني الآتي التوزيع الاحتمالي لكل من المتغيرَين العشوائيَّين المتصلَين (أ)، (ب).

[أ. إبراهيم السعدي]



حدد ما إذا كانت كل من العبارت الآتية صحيحة أم خاطئة:

أ $و_أ > و_ب$

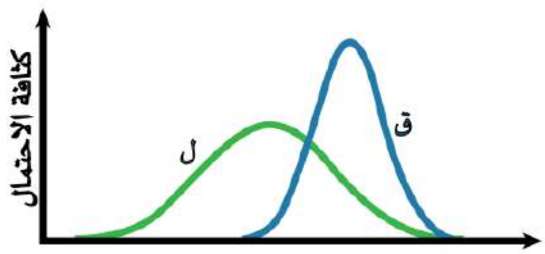
ب ع(أ) > ع(ب)

ج أكثر من نصف القيم في المنحنى (ب) أكبر من $و_أ$

د أقل من نصف القيم في المنحنى (أ) أقل من $و_ب$

----

٣) يبيّن التمثيل البياني الآتي منحنيَين طبيعيَّين يمثلان التوزيع الاحتمالي لكل من المتغيرَين العشوائيَّين المتصلَين (ل)، (ق).



أ استخدم رموزًا رياضية لتكتب عبارة تقارن فيها:

١) تباين (ل) مع تباين (ق).

٢) وسط المتغير (ل) مع وسط المتغير (ق).

١)	٢)

ب تبيّن أن حسابات (ل) ، (ق) تتضمن بعض الأخطاء.

الوسط الصحيح للمتغير (ل) أكبر مما يظهر في التمثيل البياني، والانحراف المعياري الصحيح للمتغير (ق) أقل مما يظهر في التمثيل البياني.

لتصحيح التمثيل البياني، اشرح التغييرات التي يجب أن تحصل للمنحنى الطبيعي للمتغير:

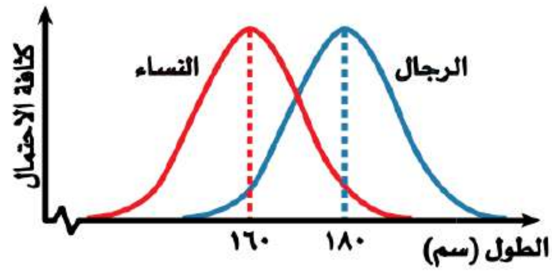
١) (ل)　　　　٢) (ق)

١)	٢)

ج بعد تصحيح التمثيل البياني، ما هي الخاصية التي لا تتغير بالنسبة إلى المنحنيَين؟

----

٤) ينتج من توزيعَين لأطوال ١٠٠٠ امرأة و ١٠٠٠ رجل منحنيان طبيعيان كما هو مبيّن في التمثيل البياني الآتي.
وسط أطوال النساء هو ١٦٠ سم، ووسط أطوال الرجال هو ١٨٠ سم.

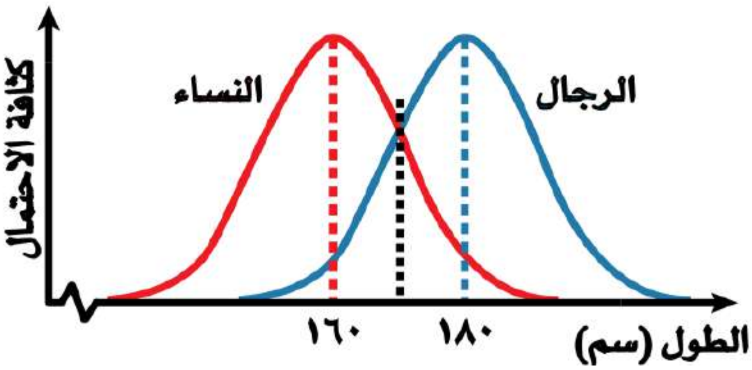


مُساعَدة

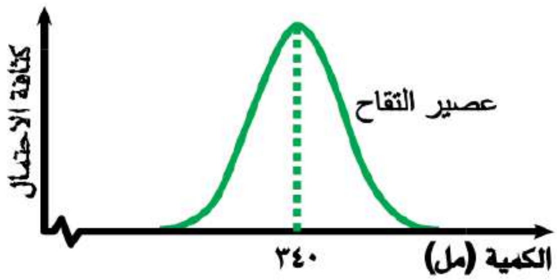
إشارة ⁓ في بداية المحور الأفقي تشير إلى أن التدرج لم يبدأ من الصفر.

تم دمج بيانات أطوال هؤلاء النساء والرجال لتشكيل مجموعة بيانات جديدة.

على افتراض أن بيانات الأطوال الجديدة تنتج أيضًا منحنًى طبيعيًا، انسخ التمثيل البياني أعلاه وأضف إليه منحنى البيانات المدمجة لأطوال ٢٠٠٠ رجل وامرأة.

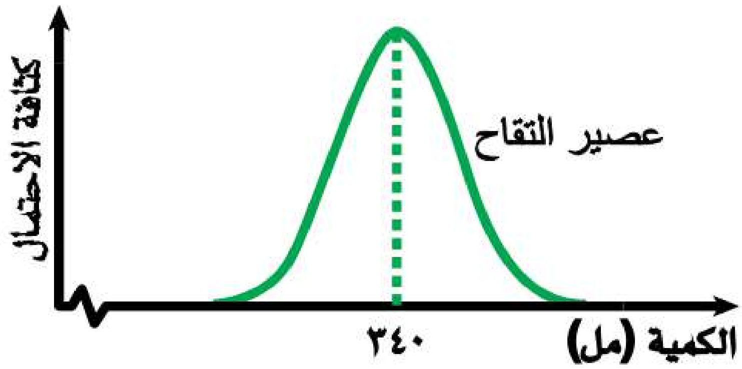


٥) ينتج من التوزيع الاحتمالي لكمية العصير في ٥٠٠ عبوة من عصير التفاح منحنًى طبيعيٌّ وسطه ٣٤٠ مل وتباينه ٤ مل^{٢}، كما هو مبيّن في التمثيل البياني.



ينتج أيضًا من التوزيع الاحتمالي لكمية العصير في ١٠٠٠ عبوة من عصير الخوخ منحنًى طبيعيٌّ وسطه ٣٤٠ مل وانحرافه المعياري ٤ مل.

أ) انسخ التمثيل البياني أعلاه وأضف إليه المنحنى الطبيعي لكمية عصير الخوخ في ١٠٠٠ عبوة عصير.



ب) صف التشابهات والفروقات بين المنحنيَين.

٦-٢ التوزيع الطبيعي المعياري

التوزيع الطبيعي

يعرف المتغير العشوائي المتصل ذو التوزيع الطبيعي من خلال وسطه (و) وتباينه ($ع^٢$).

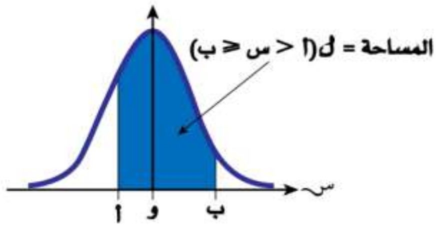
لوصف المتغير العشوائي المتصل ذي التوزيع الطبيعي (س) نكتب س ~ ط (و، $ع^٢$).

نتيجة ١

يعرّف س ~ ط (و، $ع^٢$) بالمتغير العشوائي المتصل ذي التوزيع الطبيعي (س).

نقرأ هذا على الشكل: للمتغير (س) توزيع طبيعي وسطه (و) وتباينه ($ع^٢$)

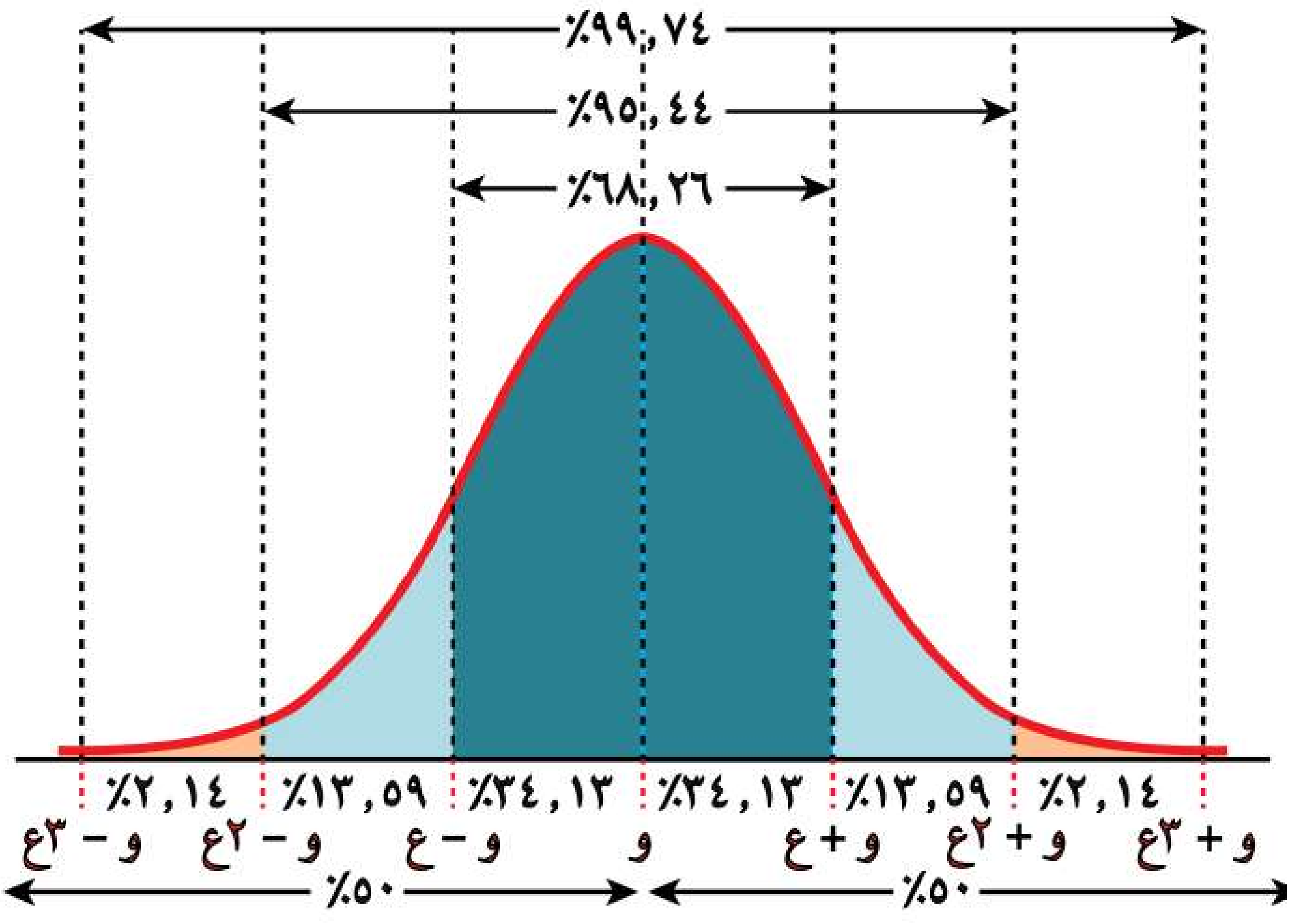
لكل متغير عشوائي متصل ذي توزيع طبيعي (س)، احتمال أن تكون للمتغير (س) قيمة بين أ، ب تساوي المساحة تحت المنحنى الطبيعي بين المحور السيني والمستقيمين س = أ، س = ب



مُساعَدة

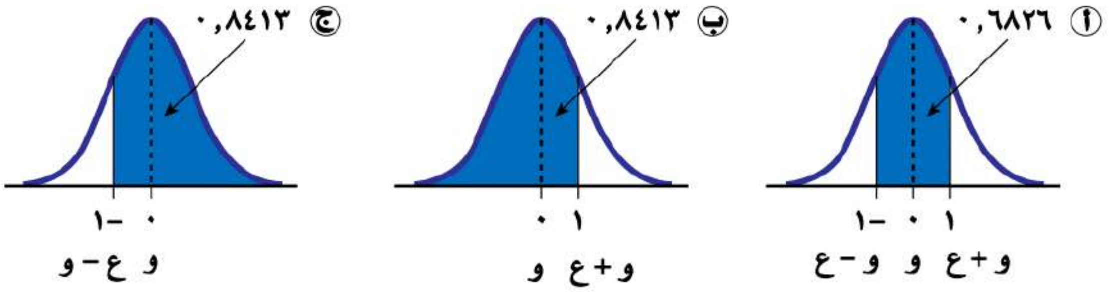
المساحة تحت أي جزء من المنحنى لا تتغير بتضمين حدود الفترة أو عدمه. وهذا يعني أنه لا يوجد فرق بين قيم
ل(أ < س ≥ ب)،
ل(أ ≥ س < ب)،
ل(أ ≥ س ≥ ب)،
ل(أ < س < ب).

للتوزيعات الطبيعية الكثير من الخصائص المميزة. يبيّن التمثيل البياني والجدول الآتيان بعض هذه الخصائص.



الخصائص	الاحتمالات
نصف القيم أصغر من الوسط. نصف القيم أكبر من الوسط.	ل(س < و) = ل(س ≤ و) = ٠,٥ ل(س > و) = ل(س ≥ و) = ٠,٥
تبعد ٦٨,٢٦٪ من القيم تقريبًا عن الوسط بأقل من انحراف معياري واحد.	ل(و − ع < س < و + ع) = ٠,٦٨٢٦
تبعد ٩٥,٤٤٪ من القيم تقريبًا عن الوسط بأقل من انحرافين معياريين.	ل(و − ٢ع < س < و + ٢ع) = ٠,٩٥٤٤
تبعد ٩٩,٧٤٪ من القيم تقريبًا عن الوسط بأقل من ثلاثة انحرافات معيارية.	ل(و − ٣ع < س < و + ٣ع) = ٠,٩٩٧٤

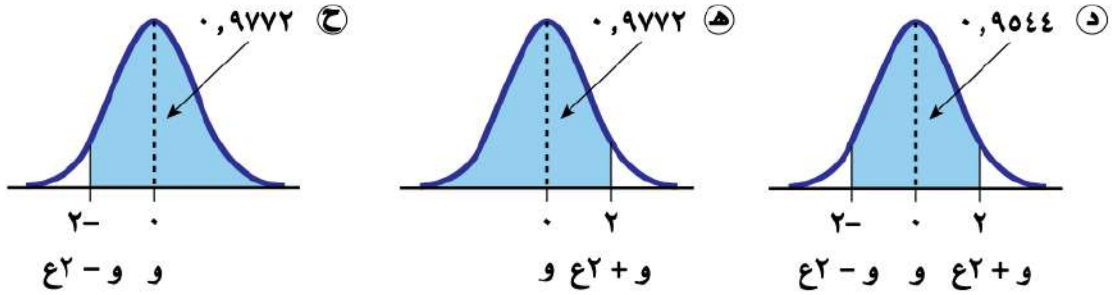
في التمثيلات الآتية، تمثل القيم ٠، ±١، ±٢ عدد الانحرافات المعيارية عن الوسط، فهي تبيّن المعلومات المعطاة في الجدول أعلاه، كما تبيّن كيفية حساب احتمالات أخرى باستخدام تناظر المنحنى وحقيقة أن المساحة الكلية تحت المنحنى تساوي ١



مساحة كل من الجزأين غير المظللين من التمثيل أ هي $\frac{١ - ٠,٦٨٢٦}{٢}$ = ٠,١٥٨٧

إذًا، فالمساحتان المظللتان في التمثيلَين ب، ج هما ١ − ٠,١٥٨٧ = ٠,٨٤١٣

نستنتج أن ل(س < ١) = ل(س > −١) = ٠,٨٤١٣



مساحة كل من الجزأين غير المظللين من التمثيل د هي $\frac{١ - ٠,٩٥٤٤}{٢}$ = ٠,٠٢٢٨

إذًا، فالمساحتان المظللتان في التمثيلَين هـ، ح هما ١ − ٠,٠٢٢٨ = ٠,٩٧٧٢

نستنتج أن ل(س < ٢) = ل(س > −٢) = ٠,٩٧٧٢

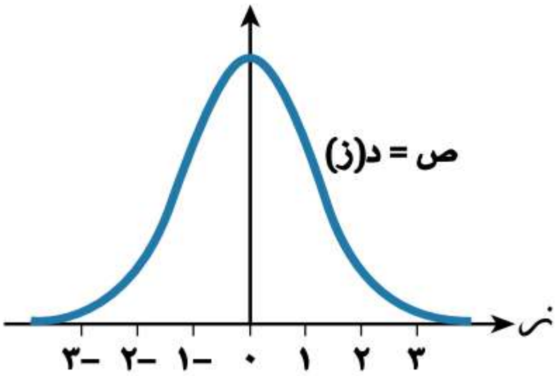
المنحنى الطبيعي المعياري

يطلق على هذا المتغير اسم متغير طبيعي معياري standard normal variable ويرمز إليه بالحرف (ز).

نتيجة ٢

للمتغير الطبيعي المعياري (ز) وسط يساوي ٠ وتباين يساوي ١
يرمز إلى هذا المتغير بالرمز ز ~ ط (٠، ١).

يبيّن التمثيل أدناه التوزيع الاحتمالي للمتغير الطبيعي المعياري (ز) لمنحناه المتناظر الذي يشبه الجرس دالة هي ص = د (ز).



- **وسط (ز) هو ز = ٠**
- **خط التناظر مستقيم رأسي يمر في الوسط (كما في كل التوزيعات الطبيعية).**
- **للمتغير (ز) تباين يساوي ١ وانحراف معياري يساوي ١**
- **تمثل ز = ±١، ±٢، ±٣ قيمًا أقل أو أكبر من الوسط بـ ١، ٢، ٣ انحرافات معيارية.**
- **كل ز < ٠ تمثل قيمة أقل من الوسط.**
- **كل ز > ٠ تمثل قيمة أكبر من الوسط.**
- **لكل ز > ٣,٥، ز < -٣,٥، تكون قيمة د(ز) قريبة جدًا من الصفر،**
  إذًا ل(ز > ٣,٥) = ل(ز ≤ -٣,٥) ≈ ٠
- **المساحة تحت منحنى ص = د (ز) تساوي ١**

يقسم المستقيم الرأسي عند ز = ز$_{١}$ المساحة تحت المنحنى إلى جزأين. تمثل مساحة أحد الجزأين ل(ز ≤ ز$_{١}$) وتمثل مساحة الجزء الآخر ل(ز > ز$_{١}$).

نرمز إلى قيمة ل(ز ≤ ز$_{١}$) بالدالة د (ز$_{١}$).

وضع الرياضيون الجدول الذي يضم قيم د(ز) وهو موجود في نهاية هذه الوحدة تحت عنوان 'جدول دالة التوزيع الطبيعي المعياري'.

مثـــال ٣

استخدم جدول دالة التوزيع الطبيعي المعياري لإيجاد د (٠.٢٧).

الحــلّ:

الرقم الثالث

الرقمان الأول والثاني

ز	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠,٠	٠,٥٠٠٠	٠,٥٠٤٠	٠,٥٠٨٠	٠,٥١٢٠	٠,٥١٦٠	٠,٥١٩٩	٠,٥٢٣٩	٠,٥٢٧٩	٠,٥٣١٩	٠,٥٣٥٩
٠,١	٠,٥٣٩٨	٠,٥٤٣٨	٠,٥٤٧٨	٠,٥٥١٧	٠,٥٥٥٧	٠,٥٥٩٦	٠,٥٦٣٦	٠,٥٦٧٥	٠,٥٧١٤	٠,٥٧٥٣
٠,٢	٠,٥٧٩٣	٠,٥٨٣٢	٠,٥٨٣٢	٠,٥٩١٠	٠,٥٩٤٩	٠,٥٩٨٧	٠,٦٠٢٦	٠,٦٠٦٤	٠,٦١٠٣	٠,٦٤٦١
٠,٣	٠,٦١٧٩	٠,٦٢١٧	٠,٦٢٥٥	٠,٦٢٩٣	٠,٦٣٣١	٠,٦٣٦٨	٠,٦٤٠٦	٠,٦٤٤٣	٠,٦٤٨٠	٠,٦٥١٧
٠,٤	٠,٦٥٥٤	٠,٦٥٩١	٠,٦٦٢٨	٠,٦٦٦٤	٠,٦٧٠٠	٠,٦٧٣٦	٠,٦٧٧٢	٠,٦٨٠٨	٠,٦٨٤٤	٠,٦٨٧٩

خطوات إيجاد د (ز) هي:

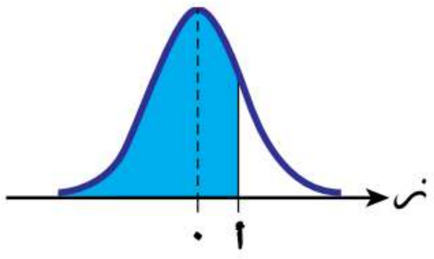
- حدد موقع الرقمَين الأول والثاني من ز (تحديدًا ٠,٢) في العمود الأول إلى اليمين.
- حدد موقع الرقم الثالث من ز (تحديدًا ٧) من الصف الأول.
- عند تقاطع الصف ٠,٢ مع العمود ٧ تجد القيمة ٠,٦٠٦٤

هذا يعني أن د (٠,٢٧) = ٠,٦٠٦٤

يبيّن التمثيلان الآتيان ما يلي:

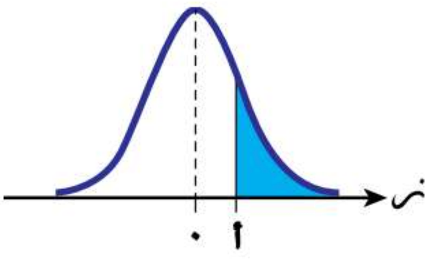
ل(ز < أ) = المساحة تحت المنحنى إلى يسار ز = أ

ل(ز > أ) = المساحة تحت المنحنى إلى يمين ز = أ



عندما أ > ٠

ل(ز < أ) = د (أ)

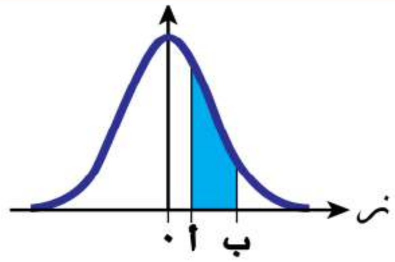


عندما أ > ٠

ل(ز > أ) = ١ − د (أ)

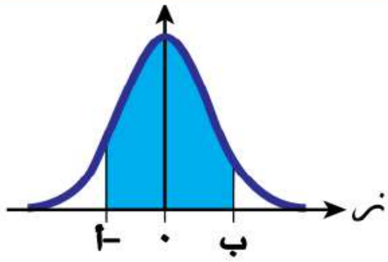
ملاحظة: يمكن إيجاد المساحة من الجدول مباشرة عندما المساحة المطلوبة على يسار قيم أ الموجبة.

في التمثيلات الآتية بعض النتائج الأخرى المفيدة:



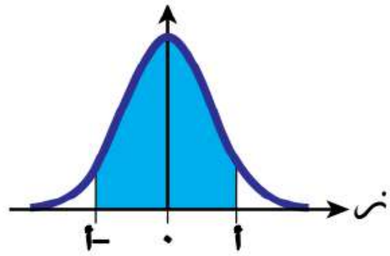
عندما ٠ < أ < ب

ل(أ < ز < ب) = د(ب) − د(أ)



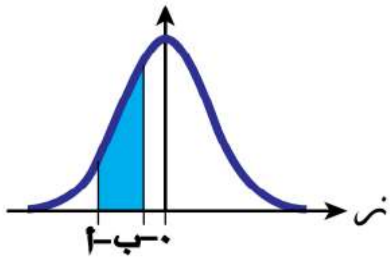
عندما −أ < ٠ < ب

ل(−أ < ز < ب) = د(ب) + د(أ) − ١



عندما −أ < ٠ < أ

ل(−أ < ز < أ) = ٢د(أ) − ١



عندما −أ < −ب < ٠

ل(−أ < ز < −ب) = د(أ) − د(ب)

نتيجة ٣

إذا كان أ > ٠ ، ب > ٠ فإن:

- ل(ز < أ) = د(أ)
- ل(ز > أ) = ١ − د(أ)
- ل(أ < ز < ب) = د(ب) − د(أ)
- ل(−أ < ز < ب) = د(ب) + د(أ) − ١
- ل(−أ < ز < أ) = ٢ د(أ) − ١

لا يبيّن جدول دالة التوزيع الطبيعي المعياري قيم ز < ٠ إلا أنه يمكن استخدام خصائص التناظر للمنحنى الطبيعي، وحقيقة أن المساحة تحت المنحنى تساوي ١، وذلك لإيجاد قيم د(ز) عندما تكون قيمة ز سالبة.

مُساعَدة

ل(ز > −أ) = ل(ز < أ)،
ل(ز < −أ) = ل(ز > أ).

نتيجة ٤

إذا كان (ز) توزيعًا طبيعيًا وسطه (٠) وتباينه (١)، يعطي الجدول قيمة د(ز) لكل قيم ز حيث د(ز) = ل(ز)

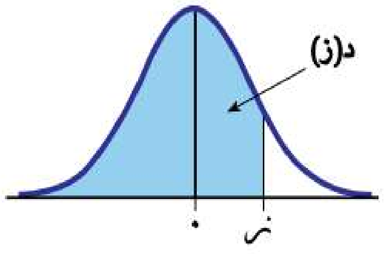
للقيم السالبة للمتغير (ز)، استخدم د(−ز) = ١ − د(ز)

جدول دالة التوزيع الطبيعي المعياري

إذا كان للمتغير (ز) توزيع طبيعي وسطه ٠ وتباينه ١ يعطي الجدول قيمة د (ز) لكل قيم ز، حيث

د (ز$_{1}$) = ل (ز ≤ ز$_{1}$)

استخدم د (−ز) = ١ − د (ز) لقيم ز السالبة.



ز	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠,٠	٠,٥٠٠٠	٠,٥٠٤٠	٠,٥٠٨٠	٠,٥١٢٠	٠,٥١٦٠	٠,٥١٩٩	٠,٥٢٣٩	٠,٥٢٧٩	٠,٥٣١٩	٠,٥٣٥٩
٠,١	٠,٥٣٩٨	٠,٥٤٣٨	٠,٥٤٧٨	٠,٥٥١٧	٠,٥٥٥٧	٠,٥٥٩٦	٠,٥٦٣٦	٠,٥٦٧٥	٠,٥٧١٤	٠,٥٧٥٣
٠,٢	٠,٥٧٩٣	٠,٥٨٣٢	٠,٥٨٧١	٠,٥٩١٠	٠,٥٩٤٩	٠,٥٩٨٧	٠,٦٠٢٦	٠,٦٠٦٤	٠,٦١٠٣	٠,٦١٤١
٠,٣	٠,٦١٧٩	٠,٦٢١٧	٠,٦٢٥٥	٠,٦٢٩٣	٠,٦٣٣١	٠,٦٣٦٨	٠,٦٤٠٦	٠,٦٤٤٣	٠,٦٤٨٠	٠,٦٥١٧
٠,٤	٠,٦٥٥٤	٠,٦٥٩١	٠,٦٦٢٨	٠,٦٦٦٤	٠,٦٧٠٠	٠,٦٧٣٦	٠,٦٧٧٢	٠,٦٨٠٨	٠,٦٨٤٤	٠,٦٨٧٩
٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٦٩٥٠	٠,٦٩٨٥	٠,٧٠١٩	٠,٧٠٥٤	٠,٧٠٨٨	٠,٧١٢٣	٠,٧١٥٧	٠,٧١٩٠	٠,٧٢٢٤
٠,٦	٠,٧٢٥٧	٠,٧٢٩١	٠,٧٣٢٤	٠,٧٣٥٧	٠,٧٣٨٩	٠,٧٤٢٢	٠,٧٤٥٤	٠,٧٤٨٦	٠,٧٥١٧	٠,٧٥٤٩
٠,٧	٠,٧٥٨٠	٠,٧٦١١	٠,٧٦٤٢	٠,٧٦٧٣	٠,٧٧٠٤	٠,٧٧٣٤	٠,٧٧٦٤	٠,٧٧٩٤	٠,٧٨٢٣	٠,٧٨٥٢
٠,٨	٠,٧٨٨١	٠,٧٩١٠	٠,٧٩٣٩	٠,٧٩٦٧	٠,٧٩٩٥	٠,٨٠٢٣	٠,٨٠٥١	٠,٨٠٧٨	٠,٨١٠٦	٠,٨١٣٣
٠,٩	٠,٨١٥٩	٠,٨١٨٦	٠,٨٢١٢	٠,٨٢٣٨	٠,٨٢٦٤	٠,٨٢٨٩	٠,٨٣١٥	٠,٨٣٤٠	٠,٨٣٦٥	٠,٨٣٨٩
١,٠	٠,٨٤١٣	٠,٨٤٣٨	٠,٨٤٦١	٠,٨٤٨٥	٠,٨٥٠٨	٠,٨٥٣١	٠,٨٥٥٤	٠,٨٥٧٧	٠,٨٥٩٩	٠,٨٦٢١
١,١	٠,٨٦٤٣	٠,٨٦٦٥	٠,٨٦٨٦	٠,٨٧٠٨	٠,٨٧٢٩	٠,٨٧٤٩	٠,٨٧٧٠	٠,٨٧٩٠	٠,٨٨١٠	٠,٨٨٣٠
١,٢	٠,٨٨٤٩	٠,٨٨٦٩	٠,٨٨٨٨	٠,٨٩٠٧	٠,٨٩٢٥	٠,٨٩٤٤	٠,٨٩٦٢	٠,٨٩٨٠	٠,٨٩٩٧	٠,٩٠١٥
١,٣	٠,٩٠٣٢	٠,٩٠٤٩	٠,٩٠٦٦	٠,٩٠٨٢	٠,٩٠٩٩	٠,٩١١٥	٠,٩١٣١	٠,٩١٤٧	٠,٩١٦٢	٠,٩١٧٧
١,٤	٠,٩١٩٢	٠,٩٢٠٧	٠,٩٢٢٢	٠,٩٢٣٦	٠,٩٢٥١	٠,٩٢٦٥	٠,٩٢٧٩	٠,٩٢٩٢	٠,٩٣٠٦	٠,٩٣١٩
١,٥	٠,٩٣٣٢	٠,٩٣٤٥	٠,٩٣٥٧	٠,٩٣٧٠	٠,٩٣٨٢	٠,٩٣٩٤	٠,٩٤٠٦	٠,٩٤١٨	٠,٩٤٢٩	٠,٩٤٤١
١,٦	٠,٩٤٥٢	٠,٩٤٦٣	٠,٩٤٧٤	٠,٩٤٨٤	٠,٩٤٩٥	٠,٩٥٠٥	٠,٩٥١٥	٠,٩٥٢٥	٠,٩٥٣٥	٠,٩٥٤٥
١,٧	٠,٩٥٥٤	٠,٩٥٦٤	٠,٩٥٧٣	٠,٩٥٨٢	٠,٩٥٩١	٠,٩٥٩٩	٠,٩٦٠٨	٠,٩٦١٦	٠,٩٦٢٥	٠,٩٦٣٣
١,٨	٠,٩٦٤١	٠,٩٦٤٩	٠,٩٦٥٦	٠,٩٦٦٤	٠,٩٦٧١	٠,٩٦٧٨	٠,٩٦٨٦	٠,٩٦٩٣	٠,٩٦٩٩	٠,٩٧٠٦
١,٩	٠,٩٧١٣	٠,٩٧١٩	٠,٩٧٢٦	٠,٩٧٣٢	٠,٩٧٣٨	٠,٩٧٤٤	٠,٩٧٥٠	٠,٩٧٥٦	٠,٩٧٦١	٠,٩٧٦٧
٢,٠	٠,٩٧٧٢	٠,٩٧٧٨	٠,٩٧٨٣	٠,٩٧٨٨	٠,٩٧٩٣	٠,٩٧٩٨	٠,٩٨٠٣	٠,٩٨٠٨	٠,٩٨١٢	٠,٩٨١٧
٢,١	٠,٩٨٢١	٠,٩٨٢٦	٠,٩٨٣٠	٠,٩٨٣٤	٠,٩٨٣٨	٠,٩٨٤٢	٠,٩٨٤٦	٠,٩٨٥٠	٠,٩٨٥٤	٠,٩٨٥٧
٢,٢	٠,٩٨٦١	٠,٩٨٦٤	٠,٩٨٦٨	٠,٩٨٧١	٠,٩٨٧٥	٠,٩٨٧٨	٠,٩٨٨١	٠,٩٨٨٤	٠,٩٨٨٧	٠,٩٨٩٠
٢,٣	٠,٩٨٩٣	٠,٩٨٩٦	٠,٩٨٩٨	٠,٩٩٠١	٠,٩٩٠٤	٠,٩٩٠٦	٠,٩٩٠٩	٠,٩٩١١	٠,٩٩١٣	٠,٩٩١٦
٢,٤	٠,٩٩١٨	٠,٩٩٢٠	٠,٩٩٢٢	٠,٩٩٢٥	٠,٩٩٢٧	٠,٩٩٢٩	٠,٩٩٣١	٠,٩٩٣٢	٠,٩٩٣٤	٠,٩٩٣٦
٢,٥	٠,٩٩٣٨	٠,٩٩٤٠	٠,٩٩٤١	٠,٩٩٤٣	٠,٩٩٤٥	٠,٩٩٤٦	٠,٩٩٤٨	٠,٩٩٤٩	٠,٩٩٥١	٠,٩٩٥٢
٢,٦	٠,٩٩٥٣	٠,٩٩٥٥	٠,٩٩٥٦	٠,٩٩٥٧	٠,٩٩٥٩	٠,٩٩٦٠	٠,٩٩٦١	٠,٩٩٦٢	٠,٩٩٦٣	٠,٩٩٦٤
٢,٧	٠,٩٩٦٥	٠,٩٩٦٦	٠,٩٩٦٧	٠,٩٩٦٨	٠,٩٩٦٩	٠,٩٩٧٠	٠,٩٩٧١	٠,٩٩٧٢	٠,٩٩٧٣	٠,٩٩٧٤
٢,٨	٠,٩٩٧٤	٠,٩٩٧٥	٠,٩٩٧٦	٠,٩٩٧٧	٠,٩٩٧٧	٠,٩٩٧٨	٠,٩٩٧٩	٠,٩٩٧٩	٠,٩٩٨٠	٠,٩٩٨١
٢,٩	٠,٩٩٨١	٠,٩٩٨٢	٠,٩٩٨٢	٠,٩٩٨٣	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٨٥	٠,٩٩٨٥	٠,٩٩٨٦	٠,٩٩٨٦
٣,٠	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٨	٠,٩٩٨٨	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٩٠	٠,٩٩٩٠
٣,١	٠,٩٩٩٠	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٣
٣,٢	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥
٣,٣	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٧
٣,٤	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٨

مناقشة تمارين ٦-٢ صـــــــ ٩٠ ـ ٩١

١) استخدم جدول دالة التوزيع الطبيعي المعياري لإيجاد:

أ د (٠,٣٥)　　ب د (١,٤٧)　　ج د (٢,٠٣)

د د (٠,٨٢)　　هـ ١ – د (٢,٨٦)　　[أ. إبراهيم السعدي]

٢) استخدم جدول دالة التوزيع الطبيعي المعياري لإيجاد ز، عندما:

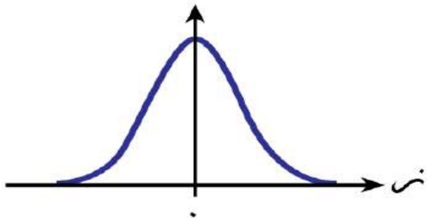
أ د (ز) = ٠,٧٠٨٨　　ب د (ز) = ٠,٩٠١٥　　ج د (ز) = ١٢٥

د د (ز) = ٠,٥١٩٩　　هـ ١ – د (ز) = ٠,٠٧٦٤

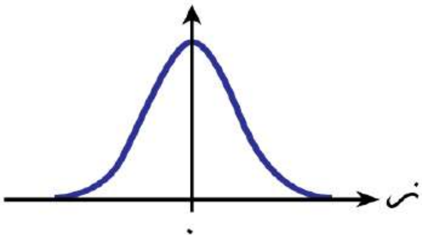
[أ. إبراهيم السعدي]

٣) لديك ز ~ ط (٠، ١)؛ أوجد الاحتمالات الآتية:

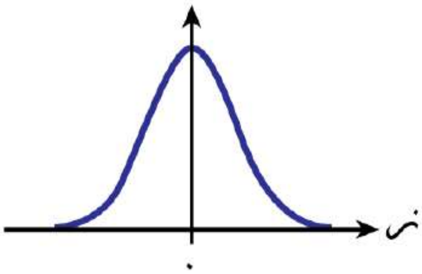
أ ل(ز ⩽ ١,٥٣)



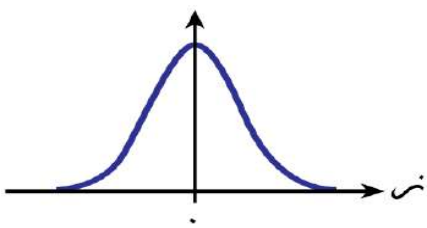
ب ل(ز ⩽ ٠,٠٧)



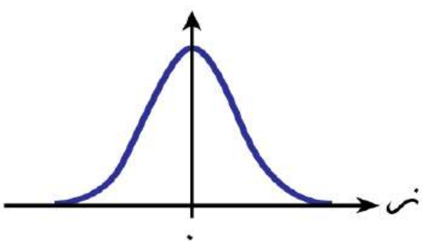
ج ل(ز ⩽ ٢,٤٦)



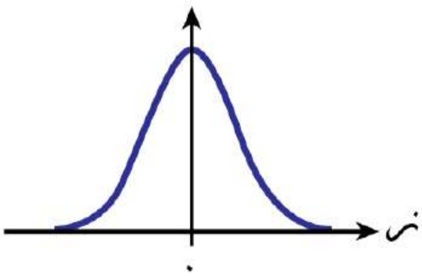
د ل(ز > ٢,٠٠)



هـ ل(ز > ١,٧٥)

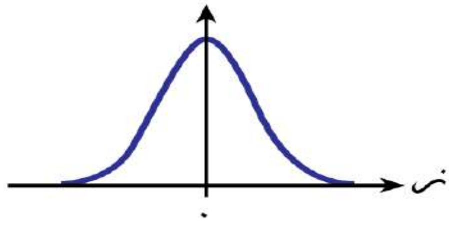


و ل(ز > −٠,٠١)

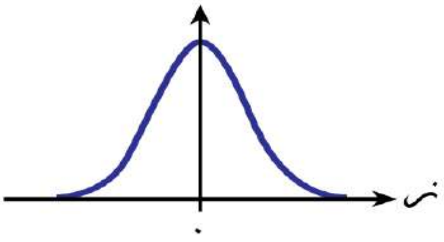


٤) المتغير العشوائي (ز) ذو توزيع طبيعي وسطه (٠) وتباينه (١) أوجد الاحتمالات الآتية:

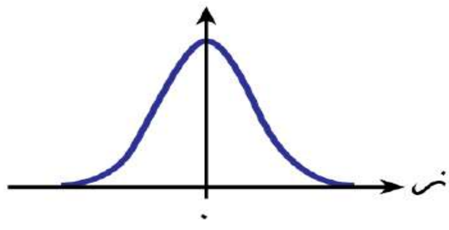
أ ل(٠ < ز ≤ ٢,٥٠)



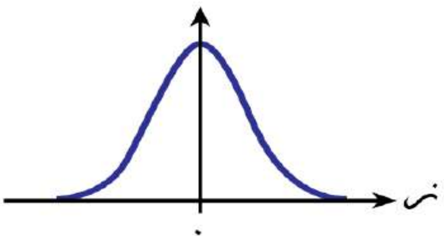
ب ل(١,٠٠ < ز ≤ ١,٢٧)



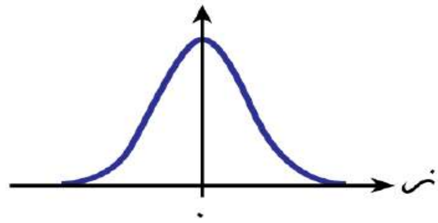
ج ل(١,٦٤ < ز ≤ ٢,٣٢)



د ل(١,٤٢ < ز ≤ ١,٦٤)

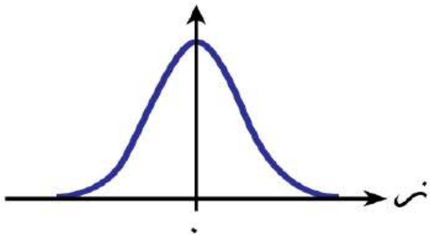


هـ ل(−١,٧٧ < ز ⩽ ٠,٧٤)

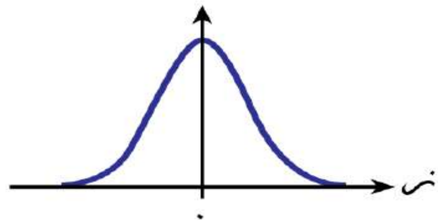


و ل(−١,٠٠ < ز ⩽ −٠,٣١)

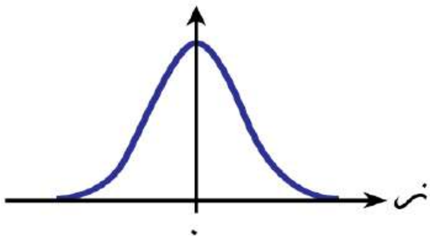
[أ. إبراهيم السعدي]



ز ل(−١ < ز ⩽ ١)



ح ل(−١,٥٦ < ز ⩽ ١,٥٦)



[أ. إبراهيم السعدي]

٥) لديك المتغير ز ~ ط (٠، ١)؛ أوجد قيمة ز١:

أ) ل(ز ≤ ز١) = ٠,٩٣٠٦

ب) ل(ز ≤ ز١) = ٠,٦١٠٣

ج) ل(ز ≤ ز١) = ٠,٨٣٤٠

د) ل(ز > ز١) = ٠,٠٢٩٤

هـ) ل(ز > ز١) = ٠,٧٥١٧

و) ل(ز > ز١) = ٠,٩٠١٥

٦) أوجد قيمة ز١ في كل من الآتي، حيث (ز) توزيع طبيعي وسطه و = ٠ وتباينه ع٢(ز) = ١

أ) ل(ز١ < ز ≤ ١,٧٣) = ٠,٤٥٨٢

ب) ل(١,٨٢ < ز ≤ ز١) = ٠,٠١٠٥

[أ. إبراهيم السعدي]

٧) الأوقات اللازمة لرحلة جوية مباشرة من مسقط إلى مومباي (بالدقائق) ذات توزيع طبيعي وسطه (و) وانحرافه المعياري (ع).

أ) أوجد احتمال أن تستغرق رحلة أقل من (و + ٢٣ , ٠ع) دقيقة.

ب) ما نسبة الرحلات التي تستغرق أكثر من (و + ٣٢ , ٠ع) دقيقة؟

٨) يتبع عدد اللترات المنتجة من الحليب في مزرعة ما توزيعًا طبيعيًا وسطه (و) وانحرافه المعياري (ع).

أ) أوجد احتمال أن تنتج المزرعة أقل من (و + ٩٦ , ١ع) لتر حليب في يوم معيّن.

ب) ما نسبة الأيام التي تنتج فيها المزرعة أكثر من (و + ٨٨ , ٠ع) لتر حليب؟

٦-٣ تحويل التوزيع الطبيعي إلى الصيغة المعيارية لإيجاد الاحتمالات

عند استخدام الجدول لإيجاد احتمالات س ~ ط (و، ع^2) مثل ل (س ⩾ س$_1$) أو ل (س > س$_1$) أو ل (س$_1$ > س ⩾ س$_2$) نحتاج فقط إلى معرفة عدد الانحرافات المعيارية فوق أو تحت الوسط لقيم س$_1$ و/أو س$_2$

وللقيام بهذا الأمر، توجد طريقة مباشرة، تسمى **التحويل إلى الصيغة المعيارية** standardising أو coding.

القيمة المحولة إلى الصيغة المعيارية تسمى **قيمة معيارية** z-score.

نتيجة ٥

إذا كان س ~ ط (و، ع^2) ، فإن للمتغير ز = $\frac{\text{س} - \text{و}}{\text{ع}}$ توزيعًا طبيعيًا معياريًا (و = ٠، ع^2 = ١)

تعطي القيمة المعيارية ز$_1$ = $\frac{\text{س}_1 - \text{و}}{\text{ع}}$ عدد الانحرافات المعيارية لقيمة س$_1$ عن الوسط.

ل (س = س$_1$) = ل $\left(\text{ز} = \frac{\text{س}_1 - \text{و}}{\text{ع}}\right)$

مناقشة تمارين ٦-٣ صـــــــ ٩٦ ــ ٩٨

١) احسب القيمة المعيارية لكل من الآتي:

أ س = ١٧ عندما س ~ ط (١٥، ٤)

ب س = ٣٨ عندما س ~ ط (٣٠، ١٦)

ج س = ٤٨ عندما س ~ ط (٤٢، ١٢)

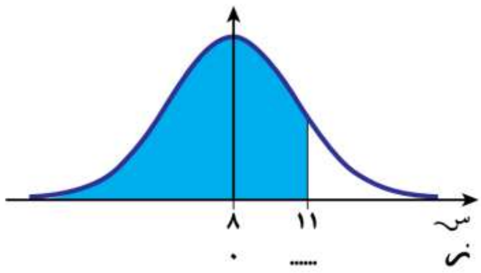
د س = ٣٦,٨ عندما س ~ ط (٣٢,٤، ٢٠)

هـ س = ٧٢٫٥ عندما س ~ ط (٨٣، ٤٩)   و س = ٢٢ عندما س ~ ط (٢٨، ١١)

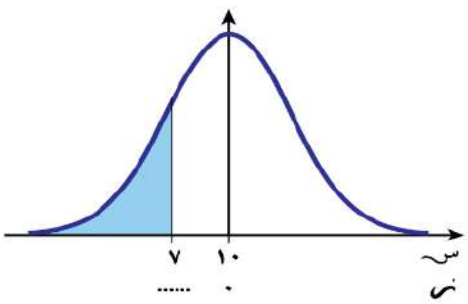
ز س = ١٣٢ عندما س ~ ط (١٤٦، ١٠٩)   ح س = ٠ عندما س ~ ط (١٥، ٣٠)

٢) استخدم التمثيلات المعطاة لإيجاد الاحتمالات في كل من الآتي:

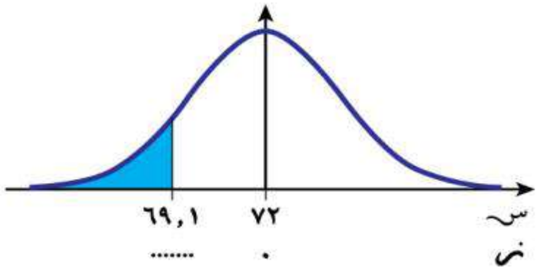
أ أوجد ل(س ≤ ١١) حيث س ~ ط(٨، ٢٥)



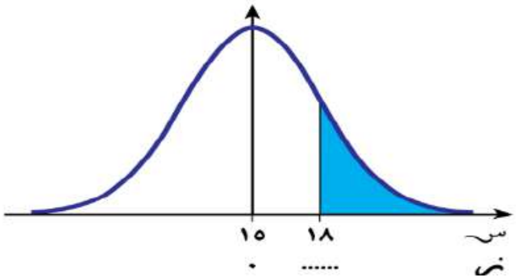
ب أوجد ل(س < ٧) حيث س ~ ط(١٠، ٢)



ج أوجد ل(س ⩽ ٦٩,١) حيث س ~ ط(٧٢، ١١)

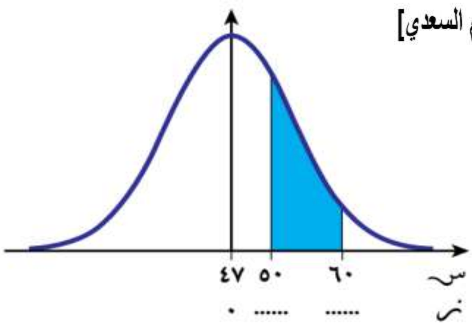


د أوجد ل(س > ١٨) حيث س ~ ط(١٥، ٦)

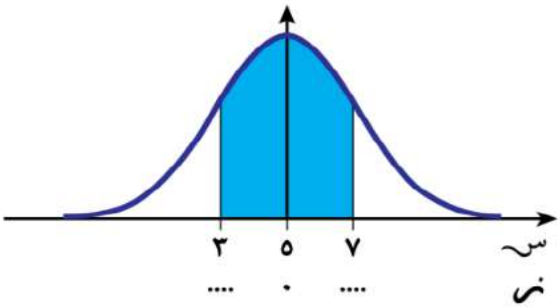


هـ أوجد ل(٥٠ < س < ٦٠) حيث س ~ ط(٤٧، ٩٠)

[أ. إبراهيم السعدي]



و أوجد ل(٣ < س ⩽ ٧) حيث س ~ ط(٥، ٥)



[أ. إبراهيم السعدي]

٣) احسب الاحتمالات الآتية.

أ لديك س ~ ط (٦,٢، ٦,٢٥)؛ أوجد:

١) ل(س ⩽ ٩,٧)

٢) ل(س > ٩,٧)

ب لديك س ~ ط (٣، ٤٩)؛ أوجد:

١) ل(س ⩽ ٥)

٢) ل(س > ٥)

ج لديك س ~ ط (٣٧، ٤)؛ أوجد:

١) ل(س < ٤,٣٣)

٢) ل(س ⩾ ٤,٣٣)

د لديك س ~ ط (١١، ٢٥)؛ أوجد ل(١١ < س ⩽ ٢١)

هـ لديك س ~ ط (٣، ٧)؛ أوجد ل(٢ < س ⩽ ٧)

و لديك س ~ ط (١٠، ٤)؛ أوجد ل(٦ < س ⩽ ٩)

٤) (س) متغير ذو توزيع طبيعي وسطه ٤ وتباينه ٦؛ أوجد احتمال س < ٠

٥) تتبع أوقات الانتظار في صيدلية لتسلّم الأدوية توزيعًا طبيعيًا وسطه ١٥ دقيقة وانحرافه المعياري ٢,٨ دقائق؛ أوجد احتمال أن يكون وقت الانتظار:

أ أقل من ٢٠ دقيقة. ب أكثر من ١٧ دقيقة. ج بين ١٠ دقائق و ١٨ دقيقة.

٤-٦ تحويل التوزيع الطبيعي إلى الصيغة المعيارية لإيجاد و، ع، س

في الدرس السابق، تم تحويل قيم متغير عشوائي متصل ذي توزيع طبيعي إلى الصيغة المعيارية، واستخدمت القيم المعيارية الناتجة لإيجاد الاحتمالات في الجدول.

كان بالإمكان القيام بهذا الأمر لأن المعطى كان و، ع، بالإضافة إلى قيمة س لإيجاد الاحتمال.

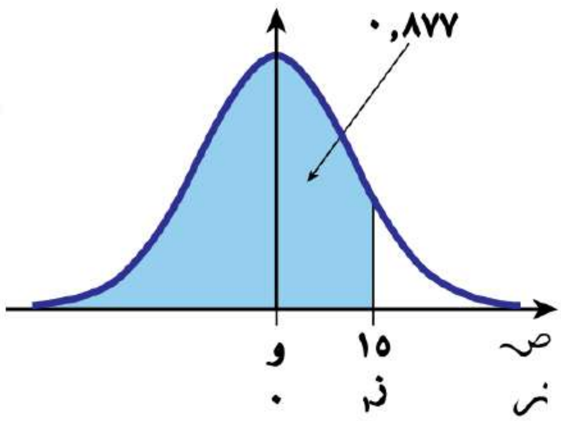
بطريقة مماثلة، بالإمكان استخدام الجدول لإيجاد قيم و، ع، س، عندما يكون المعطى قيمة احتمال ومعلومات أخرى كافية.

سيكون من الضروري في القسم الأكبر من الأمثلة في هذا الدرس استخدام الجزء الأساسي من الجدول بطريقة معكوسة لإيجاد قيم (ز).

مثـــال ١

لديك ص ~ ط(و، ١,٥)، ل(ص < ١٥) = ٠,٨٧٧ أوجد قيمة و

الحــلّ:



القيمة المعيارية لـ ص = ١٥ هي

$ز_١ = \frac{١٥ - و}{\sqrt{١,٥}}$ ، $د(ز_١) = ٠,٨٧٧$

$$ز_١ = \frac{١٥ - و}{\sqrt{١,٥}} ، ز_١ = د^{-١}(٠,٨٧٧)$$

توجد صيغتان لقيمة $ز_١$ يجب أن تكونا متساويتَين.

$$\frac{١٥ - و}{\sqrt{١,٥}} = د^{-١}(٠,٨٧٧)$$

$$\frac{١٥ - و}{\sqrt{١,٥}} = ١,١٦$$

$$١٥ - و = ١,١٦ \times \sqrt{١,٥}$$

$$و = ١٥ - ١,١٦ \times \sqrt{١,٥} = ١٣,٥٨$$

[أ. إبراهيم السعدي]

مناقشة تمارين ٦-٤ صـــــــ ١٠٢

١) أوجد قيمة كل من الآتي مقربًا الإجابة إلى أقرب منزلة عشرية واحدة:

أ أ، س ~ ط (٣٠، ١٦)، ل(س ⩽ أ) = ٠,٨٩٤٤

ب ب، س ~ ط (١٢، ٤)، ل(س ⩽ ب) = ٠,٩٥٩٩

ج ج، س ~ ط (١٧، ٢٥)، ل(س > ج) = ٠٩٥١ ,

د ي، س ~ ط (١٥، ٨)، ل(س > ي) = ٠,٣٥٢

هـ هـ، س ~ ط (١، ٢)، ل(س > هـ) = ٠,١٣٣٥

٢) لديك س ~ ط(١٠، $ع^2$)، ل (س < ١٤,٧) = ٠,٩٦٠٨؛ أوجد قيمة ع، مقربة إلى أقرب منزلتَين عشريتَين.

٣) لديك ص ~ ط(و، ١٣)، ل (ص ⩾ ١٥) = ٠,٧٤٥٤؛ أوجد قيمة و، مقربة إلى أقرب منزلتَين عشريتَين.

تمارين مراجعة نهاية الوحدة السادسة

١) يتبع المتغير العشوائي المتصل توزيعًا طبيعيًا وسطه ٨ وانحرافه المعياري ع لديك ل(س < ٥) = ٠,٩٧٧٢ أوجد

أ) قيمة ع

ب) ل(س < ٩,٥)

٢) لديك متغيران عشوائيان متصلان (س)، (ص)، حيث أن س ~ط (٥,١، ٢,٠)، ص ~ط (٢، ٤,٠)؛ ارسم في التمثيل البياني نفسه تمثيلين يبيّنان المنحنيَين الطبيعيَّين اللذَين يمثلان (س)، (ص). ارسم خط التناظر لكل منحنى بشكل واضح.

٣) تجد محطة وقود أن مبيعاتها اليومية (باللترات) تتبع توزيعًا طبيعيًا وسطه ٤٥٢٠ وانحرافه المعياري ٥٦٠

(أ) أوجد عدد الأيام المتوقعة خلال العام (٣٦٥ أيام) حيث سيتخطى المبيع ٣٩٠٠ لترًا.

(ب) يمثل (س) المبيعات اليومية (باللترات) في محطة وقود أخرى حيث يتبع (س) توزيعًا طبيعيًا وسطه (م) وانحرافه المعياري ٥٦٠ حيث ل(س > ٨٠٠٠) = ٠,١٢٩٢ أوجد قيمة م

٤) تتبع كتل نوع من أنواع البطيخ (بالكيلوغرامات) توزيعًا طبيعيًا وسطه (و)، وانحرافه المعياري ٠,٧٥ حيث إن ٣٥,٢٪ من حبّات البطيخ كتلتها أقل من ٣ كغم. أوجد:

(أ) القيمة الدقيقة لـ و

(ب) نسبة حبّات البطيخ التي تقل كتلتها عن ٣,٥ كغم.

٥) تتبع كتل قطع من الصابون (س) غرام توزيعًا طبيعيًا وسطه ١٢٥ غرام وانحرافه المعياري ٤,٢ غرام.
أوجد احتمال أن تكون كتلة قطعة صابون اختيرت عشوائيًا أكثر من ١٢٨ غرام.