

## شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية



## ملخص شامل للوحدة الرابعة إدارة الموارد البشرية

[موقع المناهج](#) ← [المناهج العمانية](#) ← [الصف الثاني عشر](#) ← [رياضيات تطبيقية](#) ← [الفصل الثاني](#) ← [الملف](#)

## التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر



## روابط مواد الصف الثاني عشر على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

## المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات تطبيقية في الفصل الثاني

<a href="#">ملخص شامل للوحدة الرابعة إدارة الموارد البشرية</a>	1
<a href="#">مراجعة الوحدة الرابعة الموارد البشرية</a>	2
<a href="#">مراجعة الوحدة السادسة المحاسبة في مؤسسة الأعمال</a>	3
<a href="#">مراجعة الوحدة الخامسة الإحصاء والاحتمالات</a>	4
<a href="#">اختبار قصير ثاني مع نموذج الإجابة</a>	5

الوحدة الرابعة



إدارة الموارد البشرية

Human Resource Management



الرياضيات التطبيقية

الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الثاني

مهام الموظفين ومستوياتهم في مؤسسات الأعمال

Duties Of Employees In Business Organization

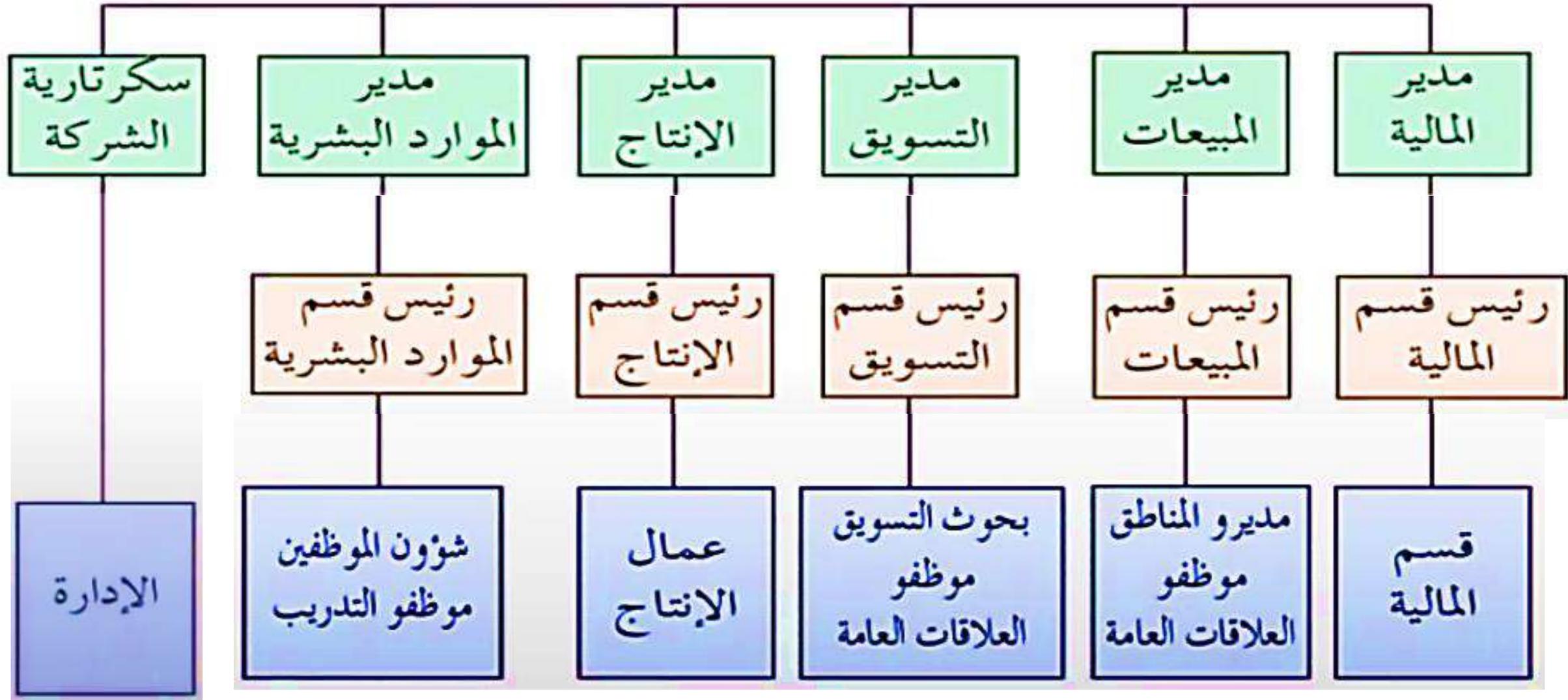
تنوع السلطات حسب الأنظمة الإدارية ، ففي النظام التعليمي في المناطق التعليمية يمكن أن

تضمن : مدير عام التربية والتعليم بالمنطقة التعليمية أو مدير الإدارة ، مدير المدرسة ، معلم الصف

أو المادة الدراسية. أما الوظائف المساندة فقد تشمل المشرف والمعلم الأول

**التمهيد**

الرئيس التنفيذي  
المدير العام (الإدارة العليا)



المدير العام ، رئيس مجلس الإدارة ، الرئيس التنفيذي

مدبرو الدوائر والسكرتارية

مثل مدير المالية ومدبر الإنتاج ومدير التسويق

رؤساء الأقسام

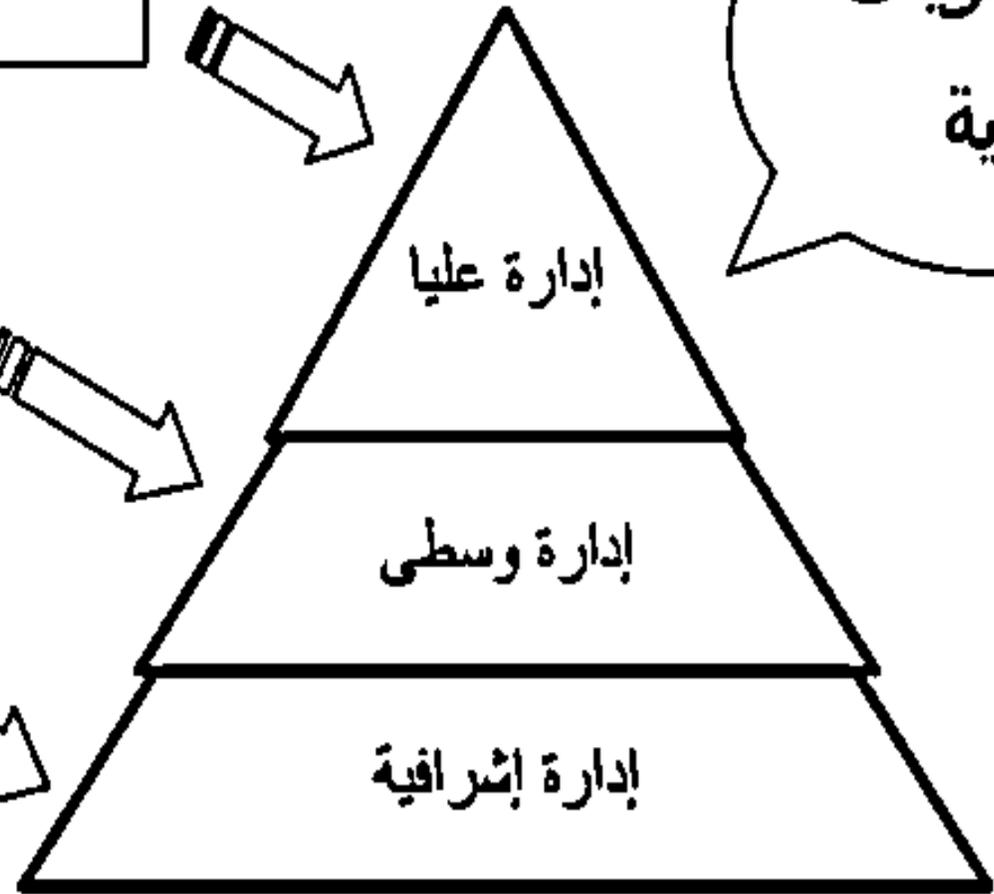
مثل رئيس قسم الإنتاج ورئيس قسم التسويق

المستويات  
الإدارية

إدارة عليا

إدارة وسطى

إدارة إشرافية





# مهام قسم شؤون الموظفين

اذكر مهام قسم شؤون الموظفين ، مع شرح اثنين منها.

وزارة الخدمة المدنية هي الجهة المختصة للاهتمام بالموارد البشرية

تختص به المحكمة الإدارية في القطاع الحكومي أما في القطاع الخاص هناك المحكمة التجارية أو وزارة القوي العاملة .

- ١) تعيين الموظفين .
- ٢) تقويم الأداء .
- ٣) الترقيات .
- ٤) التطوير المهني .
- ٥) المكافآت والحوافز .
- ٦) اتخاذ القرارات .
- ٧) المظالم والشكاوى
- ٨) الإجراءات العقابية .
- ٩) تنظيم العمل .

تعزير

وضح المقصود بكل من :

( ١ ) التطوير المهني ( ٢ ) المظالم والشكاوي ( ٣ ) التعيين

الحل

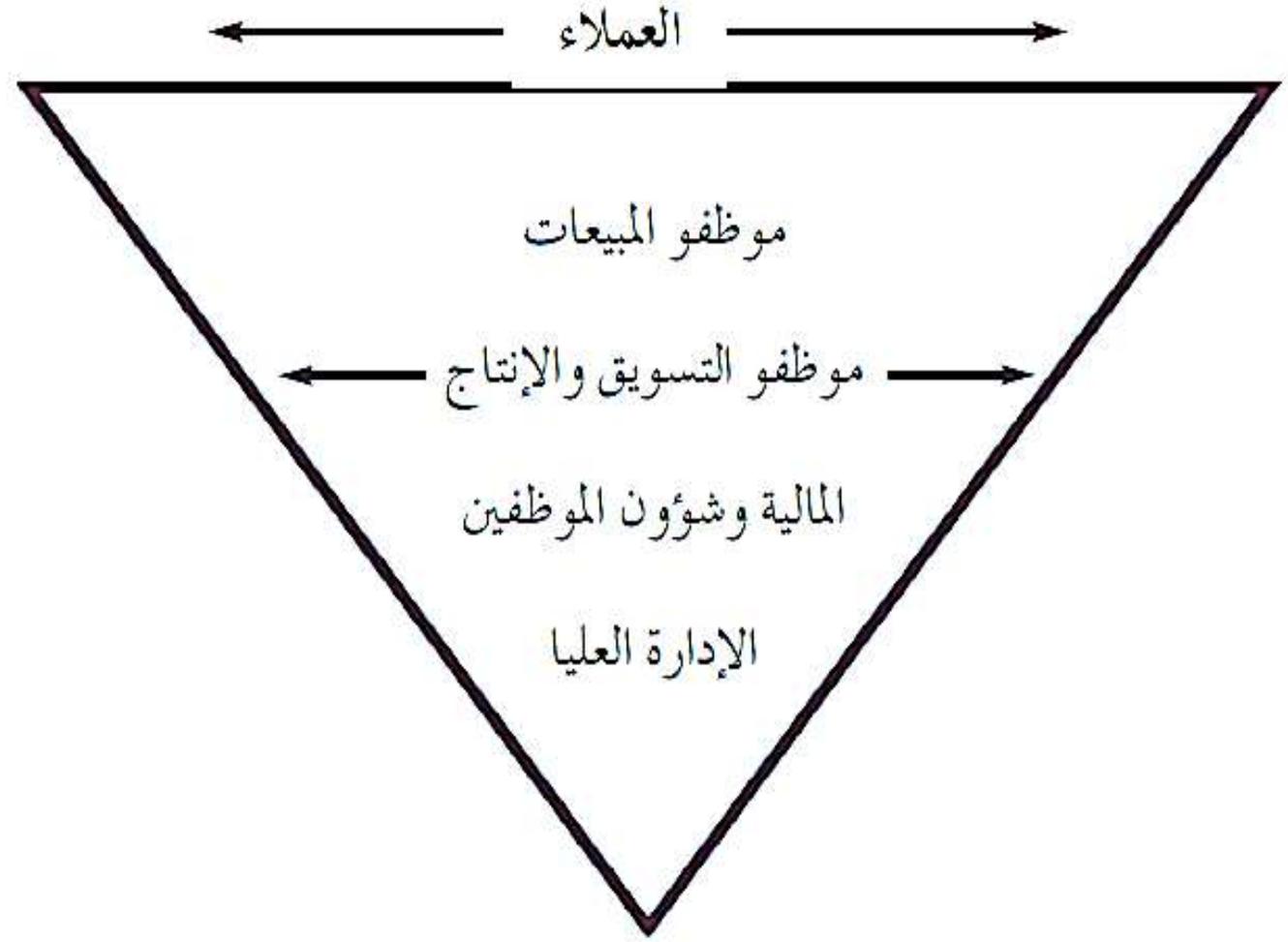
**التطوير المهني :** يقصد به تطوير أداء الموظف خلال فترة خدمته في المؤسسة عن طريق إلحاقه ببرامج تدريبية أو تأهيلية لإكمال دراسته

**المظالم والشكاوي :** هي التظلمات أو الشكاوي التي يتقدم بها الموظف ضد رئيسة في العمل أو ضد أحد زملائه – ويقوم قسم شئون الموظفين بالفصل في هذه التظلمات أو الشكاوي علي نطاق كل مؤسسة

**التعيين :** هو تعيين الموظفين الجدد الذين تنطبق عليهم الشروط في الوظائف المعلن عنها في أي مؤسسة ، وذلك بعد اجتيازهم للاختبارات و المقابلات الخاصة بهذا المجال .

# المستويات الإدارية (الخرائط التنظيمية) للشركات والمؤسسات

المؤسسة ذات الهرم المقلوب تتكون من وحدات ومهام ودوائر وأقسام وفرق عمل تتولى الأنشطة التي يتم جمعها مع بعضها وتلبي احتياجات العميل حيث يمثل العملاء بالنسبة لها أهمية قصوى وتكون الإدارة في أسفل هيكلها التنظيمي ويمثل هذا الشكل الشركات والمؤسسات الإنتاجية والخدمية مثل المدارس والبنوك والمطاعم ومراكز التجميل وغيرها.



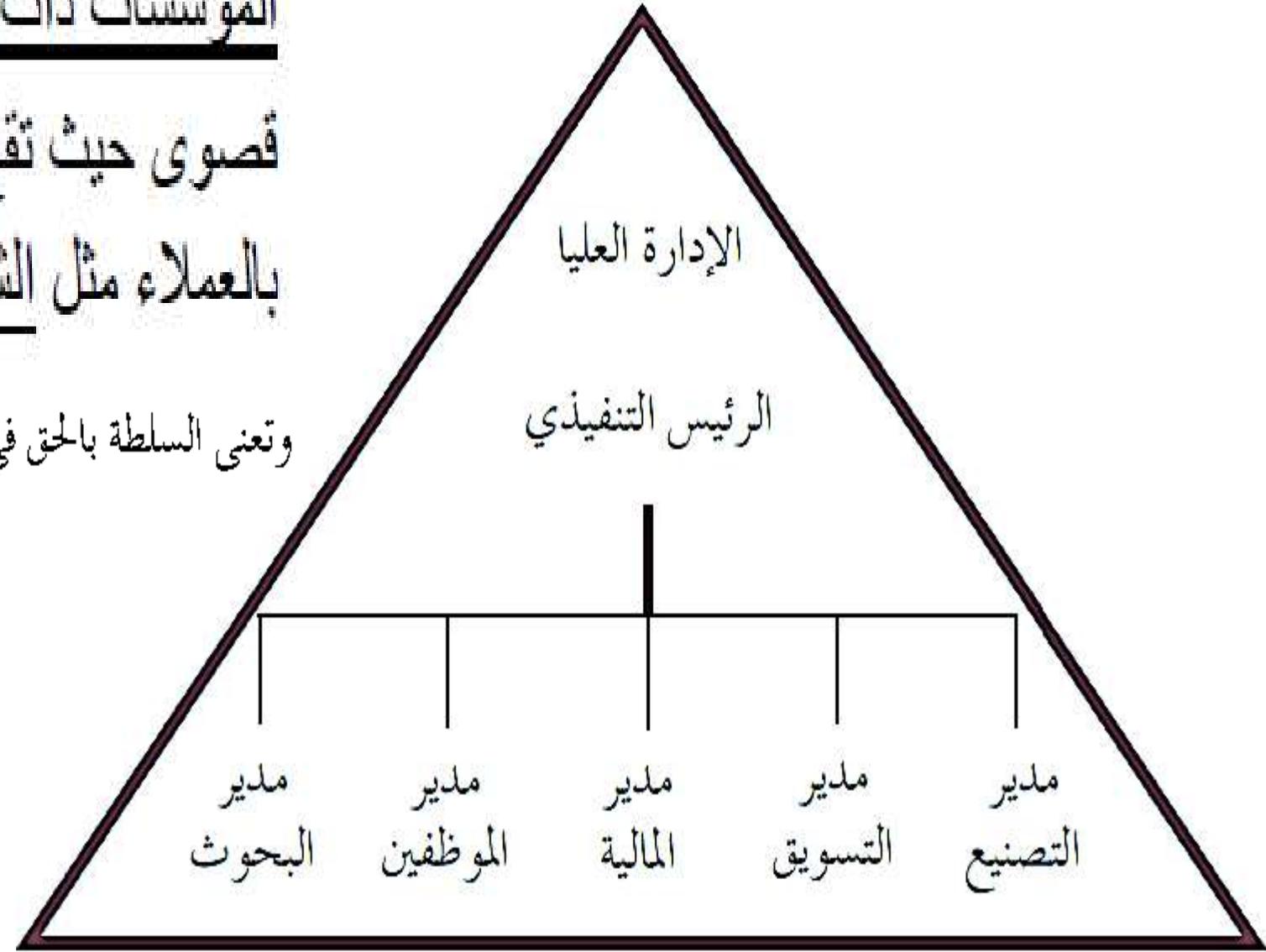
الشكل (٢) خريطة تنظيمية لمؤسسة تركز على أهمية العملاء

المؤسسات ذات الشكل الهرمي تمثل الإدارة فيها أهمية

قصوى حيث تقع في أعلى الهرم وبالتالي تولي عناية أقل

بالعملاء مثل الشركات الصناعية.

وتعنى السلطة بالحق في اتخاذ القرارات وتوجيه عمل الآخرين ، وإعطاء الأوامر .



الشكل رقم (٣) خريطة تنظيمية لمؤسسة تقليدية

# تطبيقات متنوعة

(١) وضح أهمية وجود مستويات مختلفة للإدارة أو السلطات في أي شركة أو مؤسسة.

تطور الفكر الإداري

مواجهة المنافسة الاقتصادية

نمو النقابات العمالية

التقدم العلمي والتقني

القوانين والتشريعات  
الحكومية

الحل

٢) ما العوامل المؤثرة في ترقية الموظفين في شركة أو مؤسسة أعمال؟

الحل

العوامل المؤثرة في ترقية الموظفين في شركة أو مؤسسة أعمال :

- الاقدمية.
- الكفاءة وإنجاز الأعمال.
- القدرة على تحمل المسؤولية.
- العلاقة مع الزملاء والمرؤسين.
- تطوير الأداء وزيادة الإنتاج.

يُصنف الرئيس التنفيذي ضمن التسلسل الإداري لإحدى المؤسسات التجارية على أنه إدارة :

- عليا.  وسطى.  
 إشرافية.  استشارية.

تقويم الأداء وتنظيم العمل واتخاذ القرارات تعد من مهام قسم:

- شؤون الموظفين  الانتاج  
 التصنيع  المالية

من المؤسسات التي يكون هيكلها التنظيمي على الشكل الهرمي المقلوب أو المثلث المقلوب:

- مصنع الحلويات  مخبز  
 مصنع البلاستيك  مستشفى

التسلسل التنظيمي من أعلى إلى أسفل مؤسسة تمثل بالهرم المقلوب هو:

الإدارة العليا ← العملاء ← شؤون الموظفين ← موظفو المبيعات.

الإدارة العليا ← شؤون الموظفين ← موظفو المبيعات ← العملاء.

العملاء ← موظفو المبيعات ← شؤون الموظفين ← الإدارة العليا.

العملاء ← الإدارة العليا ← موظفو المبيعات ← شؤون الموظفين.

الأهمية القصوى في الخريطة التنظيمية لبنك تجاري تكون لـ :

العملاء.  الموظفين.

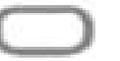
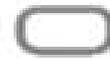
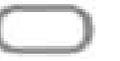
الإدارة العليا.  مديري الدوائر.

الأهمية القصوى في الخريطة التنظيمية لمصنع نحاس تكون لـ :

العملاء.  الموظفين.

الإدارة العليا.  مديري الدوائر.

اي الخرائط التنظيمية الآتية مؤسسة تركز على اهمية العملاء؟

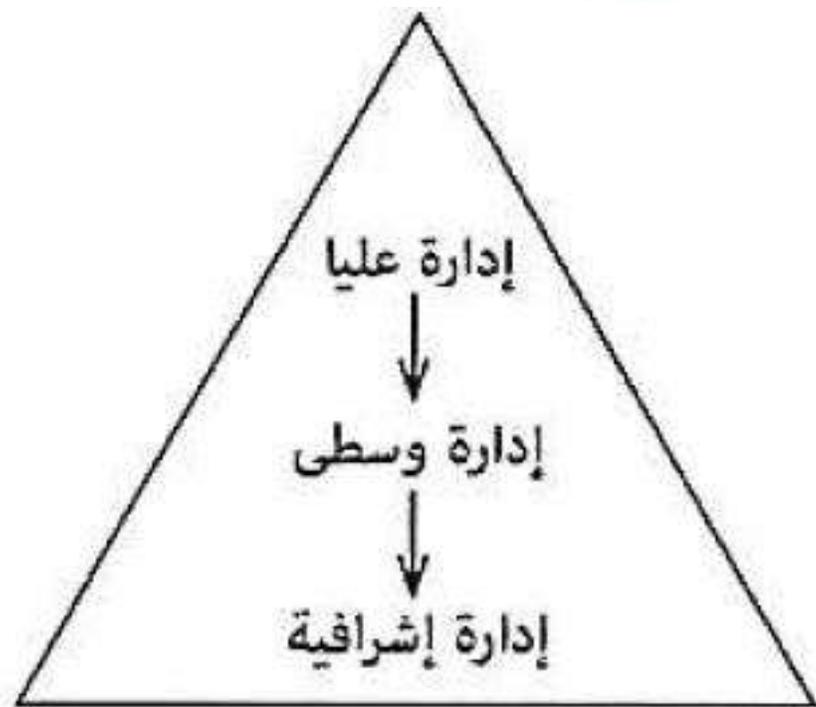


السلطة في النظم الإدارية لمؤسسات الأعمال تعنى بـ:

- تشريع و سن القوانين والنظم.
- تدريس الموظفين المهارات الأساسية.
- المعايير التي تحدد السلوك الصائب والخاطئ.
- اتخاذ القرارات وتوجيه عمل الآخرين.

(١٢) أي من المؤسسات الآتية يكون هيكلها التنظيمي

كما هو موضح بالشكل:



- مصنع حلوى
- محل صرافة
- مكتب سفريات
- مغسلة ملابس

أكمل الجدول الآتي الذي يقارن بين الخريطة التنظيمية لكل من المستشفى ومصنع إنتاج الألبان:

سجل المقارنة	المستشفى	مصنع إنتاج الألبان
نوع (شكل) الهيكل التنظيمي.		
العنصر البشري الأساسي الذي يُمثل الأهمية القصوى للمؤسسة والذي يعتمد عليه نجاحها.	العملاء	الإدارة العليا

الوحدة الرابعة



إدارة الموارد البشرية

Human Resource Management



الرياضيات التطبيقية

الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الثاني

إجراءات تعيين الموظفين وعقود العمل

Procedures of Recruitment of Employees and Work Contracts

# المراحل العامة للاختيار والتعيين



# تحديد الاحتياجات

إعداد وصف تفصيلي للوظيفة

تحديد مواصفات وشروط وخصائص شاغل الوظيفة



## جذب المتقدمين لشغل الوظائف

الإعلانات

اعداد السياسات باستخدام الوكالات المتخصصة والمستشارين

مراجعة السير الذاتية للمتقدمين للوظائف وتقويمها



## اختيار المرشحين

تدقيق الطلبات

إجراء المقابلات والاختبارات

تقويم المرشحين

الحصول علي أسماء الشخصيات المرجعية

إعداد عقود العمل

افترض أنك تريد التقدم/ البحث عن وظيفة معينة، ما الخطوات التي ستتبعها؟

الحل

- ١ ( البحث عن الوظيفة عن طريق الإعلانات أو التوجه الي الشركات .
- ٢ ( تقديم طلب الالتحاق بهذه الوظيفة .
- ٣ ( الاستعداد للمقابلة عن طريق جمع بيانات عن الشركة وعن الوظيفة المتقدم لها .

## تمارين اختبارات

المرحلة التي تقوم فيها الشركة بإجراء المقابلات والاختبارات وإعداد عقود العمل عند الرغبة في تعيين موظفين جُدد تسمى:

جذب المتقدمين لشغل الوظائف.

اختيار المرشحين.

تحديد الاحتياجات.

مراجعة السير الذاتية.

في أي مرحلة من مراحل تعيين الموظفين يتم إعداد وصف للمؤهلات المطلوبة لشاغلي الوظيفة؟

جذب المتقدمين.

إجراء الاختبارات.

تحديد الاحتياجات.

اختيار المرشحين.

جذب المتقدمين لشغل الوظائف من المراحل العامة لاختيار الموظفين وتعيينهم، يتم خلالها:

تحديد مواصفات وشروط شغل الوظيفة.

إجراء المقابلات والاختبارات.

تدقيق الطلبات وإعداد العقود للعمل.

مراجعة السيرة الذاتية للمتقدمين.

٤ جميع ما يلي يعد من المراحل الأساسية للاختيار والتعيين ما عدا:

تدريب الموظفين

تحديد الاحتياجات

اختيار المرشحين

جذب المتقدمين

الوحدة الرابعة



إدارة الموارد البشرية

Human Resource Management



الرياضيات التطبيقية

الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الثاني

العلاقات الإنسانية وسلوكيات العمل في مؤسسة الأعمال

Human Relations And Work Behavior In A Business Organization

## تعريف

### العلاقات الإنسانية

هي التصرفات و الأفعال و الأقوال التي تنشأ نتيجة تفاعل الفرد مع المجتمع .

## هدف

### العلاقات الإنسانية

تلبية احتياجات العاملين أثناء تحقيق أهداف المؤسسة وتساعد عاملها علي تلبية احتياجاتهم .

## وظيفة

### العلاقات الإنسانية

أن تتضمن أن كل المستويات في المؤسسة تعمل لتحقيق الهدف المشترك .

أهم نقطة في العلاقات الوظيفية هي تعهد الموظف ببذل مهاراته وجهوده لصاحب العمل في مقابل ما يقدمه صاحب العمل إلى الموظف من رواتب وأجور.

إن العلاقة تحدد مبدئياً في عقد قانوني ويمكن أن يكون هذا العقد مكتوباً، إلا أن عدم وجود هذا العقد لا يعني أنه لا توجد علاقة تعاقدية بين الطرفين إذ أن كلا من الموظف وصاحب العمل ما زالت تحكمهما حقوق وواجبات قانونية.

## واجبات صاحب العمل :

- ١ ( دفع الراتب أو الأجر
- ٢ ( توفير مقومات المن والسلامة في مكان العمل
- ٣ ( التصرف بإخلاص تجاه الموظف

## التزامات وواجبات الموظف :

- ١ ( الطاعة .
- ٢ ( الكفاءة .
- ٣ ( الأمانة
- ٤ ( الإخلاص
- ٥ ( السرية

## القضايا الأخلاقية التي يجب أن يراعيها الموظفون والمديرون :

(١) ما حجم المعلومات الشخصية حول موظف ما أو مشاكله في العمل التي يحق للمدير اطلاع الموظفين عليها؟

(٢) هل يحق لصاحب العمل التأكد من صلاحية موظف مرشح للعمل معه؟

(٣) ما التزامات الشركة تجاه موظف عمل معها لفترة طويلة وصار غير فعال في أدائه؟ بسبب التغيرات التي حدثت في المهارات المطلوبة في وظيفته؟

(٤) ما حجم المعلومات الخاصة بخطط الشركة وشؤونها المالية ومشاكلها التي يحق للموظف مناقشتها مع الآخرين؟

## العلاقات الإنسانية من وجهة نظر إيجابية

تتأسس العلاقات الإنسانية الجيدة على احترام كرامة كل فرد وحقه في المعاملة بطريقة إيجابية ومشجعة بدلا من توجيه الانتقاد له وفرض العقوبات عليه

### أهمية تدريب الموظفين في مجال العلاقات الإنسانية

- ✓ يرفع الروح المعنوية للموظفين .
- ✓ إشاعة جو من الراحة والسكينة في العمل وهذا ينعكس على الأداء بصورة إيجابية .
- ✓ العمل بروح الفريق داخل المؤسسة مما يؤدي الى إنجاز الأعمال بكفاءة عالية .

## تمارين كتاب الطالب

٥) اشرح كيف ستتصرف بصفتك مديرا مع الموظفين الذين يتغيبون عن العمل مرارا وتكرارا ويقدمون أعذارا مثل (لقد كنت مريضا) أو (إن أحدا من أسرتي كان بالمستشفى).

### الإجابة

لابد من مراعاة الظروف الشخصية والحالات المرضية لدي الموظفين ، حيث تعتبر هذه من العلاقات الإنسانية الإيجابية ، الا إنه لا بد ان يحضر الموظف ما يثبت ذلك .

وضّح هل التدريب في مجال العلاقات الإنسانية يقتصر على المشرفين والموظفين فقط أم يشمل الهيئة الإدارية العليا أيضا؟

٤) اشرح أهمية تدريب الموظفين في مجال العلاقات الإنسانية بالنسبة لمؤسسة ما، وحدد أي

الحل

العاملين في المؤسسة يحتاجون إلى التدريب في هذا المجال؟

التدريب علي العلاقات الإنسانية ينبغي أن يشمل الجميع من موظفين ومشرفين و هيئة إدارية عليا ، لأن كل مجموعة تمثل جزء من المجتمع ، فإذا كانت أي مجموعة تفتقر إلي العلاقات الإنسانية الجديدة أثر ذلك سلبيا علي مردودها ومردود المجموعات الأخرى في العمل .

٦) ماذا ينبغي عليك عمله بصفتك مديرا لتشجيع الموظفين على الدقة في مواعيد الحضور إلى

العمل أو في حضور الاجتماعات من خلال استخدامك لمهارات إدارة العلاقات الإنسانية.

**الإجابة**

- ١) تشجيع الموظفين علي الحضور مبكرا الي العمل
- ٢) توجيه المدح والثناء للموظف الذي يحضر مبكرا أمام زملائه
- ٣) حضور المدير مبكرا بحيث يكون قدوة حسنة للموظفين

# الالتزام الأدبي بين الموظف وصاحب العمل



## الالتزام الادبي

## تعريف

عبارة عن نظام للأحكام التي تحكم الأفعال التي يعتقد الموظفون أنها متوقعة منهم وما يتوقعونه أيضا من صاحب العمل مقابل هذه الأفعال .

## الالتزام الادبي من جانب صاحب العمل :

- كيفية معاملة الموظفين.
- ضمان استمرارية الوظيفة.
- نطاق الكفاءة المطلوب تحقيقها.
- التوقعات المهنية والفرص المتاحة لتطوير المهارات.
- المشاركة والتأثير.
- الثقة في إدارة المؤسسة.

## الالتزام الادبي من وجهة نظر صاحب العمل :

- ١ ( الكفاءة
- ٢ ( الجهد
- ٣ ( الطاعة
- ٤ ( الالتزام
- ٥ ( الإخلاص

## سلوكيات العمل



ترتبط سلوكيات العمل ارتباطا وثيقا بالالتزام الأدبي الذي ذكر سابقا ، كما ترتبط بها أخلاق وقواعد سلوك صاحب العمل .

الأخلاق : هي المعايير التي تحدد السلوك الصائب والسلوك الخاطئ

## سلوكيات العمل المقبولة والمتوقعة من جانب الموظف ما يأتي :

- الالتزام بمواعيد العمل ، وحضور الاجتماعات والارتباطات الأخرى.
- الدوام اليومي والغياب فقط في الحالات الضرورية والطارئة.
- القضاء على معوقات العمل.
- الظهور بالمظهر اللائق.
- العمل بروح الفريق.
- احترام حقوق وآراء الآخرين والالتزام بأخلاقيات الحوار.

سؤال اختبار  
عام ٢٠١٦/٢٠١٧ م

## قواعد الأخلاقيات والسلوك بالنسبة لصاحب العمل تجاه الموظفين والعملاء

- توفير مقتضيات الصحة والأمن والسلامة في بيئة العمل.
- احترام ممتلكات الآخرين وحقوقهم.
- المحافظة على جودة المنتجات والخدمات المقدمة.
- مراعاة القوانين واللوائح التي يجب إتباعها.
- التعامل في الأعمال بدون خداع أو غش.
- الالتزام بالمواعيد المحددة والعقود التي يجب العمل بمقتضاها.
- الرغبة والالتزام في إنجاز الأعمال.
- اكتساب ثقة الآخرين.
- إرضاء العملاء.
- احترام الموظفين والعملاء.

سؤال اختبار

عام ٢٠١٤/٢٠١٥ م

## تمارين اختبارات

١ نظام للأحكام التي تحكم الأفعال المتوقعة لكل من الموظف وصاحب العمل هو:

- الالتزام الأدبي.  الروح المعنوية.  
 الرعاية.  التخطيط.

٢ المعايير التي تحدد السلوك الصائب والسلوك الخاطيء، تعرف بـ :

- الكفاءة.  الجهد.  
 الأخلاق.  الطاعة.

٣ قام مدير إحدى الشركات بعمل قرار يوضح الأفعال المطلوبة منه والأفعال المطلوب من موظفيه، ويؤدي إلى حدوث انسجام بين الموظفين في الشركة. ما قام به المدير يعتبر:

- علاقات إنسانية  التزام أدبي  سلطة  تخطيط

إذا أراد شخص تكليف أحد المختصين بعمل إصلاحات منزلية وتعهده بدفع كافة التكاليف فور انتهاء العمل، فإن هذا التعهد يُعدُّ:

فعالية إدارة.

التزاماً أدبياً.

سلطة.

وظيفة.

٤ اكتب مجالين اثنين للعلاقة الوظيفية التي يغطيها الالتزام الأدبي من وجهة نظر صاحب العمل.

( ١ ) الكفاءة

( ٢ ) الجهد

( ٣ ) الطاعة

( ٤ ) الالتزام

( ٥ ) الإخلاص

**الإجابة**

صنّف مجالات العلاقة الوظيفية التي يغطيها الالتزام الأدبي، من حيث مسؤولية التنفيذ في الجدول الآتي:

مسؤولية التنفيذ (صاحب العمل/الموظف)	مجالات العلاقة الوظيفية
الموظف	الكفاءة والجهد
صاحب العمل	ضمان استمرارية الوظيفة
صاحب العمل	المشاركة والتأثير
الموظف	الالتزام والطاعة

الوحدة الخامسة

الإحصاء والاحتمالات  
Statistic and Probability

الرياضيات التطبيقية

الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الثاني

الارتباط

# الارتباط

تعريف

الارتباط

الارتباط هو وجود علاقة بين متغيرين (ظاهرتين) أو أكثر

مثال (1)

أ) اذكر طريقة يمكن بها قياس العلاقة بين متغيرين .

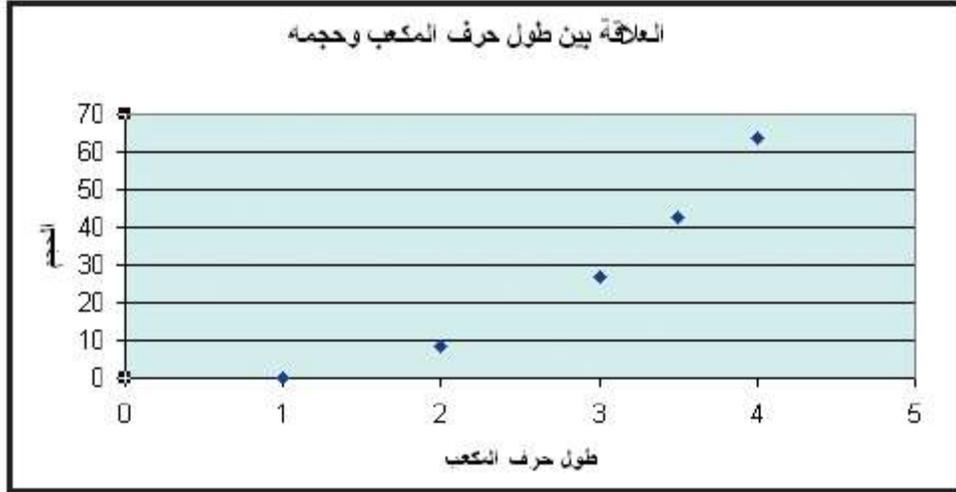
إحدى الطرق رسم خط الانتشار

ب) إذا عرفت العلاقة بين متغيرين فهل تستطيع التنبؤ بأحدهما من معرفة الآخر؟

لا يكفي معرفة العلاقة إذ لا بد من معرفة درجة العلاقة ونوعها

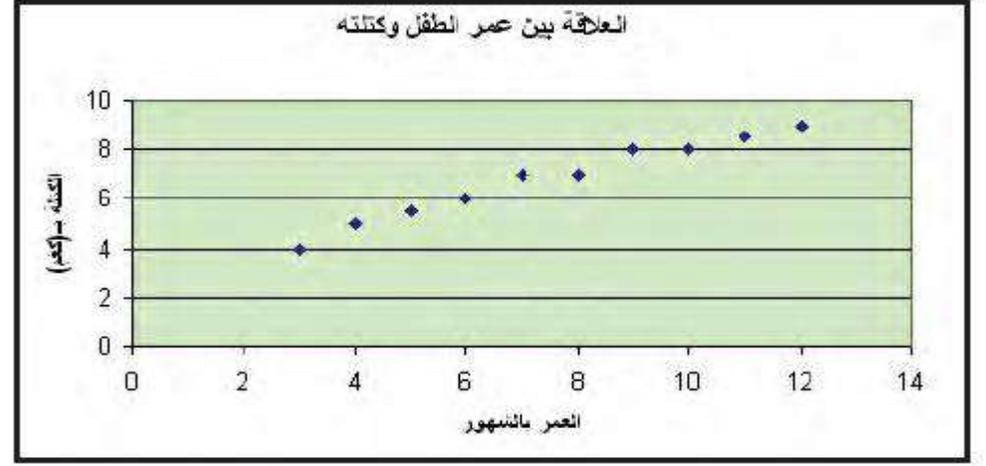
# ج) اذكر نوع ودرجة العلاقة بين المتغيرين في كل شكل من أشكال الانتشار الآتية:

علاقة طردية قوية



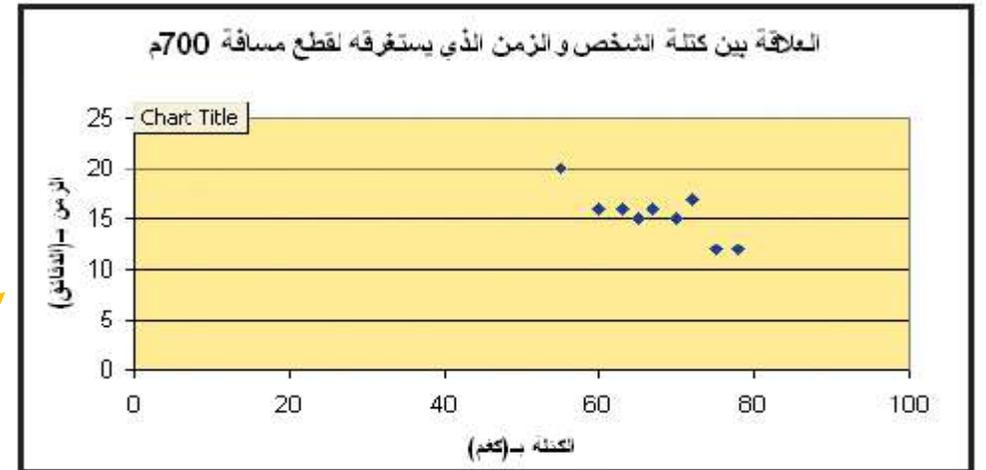
( ٣ )

علاقة طردية متوسطة



( ١ )

علاقة عكسية متوسطة



( ٢ )

# معامل الارتباط

معامل الارتباط

تعريف

هو المقياس الذي يقيس العلاقة بين متغيرين موضوع الدراسة

## أنواع معامل الارتباط

معامل الارتباط السالب

معامل الارتباط الموجب

عكسي

يعني تغير المتغيرين يحدث في اتجاهين متضادين

طردي

فيه يزيد المتغير التابع بزيادة المتغير المستقل والعكس صحيح

يمكن تحديد درجة الارتباط من خلال الجدول الآتي:

نطاق القيم	درجة الارتباط	قيمة معامل الارتباط
$r = -1$ نقول أن الارتباط عكسي تام	ارتباط تام	$r = 1$
من $r = 0,61$ إلى $r = 0,99$ ارتباط قوي	ارتباط قوي	$0,60 < r \leq 0,99$
من $r = 0,41$ إلى $r = 0,60$ ارتباط متوسط	ارتباط متوسط	$0,40 < r \leq 0,60$
من $r = 0,01$ إلى $r = 0,40$ ارتباط ضعيف	ارتباط ضعيف	$0,00 < r \leq 0,40$
	لا يوجد ارتباط	$r = 0$

معامل الارتباط  $\in [-1, 1]$

## مثال ( ٢ )

اذكر نوع معامل الارتباط ودرجته في كل مما يلي :

( أ )  $r = ٠,٤٥$

ارتباط طردي متوسط

( ب )  $r = -٠,٩$

ارتباط عكسي قوي

( ج )  $r = -٠,٠٩$

ارتباط عكسي ضعيف

( د )  $r = ٠$

لا يوجد ارتباط ( منعدم )

( و )  $r = ١$

ارتباط عكسي تام

# طرق حساب معامل الارتباط

سبيرمان

$$r = 1 - \frac{\sum d^2}{n(n-1)}$$

بيرسون الثاني

$$r = \frac{\sum x \cdot y - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sqrt{[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}][\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}]}}$$

إذا كان  $r = 0$  ص

بيرسون الاول

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{[\sum (x - \bar{x})^2][\sum (y - \bar{y})^2]}}$$

إذا كان  $r = 1$  ص

# معامل ارتباط بيرسون

(1)

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (s_i - \bar{s}) \cdot (v_i - \bar{v})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (s_i - \bar{s})^2 \sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2}}$$

حيث  $r$  = معامل ارتباط بيرسون ،  $\bar{s}$  = الوسط الحسابي لقيم المتغير  $s$  ،  $\bar{v}$  = الوسط الحسابي لقيم المتغير  $v$  ،  $n$  = عدد القيم.

مجموع القيم

الوسط الحسابي =  $\frac{\text{عدد هم}}$

### مثال ( ٣ )

١) محل تجاري يعمل به سبعة عمال ، إذا كان الجدول الآتي يمثل مقدار المبيعات بالريال (س) لكل عامل ومدة خبرته بالسنوات (ص):

٩٠	٨٠	٢٠	٦٠	٧٠	٣٠	٥٠	مقدار المبيعات (س)
١٢	٥	١	٣	٥	٢	٤	مدة الخبرة (ص)

أ) احسب معامل ارتباط بيرسون بين المبيعات ومدة الخبرة.

$$\bar{س} = \frac{٩٠ + ٨٠ + ٢٠ + ٦٠ + ٧٠ + ٣٠ + ٥٠}{٧} = \text{الوسط الحسابي س}$$

$$\bar{ص} = \frac{١٢ + ٥ + ١ + ٣ + ٥ + ٢ + ٤}{٧} = \text{الوسط الحسابي ص}$$

الحل

س	ص	س - س	ص - ص	(س - س)²	(ص - ص)²
٥٠	٤				
٣٠	٢				
٧٠	٥				
٦٠	٣				
٢٠	١				
٨٠	٥				
٩٠	١٢				
		المجموع			

س	ص	س - س	ص - ص	(س - س)²	(ص - ص)²	(س - س)² (ص - ص)²
٥٠	٤	٠	٢-	٠	٤	
٣٠	٢	٢٠-	٤-	٤٠٠	١٦	٦٤٠٠
٧٠	٥	٢٠	١	٤٠٠	١	٤٠٠
٦٠	٣	١٠	١-	١٠٠	١	١٠٠
٢٠	١	٣٠-	٣-	٩٠٠	٩	٨١٠٠
٨٠	٥	٣٠	١	٩٠٠	١	٩٠٠
٩٠	١٢	٤٠	٨	١٦٠٠	٦٤	١٠٢٤٠٠
المجموع				٤٣٠٠	٩٦	١١٨٣٠٤

$$\begin{array}{r} 1183.4 \\ \hline \hline \sqrt{\quad \quad \quad} \\ 96 \times 43.00 \end{array} = )$$

$$\begin{array}{r} 1183.4 \\ \hline \hline \sqrt{\quad \quad \quad} \\ 4128.00 \end{array} = )$$

وهو ارتباط طردي قوي

$$r = 0.83$$

\* في بعض البيانات يكون المتوسط الحسابي  $\bar{x}$  عددا غير صحيح مما يعقد قليلاً العمليات الحسابية عند حساب معامل ارتباط بيرسون لذلك يمكن استخدام العلاقة الآتية لحساب معامل ارتباط

بيرسون:

(٢)

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i / n}{\sqrt{[\sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2 / n][\sum_{i=1}^n y_i^2 - (\sum_{i=1}^n y_i)^2 / n]}}$$

إذا كان  $r = 1$  أو  $r = -1$  فهناك علاقة خطية كاملة بين المتغيرات



## مثال ( ٤ )

الجدول التالي يوضح العلاقة بين عدد المخالفات المرورية ( س ) وعدد الحوادث الناتجة ( ص ) وخلال ٦ أيام في مدينة ما

١١	٨	٧	٥	٣	٢	عدد المخالفات ( س )
٢	٣	٥	٥	٧	٨	عدد الحوادث ( ص )

اوجد نوع ودرجة الارتباط بين س ، ص .

الحل

س	ص	س <sup>٢</sup>	ص <sup>٢</sup>	س × ص
٢	٨			
٣	٧			
٥	٥			
٧	٥			
٨	٣			
١١	٢			

## مثال ( ٤ )

الجدول التالي يوضح العلاقة بين عدد المخالفات المرورية ( س ) وعدد الحوادث الناتجة ( ص ) وخلال ٦ أيام في مدينة ما

١١	٨	٧	٥	٣	٢	عدد المخالفات ( س )
٢	٣	٥	٥	٧	٨	عدد الحوادث ( ص )

اوجد نوع ودرجة الارتباط بين س ، ص .

الحل

س × ص	ص <sup>٢</sup>	س <sup>٢</sup>	ص	س
١٦	٦٤	٤	٨	٢
٢١	٤٩	٩	٧	٣
٢٥	٢٥	٢٥	٥	٥
٣٥	٢٥	٤٩	٥	٧
٢٤	٩	٦٤	٣	٨
٢٢	٤	١٢١	٢	١١
١٤٣	١٧٦	٢٧٢	٣٠	٣٦

$$\frac{30 \times 36 - 143 \times 6}{\sqrt{[{}^2(30) - 176 \times 6][{}^2(36) - 272 \times 6]}} = r$$

$$\frac{222}{\sqrt{52416}} = \frac{1080 - 858}{\sqrt{[106] \times [336]}} = r$$

يوجد ارتباط عكسي قوي

$\therefore r \approx -0,97$

# معامل ارتباط سبيرمان

$$r = \frac{\sum F_i^2}{n(n+1)} - 1$$

(٣)

حيث  $r$  ترمز لمعامل الارتباط ،  $F_i =$  الفرق بين كل رتبتين متناظرتين ،  $n =$  عدد قيم كل من المتغيرين.

**يستخدم في حالة :**

- 1) علاقة تجمع بين الصفات والقياس .
- 2) علاقة بين ظاهرتين مقيمتين رقميا .

## معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

في هذه الطريقة نوجد معامل الارتباط بين رتب القيم، وليس بين القيم نفسها.

### خطوات الحل

١- نكون جدولاً من أربعة أعمدة وهي: رتب س، رتب ص، ف، ف<sup>٢</sup> حيث ف تعنى الفرق بين الرتب.

٢- نرتب كل من أزواج القيم بنفس الترتيب (تنازلياً معاً أو تصاعدياً معاً مع ملاحظة أنه إذا اشترك اثنان أو أكثر في رتبة تعطى لكل منهما المتوسط الحسابي لهذه الرتب.

٣- إيجاد قيم ف ثم ف<sup>٢</sup>

٤- التعويض في القانون عن قيمة كلا من ن ، ف<sup>٢</sup>

مثال ( ٥ ) فيما يلي تقديرات ٧ طلاب في التقرير الوصفي لمادتي الرياضيات والحاسوب

ممتاز	جيد	جيد جدا	جيد جدا	ضعيف	مقبول	ممتاز	تقديرات مادة الرياضيات (س)
جيد جدا	ممتاز	جيد جدا	ممتاز	مقبول	مقبول	جيد جدا	تقديرات مادة الحاسوب (ص)

احسب معامل ارتباط سبيرمان وبين نوع الارتباط ودرجته

الحل

س	ص	رتب س	رتب ص	فا	فا <sup>٢</sup>
ممتاز	جيد جدا				
مقبول	مقبول				
ضعيف	مقبول				
جيد جدا	ممتاز				
جيد جدا	جيد جدا				
جيد	ممتاز				
ممتاز	جيد جدا				
المجموع					

مثال ( ٥ ) فيما يلي تقديرات ٧ طلاب في التقرير الوصفي لمادتي الرياضيات والحاسوب

ممتاز	جيد	جيد جدا	جيد جدا	ضعيف	مقبول	ممتاز	تقديرات مادة الرياضيات (س)
جيد جدا	ممتاز	جيد جدا	ممتاز	مقبول	مقبول	جيد جدا	تقديرات مادة الحاسوب (ص)

احسب معامل ارتباط سبيرمان وبين نوع الارتباط ودرجته

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف <sup>٢</sup>
ممتاز	جيد جدا	١,٥	٤	٢,٥-	٦,٢٥
مقبول	مقبول	٦	٦,٥	٠,٥-	٠,٢٥
ضعيف	مقبول	٧	٦,٥	٠,٥	٠,٢٥
جيد جدا	ممتاز	٣,٥	١,٥	٢	٤
جيد جدا	جيد جدا	٣,٥	٤	٠,٥-	٠,٢٥
جيد	ممتاز	٥	١,٥	٣,٥	١٢,٢٥
ممتاز	جيد جدا	١,٥	٤	٢,٥-	٦,٢٥
المجموع					٢٩,٥

الحل

$$r = 1 - \frac{\sum x^2}{n \times n}$$

$$= 1 - \frac{29,5 \times 6}{(1-49) \times 7}$$

$$= 1 - \frac{177}{336}$$

$$= 1 - 0,53 \approx 0,47$$

∴ الارتباط بين س ، ص طردي متوسط

الجدول الآتي يوضح تقديرات ٦ طلاب في مهارات استخدام الحاسوب، ودرجاتهم في اختبار الرياضيات:

تقديرات مهارات استخدام الحاسوب ( س )	جيد	ممتاز	جيد جدًا	جيد	ضعيف	جيد
درجات اختبار الرياضيات ( ص )	١٢	١٩	١٥	١٣	٩	١١

أ. احسب معامل ارتباط سبيرمان.

س	ص	رتب س	رتب ص	ص <sup>٢</sup>	س <sup>٢</sup>
جيد	١٢	٤	٤	١٦	١٦
ممتاز	١٩	١	١	١	١
جيد جدًا	١٥	٢	٢	٤	٤
جيد	١٣	٣	٣	٩	٩
ضعيف	٩	٥	٥	٢٥	٩
جيد	١١	٤	٤	١٦	١٦
المجموع				٦١	٦١

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 11}{6(36 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{66}{210}$$

$$= 1 - 0.3142857$$

$$= 0.6857142$$

الوحدة الخامسة

الإحصاء والاحتمالات  
Statistic and Probability

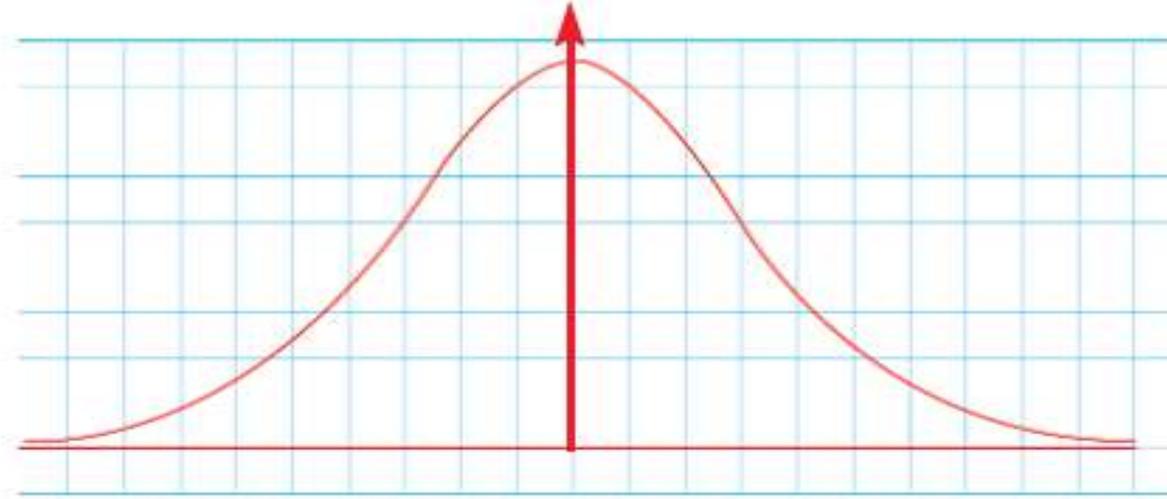
الرياضيات التطبيقية

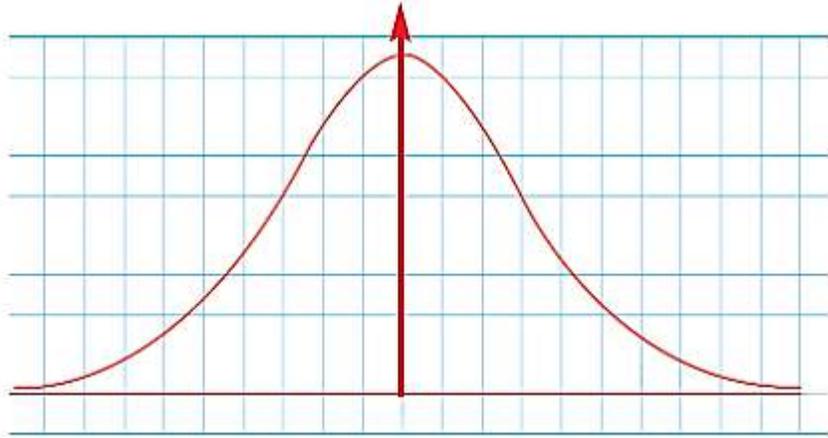
الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الثاني

التوزيع الطبيعي المعتدل

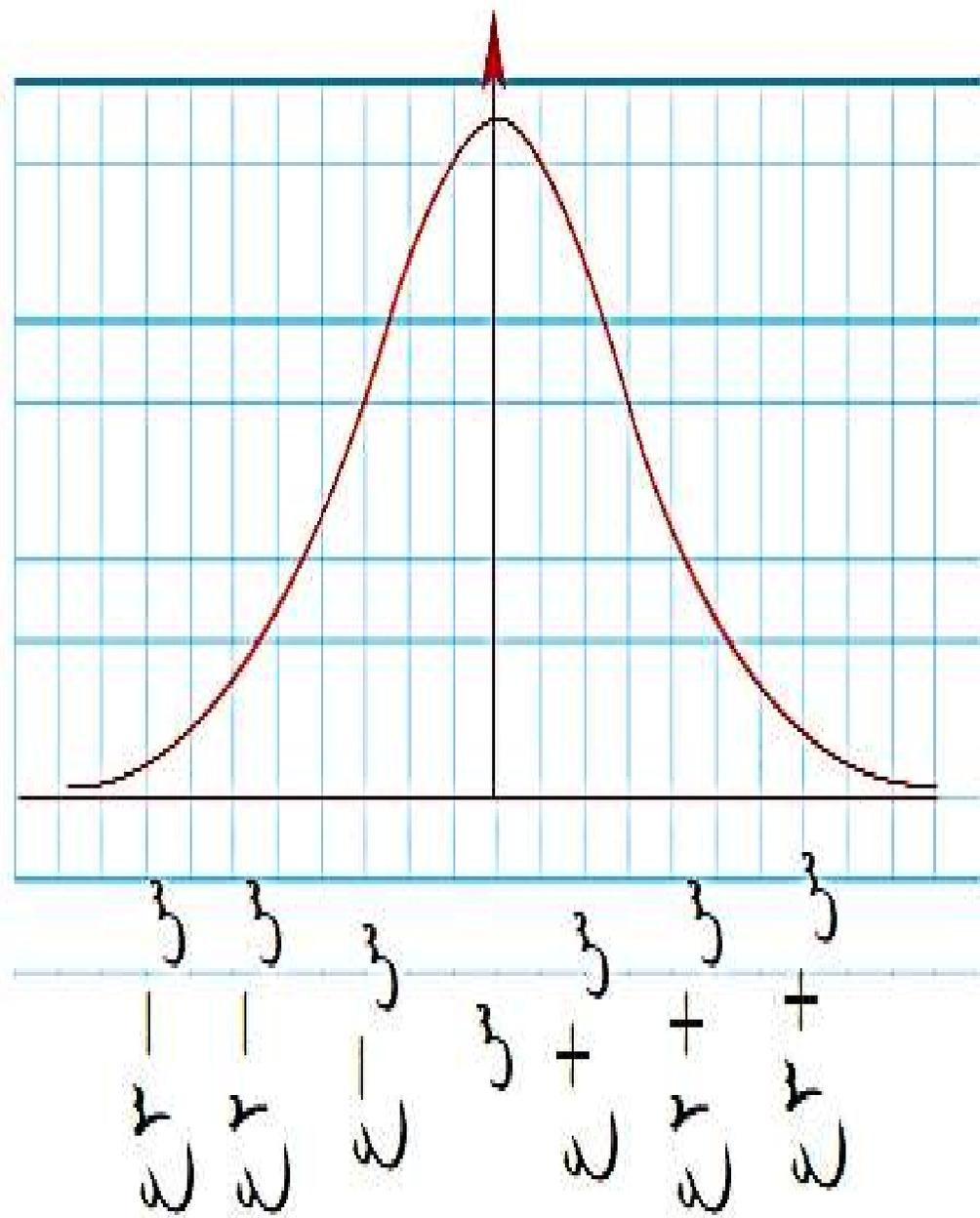
**التوزيع الطبيعي :** هو أحد صور التوزيعات التكرارية ويمتاز بأنه متماثل حول الوسط الحسابي ويأخذ المنحنى المرسوم منه شكل الجرس مثل الأطوال ، الأوزان ، الحجم ، الزمن ، المسافات ، درجات الحرارة ، الأسعار ، معدلات الذكاء





## خصائص التوزيع الطبيعي

- المنحني يأخذ شكل الجرس
- متماثل حول الوسط الحسابي  $\bar{x}$  ، يقع منوال واحد فقط عند  $\bar{x} = \bar{x}$
- في المنحني الطبيعي توجد قمة واحدة حيث تتساوى قيمة كل من الوسط الحسابي مع الوسيط مع المنوال
- يتقارب طرفا منحني الطبيعي من الصفر عندما  $s$  تؤول الى ما لا نهاية في الاتجاه الموجب أو السالب.
- المساحة تحت المنحني الطبيعي تساوي 1



٦٨,٣٪ تقريبا من المساحة تحت المنحنى تقع بين

$$\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma.$$

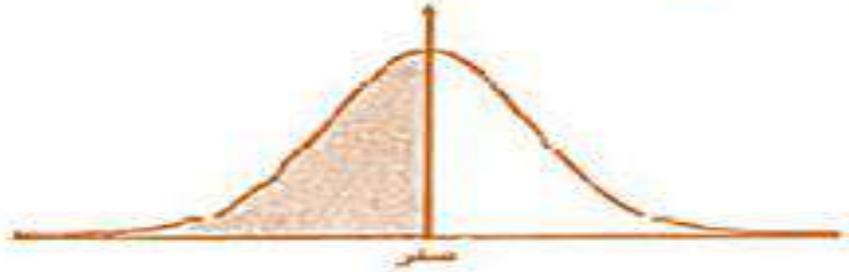
٩٥,٤٪ تقريبا من المساحة تحت المنحنى تقع بين

$$\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma.$$

٩٩,٧٪ تقريبا من المساحة تحت المنحنى تقع بين

$$\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma.$$

في الشكل المقابل تقدر المساحة المظللة تحت منحنى التوزيع الطبيعي بـ :



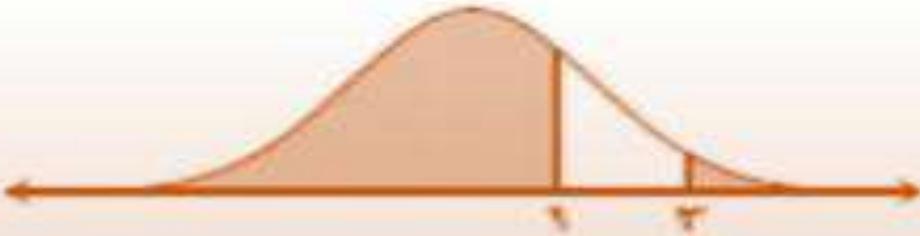
0.5

0.25 (ب)

1 (د)

0.75 (ج)

ما مساحة المنطقتين المظلتين الواقعتين تحت المنحنى الطبيعي المعياري في الشكل الآتي؟



0.9772

0.8741

0.8413

0.5011

ويمكن تحويل المنحنيات الطبيعية جميعها إلى منحنى طبيعي معياري (قياسي) وذلك بتحويل العلامات الخام التي تتوزع توزيعاً طبيعياً إلى علامات معيارية من النوع (ز).

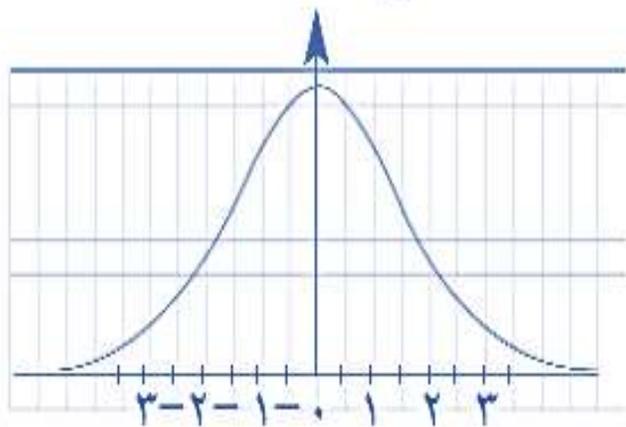
$$z = \frac{s - \bar{s}}{ع}$$

\* ز ترمز إلى المتغير العشوائي في هذا التوزيع

\* و الوسط الحسابي

\* ع الانحراف المعياري

- كم يساوي كل من المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للمنحنى الطبيعي المعياري؟



وقد صممت جداول خاصة تعطي المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري والواقعة على يسار القيمة المعيارية (ز) حيث ز عدد حقيقي.

## ملاحظة هامة:

عند حل التطبيقات الحياتية على منحنى التوزيع الطبيعي

لإيجاد عدد الطلبة أو أي عدد = الاحتمال  $\times$  العدد الكلي

لإيجاد النسبة المئوية = الاحتمال  $\times 100$

## إذا قال

ما احتمال .....

أوجد النسبة .....

فمعناها أنه يريد ..... المساحة تحت المنحني وبالتالي نقوم بتحويل الدرجات الطبيعية الي درجات طبيعية معيارية .

إذا كانت كتل محصول البطيخ في مزرعة عبدالله تأخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي  $\bar{x} = 8$  كجم، وانحراف معياري  $\sigma = 1,5$  كجم، فإن الكتلة الخام بالكيلوجرام التي تقابل الدرجة المعيارية  $(-2)$  هي:

6,5

5

10

6,7

إذا كان توزيع طلاب في قاعة امتحان يتبع توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي 20 وانحراف معياري 4 فما عدد الطلاب في إحدى القاعات (س) التي تقابل القيمة المعيارية  $z = 2,5$ ؟

(ب) 10

(أ) 5

(د) 30

28

# أولاً :- إيجاد المساحة تحت المنحني إذا علم ( ز )

الدرجة المعيارية ( ز )

سالبة

يمين

من  
الجدول  
مباشرة

يسار

١ - ( من الجدول )

موجبة

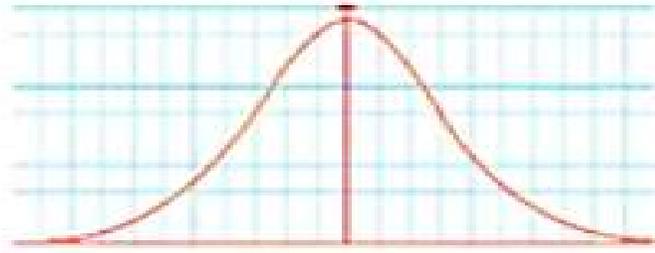
يمين

١ - ( من الجدول )

يسار

من  
الجدول  
مباشرة

أوجد المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري الواقعة على:



(١) يمين  $z = 1$

(٢) يسار  $z = 0,65$

مثال

(1) المساحة يمين  $z = 1$

المساحة =  $1 - 0,8413 = 0,1587$

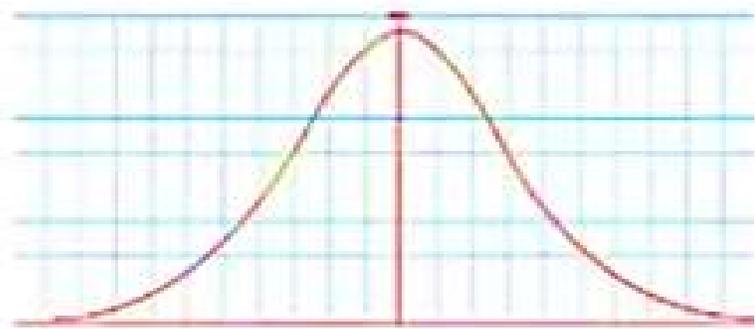
(٢) المساحة يسار  $z = 0,65$

المساحة =  $0,7422$

الحل

## مثال

أوجد المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري الواقعة على:



$$(1) \text{ يمين } z = 2 -$$

$$(2) \text{ يسار } z = 1,7 -$$

## الحل

$$(1) \text{ المساحة يمين } z = 2 -$$

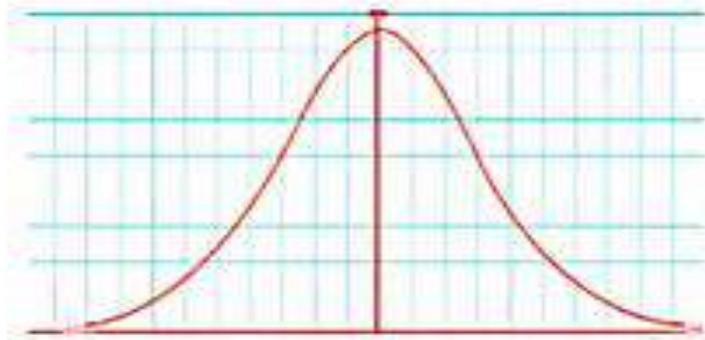
$$\text{المساحة} = 0,9772$$

$$(2) \text{ المساحة يسار } z = 1,7 -$$

$$\text{المساحة} = 0,9554 - 1 = 0,0446$$

## مثال

أوجد المساحة بين  $z = 0,5$  ،  $z = 1,5$



## الحل

$$= \text{المساحة يسار } (1,5) - \text{المساحة يسار } (0,5)$$

$$= 0,9332 - 0,6915$$

$$= 0,2417$$

## مثال

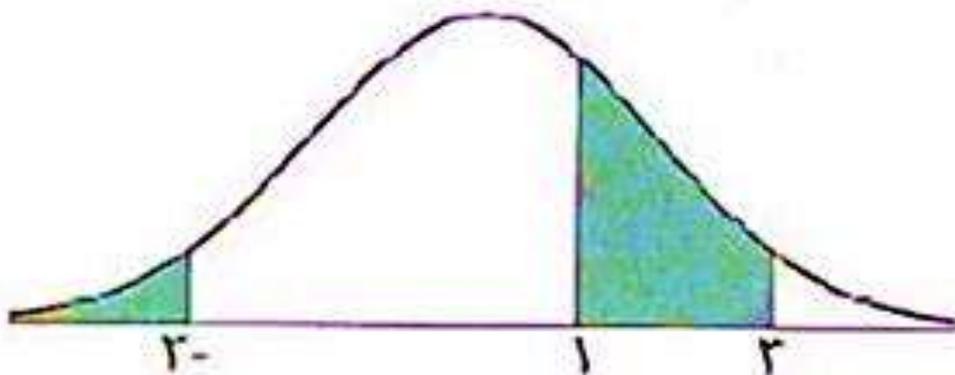
ما مساحة المنطقة المظللة الواقعة تحت المنحنى الطبيعي المعياري في الشكل المقابل؟

٠,١٥٧٤

٠,٠٠١٣

٠,٨٤١٣

٠,١٥٨٧



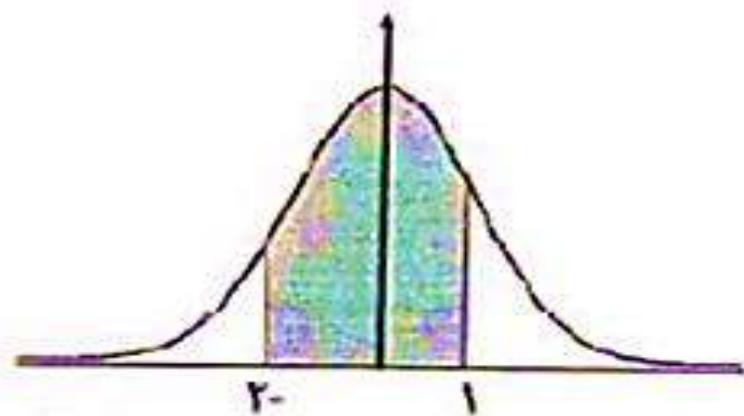
## الحل

(١) المسافة بين  $z = 1$  ،  $z = -1$   
المساحة يسار (١) - المساحة يسار (٢) =  
 $0,1574 = 0,8413 - 0,6839 =$

(٢) المساحة يسار  $z = 1$   
المساحة =  $0,6839 - 0,5 = 0,1839$

مجموع المساحتين معا =  $0,1574 + 0,1839 = 0,3413$

أوجد المساحة المظللة تحت المنحنى الطبيعي المقابل.



الحل

$$= \text{المساحة يسار ( ١ )} - \text{المساحة يسار ( -٢ )}$$

$$= ٠,٨٤١٣ - ( ١ - ٠,٩٧٧٢ )$$

$$= ٠,٨٤١٣ - ٠,٠٢٢٨$$

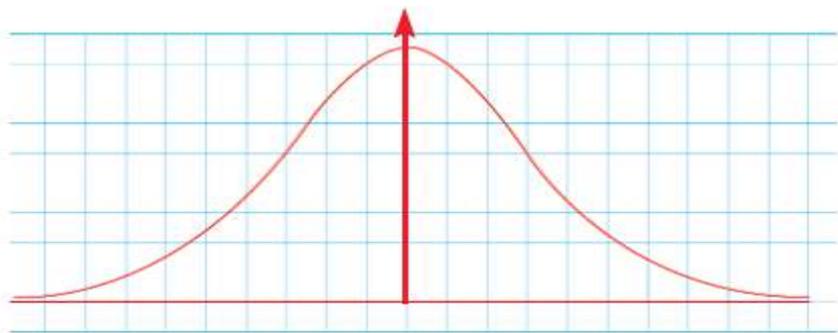
$$= ٠,٨١٨٥$$

## مثال

( أجريت تجربة على أطفال في الرابعة من عمرهم لاختبار سرعتهم في تجميع لعبة سهلة التجميع لوحظ أن الوقت الذي يستغرقونه يتبع توزيعاً طبيعياً بوسط ٢٨ دقيقة وانحراف معياري ٤ دقائق.

ارسم شكلاً تخطيطياً لمنحنى التوزيع.

( ما احتمال أن يجمع أحد الأطفال اللعبة في زمن بين ٢٤ إلى ٣٢ دقيقة.



## الحل

$$24 ( 2$$

$$1 = \frac{28 - 32}{4} = z$$

$$1 = \frac{28 - 24}{4} = z$$

$$= \text{المساحة يسار ( ١ )} - \text{المساحة يسار ( ١ - )}$$

$$= ٠,٨٤١٣ - ( ١ - ٠,٨٤١٣ )$$

$$= ٠,٨٤١٣ - ٠,١٥٨٧$$

$$= ٠,٦٨٢٦$$

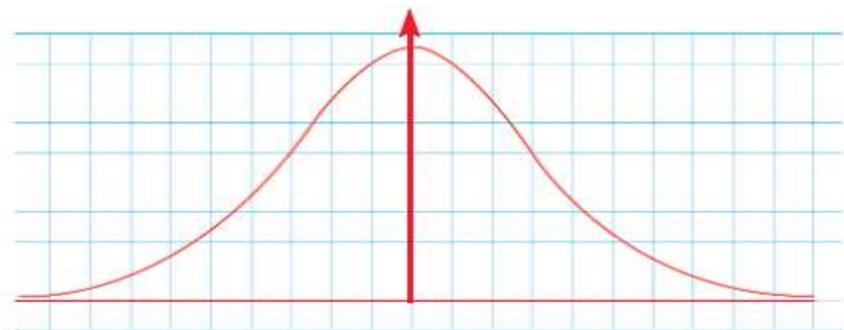
## مثال

إذا كانت أطوال ٢٠٠٠ طالب بالصف العاشر الأساسي في إحدى المحافظات تتبع توزيعاً طبيعياً، وكان الوسط الحسابي يساوي ١٤٥ سم، والانحراف المعياري يساوي ٨ سم فأوجد:

أ. النسبة المئوية للطلبة المتوقع أن يزيد طولهم عن ١٣٩ سم.

ب. عدد الطلبة المحتمل أن ينحصر طولهم بين ١٤٧ سم و١٦١ سم.

## الحل



$$z = \frac{145 - 139}{8} = -0,75$$

(1) المساحة يمين  $z = -0,75$

المساحة = 0,7734

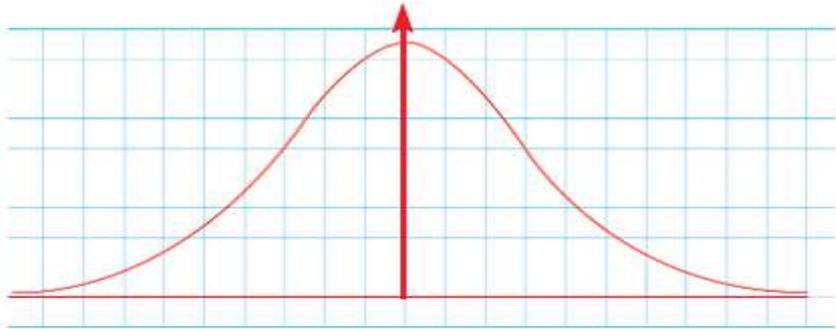
$$\text{النسبة} = 100 \times 0,7734 = 77,34 \%$$

١٦١

$$z = \frac{145 - 161}{8} = z$$

١٤٧ (٢)

$$z = \frac{145 - 147}{8} = z$$



= المساحة يسار (٢) - المساحة يسار (١)

$$= 0,9772 - 0,5987$$

$$= 0,3785$$

عدد الطلبة =  $0,3787 \times 2000 = 757$  طالب

## مثال

في اختبار اللغة العربية، كان متوسط الدرجات لطلبة أحد الصفوف يساوي ٧٢ درجة، والانحراف المعياري يساوي ١٢ درجة، فإذا كانت درجات الطلبة تأخذ شكل المنحنى الطبيعي، فإن نسبة الطلبة الذين يُتَوَقَّع أن يكونوا قد حصلوا على ٨٤ درجة على الأقل تساوي:

٠,٢٠٠٥

٠,٨٤١٣

٠,١٥٨٧

٠,٧٩٩٥

## الحل

$$z = \frac{72 - 84}{12} = 1$$

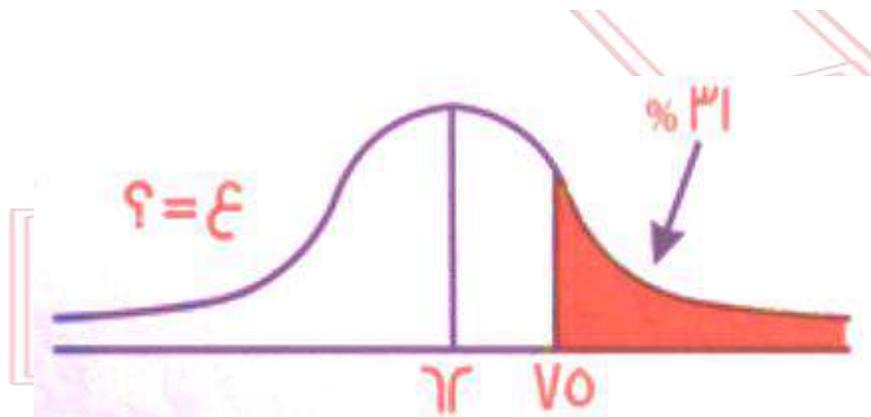
المساحة يمين ( ١ ) = ١ - ٠,٨٤١٣

$$= ٠,١٥٨٧$$

مثال

إذا كانت درجات الطلبة في إحدى المدارس في مادة اللغة الإنجليزية تتبع توزيعاً طبيعياً ووسطاً الحسابي ٦٢ درجة وانحرافه المعياري ٤ وكانت درجات ٣١% من الطلبة تزيد عن ٧٥ درجة

الحل



$$z = \frac{س - س̄}{ع}$$

$$z = \frac{٧٥ - ٦٢}{ع}$$

$$\frac{١٣}{ع} = ٠,٥٠$$

$$ع = ١٣ \text{ درجة}$$

٣١% = ٠,٣١  
نبحث عن المساحة المكتملة

١٩% = ٠,١٩

٠,١٩١٥ → ٠,٥٠  
ز

الوحدة الخامسة

الإحصاء والاحتمالات  
Statistic and Probability

الرياضيات التطبيقية

الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الثاني

الاحتمالات

# التجربة العشوائية

الاحتمال

تعريف

هو مقياس كمي لفرصة وقوع حادثة معينة ويكون دائما بين ١ ، ١ -



التجربة العشوائية هي كل تجربة لا يمكن معرفة أي من نواتجها الممكنة سيظهر قبل إجرائها.

التجربة الغير عشوائية

تعريف

وفيها تكون نتيجة التجربة معروفة مسبقا قبل اجراء التجربة .

## تدريب ٢

- (أ) اكتب مثالاً لتجربة عشوائية ومثالاً آخر لتجربة غير عشوائية .  
(ب) اذكر خصائص التجربة غير العشوائية .

## الحل

1) المضاربة في سوق المال علي سعر الأسهم والسندات

التجارب العملية

٢) النتيجة معروفة مسبقا قبل اجراء التجربة

# فضاء الإمكانيات والحدث

تعريف

مجموعة كل النواتج المتوقع ظهورها في تجربة عشوائية تسمى الفضاء العيني أو فضاء الإمكانيات ويرمز لها بالرمز ( ف ) أو  $\Omega$  ويقرأ أوميغا.

تدريب ٣

(١) اذكر جميع النواتج الممكنة لتجربة إلقاء حجر نرد منتظم ذي ستة أوجه.

الحل

$$\text{ف (}\Omega\text{)} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

## تدريب ٤

اكتب فضاء الإمكانيات ( ف ) لكل من التجارب الآتية واذكر عدد عناصره:

(أ) إلقاء قطعتي نقد مختلفتين ( متميزتين ) دفعة واحدة وملاحظة الوجه الظاهر.

(أ) ف = { (ص،ص)، (ص،ك)، (ك،ك)، (ك،ص) } ،  
عددتها = ٤

(ب) ولادة طفل وملاحظة جنس المولود.

(ب) ف = { ولد ، بنت } ، وعددتها = ٢

(ج) مباراة لكرة القدم وملاحظة النتيجة بالنسبة لنادى معين .

(ج) ف = { فوز ، تعادل ، خسارة } ، وعدد  
عناصرها = ٣

(د) رمي هدف معين بقذيفة وملاحظة النتيجة .

(د) ف = { إصابة ، عدم إصابة } ، وعدد عناصرها = ٢

إذا كانت إحدى العروض الترويجية لمحل تجاري معين هو السحب على قسائم الشراء ( الكوبونات ) ، فإذا اشترك أحمد في هذا العرض . فما قضاء الإمكانيات ؟ علماً بأن السحب يكون على الجوائز التالية:  
سيارة - تلفاز - جهاز حاسوب.

## الحل

ف = { ( فوز ، سيارة ) ، ( فوز ، تلفاز ) ، ( فوز ، حاسوب ) ،  
عدم الفوز }

الحدث : عبارة عن مجموعة جزئية من فضاء الإمكانيات ويرمز له بالرمز ح

## تدريب ٥

أ) في تجربة إلقاء حجر نرد ذي ستة أوجه ، اكتب كلا من :

١) حدث ظهور عدد فردي .  $ح_1 = \{ ١ , ٣ , ٥ \}$

٢) حدث ظهور عدد أقل من ٤ .  $ح_2 = \{ ١ , ٢ , ٣ \}$

ب) في تجربة إلقاء حجري نرد متمايزين ذي ستة أوجه. اكتب حدث الحصول على عددين

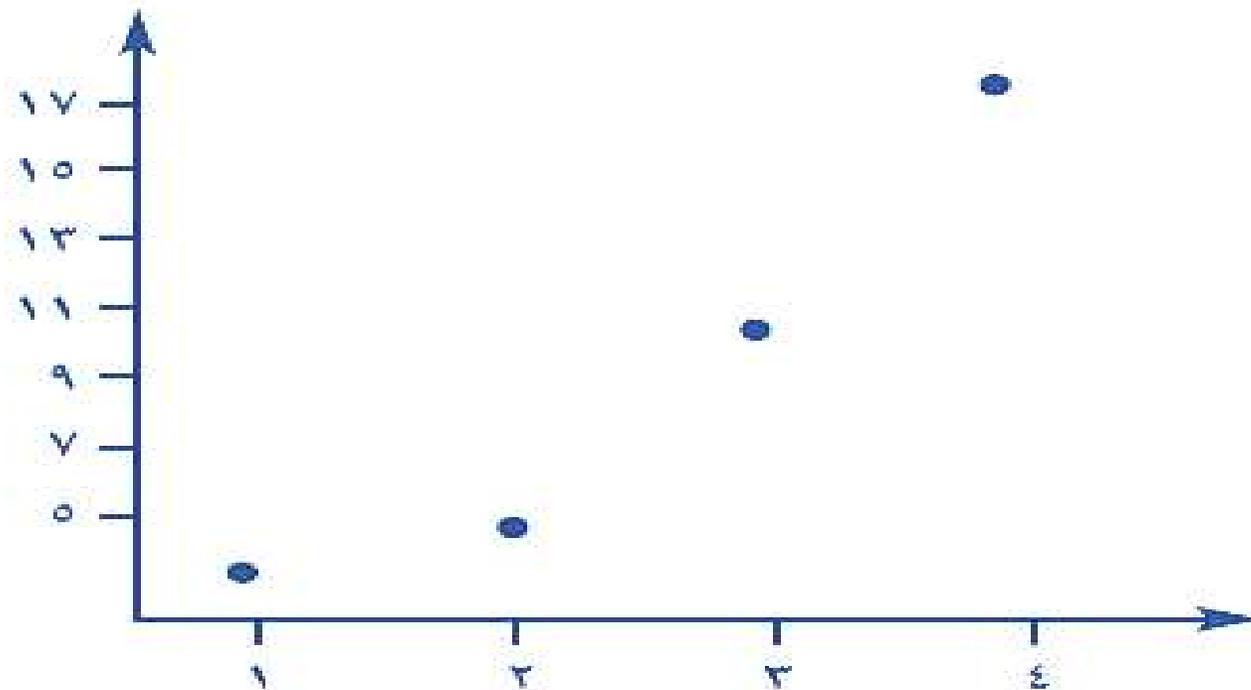
مجموعهما ٦ .

$ح = \{ (١ , ٥) , (٢ , ٤) , (٣ , ٣) , (٤ , ٢) , (٥ , ١) \}$

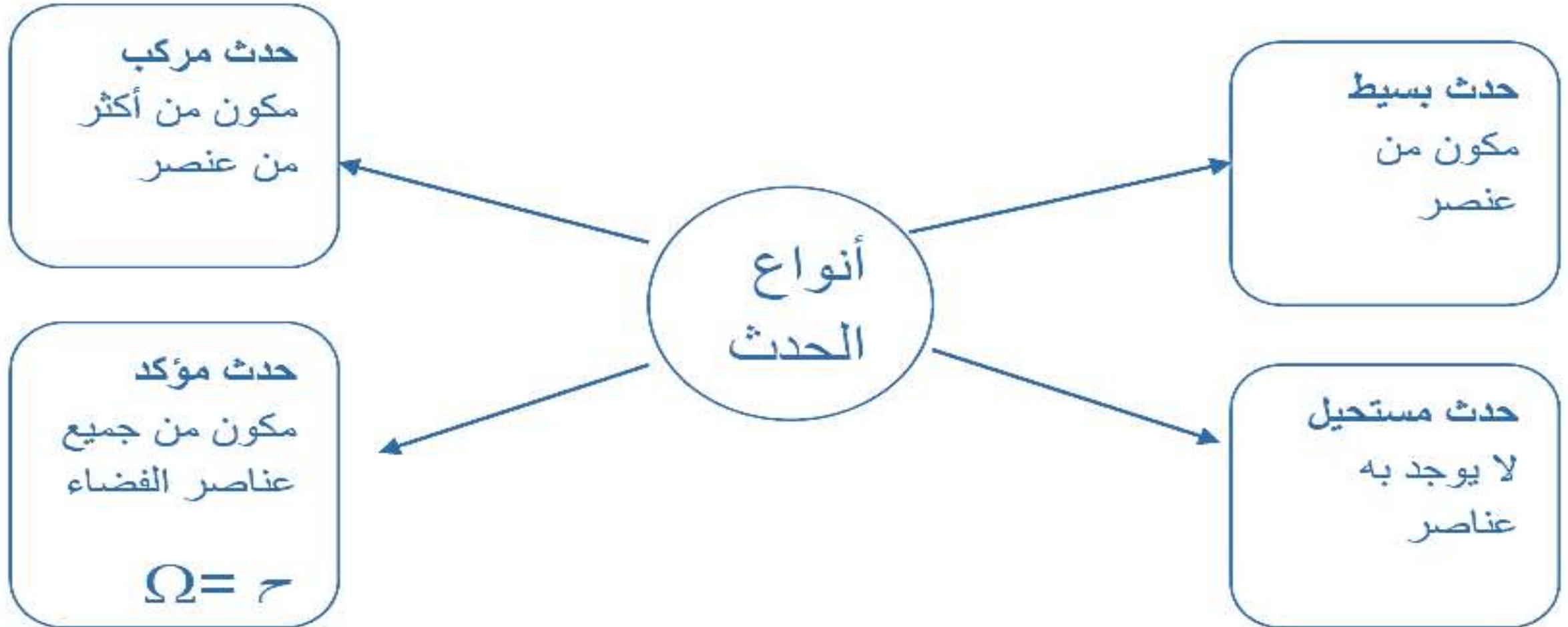
إذا كانت  $s \Rightarrow$  ط وكانت  $ص = s^2 + 1$  فإن فضاء  
الامكانيات لهذه الدالة عندما  $s \in [1, 4]$

الحل

$\{(17, 4), (10, 3), (5, 2), (2, 1)\}$



# أنواع الحدث



وبشكل عام يمكن تصنيف الأحداث على النحو :

(١) **الحادث البسيط** : هو مجموعة جزئية من  $\Omega$  يحتوي على عنصر واحد من عناصر  $\Omega$  على الأكثر . مثل : حدث قبول شخص تقدم بطلب وظيفة في شركة ما .

(٢) **الحادث المركب** : هو مجموعة جزئية من  $\Omega$  يحتوي على أكثر من عنصر من عناصر  $\Omega$  . مثل : حدث ظهور كرة واحدة على الأقل حمراء في تجربة سحب كرتين من صندوق به ٤ كرات حمراء، ٣ كرات صفراء .

ويمكن تصنيف الأحداث من حيث احتمالية الحدوث إلى :

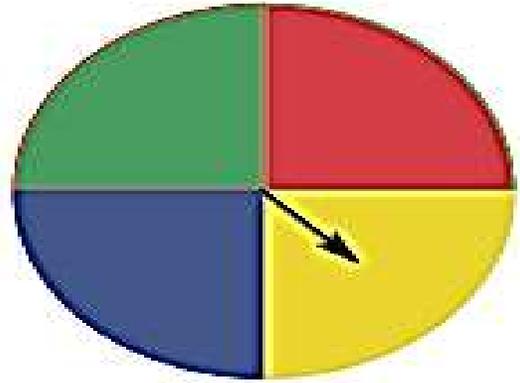
(١) **الحادث المؤكد** : هو حدث فضاء الإمكانيات بأكمله أي  $\Omega$  فمثلا في تجربة إلقاء قطعة نقد فإن حدث ظهور كتابة أو صورة = { ك ، ص } =  $\Omega$  .

(٢) **الحادث المستحيل** : هو حدث الذي يستحيل حدوثه، أي حدث عدم الحصول على أي ناتج من

$\Omega$  ويرمز له بالرمز  $\Phi$

**مثل** : حدث تحول قطعة من الصخر إلى قطعة حلوى .

صنف الأحداث الآتية إلى ( حدث: مؤكد أو مستحيل أو بسيط أو مركب ).



حدث مستحيل

(١) حدث وقوف المؤشر على اللون الأسود في تجربة لعبة الدولاب الموضحة جانباً .

(٢) حدث سحب كرة حمراء في الكيس المجاور . حدث مؤكد وبسيط

(٣) حدث ظهور عدد فردي في تجربة إلقاء حجر

نرد ذي ستة أوجه . حدث مركب

(٤) مجموع عددين مكونين من رقم واحد يساوي ١٩ . حدث مستحيل



(٥) ظهور صورته أو كتابته في تجربة إلقاء قطعة نقود مرة واحدة . مؤكد ومركب

(٦) حدث احتراق أصبعك إذا وضعتها في النار . حدث مؤكد

## تمارين ومسائل متنوعه

(١) اختر رقماً عشوائياً من أرقام العدد : ٤٩٨٥٣ :

(أ) اكتب فضاء الإمكانات ( $\Omega$ ).

(ب) اكتب الحدث : ( الرقم المختار من مضاعفات العدد ٢ ).

(ج) اكتب الحدث : ( الرقم المختار عدد أولي ).

(د) اكتب الحدث : ( الرقم المختار أقل من ٣ ).

الحل

(أ) ف = { ٢ ، ٤ ، ٥ ، ٨ ، ٩ }

(ب) ح = { ٤ ، ٨ }

(ج) ح = { ٢ ، ٥ }

(د) ح =  $\emptyset$

(٢) في تجربة إلقاء حجر نرد مصمم بحيث: وجهان منه الرقم ٣ ووجهان الرقم ٥ ووجهان الرقم

٦ ، اكتب الأحداث الآتية:

(أ) فضاء الإمكانيات ( $\Omega$ ) ف = {٦، ٥، ٣}

(ب) حدث ظهور عدد فردي أو زوجي . ماذا يسمى هذا الحدث؟

ح = {٦، ٥، ٣} (حدث مؤكد)

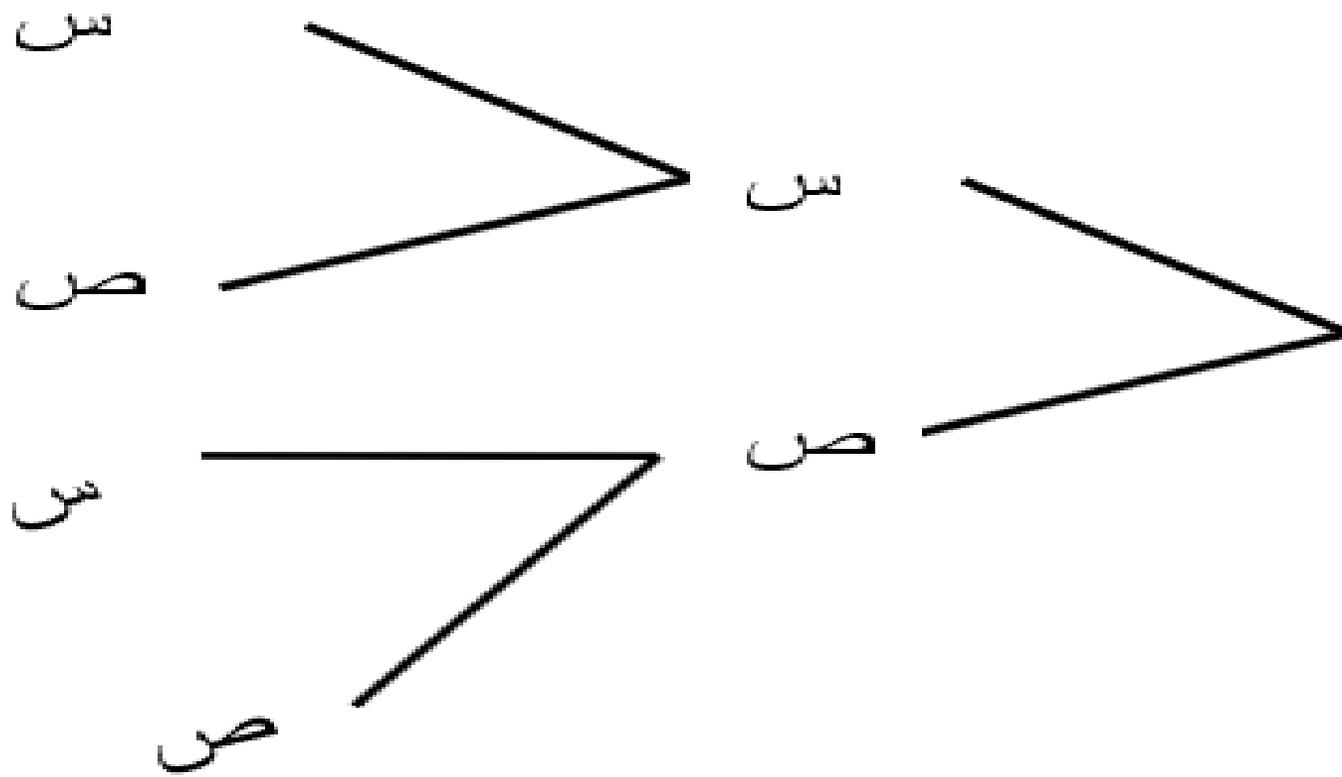
(ج) حدث ظهور عدد زوجي أصغر من ٥ . ماذا يسمى هذا الحدث؟

ح =  $\emptyset$  (حدث مستحيل)

(د) حدث ظهور عدد أولي أصغر من ٥ . ماذا يسمى هذا الحدث؟ ح = {٣} (حدث بسيط)

اكتب فضاء الإمكانيات ومثل بطريقة الشجرة تجربة القاء قطعتي نقد متتاليتين

الحل ف = { (س، س)، (س، ص)، (ص، ص)، (ص، س) }



٤) اعتبر مجموعة الأعداد الطبيعية من ١ إلى ٣٠ فإذا كان :

ح<sub>١</sub> : حدث مجموعة الأعداد من مضاعفات العدد ٣ .

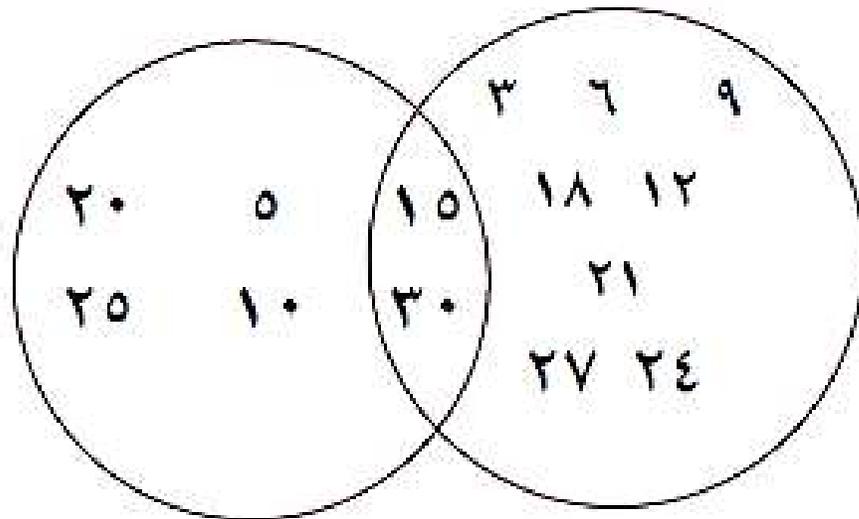
ح<sub>٢</sub> : حدث مجموعة الأعداد من مضاعفات العدد ٥ .

مثل ح<sub>١</sub> ، ح<sub>٢</sub> يشكل فن .

الحل

$$ح_1 = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$$

$$ح_2 = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$$



جميع الحوادث الموضحة في العمود الأول بالجدول الآتي تم الحصول عليها من تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة. اكتب نوع هذه الاحداث في المكان المخصص لها بالعمود الثاني:

نوعه	الحدث
.....	- ظهور عدد طبيعي أصغر من أو يساوي ٦
.....	- ظهور عدد فردي.
.....	- ظهور عدد أولي يقع بين ٣ ، ٥
.....	- ظهور عدد زوجي أكبر من ٤

# العمليات علي الاحداث



# أنواع العمليات علي الاحداث

الحدث المتمم

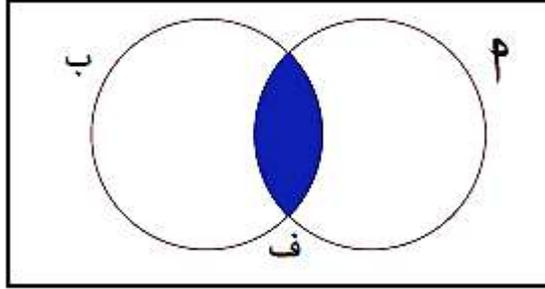
اتحاد الاحداث

تقاطع الاحداث

الحدثان المنفصلان أو المتنافيان

الفرق بين حدثين

## أولاً :- تقاطع الاحداث

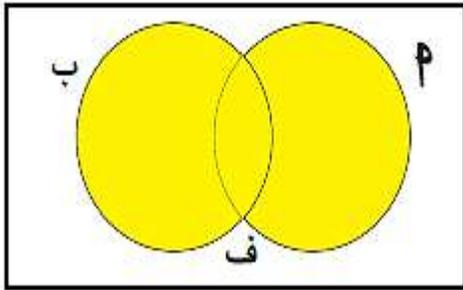


هو حدث وقوع م و ب معاً  $B \cap M$

( أي حدث وقوع الحدثين معاً حيث  $\cap$  تعني « و » ).

التقاطع (  $\cap$  ) هو العناصر المشتركة بين المجموعات { و : معا }

## ثانياً :- اتحاد الاحداث



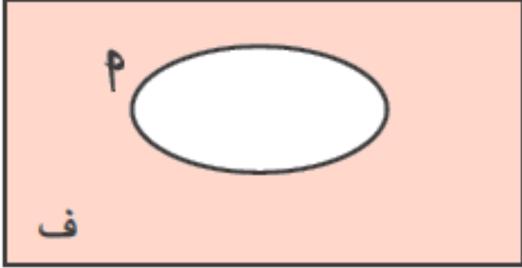
هو حدث وقوع م و ب ( أو كلاهما )

$(B \cup M)$  أي وقوع أحدهما على الأقل ( « أو » تعني  $\cup$  ).

الاتحاد : (  $\cup$  ) هو كل العناصر الموجودة في المجموعات رموز الاتحاد { أو ، كليهما ، علي الأقل ، أي من ، أي منهما ،

احتمال النجاح ، احتمال إصابة الهدف ، احتمال الربح ، الصفة التي يتحد فيها الكل }

## ثالثاً:- الحدث المتمم

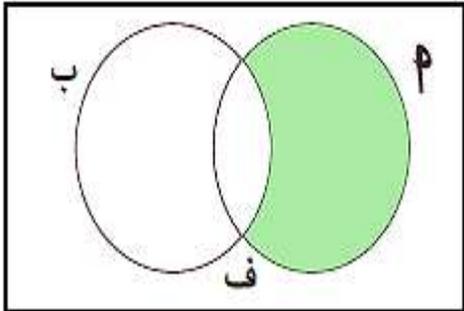


إذا كان  $P$  حدثاً من «  $\Omega$  » فإن عدم وقوع  
(يسمى الحدث  $P$  المتمم للحدث  $P$ ) ويرمز له بالرمز  $P'$ .

الفرق: ( - ) هو العنصر الموجود في المجموعة الأولى غير موجوده في المجموعة الثانية .

{ فقط - لوحده - أ وعدم وقوع ب (واحدة والأخرى لا)}

## رابعاً :- الفرق بين حدثين ( أ - ب )

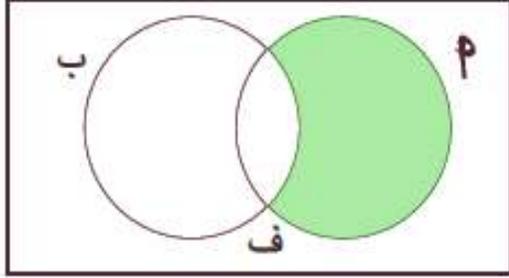


هو حدث وقوع  $P$  وعدم وقوع الحدث ب

أي حدث وقوع  $P$  فقط .

{ أي أسلوب نفي لا - عدم - لم - ليس }

## خامسا :- الحدثان المنفصلان أو المتنافيان



إذا كان  $\Phi = B \cap P$

فإن P ، B حدثان منفصلان ( أي حدوث أحدهما ينفي الآخر )

الحدثان ( المتنافيان – المتباعدان - المنفصلان )

$$L = (A \cap B) \cup \dots$$

## الالفاظ في الاحتمالات

و ، معا	التقاطع
أو ، كليهما ، علي الاقل ، أي من ، أي منهما ، احتمال النجاح ، احتمال اصابة الهدف ، احتمال الربح ، الصفة التي يتحد فيها الكل	الاتحاد
فقط ، لوحده ، أ وعدم وقوع ب (واحدو والأخرى لا)	الفرق
أي أسلوب نفي لا - عدم - لم - ليس	المتمة
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	علي الاكثر
احتمال وقوع أحد الحدثين دون الآخر احتمال وقوع احدهما وليس كليهما احتمال وقوع أحد الحدثين فقط	$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$ $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \oplus B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$

اشترى ماجد أسهما من سوق الأوراق المالية وبعد شهر قام ببيعها فإذا كان:

ب : حدث الربح في الأسهم.  
يسمى ح حدث بسيط ويسمى ح حدث مركب

ت : حدث عدم الربح وعدم الخسارة .  
وهو حدث مستحيل.

خ : حدث الخسارة في الأسهم .

فأوجد الأحداث الآتية:

فضاء الإمكانيات (  $\Omega$  ) .  $\Omega = \{ ب ، ت ، خ \}$

ح<sub>١</sub> : حدث عدم الخسارة ، ح<sub>٢</sub> : حدث الربح  
 $\{ ب ، ت \} = ح_١$  ،  $\{ ب \} = ح_٢$

ح<sub>٣</sub> : ( ح<sub>١</sub> - ح<sub>٢</sub> ) . ح<sub>٤</sub> : حدث الخسارة  
 $\{ ت \} = ح_٣$  ،  $\{ خ \} = ح_٤$

ح<sub>٥</sub> : حدث الخسارة والربح .

$$ح_٥ = ح_٢ \cap ح_٤ = \emptyset$$

ماذا نسمي ح<sub>٥</sub> ، ح<sub>٥</sub> ؟

# الاحتمال التجريبي

## الاحتمال التجريبي :-

يعتمد علي العدد الفعلي الذي نحصل عليه عند إجراء التجربة .

تعريف

تسمى نسبة عدد مرات ظهور الحادث ( م ) إلى عدد مرات إجراء التجربة ( ن )  
بالاحتمال التجريبي أي أن:

$$\frac{م}{ن} = \frac{\text{عدد مرات ظهور الحادث}}{\text{عدد مرات إجراء التجربة}} = \text{الاحتمال التجريبي}$$

مخزن للأحذية لديه ٣ أنواع من الأحذية لكل نوع ٤ ألوان وفق الجدول الآتي:

مثال

النوع	النوع الأول	النوع الثاني	النوع الثالث
اللون			
أبيض	١١	٤	٣
أسود	١٠	٨	٩
بني	٥	٦	٧
كحلي	١٢	١٠	١٥

أ) كم حذاء في المخزن ؟ ١٠٠ حذاء

ب) إذا أخذ أحد العمال حذاء بشكل عشوائي لعرضه في المحل، فما احتمال أن يكون الحذاء:

- (١) من النوع الأول وبني؟  $\frac{5}{100}$
- (٢) من النوع الثالث وأسود؟  $\frac{9}{100}$
- (٣) من النوع الثاني؟  $\frac{28}{100}$

في إحدى المؤسسات يوجد ٢٥ موظفاً بياناتهم  
يوضحها الجدول التالي:

المجموع	شهادة عامة	جامعي	المؤهل الموظف
١٥	٥	١٠	ذكر
١٠	٢	٨	أنثى
٢٥	٧	١٨	المجموع

إذا اختير أحد الموظفين عشوائياً ، أوجد احتمال أن يكون الموظف  
المختار:

(١) ذكر .  $\frac{15}{25}$

(٢) أنثى ذات مؤهل جامعي .  $\frac{8}{25}$

(٣) ذكر أو ذي مؤهل جامعي .  $\frac{15}{25}$

(٤) يحمل الشهادة العامة فقط .  $\frac{7}{25}$

تقدم ٦٠ شخصاً لشغل وظيفة منسق في إحدى الشركات موزعين كما في الجدول الآتي:

بكالوريوس	دبلوم	المؤهل الجنس
٨	١٢	ذكر
١٦	٢٤	أنثى

إذا اختير أحد المتقدمين عشوائياً فما احتمال أن يكون:

(١) ذكراً؟  $\frac{20}{60}$

(٢) أنثى أو يحمل شهادة بكالوريوس؟  $\frac{40}{60}$

(٣) ذكراً ويحمل شهادة دبلوم؟  $\frac{12}{60}$

معرض للسيارات به نوعان من السيارات، ولكل نوع ثلاثة ألوان كما هو موضح في الجدول الآتي:

النوع الثاني	النوع الأول	النوع
		اللون
٣	٧	أبيض
٨	٤	أسود
٢	٦	ذهبي

إذا أراد شخص شراء سيارة من هذا المعرض، فما احتمال أن يشتري سيارة:

أ. من النوع الأول.  $\frac{17}{30}$

ب. من النوع الأول ولونها أبيض.  $\frac{7}{30}$

ج. ليست سوداء اللون.  $\frac{18}{30}$

# الاحتمال النظري

نطلق على هذا النوع من التجارب العشوائية التي يتساوى فيها احتمال الأحداث البسيطة بالاحتمال المنتظم. وإذا تكررت التجربة العشوائية عدد كبير جدا من المرات فإن الاحتمال التجريبي يقترب من الاحتمال النظري.

## الاحتمال النظري :-

يعتمد علي ما يجب أن يحدث عند إجراء التجربة الاحتمالية .

## ملاحظة :-

مجموع احتمال الأحداث المنفصلة البسيطة يساوي الواحد الصحيح في أي تجربة عشوائية .

إذا تساوت فرص حدوث عناصر فضاء الإمكانيات قيل أن الاحتمال منتظم وفي هذه الحالة فإن نسبة عدد عناصر مجموعة الحوادث ( م ) إلى عدد عناصر فضاء الإمكانيات ( ن ) يسمى الاحتمال النظري أو الاحتمال، وتسمى ل ( ح ) دالة الاحتمال وتكتب

$$ل(ح) = \frac{م}{ن} \text{ حيث } 0 \leq (ح) \leq 1،$$

$$ل(\Omega) = 1، \text{ أي أن احتمال الحدث المؤكد} = 1،$$

$$ل(\emptyset) = 0، \text{ أي أن احتمال الحدث المستحيل} = \frac{0}{ن} = 0،$$

يحتوي كيس على برتقال ، وتفاح أحمر، وتفاح أخضر ، وكمثري (أجاص)، فإذا كان احتمال اختيار برتقال =  $\frac{5}{14}$  واحتمال اختيار تفاحة

خضراء =  $\frac{1}{7}$  واحتمال اختيار كمثري =  $\frac{3}{4}$

فأجب عما يأتي :

(أ) ما احتمال اختيار تفاحة حمراء ؟

$$1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7} = \left( \frac{3}{14} + \frac{1}{7} + \frac{5}{14} \right)$$

(ب) ما احتمال أن تكون الفاكهة المختارة برتقال أو كمثري ؟

$$\frac{4}{7} = \frac{6}{14} = \left( \frac{3}{14} + \frac{5}{14} \right)$$

(ج) ما احتمال أن تكون الفاكهة المختارة ليست تفاحة ؟

$$\frac{4}{7} = \frac{3}{7} - 1 = \left( \frac{2}{7} + \frac{1}{7} \right) - 1$$

(١) سحبت بطاقة عشوائية من بين ٣٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٣٠ ، أوجد احتمال ظهور العدد على البطاقة المسحوبة بحيث:

أ) يقبل القسمة على ٥

ب) يقبل القسمة على ٧

ج) يقبل القسمة على ٥ أو ٧

الحل

أ) حدث العدد يقبل القسمة على ٥ (ح<sub>١</sub>)

$$= \{ ٥ ، ١٥ ، ٢٥ ، ٣٠ \}$$

$$\therefore n(H_1) = \frac{١}{٥}$$

ب) ح<sub>٢</sub> = { ٧ ، ١٤ ، ٢١ ، ٢٨ }

$$\therefore n(H_2) = \frac{٢}{١٥}$$

$$n(H_1 \cup H_2) = \frac{١}{٥} + \frac{٢}{١٥} = \frac{١}{٣}$$

## مثال

(٢) إذا كان احتمال أن يكون مصباح كهربائي صالح يساوي ٠,٩٥ فما احتمال أن يكون عاطلاً

(غير صالح).

$$P(\text{ح-}) = 1 - 0,95 = 0,05$$

## الحل

## مثال

في تجربة سحب رقم من الأرقام من ١ إلى ٢٠ بطريقة عشوائية أوجد احتمال أن يكون:

أ) الرقم المسحوب زوجياً.

$$F = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$$

$$N = 10$$

## الحل

$$P(\text{الرقم زوجي}) = \frac{1}{2}$$

ب) الرقم المسحوب فردياً .

$$ف = \{ 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 \}$$

$$ن = 10$$

$$ل (الرقم فردي) = \frac{1}{2}$$

الحل

ج) الرقم المسحوب من مضاعفات العدد 3

$$ف = \{ 3, 6, 9, 12, 15, 18 \}$$

$$ل (ح) = \frac{6}{3} = 2$$

الحل

د) الرقم المسحوب من مضاعفات العدد 5

$$ف = \{ 5, 10, 15, 20 \}$$

$$ل (ح) = \frac{4}{20} = 2$$

الحل

## تمارين اختبارات

إذا كان ل (ج) = ٠ ، فإن الحدث :

(أ) مؤكد

(ب) بسيط

مستحيل

(د) مركب

## مثال

يُراد تنظيم سباق بين ثلاث خيول لتحديد فوز خيل واحدة فقط من بينها، إذا كان احتمال فوز الخيل الثانية يساوي ثلاثة أمثال احتمال فوز الخيل الأولى، واحتمال فوز الخيل الثالثة يساوي احتمال فوز الخيل الأولى. فما احتمال فوز الخيل الأولى؟

## الحل

ل (ح<sub>1</sub>) احتمال فوز الخيل الأولى، ل (ح<sub>2</sub>) احتمال فوز الخيل الثانية،  
ل (ح<sub>3</sub>) احتمال فوز الخيل الثالثة.

$$ل (ح_2) = 3ل (ح_1)$$

$$ل (ح_3) = ل (ح_1)$$

$$\begin{cases} 1 = ل (ح_1) + ل (ح_2) + ل (ح_3) \\ 1 = ل (ح_1) + 3ل (ح_1) + ل (ح_1) \end{cases}$$

$$1 = 5ل (ح_1)$$

$$\therefore \text{احتمال فوز الخيل الأولى ل (ح}_1\text{) = } \frac{1}{5}$$

عند رمي حجر نرد ذي ستة أوجه مرة واحدة وسحب بطاقة من وعاء يحتوي على ٤ بطاقات  
متمایزة اللون تحمل الأرقام ١، ١، ٢، ٥ فما احتمال أن يكون مجموع الرقمين الظاهرين  
يساوي ٣ ؟

$$\frac{1}{12} \quad \square$$

$$\frac{1}{24} \quad \square$$

$$\frac{1}{6} \quad \square$$

$$\frac{1}{8} \quad \square$$

في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم ذي ستة أوجه مرتين، وملاحظة العدد الظاهر، ما عدد عناصر حدث الحصول على عددين حاصل ضربهما أقل من ٣٠؟

٢

٢

٣٤

٣٣

صندوق به ٣ كرات حمراء، و ٤ كرات صفراء، و ٥ كرات سوداء، إذا سحبت كرة واحدة عشوائياً، فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة صفراء أو حمراء يساوي:

$$\frac{2}{7} \quad \text{○}$$

$$\frac{1}{12} \quad \text{○}$$

$$\frac{7}{12} \quad \text{■}$$

$$\frac{4}{7} \quad \text{○}$$

إذا صمم حجر نرد ذي سبعة أوجه مرقمه من ١ إلى ٦ بحيث تكون احتمالات ظهور الأعداد ١، ٢، ٣، ٤، ٦ متساوية عند إلقائه، واحتمال ظهور العدد ٥ يساوي ضعف احتمال ظهور العدد ٦ فإن احتمال ظهور عدد فردي يساوي:

$$\frac{5}{7} \quad \text{O}$$

$$\frac{3}{7} \quad \text{O}$$

$$\frac{6}{7} \quad \text{O}$$

$$\frac{4}{7} \quad \text{■}$$

بعض قوانین الاحتمال

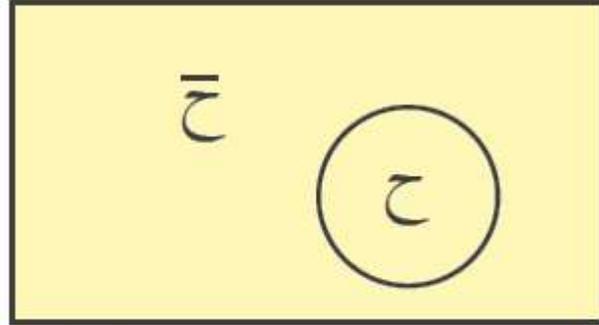
بعض قوانين الاحتمال

احتمال الحدث المتعم

احتمال اتحاد حادثين

احتمال وقوع ح ١ وعدم وقوع ح ٢

# أولاً :- احتمال الحدث المتمم



$$\Omega = \bar{C} \cup C$$

إذا كان ح حدث في (  $\Omega$  ) فإن  $\bar{C}$  هو متممة ح ويكون

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C)$$

<p>@ متمم الحادث ( <math>\bar{E}</math> )                  @ عدم وقوع الحادث ( <math>E</math> )</p>	$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$
<p>@ متمم الحادث ( <math>\bar{E}</math> )                  @ عدم وقوع الحادث ( <math>E</math> )</p>	$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$

@ تقاطع متممتي  $E_1$  و  $E_2$

@ متممة اتحاد  $E_1$  و  $E_2$

@ عدم وقوع أحد الحادتين

$E_1$  و  $E_2$  على الأقل

$$\overline{(E_1 \cup E_2)} = (\overline{E_1} \cap \overline{E_2})$$

$$= \overline{(E_1 \cap E_2)}$$

@ اتحاد متممتي  $E_1$  و  $E_2$

@ متممة تقاطع  $E_1$  و  $E_2$

@ عدم وقوع الحادتين

معاً

@ وقوع أحد الحادتين

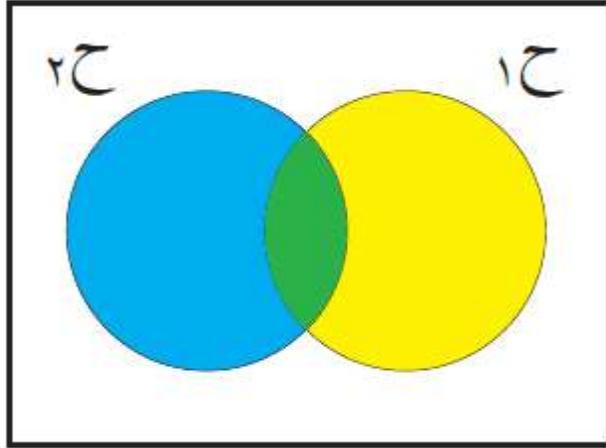
على الأكثر

@ عدم وقوع  $E_1$  أو عدم وقوع  $E_2$

$$\overline{(E_1 \cap E_2)} = (\overline{E_1} \cup \overline{E_2})$$

$$= \overline{(E_1 \cup E_2)}$$

# ثانياً :- احتمال اتحاد حادثين



إذا كان ح<sub>1</sub> ، ح<sub>2</sub> حادثين في ( Ω ) فإن احتمال وقوع ح<sub>1</sub> أو ح<sub>2</sub> أو كليهما:  $P(H_1 \cup H_2) = P(H_1) + P(H_2) - P(H_1 \cap H_2)$ .

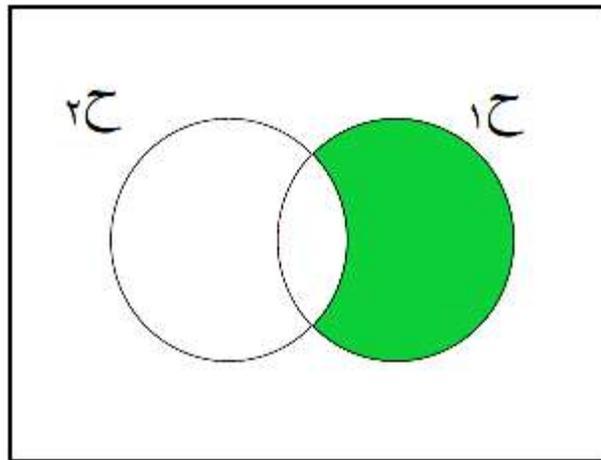
Ⓐ اتحاد حادثين  
 Ⓑ وقوع ح<sub>1</sub> أو ح<sub>2</sub>  
 Ⓒ وقوع أحد الحادثين على الأقل

$$P(H_1 \cup H_2) = P(H_1) + P(H_2) - P(H_1 \cap H_2)$$

Ⓐ تقاطع حادثين  
 Ⓑ وقوع الحادثين معاً  
 Ⓒ وقوع أحد الحادثين على الأقل

$$P(H_1 \cap H_2) = P(H_1 \cup H_2) - P(H_1) - P(H_2)$$

# ثالثًا :- احتمال وقوع ح ١ وعدم وقوع ح ٢



$$P(H_1 - H_2) = P(H_1 \cap \bar{H}_2)$$

$$P(H_1) - P(H_1 \cap H_2) =$$

① وقوع أحد الحادتين  $H_1$  ،  $H_2$  ،  
وليس كليهما

② وقوع  $H_1$  فقط أو وقوع  $H_2$  فقط

$$P(H_1 \cup H_2) - P(H_1 \cap H_2) =$$

$$P(H_1 - H_2) + P(H_2 - H_1) =$$

@ الفرق بين حالتين

@ وقوع  $E_1$  فقط

@ وقوع  $E_1$  وعدم وقوع  $E_2$

$$(\overline{E_2} \cap E_1) \cup (E_2 - E_1) = (E_1 - E_2) \cup (E_2 - E_1)$$

$$(E_1 \cap E_2) \cup (E_1 - E_2) = E_1$$

@ الفرق بين حالتين

@ وقوع  $E_2$  فقط

@ وقوع  $E_2$  وعدم وقوع  $E_1$

$$(\overline{E_1} \cap E_2) \cup (E_1 - E_2) = (E_2 - E_1) \cup (E_1 - E_2)$$

$$(E_1 \cap E_2) \cup (E_2 - E_1) = E_2$$

## \*الحدثان المستقلان

هما الحدثان اللذان لا يؤثر وقوع احدهما علي الآخر

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

تمرين (اذا كان احتمال نجاح أحمد ٩٠% واحتمال نجاح محمد ٨٠% فما احتمال نجاح احدهما علي الأقل



$$P(\text{نجاح أحمد} \cap \text{نجاح محمد}) = P(\text{أ}) \times P(\text{ب})$$

$$= 90\% \times 80\%$$

$$= 0,72$$

## تمرين

تقدم أحد الطلبة إلى كليتين إذا كان احتمال قبوله في الكلية الأولى ٠,٨ واحتمال قبوله في الكلية الثانية ٠,٧ و احتمال رفضه في الكليتين ٠,٤ فما احتمال قبوله في احدي الكليتين

الحل

$$L \text{ (قبوله في الاولى)} \cap \text{قبوله في الثانية} = L \text{ (أ)} \times L \text{ (ب)}$$

$$0,7 \times 0,8 =$$

$$0,56 =$$

## مثال

إذا كان  $C_1$ ،  $C_2$  حادثين في  $(\Omega)$  وكان ل  $(C_1) = 0,4$

ل  $(C_2) = 0,7$ ، ل  $(C_1 \cap C_2) = 0,3$  أوجد :

$$(1) \text{ ل } (\bar{C}_1) \quad (2) \text{ ل } (C_1 \cup C_2)$$

$$(3) \text{ ل } (C_2 - C_1) \quad (4) \text{ ل } (\overline{C_1 \cap C_2})$$

## الحل

$$(1) \text{ ل } (\bar{C}_1) = 1 - \text{ل } (C_1) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$(2) \text{ ل } (C_1 \cup C_2) = \text{ل } (C_1) + \text{ل } (C_2) - \text{ل } (C_1 \cap C_2)$$

$$= 0,4 + 0,7 - 0,3 = 0,8$$

$$(3) \text{ ل } (C_2 - C_1) = \text{ل } (C_2) - \text{ل } (C_1) = 0,7 - 0,4 = 0,3$$

$$(4) \text{ ل } (\overline{C_1 \cap C_2}) = 1 - \text{ل } (C_1 \cap C_2) = 1 - 0,3 = 0,7$$

شركتان تنتجان نفس النوع من المنتج فإذا كان احتمال أن يغطي إنتاج الشركة الأولى لطلب السوق هو ٠,٦ واحتمال أن تغطي الشركة الثانية لطلب السوق هو ٠,٧ واحتمال أن يغطي إنتاج الشركة الأولى أو الثانية هو ٠,٩ فأوجد :

(أ) احتمال أن يغطي إنتاج الشركتين لطلب السوق.

(ب) احتمال عدم تغطية الشركة الأولى لطلب السوق.

يفرض أن إنتاج الشركة الأولى:  $A$  وإنتاج الشركة الثانية  $B$

الحل

$$\begin{aligned} P(A) &= 0.6 \\ P(B) &= 0.7 \\ P(A \cup B) &= 0.9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ 0.9 &= 0.6 + 0.7 - P(A \cap B) \\ P(A \cap B) &= 0.4 \end{aligned}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.6 = 0.4$$

(٦) في دراسة عدد العملاء الذين يدخلون مصرفاً ما خلال ٥ دقائق وجد أن :

عدد العملاء	٥	٤	٣	٢	١	٠
الاحتمال	٠,٣٥	٠,٢٥	٠,٢٠	٠,١٦	٠,٠٣	٠,٠١

أوجد احتمال دخول :

- (أ) أربع عملاء على الأقل.  
 (ب) ثلاثة عملاء على الأكثر.

الحل

$$(أ) \quad ٠,٦٠ = ٠,٣٥ + ٠,٢٥$$

$$(ب) \quad ٠,٤٠ = ٠,٢٠ + ٠,١٦ + ٠,٠٣ + ٠,٠١$$

## مثال

(٧) في مؤتمر اقتصادي ( خبراء في التجارة والاقتصاد ) . إذا كان المؤتمر يضم ١٢٠ عضواً وكان ٧٠ عضو يتكلمون بالإنجليزية ، ٦٠ عضواً يتكلمون بالعربية ، ١٠ أعضاء يتكلمون اللغتين معاً . فإذا اختير عضواً عشوائياً . أوجد احتمال أن يكون العضو المختار :

- ( أ ) يتكلم العربية فقط  
( ب ) يتكلم الإنجليزية فقط  
( ج ) لا يتكلم أي من اللغتين  
( د ) يتكلم الإنجليزية أو العربية .

## الحل



$$(أ) \frac{50}{120} = \frac{5}{12}$$

$$(ب) \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

(ج) صفر

$$(د) 1 = \frac{10}{120} + \frac{70}{120} + \frac{60}{120}$$

٩) إذا كان  $P$  ،  $B$  حدثين في فضاء الإمكانيات لتجربة عشوائية ، وكان

$$P(\bar{A}) = \frac{5}{8} , P(B) = \frac{1}{3} , P(B \cap P) = \frac{1}{4} , \text{ فأوجد :}$$

$$P(B \cup P) , P(B - P) , P(\bar{B} \cap \bar{P}) .$$

$$P(\overline{C_1 \cup C_2}) = P(\bar{C}_1 \cap \bar{C}_2)$$

$$= 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - \frac{11}{24} = \frac{13}{24}$$

الحل

$$P(\bar{A}) = \frac{5}{8} \therefore P(A) = \frac{3}{8}$$

$$P(A) = \frac{3}{8}$$

$$P(A \cup B) = \frac{11}{24} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{3}{8}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

## تمارين اختبارات

(٥) إذا كان  $a$ ،  $b$  حدثين منفصلين وكان  $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$ ،  $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$  فإن قيمة  $\frac{1}{a}$  تساوي :

$$\frac{11}{12}$$



$$\frac{9}{12} \text{ (ج)}$$

$$\frac{7}{12} \text{ (ب)}$$

$$\frac{1}{12} \text{ (أ)}$$

٦) عند رمي حجرين نرد منتظمين متميزين كل منهما ذو ستة أوجه مرة واحدة، فإن احتمال أن يكون مجموع العددين الظهارين أقل من ٦ يساوي:

(د)  $\frac{5}{36}$

(ج)  $\frac{5}{6}$

$\frac{5}{18}$

(أ)  $\frac{1}{9}$

(۷) إذا كان  $P(A) = 0,5$ ،  $P(B) = 0,6$ ،  $P(A \cup B) = 0,7$ ، فإن  $P(A \cap B)$  يساوي:

(د) 0,5

0,4



(ب) 0,2

(أ) 0,1

(۱۰) إذا كان  $(\bar{A})$  =  $\frac{3}{5}$ ، وكان  $(A \cap B)$  =  $\frac{1}{3}$  فإن  $(A - B)$  يساوي:

(د)  $\frac{11}{10}$

$\frac{1}{10}$  

(ب)  $\frac{2}{5}$

(أ)  $\frac{1}{5}$

## مثال

مزرعتان تنتجان نفس النوع من التمور، فإذا كان احتمال أن يغطي إنتاج المزرعة الأولى طلب السوق ٠,٤ واحتمال أن يغطي إنتاج المزرعة الثانية للطلب ٠,٣٥ واحتمال أن يغطي إنتاج المزرعة الأولى أو الثانية لطلب السوق ٠,٦ .

أ. ما احتمال أن يغطي إنتاج المزرعة الأولى والثانية معاً طلب السوق؟

ب. ما احتمال عدم تغطية المزرعة الثانية طلب السوق؟

## الحل

$$P(A) = 0.4, P(B) = 0.35, P(A \cup B) = 0.6$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.6 = 0.4 + 0.35 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 0.4 + 0.35 - 0.6$$

$$P(A \cap B) = 0.15$$

## مثال

إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين في فضاء الإمكانيات وكان  $P(A) = \frac{1}{3}$ ،  $P(B) = \frac{1}{4}$ ،  $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$  فأوجد:

١- احتمال وقوع الحدث  $A$  فقط.

٢- احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل.

## الحل

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$
$$\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$$

## مثال

يصوّب لاعبان في وقت واحد نحو هدف ما، فإذا كان احتمال أن يصيب اللاعب الأول الهدف  $(\frac{1}{6})$  واحتمال أن يصيب اللاعب الثاني الهدف  $(\frac{1}{4})$ ، واحتمال أن يصيب اللاعبان الهدف معا  $(\frac{1}{12})$ ، فأوجد:

(١) احتمال إصابة الهدف.

## الحل

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{2}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

(٢) احتمال إصابة الهدف من اللاعب الثاني فقط.

$$P(A \cup B) - P(A) = P(B) \Rightarrow \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right) - \frac{1}{6} = P(B)$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{3}{12} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

## الحل

يوجد في إحدى شعب كلية العلوم التطبيقية ٣٠ طالباً، يدرس منهم ٢٠ طالبا مادة الرياضيات و ١٦ طالبا مادة التصميم و ٦ طلاب يدرسون المادتين معاً، اختير أحد الطلاب عشوائياً فأوجد احتمال:

(١) أن يدرس الطالب إحدى المادتين على الأقل.

أ أن يدرس الطالب مادة الرياضيات فقط.

الحل

$$(A \cap B) - (A) = (A - B)$$

$$\frac{1}{5} - \frac{2}{10} = \frac{2}{10} - \frac{2}{10} = 0$$

$$(A \cap B) - (A) + (B) = (A \cup B)$$

$$\frac{1}{5} - \frac{2}{10} + \frac{2}{5} = \frac{2}{5} - \frac{2}{10} + \frac{4}{10} = \frac{4}{10} - \frac{2}{10} + \frac{4}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$