شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

حل تمارين درس إيجاد ثابت التكامل

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2024-04-01 04:46:01

إعداد: نورا الكميالي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر

روابط مواد الصف الثاني عشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الثاني

1	حل تمارين درس المزيد من التكامل غير المحدود
2	حل تمارين درس تكامل العبارات في صورة أس + ب
3	حل تمارين درس التكامل كعملية عكسية للتفاضل
4	كراسة صناع المستقبل
5	اختبار قصير أول بمحافظة ظفار

٦-٤ إيجاد ثابت التكامل Finding the constant of integration

تمارين ٦-٤

١) أوجد معادلة المنحنى بمعلومية $\frac{ص}{س}$، والنقطة ل الواقعة على المنحنى:

أ $\frac{ص}{س} = ٣س^{٢} + ١$ ، ل $(١، ٤)$

* $ص = س^{٣} + س + ب$

* عند $س = ١$ ، $ص = ٤$

$١^{٣} + ١ + ب = ٤$ ⇐ $ب = ٢$

* معادلة المنحنى هي $ص = س^{٣} + س + ٢$

ب $\frac{ص}{س} = ٢س(٣س - ١)$ ، ل $(-١، ٢)$

* $\frac{ص}{س} = ٦س^{٢} - ٢س$

* $ص = \frac{٦}{٣}س^{٣} - \frac{٢}{٢}س^{٢} + ب = ٢س^{٣} - س^{٢} + ب$

* عند $س = -١$ ، $ص = ٢$

$٢ \times (-١)^{٣} - (-١)^{٢} + ب = ٢$ ⇐ $ب = ٥$

* معادلة المنحنى هي $ص = ٢س^{٣} - س^{٢} + ٥$

أ. نورا الكميانى

ج $\frac{ص}{س} = \frac{٤}{س^٢}$ ، ل(٤، ٩)

* $\frac{ص}{س} = ٤ س^{-٢}$

* $ص = \frac{٤}{-١} س^{-١} + ب = \frac{-٤}{س} + ب$

* عند س = ٤ ، ص = ٩

$\frac{-٤}{٤} + ب = ٩ \Leftarrow ب = ١٠$

* معادلة المنحنى : $ص = \frac{-٤}{س} + ١٠$

د $\frac{ص}{س} = \frac{٢س^٣ - ٦}{س^٢}$ ، ل(٣، ٧)

* $\frac{ص}{س} = ٢س - ٦ س^{-٢}$

* $ص = \frac{٢}{٢} س^٢ - \frac{٦}{-١} س^{-١} + ب = س^٢ + \frac{٦}{س} + ب$

* عند س = ٣ ، ص = ٧

$٣^٢ + \frac{٦}{٣} + ب = ٧ \Leftarrow ب = -٤$

* معادلة المنحنى : $ص = س^٢ + \frac{٦}{س} - ٤$

أ. نورا الكميني

هـ $\frac{د ص}{د س} = \frac{٢}{\sqrt{س}} - ١$ ، ل(٤، ٦)

* $\frac{د ص}{د س} = ٢ س^{-\frac{١}{٢}} - ١$

* $ص = \frac{٢}{\frac{١}{٢}} س^{\frac{١}{٢}} - س + ب = ٤\sqrt{س} - س + ب$

* عند س = ٤ ، ص = ٦

$٤\sqrt{٤} - ٤ + ب = ٦ \Leftarrow ب = ٢$

* معادلة المنحنى هي $ص = ٤\sqrt{س} - س + ٢$

و $\frac{د ص}{د س} = \frac{(١ - \sqrt{س})^{٢}}{\sqrt{س}}$ ، ل(٩، ٥)

أ. نورا الكميانى

* $\frac{د ص}{د س} = س^{-\frac{١}{٢}}(١ - ٢\sqrt{س} + س)$

$= س^{-\frac{١}{٢}} - ٢ + س^{\frac{١}{٢}}$

* $ص = \frac{٢}{١} س^{\frac{١}{٢}} - ٢س + \frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} + ب$

$= ٢\sqrt{س} - ٢س + \frac{٢}{٣}(\sqrt{س})^{٣} + ب$

* عند س = ٩ ، ص = ٥

$٢\sqrt{٩} - ٢ \times ٩ + \frac{٢}{٣} \times (\sqrt{٩})^{٣} + ب = ٥ \Leftarrow ب = -١$

* معادلة المنحنى هي

$ص = ٢\sqrt{س} - ٢س + \frac{٢}{٣}\sqrt{س^{٣}} - ١$

٢) إذا علمت أن $\frac{د ص}{د س} = -\frac{ك}{س^{٢}}$، حيث ك عدد ثابت، والمنحنى يمر بالنقطتَين (٦، ٢,٥)، (-٣، ١)، فأوجد معادلة منحنى الدالة.

* $\frac{د ص}{د س} = -ك س^{-٢}$

* $ص = \frac{-ك}{-١} س^{-١} + ب$

$ص = \frac{ك}{س} + ب$ ⟸ $ب = ص - \frac{ك}{س}$

* عند س = ٦ ، ص = ٢,٥

$ب = ٢,٥ - \frac{ك}{٦}$ ⟵ ①

* عند س = -٣ ، ص = ١

$ب = ١ - \frac{ك}{-٣}$ ⟸ $ب = ١ + \frac{ك}{٣}$ ⟵ ②

* نوجد قيم ك ، ب بحل المعادلتين ① ، ② آنياً :

$\frac{ك}{٦} - ٢,٥ = ١ + \frac{ك}{٣}$

$\frac{ك}{٦} + \frac{ك \times ٢}{٣ \times ٢} = ١ - ٢,٥$

$\frac{٣ك}{٦} = ١,٥$

ك = $\frac{١,٥ \times ٦}{٣}$ = ٣ ، ب = ١ + $\frac{٣}{٣}$ = ٢

* معادلة المنحنى : $ص = \frac{٣}{س} + ٢$

أ. نورا الكميني

٣) إذا علمت أن $\frac{د ص}{د س} = ك س^{٢} - ١٢ س + ٥$، حيث ك عدد ثابت، والمنحنى يمر بالنقطتَين (١، -٣)، (٣، ١١)، فأوجد معادلة منحنى الدالة.

* $ص = \frac{ك}{٣} س^{٣} - \frac{١٢}{٢} س^{٢} + ٥ س + ب$

$ص = \frac{ك}{٣} س^{٣} - ٦ س^{٢} + ٥ س + ب$

* عند $س = ١$ ، $ص = -٣$

$-٣ = \frac{ك}{٣} - ٦ + ٥ + ب \Leftarrow ب = -٢ - \frac{ك}{٣}$ ← ①

* عند $س = ٣$ ، $ص = ١١$

$١١ = \frac{ك}{٣} \times ٣^{٣} - ٦ \times ٣^{٢} + ٥ \times ٣ + ب$

$١١ = ٩ ك - ٣٩ + ب \Leftarrow ب = ٥٠ - ٩ ك$ ← ②

* نوجد قيم ك ، ب بحل المعادلتين ① ، ② آنياً :

$٥٠ - ٩ ك = -٢ - \frac{ك}{٣}$

$٥٢ = ٩ ك - \frac{ك}{٣} \times \frac{٣}{٣}$

$٥٢ = \frac{٢٦ ك}{٣} \Leftarrow ك = ٦$

$ب = -٢ - \frac{٦}{٣} \Leftarrow ب = -٤$

* معادلة المنحنى :

أ. نورا الكميانى

$ص = \frac{٦}{٣} س^{٣} - ٦ س^{٢} + ٥ س - ٤$

$ص = ٢ س^{٣} - ٦ س^{٢} + ٥ س - ٤$

٤) إذا علمت أن $\frac{د ص}{د س} = ك س^{٢} - \frac{٦}{س^{٢}}$، حيث ك عدد ثابت، والمنحنى يمر بالنقطة ل(١، ٦)، وميل المماس عند النقطة ل يساوي ٩، فأوجد معادلة منحنى الدالة.

* $\frac{د ص}{د س} = ك س^{٢} - ٦ س^{-٣}$

* $ص = \frac{ك}{٣} س^{٣} - \frac{٦}{-٢} س^{-٢} + ب$

$ص = \frac{ك}{٣} س^{٣} + \frac{٣}{س^{٢}} + ب$

* من النقطة ل(١، ٦) ، عند س = ١ ، ص = ٦

$٦ = \frac{ك}{٣} + ٣ + ب \Leftarrow ب = ٣ - \frac{ك}{٣}$ ← (١)

* ميل المماس $= \frac{د ص}{د س} = ٩$ عند النقطة ل(١، ٦) ، س = ١

$٩ = ك - ٦ \Leftarrow ك = ١٥$

* بالتعويض عن ك = ١٥ في (١)

$ب = ٣ - \frac{١٥}{٣} \Leftarrow ب = -٢$

* معادلة المنحنى هي

$ص = \frac{١٥}{٣} س^{٣} + \frac{٣}{س^{٢}} - ٢$

$ص = ٥ س^{٣} + \frac{٣}{س^{٢}} - ٢$

أ. نورا الكميني

٥) إذا علمت أن $\frac{د ص}{د س} = ٥س\sqrt{س} + ٢$، والمنحنى يمر بالنقطة (١، ٣)، فأوجد:

أ معادلة منحنى الدالة.

ب معادلة المماس عند س = ٤

(أ) * $\frac{د ص}{د س} = ٥ س^{\frac{٣}{٢}} + ٢$

* $ص = ٥ \times \frac{٢}{٥} س^{\frac{٥}{٢}} + ٢س + ب$

$ص = ٢س^{٢}\sqrt{س} + ٢س + ب$

* عند س = ١ ، ص = ٣

$٢ + ٢ + ب = ٣ \Leftarrow ب = -١$

* معادلة المنحنى هي $ص = ٢س^{٢}\sqrt{س} + ٢س - ١$

(ب) * عند س = ٤ ، ص $= ٢ \times ٤^{٢}\sqrt{٤} + ٢ \times ٤ - ١ = ٧١$

(٤، ٧١)

* عند س = ٤ ، ميل المماس $= ٥ \times ٤\sqrt{٤} + ٢ = ٤٢$

* معادلة المماس هي

$ص - ٧١ = ٤٢ (س - ٤)$

$ص = ٤٢س - ١٦٨ + ٧١$

$ص = ٤٢س - ٩٧$

أ. نورا الكميني

٦) إذا علمت أن $\frac{د ص}{د س}$ = ك س + ٣، حيث ك عدد ثابت، وميل العمودي على مماس المنحنى عند النقطة (١، -٢) يساوي $-\frac{١}{٧}$، فأوجد معادلة منحنى الدالة.

* عند س = ١ ، ميل العمودي = $-\frac{١}{٧}$ ∴ ميل المماس = ٧

∴ ك × ١ + ٣ = ٧ ⇐ ك = ٤

* $\frac{د ص}{د س}$ = ٤ س + ٣

ص = $\frac{٤}{٢}$ س^{٢} + ٣س + ﺟ ← خطوة التكامل

ص = ٢س^{٢} + ٣س + ﺟ

* عند س = ١ ، ص = -٢

∴ ٢ + ٣ + ﺟ = -٢

ﺟ = -٧

أ. نورا الكميانى

* معادلة المنحنى ∴ ص = ٢س^{٢} + ٣س - ٧

٧) إذا علمت أن الدالة ص = د (س)، د′(س) = ٨ - ٢س، والقيمة العظمى للدالة هي ٢٠، فأوجد د (س).

* د(س) = ٨س - $\frac{٢}{٢}$ س^{٢} + ﺟ = ٨س - س^{٢} + ﺟ

* لإيجاد قيمة ﺟ نحتاج لمعرفة إحداثيات النقطة العظمى

• الإحداثي س عند د′(س) = ٠ ∴ ٨ - ٢س = ٠ ⇐ س = ٤

• الإحداثي الصادي هو القيمة العظمى ص = ٢٠

* عند س = ٤ ، ص = ٢٠

٢٠ = ﺟ + ٤^{٢} - ٤ × ٨ ⇐ ﺟ = ٤

* ∴ د(س) = ٨س - س^{٢} + ٤

٨) إذا علمت أن $\frac{د ص}{د س} = ٣س^{٢} + س - ١٠$، ومنحنى الدالة يمر بالنقطة (٢، -٧)، فأوجد معادلة منحنى الدالة.

* $ص = \frac{٣}{٣} س^{٣} + \frac{١}{٢} س^{٢} - ١٠س + ب$

$ص = س^{٣} + \frac{١}{٢} س^{٢} - ١٠س + ب$

* عند $س = ٢$ ، $ص = -٧$

$-٧ = ٢^{٣} + \frac{١}{٢} \times ٢^{٢} - ١٠ \times ٢ + ب$ ⇐ $ب = ٣$

* منحنى الدالة هو $ص = س^{٣} + \frac{١}{٢} س^{٢} - ١٠س + ٣$

٩) إذا علمت أن $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = ١٢س + ١٢$، وميل المماس للمنحنى عند النقطة (٠، ٤) يساوي ١٠:

أ اكتب ص بدلالة س. ← أي معادلة المنحنى

ب بيّن أن الميل أكبر من أو يساوي ٤

(أ) * $\frac{د ص}{د س} = \frac{١٢}{٢} س^{٢} + ١٢س + ب_{١} = ٦س^{٢} + ١٢س + ب_{١}$

* عند $س = ٠$ ، ميل المماس $= ١٠$

$١٠ = ٦ \times ٠ + ١٢ \times ٠ + ب_{١}$ ⇐ $ب_{١} = ١٠$

* $\frac{د ص}{د س} = ٦س^{٢} + ١٢س + ١٠$

$ص = \frac{٦}{٣} س^{٣} + \frac{١٢}{٢} س^{٢} + ١٠س + ب_{٢}$

$ص = ٢س^{٣} + ٦س^{٢} + ١٠س + ب_{٢}$

* عند $س = ٠$ ، $ص = ٤$

$٤ = ٢ \times ٠ + ٦ \times ٠ + ١٠ \times ٠ + ب_{٢}$ ⇐ $ب_{٢} = ٤$

❀ ص = ٢س^{٣} + ٦س^{٢} + ١٠س + ٤

(ب) الميل = $\frac{د ص}{د س}$ = ٦س^{٢} + ١٢س + ١٠

هذا منحنى دالة تربيعية نكتبه في صيغة مربع كامل لتحديد رأس المنحنى

$\frac{د ص}{د س}$ = ٦ (س^{٢} + ٢س) + ١٠

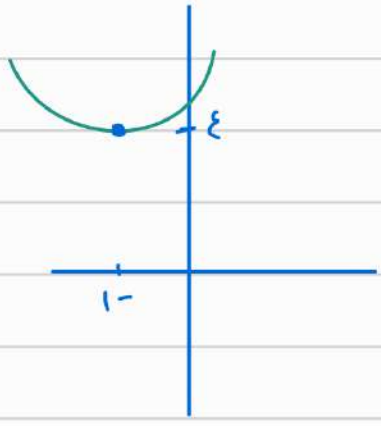
أ. نورا الكميالي

= ٦ [(س^{٢} + ٢س + (٢/٢)^{٢}) − (٢/٢)^{٢}] + ١٠

= ٦ [(س + ١)^{٢} − ١] + ١٠

= ٦ (س + ١)^{٢} − ٦ + ١٠

= ٦ (س + ١)^{٢} + ٤



❀ رأس المنحنى (-١، ٤)

❀ الميل ⩾ ٤

١٠) إذا علمت أن $\frac{د^٢ ص}{د س^٢} = -٦س - ٤$، والنقطة الصغرى للمنحنى هي (-٢، -٦)،

فأوجد معادلة منحنى الدالة.

* $\frac{د ص}{د س} = \frac{-٦}{٢} س^٢ - ٤س + ب_١ = -٣س^٢ - ٤س + ب_١$

* عند $س = -٢$ ، $\frac{د ص}{د س} = ٠$ (بسبب وجود نقطة صغرى هي (-٢، -٦))

$-٣ \times (-٢)^٢ - ٤ \times (-٢) + ب_١ = ٠ \Leftarrow ب_١ = ٤$

$\frac{د ص}{د س} = -٣س^٢ - ٤س + ٤$

* $ص = \frac{-٣}{٣} س^٣ - \frac{٤}{٢} س^٢ + ٤س + ب = -س^٣ - ٢س^٢ + ٤س + ب$

* عند $س = -٢$ ، $ص = -٦$

$-٦ = -(-٢)^٣ - ٢ \times (-٢)^٢ + ٤ \times (-٢) + ب \Leftarrow ب = ٢$

* معادلة المنحنى هي $ص = -س^٣ - ٢س^٢ + ٤س + ٢$

١١) لتكن $\frac{د ص}{د س} = ك + س$، حيث ك عدد ثابت، وعلمت أن: ← دالة الميل

أ مماسَي المنحنى متعامدان عند النقطتَين اللتين إحداثيهما السيني ٥، ٧، فأوجد قيمة ك.

ب المنحنى يمر بالنقطة (١٠، -٨)، فأوجد معادلته.

(أ) متعامدان يعني ← ميل الأول × ميل الثاني $= -١$

$(ك + ٥)(ك + ٧) = -١$

$ك^٢ + ١٢ك + ٣٥ = -١$

$ك^٢ + ١٢ك + ٣٦ = ٠$

$ك = -٦$

أ. نورا الكيلاني

(ب) $\frac{د ص}{د س} = س - ٦ \Leftarrow ص = \frac{١}{٢} س^٢ - ٦س + ب$

عند س = ١٠ ، ص = −٨

$-٨ = \frac{١}{٢} \times (١٠)^{٢} - ٦ \times ١٠ + ب$ ⇐ ب = ٢

معادلة المنحنى هـ $ص = \frac{١}{٢} س^{٢} - ٦س + ٢$

١٢) إذا علمت أن للمنحنى ص = د (س) نقطة حرجة عند (١، −١)، د″(س) = ٢ + $\frac{٤}{س^{٣}}$، فأوجد د′(س)، د (س).

* $د''(س) = ٢ + ٤ س^{-٣}$
* $د'(س) = ٢س + \frac{٤}{-٢} س^{-٢} + ب = ٢س - \frac{٢}{س^{٢}} + ب$
* عند س = ١ ، د′(١) = ٠

$٢ \times ١ - \frac{٢}{١^{٢}} + ب = ٠$ ⇐ ب = ٠

∴ $د'(س) = ٢س - \frac{٢}{س^{٢}} = ٢س - ٢س^{-٢}$

* $د(س) = \frac{٢}{٣} س^{٣} - \frac{٢}{-١} س^{-١} + ب = س^{٢} + \frac{٢}{س} + ب$
* عند س = ١ ، د(١) = −١

١ + ٢ + ب = −١ ⇐ ب = −٤

أ. نورا الكميانى

∴ $د(س) = س^{٢} + \frac{٢}{س} - ٤$

١٣) إذا علمت أن $\frac{د^٢ ص}{د س^٢} = ٢س + ٨$، وللمنحنى نقطة صغرى (٣، -٤٩)، فأوجد إحداثيات النقطة العظمى.

* $\frac{د ص}{د س} = س^٢ + ٨س + ب$

* عند س = ٣ ، $\frac{د ص}{د س} = ٠$

$٣^٢ + ٨ \times ٣ + ب = ٠$ ⇐ $ب = -٣٣$

∴ $\frac{د ص}{د س} = س^٢ + ٨س - ٣٣$

* لإيجاد الإحداثي السيني للنقطة العظمى

$س^٢ + ٨س - ٣٣ = ٠$

س = -١١ ، س = ٣ الإحداثي السيني للنقطة الصغرى

هذا هو الإحداثي السيني للنقطة العظمى

* لإيجاد الإحداثي الصادي نوجد دالة المنحنى ∴

أ. نورا الكميالي

$ص = \frac{١}{٣} س^٣ + ٤ س^٢ - ٣٣ س + ب$

عند س = ٣ ، ص = -٤٩

$-٤٩ = \frac{١}{٣} \times ٣^٣ + ٤ \times ٣^٢ - ٣٣ \times ٣ + ب$ ⇐ $ب = ٥$

∴ معادلة المنحنى ∴ $ص = \frac{١}{٣} س^٣ + ٤ س^٢ - ٣٣ س + ٥$

الإحداثي الصادي عند س = -١١

$ص = \frac{١}{٣} \times ١١^٣ + ٤ \times ١١^٢ - ٣٣ \times ١١ + ٥$

$ص = ٤٠٨,٣$

∴ إحداثيات النقطة العظمى

$(-١١ ، ٤٠٨,٣)$

١٤) إذا علمت أن $\frac{د ص}{د س} = ٣ - ٢س$، وتقع النقطة (١، ١١) على منحنى الدالة، فأوجد معادلة المنحنى.

* $ص = ٣س - س^{٢} + ب$

* عند $س = ١$ ، $ص = ١١$

$١١ = ٣ - ١ + ب$ ⇐ $ب = ٩$

* معادلة المنحنى هي $ص = ٣س - س^{٢} + ٩$

١٥) إذا علمت أن $\frac{د ص}{د س} = ٣\sqrt{س} - ٦$، وتقع النقطة ل(١، ٦) على منحنى الدالة، فأوجد معادلة المنحنى.

$\sqrt{س} = س^{\frac{١}{٢}}$ ، $\frac{١}{٢} + ١ = \frac{٣}{٢}$

* $ص = ٣ \times \frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} - ٦س + ب = ٢س^{\frac{٣}{٢}} - ٦س + ب$

* عند $س = ١$ ، $ص = ٦$

$٦ = ٢ \times ١^{\frac{٣}{٢}} - ٦ \times ١ + ب$ ⇐ $ب = ١٠$

أ. نورا الكميانى

* معادلة المنحنى هي $ص = ٢س^{\frac{٣}{٢}} - ٦س + ١٠$

$ص = ٢س\sqrt{س} - ٦س + ١٠$

١٦) إذا علمت أن $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = ٢ - \frac{١٢}{س^{٣}}$، ولمنحنى الدالة نقطة حرجة ل عند $س = ١$، والمنحنى يمر بالنقطة (٢، ٥)، فأوجد إحداثيات النقطة ل، وحدد نوعها.

* $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = ٢ - ١٢س^{-٣}$

* $\frac{د ص}{د س} = ٢س - \frac{١٢}{-٢} س^{-٢} + ب = ٢س + \frac{٦}{س^{٢}} + ب$

* عند $س = ١$ ، $\frac{د ص}{د س} = ٠$

$٠ = ٢ + ٦ + ب$ ⇐ $ب = -٨$

$$\frac{ص}{س} = ٢س + ٦س^{-٢} - ٨$$

* $ص = \frac{٢}{٢}س^{٢} + \frac{٦}{-١}س^{-١} - ٨س + ب = س^{٢} - \frac{٦}{س} - ٨س + ب$

عند $س = ٢ ، ص = ٥$

$٥ = ٢^{٢} - \frac{٦}{٢} - ٨ \times ٢ + ب \Leftarrow ب = ٢٠$

∴ $ص = س^{٢} - \frac{٦}{س} - ٨س + ٢٠$

* الإحداثي الصادي للنقطة ل عند $س = ١$

$ص = ١ - ٦ - ٨ + ٢٠ = ٧$ ، ل $(١ ، ٧)$

* لتحديد نوع النقطة الحرجة نعوض عن $س = ١$ في $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}}$

$\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}} = ٢ - \frac{١٢}{١} = -١٠ < ٠$ (سالب)

أ. نورا الكميالي

∴ ل $(١ ، ٧)$ نقطة حرجة عظمى

١٧) إذا علمت أن $\frac{د ص}{د س} = ٢س - ٥$، وتقع النقطة ل (٣، -٤) على منحنى الدالة، وكان العمودي على مماس المنحنى

عند النقطة ل يقطع المنحنى مرة أخرى عند النقطة ن، فأوجد:

أ معادلة المنحنى.

ب معادلة العمودي على مماس المنحنى عند النقطة ل.

ج إحداثيات النقطة ن.

(أ) $ص = س^٢ - ٥س + ب$

عند $س = ٣ ، ص = -٤$

$-٤ = ٣^٢ - ٥ \times ٣ + ب \Leftarrow ب = ٢$

∴ معادلة المنحنى هي $ص = س^٢ - ٥س + ٢$

(ب) * ميل المماس من $\frac{د ص}{د س}$ عند $س = ٣$

ميل المماس $= ٢ \times ٣ - ٥ = ١$

ميل العمودي $= -١$

* معادلة العمودي هي $ص + ٤ = -١ (س - ٣)$

$ص = -س + ٣ - ٤$

$ص + س = -١ \leftarrow ص = -س - ١$

(ج) لإيجاد إحداثيات النقطة ن نقوم بحل معادلة المنحنى ومعادلة العمودي آنياً

$س^٢ - ٥س + ٢ = -س - ١$

$س^٢ - ٤س + ٣ = ٠$

$(س - ١)(س - ٣) = ٠$

$س = ١ \quad س = ٣$ ← النقطة ل

بالتعويض في معادلة العمودي أو المنحنى ← $ص = -٢$

∴ ن هي $(١، -٢)$

أ. نورا الكميالي

١٨) أوجد معادلة المنحنى بمعلومية $\frac{د ص}{د س}$، والنقطة ل الواقعة على المنحنى لكلّ ممّا يأتي:

أ $\frac{د ص}{د س} = (٢س - ١)^{٣}$ ، ل $(\frac{٣}{٢}، ٤)$

* $\frac{د ص}{د س} = \frac{١}{٢ \times ٤}(٢س - ١)^{٣+١}$ ⇐ ص $= \frac{١}{٨}(٢س - ١)^{٤} + ب$

* عند س $= \frac{٣}{٢}$ ، ص $= ٤$ ، $٤ = \frac{١}{٨}(٢ \times \frac{٣}{٢} - ١)^{٤} + ب$

$ب = ٣$

* معادلة المنحنى هي ص $= \frac{١}{٨}(٢س - ١)^{٤} + ٣$

ب $\frac{د ص}{د س} = \sqrt{٢س + ٥}$ ، ل $(٢، ٢)$

* $\frac{د ص}{د س} = \frac{٢}{٢ \times ٣}(٢س + ٥)^{\frac{١}{٢}+١}$ ⇐ ص $= \frac{١}{٣}(٢س + ٥)^{\frac{٣}{٢}} + ب$

* عند س $= ٢$ ، ص $= ٢$ ، $٢ = \frac{١}{٣}(٢ \times ٢ + ٥)^{\frac{٣}{٢}} + ب$

$ب = -٧$

* معادلة المنحنى هي ص $= \frac{١}{٣}(٢س + ٥)^{\frac{٣}{٢}} - ٧$

ج $\frac{د ص}{د س} = \frac{١}{\sqrt{٢س - ٢}}$ ، ل $(٣، ٧)$

* $\frac{د ص}{د س} = \frac{٢}{١}(س - ٢)^{-\frac{١}{٢}+١}$ ⇐ ص $= ٢\sqrt{س - ٢} + ب$

* عند س $= ٣$ ، ص $= ٧$ ، $٧ = ٢\sqrt{٣ - ٢} + ب$

$ب = ٥$

* معادلة المنحنى هي ص $= ٢\sqrt{س - ٢} + ٥$

د $\frac{د ص}{د س} = \frac{٤}{(٣ - ٢س)^{٢}}$ ، ل $(٢، ٤)$

* $\frac{د ص}{د س} = \frac{٤}{-٢ \times -١}(٣ - ٢س)^{-٢+١}$ ⇐ ص $= \frac{٢}{(٣ - ٢س)} + ب$

* عند س $= ٢$ ، ص $= ٤$ ، $٤ = \frac{٢}{٣ - ٢ \times ٢} + ب$ ⇐ $ب = ٦$

* معادلة المنحنى هي ص $= \frac{٢}{٣ - ٢س} + ٦$

أ. نورا الكعباني

١٩) إذا علمت أن $\frac{د ص}{د س} = ك(س - ٥)^{٢}$، حيث ك عدد ثابت، وميل العمودي على المنحنى عند النقطة (٤، ٢) يساوي $\frac{١}{١٢}$، فأوجد معادلة المنحنى.

* عند س = ٤ ، ميل العمودي = $\frac{١}{١٢}$

∴ ميل المماس = -١٢

∴ عند س = ٤ ، $\frac{د ص}{د س} = -١٢$

$-١٢ = ك(٤ - ٥)^{٣}$ ⇐ $ك = ١٢$

* $\frac{د ص}{د س} = \frac{١٢}{٤ \times ١٢}(س - ٥)^{٣+١}$ ⇐ $ص = ٣(س - ٥)^{٤} + ب$

* عند س = ٤ ، ص = ٢ و $٢ = ٣(٤ - ٥)^{٤} + ب$ ⇐ $ب = -١$

* معادلة المنحنى : $ص = ٣(س - ٥)^{٤} - ١$

٢٠) إذا علمت أن $\frac{د ص}{د س} = \frac{٥}{\sqrt{٢س - ٣}}$، والمنحنى يمر بالنقطة ل(٢، ١)، فأوجد:

أ معادلة العمودي على المنحنى عند ل.

ب معادلة المنحنى.

(أ) * عند س = ٢ ، ميل المماس = $\frac{٥}{\sqrt{٢ \times ٢ - ٣}} = ٥$

ميل العمودي = $-\frac{١}{٥}$

* معادلة العمودي : $ص - ١ = -\frac{١}{٥}(س - ٢)$

$٥ص - ٥ = -س + ٢$

$٥ص + س = ٧$

أ. نورا الكميالي

(ب) $\frac{د ص}{د س} = \frac{٢ \times ٥}{٢ \times ١}(٣ - ٢س)^{-\frac{١}{٢}+١}$ ⇐ $ص = ٥(٣ - ٢س)^{\frac{١}{٢}} + ب$

* عند س = ٢ ، ص = ١ ، ١ = ٥ √(٢×٢-٣) + ب ⇐ ب = -٤

* معادلة المنحنى هي ص = ٥ √(٣-٢س) - ٤

(٢١) لتكن $\frac{د ص}{د س} = \frac{١٢}{\sqrt{٣س + ١}} - ٤س - ٢$:

أ بيّن أن لمنحنى الدالة نقطة حرجة عند س = ١، وحدد طبيعتها (نوعها).

ب إذا علمت أن المنحنى يمر بالنقطة (٠، ١٣)، فأوجد معادلته.

(أ) * يوجد نقاط حرجة عند $\frac{د ص}{د س} = ٠$

* نعوض عن س = ١ في $\frac{د ص}{د س}$ للتحقق من أن $\frac{د ص}{د س} = ٠$ عندها

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{١٢}{\sqrt{٣ \times ١ + ١}} - ٤ - ٢ = ٠$$

* لتحديد نوع النقطة نوجد $\frac{د^٢ ص}{د س^٢}$

$$\frac{د ص}{د س} = ١٢ (٣س + ١)^{-\frac{١}{٢}} - ٤س - ٢$$

$$\frac{د^٢ ص}{د س^٢} = -٦ (٣س + ١)^{-\frac{٣}{٢}} \times ٣ - ٤ = \frac{-١٨}{(٣س + ١)^{\frac{٣}{٢}}} - ٤$$

عند س = ١ ، $\frac{د^٢ ص}{د س^٢} = \frac{-١٨}{(٣ + ١)^{\frac{٣}{٢}}} - ٤ = \frac{-٢٥}{٤} < ٠$ (سالب)

هي نقطة حرجة عظمى

أ. نورا الكيلاني

(ب) $ص = \frac{٢}{٣} \times ١٢ (٣س + ١)^{\frac{١}{٢}} - \frac{٤}{٢} س^٢ - ٢س + ب$

$ص = ٨ \sqrt{٣س + ١} - ٢س^٢ - ٢س + ب$

* عند س = ٠ ، ص = ١٣ ⇐ ١٣ = ٨ + ب ⇐ ب = ٥

* معادلة المنحنى هي

$ص = ٨ \sqrt{٣س + ١} - ٢س^٢ - ٢س + ٥$

٢٢) إذا علمت أن $\frac{د ص}{د س} = \frac{٤}{\sqrt{٢س + ك}}$، حيث ك عدد ثابت، والنقطة ل(٣، ٢) تقع على المنحنى، ومعادلة العمودي على مماس المنحنى عند النقطة ل هي س + ٤ص = ١١، فأوجد معادلة منحنى الدالة.

* لإيجاد الثابت ك نحتاج لمعرفة ميل المماس عند س = ٣

* نحصل على ميل العمودي من معادلة العمودي

$س + ٤ص = ١١$

$٤ص = -س + ١١$

$ص = -\frac{١}{٤}س + \frac{١١}{٤}$

ميل العمودي

ميل المماس = ٤

$٤ = \frac{٤}{\sqrt{٢ \times ٣ + ك}}$

$\Leftarrow \sqrt{٦ + ك} = ١ \Leftarrow ٦ + ك = ١ \Leftarrow ك = -٥$

$\frac{د ص}{د س} = ٤(٢س - ٥)^{-\frac{١}{٢}}$

$ص = \frac{١}{٢} \times ٤(٢س - ٥)^{\frac{١}{٢}} + ب = ٤\sqrt{٢س - ٥} + ب$

* عند س = ٣ ، ص = ٢

$٢ = ٤\sqrt{٢ \times ٣ - ٥} + ب \Leftarrow ب = -٢$

معادلة المنحنى

$ص = ٤\sqrt{٢س - ٥} - ٢$

أ نورا الكميالي