شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

ملخص شرح درس نهاية الدالة النسبية عند اللانهاية من الوحدة الثالثة منهج حديث

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2023-11-16 05:14:19

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر

روابط مواد الصف الثاني عشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الأول

1	ملخص شرح درس نهاية الدالة المعرفة بأكثر من قاعدة من الوحدة الثالثة منهج حديث
2	ملخص شرح درس نهاية الدالة النسبية من الوحدة الثالثة منهج حديث
3	ملخص شرح درس مقدمة في النهايات والاتصال من الوحدة الثالثة منهج حديث

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الأول	
4	الشرح التفصيلي للوحدة الثانية حساب المثلثات
5	اختبار قصير أول

٢-٣ نهاية الدالة النسبية عند اللانهاية (س ← ±∞)

في هذا الدرس سنتعلّم ما يحدث لقيم الدالة عندما تكبر قيمة س (تصبح س أقرب إلى موجب اللانهاية **positive infinity**، ويعبّر عنها في صورة س ← +∞)، وعندما تصغر قيمة س (تصبح س أقرب إلى سالب اللانهاية **negative infinity**، ويعبّر عنها في صورة س ← −∞).

إذا كانت $د(س) = \frac{٢س + ١}{س}$

س	١	١٠	١٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠٠	← ∞
د(س)	٣	٢,١	٢,٠١	٢,٠٠١	٢,٠٠٠١	٢,٠٠٠٠١	٢,٠٠٠٠٠١	٢

$\text{نهـا}_{س \to \infty} د(س) = ٢$

س	−١	−١٠	−١٠٠	−١٠٠٠	−١٠٠٠٠	−١٠٠٠٠٠	−١٠٠٠٠٠٠	س ← −∞
د(س)	١	١,٩	١,٩٩	١,٩٩٩	١,٩٩٩٩	١,٩٩٩٩٩	١,٩٩٩٩٩٩٩	٢

$\text{نهـا}_{س \to -\infty} د(س) = ٢$

خواص ∞ ، −∞

① $\frac{م}{\infty} =$ صفر ، م ∈ ح − {٠}

$\frac{٥}{\infty} = ٠$ ، $\frac{١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠}{\infty} = ٠$

$\frac{م}{-\infty} =$ صفر ، م ∈ ح − {٠}

② $م \times \infty = \begin{cases} \infty & م > ٠ \\ -\infty & م < ٠ \end{cases}$ (م موجب، م سالب)

$٥ \times \infty = \infty$

$-٣ \times \infty = -\infty$

③ $(\infty)^{ن} = \begin{cases} \infty & ن > ٠ \\ \text{صفر} & ن < ٠ \end{cases}$

$(\infty)^{-٢} = \frac{١}{\infty^{٢}} = \frac{١}{\infty} = ٠$

أوجد $\text{نهـا}_{س \to \infty} د(س)$ ، $\text{نهـا}_{س \to -\infty} د(س)$ لكل مما يأتي:

$د(س) = \frac{١}{س}$

باستخدام جدول النهايات

س	١	١٠	١٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠٠	← ∞
د(س)	١	٠,١	٠,٠١	٠,٠٠١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠٠١	٠,٠٠٠٠٠١	صفر

$\text{نهـا}_{س \to \infty} \frac{١}{س} =$ صفر

س	−١	−١٠	−١٠٠	−١٠٠٠	−١٠٠٠٠	−١٠٠٠٠٠	−١٠٠٠٠٠٠	س ← −∞
د(س)	−١	−٠,١	−٠,٠١	−٠,٠٠١	−٠,٠٠٠١	−٠,٠٠٠٠١	−٠,٠٠٠٠٠١	صفر

$\text{نهـا}_{س \to -\infty} \frac{١}{س} =$ صفر

نهـا $\frac{١}{س} = ٠$ ، نهـا $\frac{١}{س} = ٠$

$س \to +\infty$ ، $س \to -\infty$

$\text{نهـا}_{س \to \infty} \frac{م}{س} = ٠$

$\text{نهـا}_{س \to -\infty} \frac{م}{س} =$ صفر

$\text{نهـا}_{س \to \infty} \frac{م}{س^{٢}} =$ صفر

$\text{نهـا}_{س \to -\infty} \frac{م}{س^{٢}} =$ صفر

$\text{نهـا}_{س \to \infty} \frac{م}{س^{ن}} =$ صفر

$\text{نهـا}_{س \to -\infty} \frac{م}{س^{ن}} =$ صفر

ن موجبة

نتيجة ٢

لكل قيم ن > ٠، أ عدد حقيقي:

$$\text{نهـــا}_{س \to +\infty} \frac{أ}{س^{ن}} = ٠ ، \text{نهـــا}_{س \to -\infty} \frac{أ}{س^{ن}} = ٠$$

أوجِد كلًا مما يأتي:

أ $\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{٢س + ٩}{٥ - ٣س}$

ب $\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{٤س^{٢} + ٣}{٣س^{٢} + س}$

ج $\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{١٢س^{٤}}{س^{٣} - ٧س^{٤}}$

(أ) $\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{٢س + ٩}{٥ - ٣س}$ بالقسمة بسطاً ومقاماً على $س^{١}$

$= \text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{\frac{٢س}{س} + \frac{٩}{س}}{\frac{٥}{س} - \frac{٣س}{س}} = \text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{٢ + \frac{٩}{س}}{\frac{٥}{س} - ٣} = \frac{٢ + ٠}{٠ - ٣} = -\frac{٢}{٣}$

(ب) $\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{٤س^{٢} + ٣}{٣س^{٢} + س}$ بالقسمة بسطاً ومقاماً على $س^{٢}$

$= \text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{\frac{٤س^{٢}}{س^{٢}} + \frac{٣}{س^{٢}}}{\frac{٣س^{٢}}{س^{٢}} + \frac{س}{س^{٢}}} = \text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{٤ + \frac{٣}{س^{٢}}}{٣ + \frac{١}{س}} = \frac{٤ + ٠}{٣ + ٠} = \frac{٤}{٣}$

(ج) $\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{١٢س^{٤}}{س^{٣} - ٧س^{٤}}$ بالقسمة بسطاً ومقاماً على $س^{٤}$

$= \text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{\frac{١٢س^{٤}}{س^{٤}}}{\frac{س^{٣}}{س^{٤}} - \frac{٧س^{٤}}{س^{٤}}} = \text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{١٢}{\frac{١}{س} - ٧} = \frac{١٢}{٠ - ٧} = -\frac{١٢}{٧}$

أ $\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{٢س + ٩}{٥ - ٣س} = \frac{٢}{-٣} = -\frac{٢}{٣}$

ب $\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{٤س^{٢} + ٣}{٣س^{٢} + س} = \frac{٤}{٣}$

ج $\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{١٢س^{٤}}{س^{٣} - ٧س^{٤}} = -\frac{١٢}{٧}$

مما سبق نلاحظ أنه عندما تتساوى أكبر قوة في البسط مع أكبر قوة في المقام، فإن ناتج النهاية يساوي النسبة بين معامل أكبر قوة في البسط، ومعامل أكبر قوة في المقام.

أ أوجد نهاية كل دالة من الدالتين الآتيتين عندما $س \to \infty$:

١) $د(س) = \frac{٢س - ١}{٣س^{٢} + ٧}$

٢) $هـ(س) = \frac{٥س^{٣} + س}{س^{٢} + ٧}$

① $\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{٢س - ١}{٣س^{٢} + ٧}$ بالقسمة بسطاً ومقاماً على $س^{٢}$

$= \text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{\frac{٢س}{س^{٢}} - \frac{١}{س^{٢}}}{\frac{٣س^{٢}}{س^{٢}} + \frac{٧}{س^{٢}}} = \text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{\frac{٢}{س} - \frac{١}{س^{٢}}}{٣ + \frac{٧}{س^{٢}}} = \frac{٠ - ٠}{٣ + ٠} = \frac{٠}{٣} = ٠$

② $\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{٥س^{٣} + س}{س^{٢} + ٧}$ بالقسمة بسطاً ومقاماً على $س^{٢}$

$= \text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{\frac{٥س^{٣}}{س^{٢}} + \frac{س}{س^{٢}}}{\frac{س^{٢}}{س^{٢}} + \frac{٧}{س^{٢}}} = \text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{٥س + \frac{١}{س}}{١ + \frac{٧}{س^{٢}}} = \frac{\infty \times ٥}{١} = \infty$ غير موجودة

ب أوجد نهاية كل دالة من الدالتين الآتيتين عندما س ← −∞ :

١) ق(س) = $\frac{٥س - ٩س^{٢}}{٦س^{٢} + ٤}$

٢) ع(س) = $\frac{٦س^{٥} + ٣س - ٥}{س - ٣س^{٢} + ٨س^{٦}}$

٣) م(س) = $\frac{٧س^{٣} - ٧}{س^{٢} - ١}$

① نهـا $\frac{٥س - ٩س^{٢}}{٦س^{٢} + ٤}$ بالقسمة بسفا ومقاماً على س؟
س←−∞

= نهـا $\frac{\frac{٥س}{س^{٢}} - \frac{٩س^{٢}}{س^{٢}}}{\frac{٦س^{٢}}{س^{٢}} + \frac{٤}{س^{٢}}}$ = نهـا $\frac{\frac{٥}{س} - ٩}{٦ + \frac{٤}{س^{٢}}}$ = $\frac{-٩}{٦}$ = $\frac{-٣}{٢}$
س←−∞ س←−∞

② نهـا $\frac{٦س^{٥} + ٣س - ٥}{س - ٣س^{٢} + ٨س^{٦}}$ بالقسمة بسفا ومقاماً على س^٦
س←−∞

= نهـا $\frac{\frac{٦س^{٥}}{س^{٦}} + \frac{٣س}{س^{٦}} - \frac{٥}{س^{٦}}}{\frac{س}{س^{٦}} - \frac{٣س^{٢}}{س^{٦}} + ٨}$ = نهـا $\frac{\frac{٦}{س} + \frac{٣}{س^{٥}} - \frac{٥}{س^{٦}}}{\frac{١}{س^{٥}} - \frac{٣}{س^{٤}} + ٨}$ = $\frac{٠}{٨}$ = ٠
س←−∞ س←−∞

نهـا $\frac{٧س^{٣} - ٧}{س^{٢} - ١}$ بالقسمة بسفا ومقاماً على س؟
س←−∞

= نهـا $\frac{\frac{٧س^{٣}}{س^{٢}} - \frac{٧}{س^{٢}}}{\frac{س^{٢}}{س^{٢}} - \frac{١}{س^{٢}}}$ = نهـا $\frac{٧س - \frac{٧}{س^{٢}}}{١ - \frac{١}{س^{٢}}}$ = $\frac{-∞ \times ٧}{١}$ = −∞
س←−∞ س←−∞

= −∞ غير موجودة

لاحظ النتائج الآتية:

- إذا كانت أعلى قوة في البسط أكبر من أعلى قوة في المقام، فإن النهاية عندما س ← ±∞ تكون غير موجودة.
- إذا كانت أعلى قوة في البسط أقل من أعلى قوة في المقام، فإن النهاية عندما س ← ±∞ تساوي ٠ (صفرًا).

لتكن الدالة د(س) = $\frac{٤}{س}$ − س:

أ اكتب العبارة $\frac{٤}{س}$ − س في صورة نسبية.

ب بيّن أن نهـا $\frac{٤}{س}$ − س غير موجودة.
س←∞

أ د(س) = $\frac{٤}{س}$ − س

= $\frac{٤ - س^{٢}}{س}$

ب ① نهـا $\frac{٤ - س^{٢}}{س}$
س←∞

بالقسمة بسفا ومقاماً على س

نهـا $\frac{\frac{٤}{س} - س}{١}$
س←∞

= $\frac{-∞}{١}$ = −∞ غير موجودة

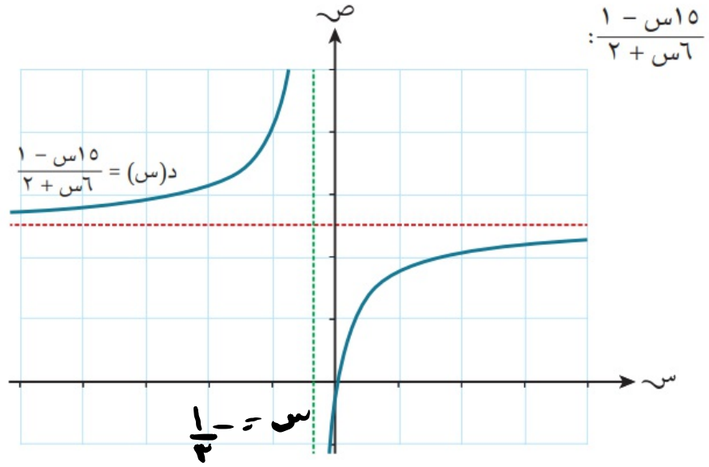
يبيّن الرسم المقابل منحنى الدالة د(س) = $\frac{١٥س - ١}{٦س + ٢}$:

أ أوجِد معادلة كلّ مما يأتي:

١) خط التقارب الرأسي.

٢) خط التقارب الأفقي.

ب تحقق من معادلة خط التقارب الأفقي باستخدام جدول القيم.



ب ١) $٦س + ٢ = ٠$

$٦س = -٢$

$س = -\frac{٢}{٦} = -\frac{١}{٣}$

خط التقارب الرأسي $س = -\frac{١}{٣}$

٢) $ص = \frac{١٥}{٦} = \frac{٥}{٢} = ٢,٥$

خط التقارب الافقي $ص = ٢,٥$

س	د(س) = $\frac{١٥س - ١}{٦س + ٢}$
٠	٠,٥-
١-	٤
١٠-	٢,٦٠٣
١٠٠-	٢,٥١٠
١٠٠٠-	٢,٥٠١

نهـا د(س) = ٢,٥
$س \to -\infty$

س	د(س) = $\frac{١٥س - ١}{٦س + ٢}$
٠	٠,٥-
١	١,٧٥
١٠	٢,٤٠٣
١٠٠	٢,٤٩٠
١٠٠٠	٢,٤٩٩

نهـا د(س) = ٢,٥
$س \to +\infty$

إذا علمت أن نهـا $\frac{١٠٠س^{٢} - ٧س}{٥ + (أس - ٣)^{٢}}$ = ٢٥، فأوجِد قيم أ .
$س \to \infty$

نهـا $\frac{١٠٠س^{٢} - ٧س}{٥ + ٩أ^{٢}س^{٢} - ٦أس + ٩}$ = ٢٥
$س \to \infty$

= نهـا $\frac{١٠٠س^{٢} - ٧س}{١٤ + أ^{٢}س^{٢} - ٦أس}$ = ٢٥
$س \to \infty$

∴ النهـاية موجودة = ٢٥

∴ النهاية $\frac{١٠٠}{أ^{٢}}$ = ٢٥

$٢٥ أ^{٢} = ١٠٠$

$أ^{٢} = ٤$

$أ = \pm\sqrt{٤}$

$أ = \pm ٢$

إذا علمت أن $\lim_{س \to \infty} \frac{٣س^{٥} - ٧س^{٣}}{\frac{ك س^{٥}}{٣} - ١٣} = ٦$، فأوجِد قيمة ك.

∵ النهاية موجود = ٦

∴ قيمة النهاية = $\frac{٣}{\frac{-ك}{٣}} = ٦$

$\frac{٦}{١} = \frac{٣ \times ٣}{-ك}$

$-٦ك = ٩$ $\quad ك = \frac{٩}{-٦} = \frac{٣}{-٢} = -١,٥$

اذا علمت أن $\lim_{س \to \infty} \frac{(م - ٢)س^{٣} + ب س^{٢} + ٥س}{٧ + ٥س^{٢}} = ٢$

أوجد قيمة م ، ب

∵ النهاية موجودة = ٢

∴ درجة البسط = درجة المقام

$م - ٢ = ٠$ $\quad م = ٢$

$\frac{ب}{٥} = ٢$

$ب = ١٠$

١ إذا علمت أن $\lim_{س \to \infty} \frac{٦ + ٢س - (ب س - ٣)^{٢}}{٩ - ٢س^{٢}} = ١٨$، فأوجد القيم الممكنة لـ ب.

$\lim_{س \to \infty} \frac{٦ + ٢س - (ب^{٢}س^{٢} - ٦ب س + ٩)}{٩ - ٢س^{٢}}$

$= \lim_{س \to \infty} \frac{٦ + ٢س - ب^{٢}س^{٢} + ٦ب س - ٩}{٩ - ٢س^{٢}} = ١٨$

$= \lim_{س \to \infty} \frac{-ب^{٢}س^{٢} + (٢ + ٦ب)س - ٣}{٩ - ٢س^{٢}} = ١٨$

∵ النهاية موجودة = ١٨

درجة البسط = درجة المقام

قيمة النهاية = $\frac{\text{معامل البواسى}}{\text{معامل البرأسى}}$

$\frac{-ب^{٢}}{-٢} = ١٨$

$ب^{٢} = ٣٦$

$ب = \pm\sqrt{٣٦} = \pm ٦$

إذا كانت $\lim_{س \to \infty} \frac{أ س^{٢} (س + ١)^{٤}}{(٣ - ٢س^{٣})^{٢}} = \frac{٣}{٢}$ ، فإن قيمة أ تساوي:

- ٦ ✓
- ٣
- ٣ -
- ٦ -

$$\frac{أ س^{٦}}{٤ س^{٦}} = \frac{٣}{٢}$$

$$أ = \frac{٣}{٢} \times ٤ = ٦$$

إذا كانت $\lim_{س \to \infty} \frac{(أ + ٤)س - (أ + ٢) س^{٣}}{(أ - ٢) س + ٥} = ب$ ، حيث أ ، ب $\in$ ح ، فإن قيمة ب تساوي:

- $\frac{٣}{٢}$
- $\frac{١}{٢}$
- $\frac{١}{٢}$ - ✓
- $\frac{٣}{٢}$ -

$$أ + ٢ = ٠$$

$$أ = -٢$$

$$\lim_{س \to \infty} \frac{٢ س}{-٤ س + ٥} = \frac{٢}{-٤} = -\frac{١}{٢}$$

إذا كان $\lim_{س \to \infty} \frac{(٣ + ٤س^{٢})^{٥}}{أ س^{ن} (٧ + ٣س^{٣})^{ن}} = -٤$ ، حيث ن $\in$ ص$^{+}$ ، أ $\in$ ح فأوجد قيمة كلاً من أ ، ن .

$$س^{١٠} = س^{١ + ٣ن}$$

$$١٠ = ١ + ٣ن$$

$$٩ = ٣ن$$

$$ن = ٣$$

قيمة النهاية $= -٤$

$$\frac{٥ أ}{أ} = -٤$$

$$أ = \frac{٥ أ}{-٤} = -٤ = -٥١٢$$