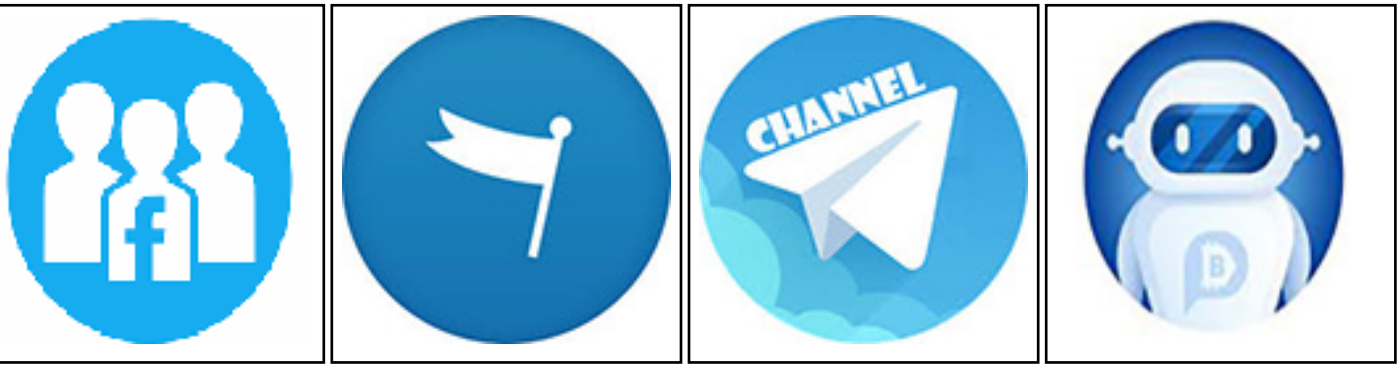
تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية

موقع المناهج العمانية

www.alManahj.com/om

الملف ملخص شرح دروس الوحدة الأولى الأسس واللوغاريتمات نسخة جديدة من كراسة الطالب

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر



روابط مواد الصف الثاني عشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات أساسية في الفصل الأول

1	دورة في الأساسيات حسب منهج كامبريدج

سيبقى ما كتبته ذكرى فيا ليت من قرأ خطي بالخير دعا

الرياضيات الأساسية

New ٢٠٢٤

فصل دراسي أول — سلطنة عمان

صف ١٢

كراسة الطالب

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية
alManahj.com/om

الوحدة الأولى

الأسس و اللوغاريتمات

إعداد : نصر حسنين

ت : ٧١٧٢٤١٢٥

ماذا نتعلم ؟

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

١-١ تفهم وتستخدم تعريف وقوانين وخصائص هـ^س، لط س وتحوّل بين الصيغتَين الأسّية واللوغاريتمية للأساس الطبيعي هـ

١-٢ تستخدم الحاسبة في إيجاد هـ^س، لط س

١-٣ تحل معادلات أسّية ولوغاريتمية باستخدام الأساس الطبيعي (فقط تلك التي يمكن تبسيطها إلى الصيغة الخطية).

١-٤ تفهم أن الدوال الأسّية والدوال اللوغاريتمية (لأي أساس) هي عكسية، وتفهم تمثيلهما البياني.

١-٥ تستخدم اللوغاريتم الطبيعي لتحويل دالة معطاة ص = ك س^ن، ص = ك × أ^(ب س + جـ) إلى الصيغة الخطية، وبالتالي إيجاد أعداد ثابتة مجهولة من خلال استخدام الميل و/أو المقطع الصادي.

الدرس الأول

١-١ الدالة الأسّية الطبيعية

بالتعويض في الصيغة الأسّية $أ^{س}$ عن قيمة أ بعدد أويلر (هـ) والذي يمثل القيمة التقريبية ٢,٧١٨٢٨، ينتج ما يسمى بالصيغة الأسّيّة الطبيعية وهي $هـ^{س}$ ، ويسمى العدد هـ بالأساس الطبيعي.

مثال توضيحي ١

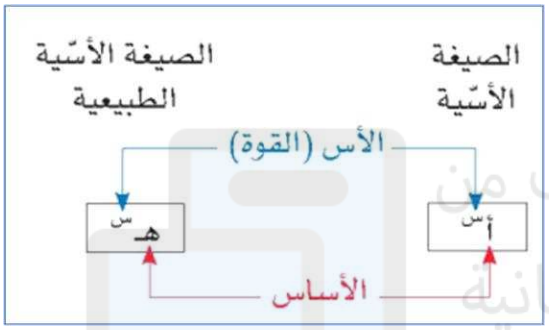
أكتب كلًا من العبارات الآتية في أبسط صيغة أسية:

أ) $هـ^{٧} \times هـ^{٤}$

ب) $هـ^{٧} \div هـ^{٤}$

ج) $هـ^{١٩} \times هـ^{-٦}$

د) $هـ^{١٣} \div هـ^{-٢}$



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om

مثال توضيحي ٢

استخدم القيم التقريبية $هـ^{٤}$ = ٥٤,٦، $هـ^{٦}$ = ٤٠٣,٤، لتقدير كل من القيمتين الآتيتين مقربة إلى أقرب عدد صحيح:

أ) $هـ^{١٠}$

ب) $هـ^{١٢}$

الحل

مثال توضيحي ٣

استخدم الحاسبة لإيجاد القيم الآتية مقربًا الناتج إلى أقرب ثلاث منازل عشرية:

أ $هـ^{-\frac{٤}{٣}}$

ب $هـ^{-٢} - هـ^{-٣}$

ج $\frac{١}{\sqrt[٣]{هـ^{٢}}}$

د $هـ^{٣} + هـ^{٢}$

الحل

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج العُمانية

درب نفسك

استخدم الحاسبة لإيجاد القيم الآتية مقربًا الناتج إلى أقرب ثلاث منازل عشرية:

أ $\sqrt{هـ}$

ب $\sqrt[٣]{هـ}$

ج $هـ^{-١,٦}$

د $هـ^{-٠,٠٩}$

الحل

الدالة الأسّية للأساس الطبيعي هـ

صيغة الدالة الأسّية هي د (س) = أ × ب^{س} ، حيث أ، ب ثابتان،

مثل د (س) = ٢^{س} ، د (س) = ٣ × ١٠^{س}

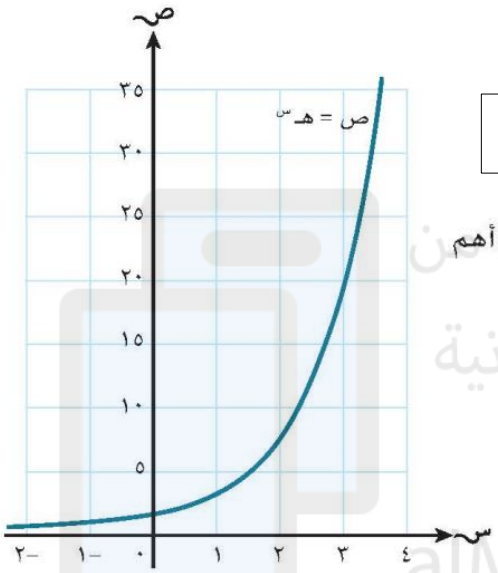
تسمى الدالة الأسّية التي أساسها هـ (عدد أويلر) بالدالة الأسّية الطبيعية د (س) = هـ^{س}

يوجد العديد من الدوال الأسّية الطبيعية، مثل د (س) = ٢هـ^{س} ، د (س) = $\frac{١}{٣}$ هـ^{س} ،

د (س) = ٧ − ٥ هـ^{س}

التمثيل البياني

يبيّن التمثيل البياني الآتي الدالة الأسّية الطبيعية د(س) = هـ^{س}



لاحظ أن المنحنى لا يلامس ولا يقطع المحور السيني أبدًا. يبيّن هذا الأمر إحدى أهم خصائص الدالة الأسّية الطبيعية، وهي أن د (س) > ٠ لكل قيم س

موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om

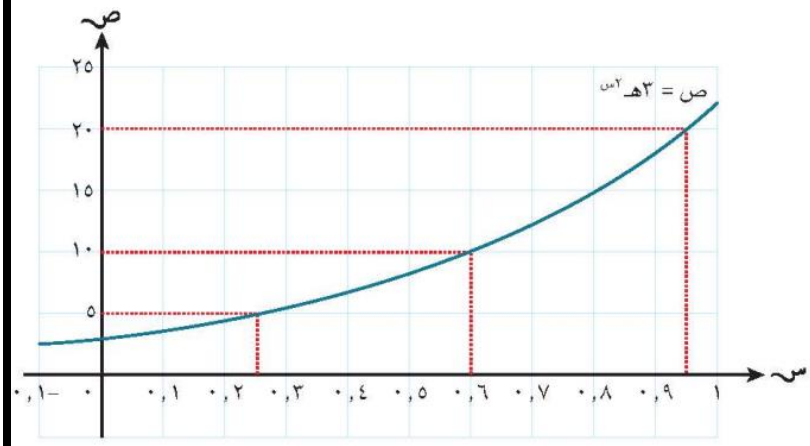
مثال توضيحي ٤

استخدم منحنى ص = د (س) حيث ص = ٣هـ^{٢س} لتقدير قيمة:

أ ٣هـ^{٢س} عندما س = ٠,٢٥

ب س عندما تكون ٣هـ^{٢س} = ٢٠

ج د (٠,٦)



الحل

الرياضيات الأساسية ١٢
بسطتها لك
أ. نصر حسنين

الواجب

١ استخدم الحاسبة لإيجاد القيم الآتية مقربة إلى أقرب ثلاث منازل عشرية:

أ $\sqrt{هـ + ١}$ ب $هـ^{-٢} + هـ^{-٣}$ ج $\frac{١}{\sqrt[٥]{هـ}}$

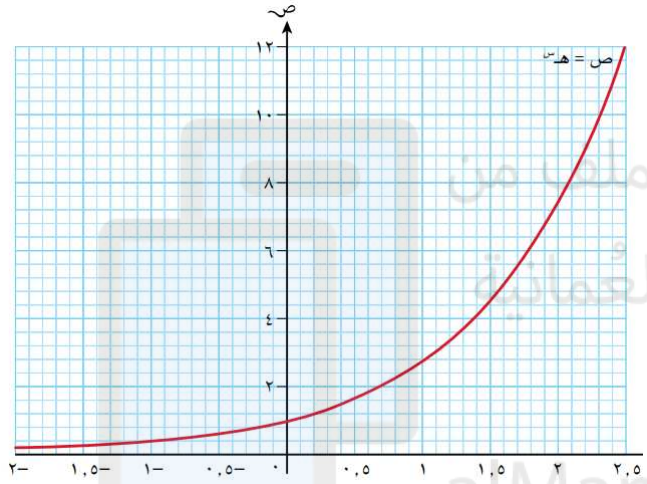
٢ يبيّن التمثيل البياني أدناه منحنى الدالة د(س) = $هـ^{س}$ في الفترة $-٢ \leq س \leq ٢,٥$

أ استخدم المخطط لتقدير القيم الآتية مقربة إلى أقرب منزلة عشرية واحدة:

١) د(١,٨) ٢) د(−٠,٥)

ب قدّر قيمة س، مقربة إلى أقرب منزلة عشرية، حيث:

١) د(س) = ٨ ٢) د(س) = ٥



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om

٣ يبيّن التمثيل البياني أدناه منحنى كل من الدالة د(س) = $هـ^{-س}$ والدالة ف(س) = $هـ^{س}$

أ استخدم منحنيَي الدالتَين لإيجاد القيمتَين الآتيتَين:

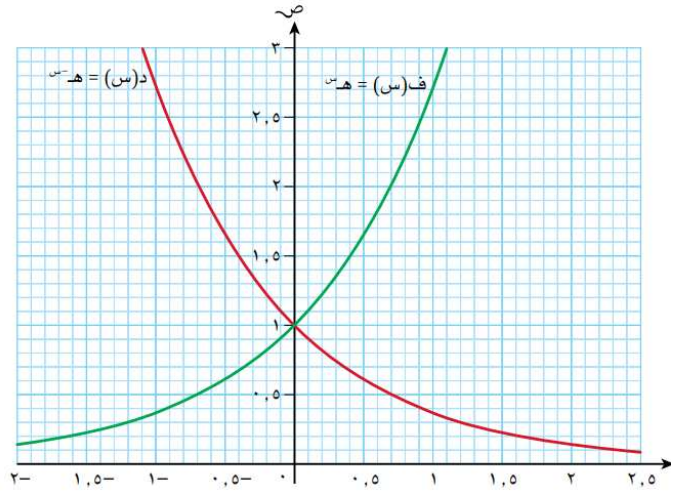
١) $هـ^{س} + هـ^{-س}$ عندما س = ٠

٢) $هـ^{س} - هـ^{-س}$ عندما س = ٠

ب استخدم منحنيَي الدالتَين لإيجاد الآتي

١) د(١) + ف(١)

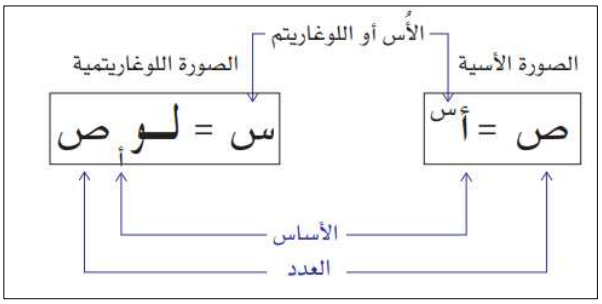
٢) د(٠,٥) − ف(٠,٥)



الدرس الثاني

١-٢ الدالة اللوغاريتمية الطبيعية ومعكوسها

تمهيد ١ : يلا بينا نتذكر التحويلات :



مثال ١

انسخ الجدول الآتي وأكمله:

الصيغة الأسية	$٢^{٤} = ١٦$		$٣^{-٢} = \frac{١}{٩}$	
الصيغة اللوغاريتمية		لـو$_{١٠}$ ١٠٠٠ = ٣		لـو$_{٩}$ $\frac{١}{٣} = \frac{١}{٢}$

مثال ٢ حل المعادلات اللوغاريتمية:

أوجد قيمة س ثم تحقق من الحل بإستخدام الحاسبة: لـو(س − ١١١) = ٣

الحل

تمهيد ٢ : يلا بينا نتذكر قوانين اللوغاريتمات :

قانون الضرب

لـو$_{أ}$ (س ص) = لـو$_{أ}$ س + لـو$_{أ}$ ص

قانون القسمة

لـو$_{أ}$ $\left(\frac{س}{ص}\right)$ = لـو$_{أ}$ س − لـو$_{أ}$ ص

قانون القوة

لـو$_{أ}$ س^{ن} = ن لـو$_{أ}$ س

أيضًا، باستخدام قانون القوة، لـو$_{أ}$ $\left(\frac{١}{س}\right)$ = لـو$_{أ}$ س$^{-١}$ = − لـو$_{أ}$ س

مثال أوجِد قيمة

أ ٣ لـو$_{٣}$ ٤ + لـو$_{٣}$ ٣

ب ٣ لـو$_{٥}$ ٦ − ٢ لـو$_{٥}$ ٨

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om

١-٢ الدالة اللوغاريتمية الطبيعية ومعكوسها

وعند استخدام عدد أويلر (هـ) كأساس للوغاريتم في الدالة اللوغاريتمية بحيث تكون د (س) = لـو$_{هـ}$ س ، فتسمى بالدالة اللوغاريتمية الطبيعية وتختصر إلى الصورة د (س) = لـط س

لإيجاد قيمة اللوغاريتم الطبيعي لط ٢ باستخدام الحاسبة يتم الضغط على المفاتيح ln | 2 | = | فتحصل على الناتج ٠,٧ لأقرب منزلة عشرية.

يلا نحل مع بعض

(١) استخدم الحاسبة لإيجاد القيم الآتية، مقربًا الناتج إلى أقرب ثلاث منازل عشرية إن أمكن:

أ) لط ١٣

ب) لط ٠,٥ + لط هـ

ج) هـ$^{\text{لط }١١}$ + هـ$^{\text{لط }٨}$

د) لط هـ^{٥} − لط هـ^{٢}

قوانين اللوغاريتم

لكل أ > ٠ ، س > ٠ ، ص > ٠ :

قانون الضرب: لط س ص = لط س + لط ص

قانون القسمة: لط $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ = لط س − لط ص

قانون القوة: لط أ$^{\text{س}}$ = س لط أ

هـ$^{\text{لط س}}$ = س ، لط $\frac{١}{\text{س}}$ = − لط س

الحل

(٢) بدون استخدام الحاسبة أوجد ناتج:

أ) لط هـ^{٥,٢} − لط هـ^{٣,٣}

ب) ٤لط هـ^{٧} + هـ$^{\text{٢لط٣}}$

ج) لط $\frac{٣}{٧}$ + لط $\frac{٧}{٣}$

الحل

تم تحميل هذا الملف من موقع المنهج العمانية
alManahj.com/om

٣ دون استخدام الحاسبة، أوجد القيم الآتية:

أ هـ لط ٤ ب ٣ هـ لط ٥ ج هـ $\frac{1}{2}$ لط ١٠٠

الحل

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om

٤ دون استخدام الحاسبة، أوجد القيم الآتية:

أ هـ لط ٩٩ ب هـ لط ١٧ – لط هـ ٦ ج هـ لط ١٢ – لط ٤

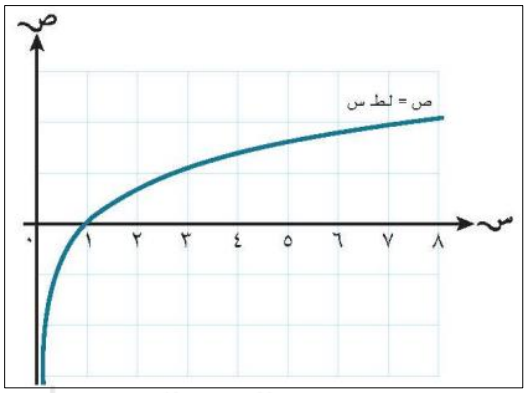
الحل

التمثيل البياني

يبيّن التمثيل البياني أدناه دالة اللوغاريتم الطبيعي

د (س) = لـط س

لاحظ أن المنحنى لا يلامس ولا يقطع المحور الصادي أبدًا.



هام جداً

يلخص الجدول أدناه هذه الخاصية وخصائص أخرى لدالة اللوغاريتم الطبيعي.

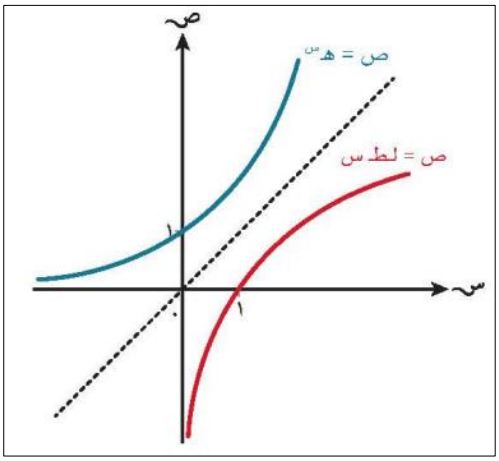
قيمة س	قيمة لـط س	ماذا يعني هذا؟
س > ٠	ليس لها وجود	لـط س غير معرفة لقيم س السالبة
س = ٠	ليس لها وجود	لـط س غير معرفة عند س = ٠
٠ < س < ١	لـط س < ٠	كلما اقتربت قيمة س من الواحد اقتربت قيمة لـط س من ٠
س = ١	لـط س = ٠	لـط ١ = ٠
س > ١	لـط س > ٠	كلما زادت قيمة س تزيد قيمة لـط س

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om

كلام مهم

المنحنيان (منحنيا الدالة الأسّية الطبيعية والدالة اللوغاريتمية الطبيعية) هما انعكاس أحدهما للآخر حول المستقيم ص = س

يعني هذا أن معكوس الدالة الأسّية الطبيعية هو دالة لوغاريتمية طبيعية، ومعكوس الدالة اللوغاريتمية الطبيعية هو دالة أسية طبيعية.



نتيجة ٣

بالنسبة إلى الأساس هـ:

- إذا كان د (س) = هـ^س ، فإن د^-١ (س) = لـط س
- إذا كان ف (س) = لـط س ، فإن ف^-١ (س) = هـ^س

١) ع (س) = هـ^٢س ⇦ ع^-١ (س) = $\frac{١}{٢}$ لـط س

٢) د (س) = لـط ٥س ⇦ د^-١ (س) = $\frac{١}{٥}$ هـ^س

الرياضيات الأساسية ١٢
بسطتها لك
أ. نصر حسنين

أمثلة توضيحية :

١ أوجد معكوس كل من هاتين الدالتين:

أ ع(س) = هـ^{٢س}

ب د(س) = لط ٥س

الحل

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج العمانية
alManahj.com/om

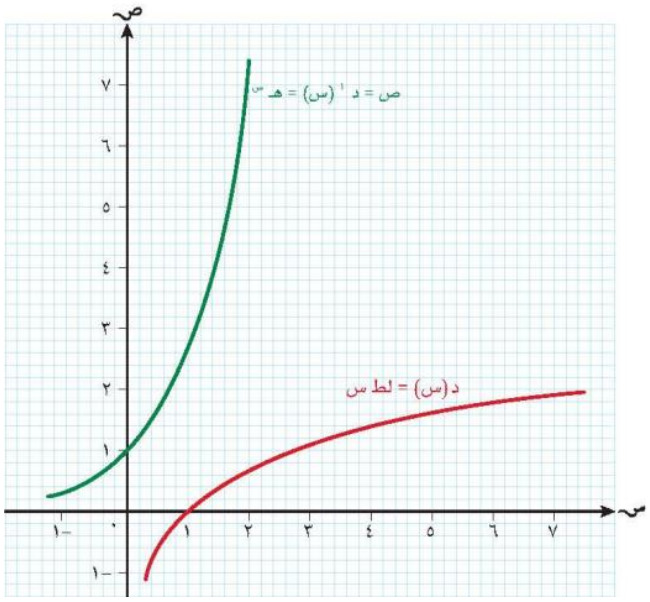
٢ يمثل التمثيل البياني الآتي منحنيي د(س) = لط س ومعكوسها د$^{-١}$(س) = هـ^{س}

أ استخدم المنحنيَين لتقدير قيمة كل من الآتي مقربًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية واحدة:

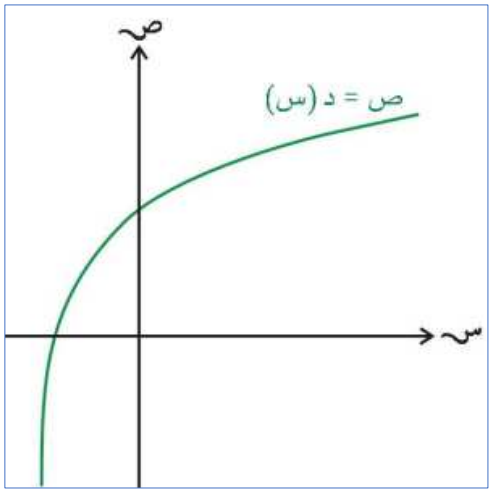
١) لط ٤,٥ ٢) لط $\frac{١}{٢}$ ٣) لط ١٢٥ ٤) هـ−لط ١

ب أُضيف مستقيم إلى التمثيل البياني أعلاه بحيث يمكن استخدامه لعكس منحنى ص = لط س حتى يقع على منحنى ص = هـ^{س}

ما هي معادلة هذا المستقيم؟

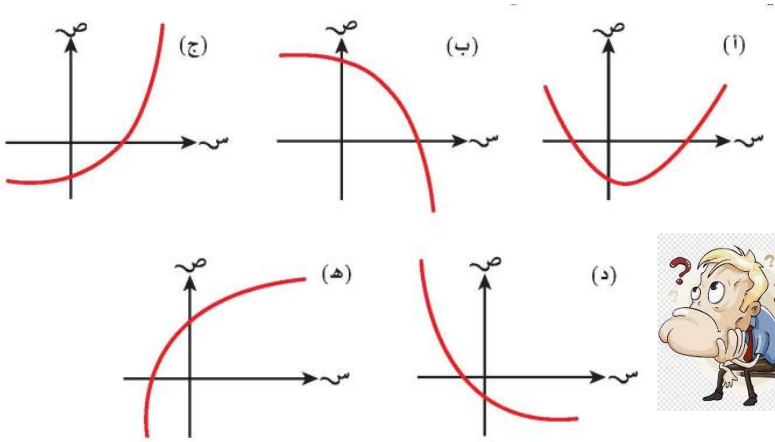


الحل



٣ التمثيل البياني الآتي لمنحنى الدالة ص = د (س)

أ أي التمثيلات الآتية: أ ، ب ، ج ، د ، هـ، يمكن أن يكون منحنى الدالة ص = د$^{-١}$ (س)؟



ب الدالة المبيّنة في التمثيل الأول هي د (س) = ٥ لط (س + ١٠)

أوجد قيمة د$^{-١}$ (٠)

الحل

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om

---

٤ أوجد معكوس كل من الدوال الآتية:

أ د (س) = $\frac{١}{٣}$ لط س

ب ف (س) = لط س^{٢}

الحل

الواجب

١ دون استخدام الحاسبة، أوجد القيمة الدقيقة لكل من:

ج هـ^(لط ٨ + ٢ لط هـ^١١)

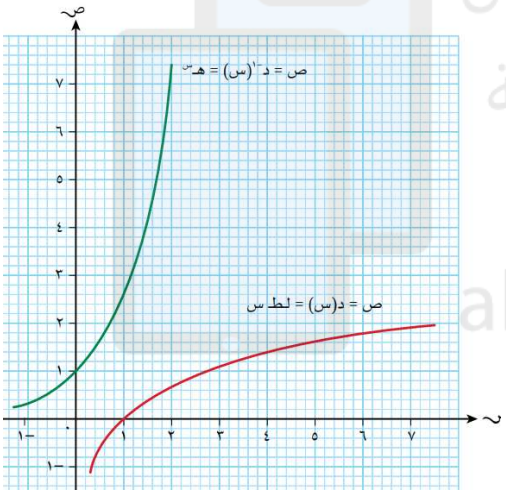
د لط $\sqrt[٤]{\text{هـ}}$ + لط $\sqrt[٥]{\text{هـ}}$

٢ **٧)** أوجِد معكوس كل من هاتَين الدالتَين:

أ د(س) = لط س − لط ٢

ب ف(س) = لط ٢ − لط س

٣ يبيّن التمثيل البياني الآتي جزأَين من منحنيي د(س) = لط س ومعكوسها د^(−١)(س) = هـ^س:



استخدم المنحنيين لتقدير قيمة كل من الآتي مقربة إلى أقرب منزلة عشرية واحدة:

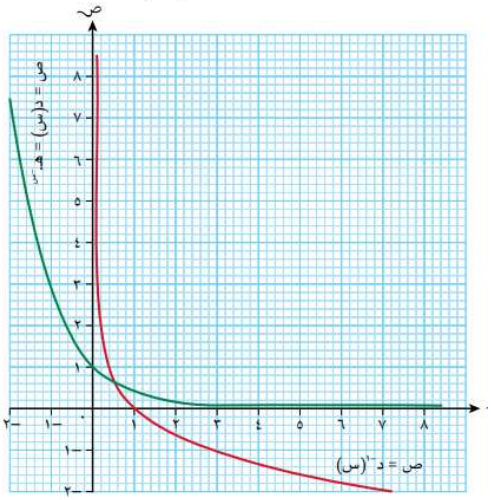
أ لط ٥,٥

ب لط $\frac{٣}{٢}$

ج لط ٣٦

د لط ٢ − هـ^٢

٤ يبيّن التمثيل البياني الآتي جزأَين من منحنيي الدالة ص = د(س) = هـ^(−س)، ومعكوسها ص = د^(−١)(س)



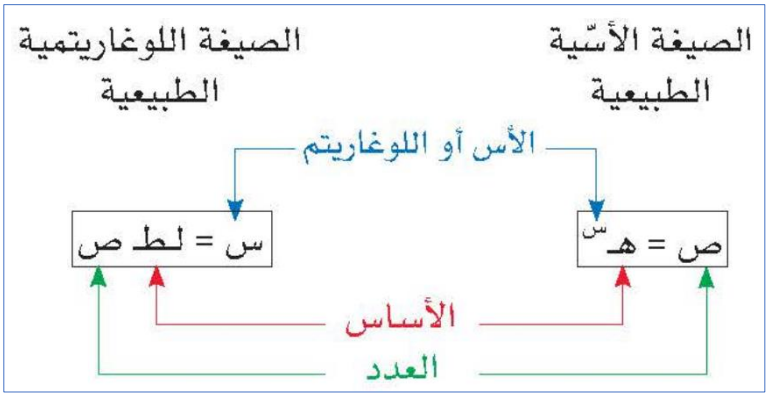
استخدم المنحنيَين لتقدير كل من القيمتَين الآتيتَين، مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية واحدة:

أ د(−١,٨)

ب −لط ٥,٤

الدرس الثالث

١-٣ الصيغة الأسّية والصيغة اللوغاريتمية للأساس هـ



مُساعدة

تذكر أن لطـ س = لـوهـ س

١ اكتب الآتي في صيغة اللوغاريتم الطبيعي:

أ) س = هـ^٧ ب) ص = هـ^-٢

الحل

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om

---

٢ اكتب الآتي في صيغة الأسّ الطبيعي:

أ) لطـ أ = ١١ ب) ٣ لطـ ب = -٤ ج) لطـ ٢ج = ٩

الحل

---

٢ اكتب س بدلالة اللوغاريتم الطبيعي، حيث:

١) هـ^س = ٥ ٢) ٢ هـ^٣س = ٧

الحل

الدرس الرابع

٤-١ حل المعادلات الأسّية واللوغاريتمية الطبيعية

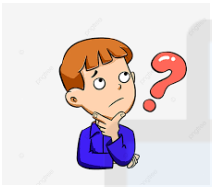
هام جداً

- لط (س + ٢) تعني اللوغاريتم الطبيعي لمجموع س و ٢

  لط س + ٢ تعني لط س مجموعًا إلى ٢، ومن الأوضح كتابته على الشكل ٢ + لط س
- لط (س − ٢) تعني اللوغاريتم الطبيعي للفرق بين س و ٢

  لط س − ٢ تعني ٢ مطروحًا من لط س، ومن الأوضح كتابته على الشكل −٢ + لط س

يعني خد المثال ده



حلّ المعادلات الآتية، مقربًا الناتج إلى منزلة عشرية واحدة.

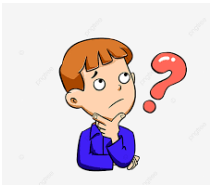
أ لط (س − ٥) = ٣

موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om

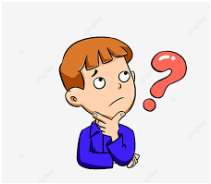
---

١ دون استخدام الحاسبة، حلّ كلًّا من المعادلات الآتية:

أ $هـ^{لط\ ٣س} = ٢١$ ب $٢\ هـ^{لط\ \sqrt{س}} = ٨$



الحل



٢ حل المعادلة هـ $^{٢س - ٣}$ = ٤هـ $^{س + ٧}$، بدلالة اللوغاريتم الطبيعي.

الحل

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج العمانية
alManahj.com/om

٣ ينتشر مرض بحيث يمكن حساب عدد الأشخاص المصابين ل من خلال الصيغة ل = ٥٠ × هـ ^{٠,١ن}، حيث ن عدد الأيام منذ ظهور أول حالة إصابة:

أ أوجد، مقربًا إلى أقرب عدد صحيح، عدد الأشخاص المصابين بعد:

١) ١٠ أيام

٢) ٢٠ يومًا

ب بعد كم يوم يصل عدد المصابين إلى ٥٠٠٠ شخص؟

ج من إجابتك للجزئية أ قارن عدد الإصابات الجديدة خلال فترة الـ ١٠ أيام الأولى مع عدد الإصابات الجديدة خلال فترة الـ ١٠ أيام الثانية.

الحل

الواجب

١

٣) حلّ المعادلات مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين:

أ $هـ^{س} = ١٨$ ب $هـ^{٢س} = ٢٥$ ج $هـ^{س+١} = ٨$

٢

٤) حلّ المعادلات الأسّية الآتية بدلالة اللوغاريتم الطبيعي:

أ $هـ^{س} = ١٣$ ب $هـ^{٣س} = ٧$ ج $هـ^{٢س+١} = ٦$

٣

٥) حلّ المعادلات الآتية مقربًا الناتج إلى أقرب ثلاثة أرقام معنوية:

أ لط س = ٥ ب لط س = −٤ ج لط (س − ٢) = −٣

٤

٦) حلّ المعادلتين الآتيتين:

أ ٢لط (٥ − س) = لط $س^{٢}$ ب لط $\sqrt{س} = \frac{٣}{٢}$

٥

حلّ المعادلات الأسّية الآتية بدلالة اللوغاريتم الطبيعي:

أ $\frac{هـ^{س}}{٣} = هـ^{٣}$ ب $هـ^{س} = \frac{هـ^{٢س+١}}{٥}$

٦

حلّ المعادلتين الآتيتين:

أ لط (٢ س − ١) = لط ٥س ب −١ + لط $\sqrt{س}$ = −٠,٣

٧

تتناقص الأعداد في مستعمرة حشرات بحيث يعطى عدد الحشرات (ل) من خلال الصيغة ل = ٥٠٠٠٠ × $هـ^{-٠,٠٢ن}$، حيث ن عدد الأيام منذ تسجيل عدد الحشرات لأول مرة.

أوجد، مقربًا إلى أقرب عدد صحيح، عدد الحشرات بعد:

أ ٥ أيام ب ٥٤ يومًا

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om

الدرس الرابع

١-٥ تحويل علاقة إلى صيغة خطية باستخدام اللوغاريتم الطبيعي

نتيجة ٤

بالنسبة إلى الثوابت أ، ب، ك، ن:

- يمكن تحويل العلاقة غير الخطية ص = ك أ^(ب س) إلى الصيغة الخطية ص~ = م س~ + جـ باستخدام ص~ = لط ص ، س~ = س
- يمكن تحويل العلاقة غير الخطية ص = ك س^ن إلى الصيغة الخطية ص~ = م س~ + جـ باستخدام ص~ = لط ص ، س~ = لط س

هام جداً

في جميع الأحوال، عند تحويل علاقة غير خطية إلى علاقة خطية في الصيغة ص~ = م س~ + جـ:

- يجب أن يتضمن المتغيّران س~ ، ص~ المتغيّرَين الأصليَّين س ، ص فقط، ويجب أن لا يتضمنا أيًا من الثوابت أ ، ب ، ك ، ن
- يجب أن يتضمن الثابتان م ، جـ الثوابت الأصلية أ ، ب ، ك ، ن فقط، ويجب أن لا يتضمنا أيًا من المتغيّرَين الأصليَّين س ، ص

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية
alManahj.com/om

---

١ حوّل العلاقة ص = س^٢ إلى الصيغة الخطية ص~ = م س~ + جـ ،
واكتب الميل والمقطع الرأسي للمستقيم الذي وجدته.

الحل

٢ حوّل العلاقة ص = $\frac{٤}{س^{٥}}$ إلى الصيغة الخطية صـ = م سـ + جـ
ثم أوجد الميل والمقطع الصادي.

الحل

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج العُمانية

٣ أوجد الميل (م) والمقطع الرأسي (جـ) لمنحنى المستقيم الذي ينتج من تحويل
ص = ٣ هـ ^{٢س} إلى الصيغة الخطية صـ = م سـ + جـ

alManahj.com/om

الحل

الواجب

١ بيّن أنه يمكن تحويل منحنى العلاقة ص = ٣ س^{٤} إلى مستقيم ميله ٤ ومقطعه لـط ٣

---

٢ استخدم اللوغاريتم الطبيعي لتحويل كل من المعادلات غير الخطية الآتية إلى الصيغة صـ = م سـ + جـ

حدد في كل حالة ما يمثله كل من المتغيرين صـ، سـ، واكتب القيمة الدقيقة للثابتين م ، جـ

أ ص = هـ$^{٣ - ٢س}$ ب ص = ٥ × ٣^{٢س} ج ص = ٣س$^{-١}$

---

٣ استخدم اللوغاريتم الطبيعي لتغيير كل من الصيغ غير الخطية الآتية إلى الصيغة صـ = م سـ + جـ

حدد في كل حالة ما يمثله كل من المتغيّرَين ص ، س ، واكتب القيمة الدقيقة للثابتَين م ، جـ

أ ص = هـ$^{٥س + ٣}$ ب ص = ٢س^{٣}

ج ص = ٧ × ٢^{س}

---

٤ أ ، ب ثابتان. استخدم اللوغاريتم الطبيعي لتحويل كل من المعادلات غير الخطية الآتية إلى الصيغة

صـ = م سـ + جـ

حدّد في كل حالة ما يمثله كل من المتغيّرَين صـ ، سـ ، وأيضًا ما يمثله الثابتان م ، جـ بدلالة أ و/أو ب:

أ ص = هـ$^{أس + ب}$ ب ص = أس^{ب}

ج ص = $\frac{أ}{س^{ب}}$

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om

دروسك في بيتك
متعة الرياضيات
أستاذ
نصر حسنين
ت: 71724125
الدراسة أونلاين

إلى اللقاء مع منصة بسطتهالك
هنحل كل أسئلة كتاب النشاط
بأبسط الطرق على قناة
الأستاذ : نصر حسنين
https://youtube.com/@user-gl٨ji٢sk٨n