شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

الملف إجابات كتاب النشاط

موقع المناهج ⇦ المناهج العمانية ⇦ الصف الخامس ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ الملف

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الخامس

روابط مواد الصف الخامس على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الخامس والمادة رياضيات في الفصل الأول

1	إجابات كتاب النشاط
2	إجابات كتاب النشاط
3	بنك أسئلة في وحدة الهندسة
4	نموذج إجابة الاختبار الرسمي لمحافظة (الداخلية)
5	نموذج إجابة الاختبار الرسمي لمحافظة (جنوب الباطنة)

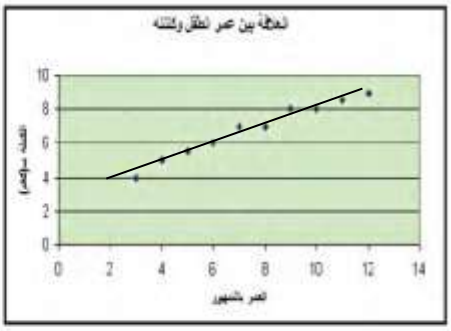
المحتويات:

م	عنوان الموضوع	رقم الصفحة
١	**الطريقة الاولى في حساب معامل ارتباط بيرسون**	١
٢	**خصائص معامل الارتباط**	٢
٣	**الطريقة الثانية في حساب معامل ارتباط بيرسون**	٣
٤	**معامل ارتباط الرتب (سبيرمان)**	٤
٥	**كيفية حساب مجموع مربعات فروق الرتب وتمارين عامة**	٥
٦	**معادلة انحدار ص على س وتكوينها بالطريقة الاولى**	٦- ٧
٧	**الطريقة الثانية في تكوين معادلة انحدار ص على س**	٨-٩
٨	**معادلة انحدار س على ص وتكوينها بالطريقة الاولى**	١٠
٩	**الطريقة الثانية في تكوين معادلة انحدار س على ص**	١١
١٠	**الخطأ في التنبؤ**	١٢
١١	**العلاقة بين معاملي خطي الانحدار ومعامل الارتباط**	١٢-١٣
١٢	**تمارين عامة**	١٣

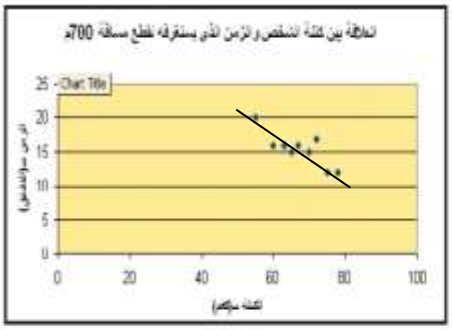
تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية
almanahj.com/om

موضوع الدرس: معامل ارتباط بيرسون

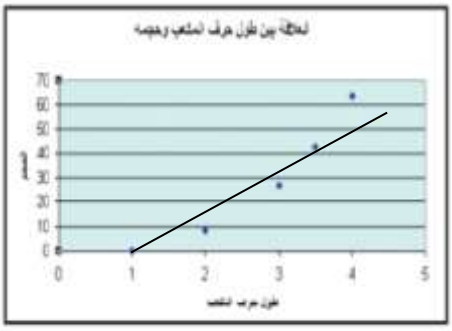
التعلم القبلي تعلمت سابقا في الصف العاشر كيف نوجد العلاقة بين متغيرين من خلال رسم خط الانتشار كما توضحه الأشكال التالية والذي من خلاله نستطيع تحديد نوع العلاقة (طردية – عكسية – لا توجد علاقة) وكذلك معرفة درجة العلاقة (تامة– قوية – متوسطة – ضعيفة – منعدمة)



(١)



(٢)



(٣)

ونلاحظ أنه في الشكل (١) بزيادة العمر تزيد الكتلة لذلك نقول أن العلاقة بينهما **طردية** والنقاط قريبة من خط الانتشار فالعلاقة بينهما **قوية**

س١: ما نوع العلاقة بين الكتلة والزمن في الشكل (٢)؟ ..... س٢ : ما درجة العلاقة بين الكتلة والزمن في الشكل (٢) ؟ .....

س٣ : ما نوع ودرجة العلاقة بين طول ضلع المكعب وحجمه في الشكل (٣)؟ ..... (أكمل)

وتوجد هنالك طريقة أخرى أكثر دقة أ لتحديد نوع العلاقة ودرجتها بين متغيرين من خلال حساب معامل الارتباط.

 # معامل ارتباط بيرسون

الطريقة الاولى: نستخدم القانون

$$ر = \frac{\sum_{ي=1}^{ن} (س_ي - \overline{س})(ص_ي - \overline{ص})}{\sqrt{\sum_{ي=1}^{ن} (س_ي - \overline{س})^2 \sum_{ي=1}^{ن} (ص_ي - \overline{ص})^2}} \quad (١)$$

حيث ر = معامل ارتباط بيرسون ، $\overline{س}$ = الوسط الحسابي لقيم المتغير س ، $\overline{ص}$ = الوسط الحسابي لقيم المتغير ص ، ن = عدد القيم.

مثال (١) **الجدول التالي يوضح العلاقة بين عدد الرقائق اللازمة لكتابة عدد من الكلمات الانجليزية باستخدام الحاسوب**

عدد الكلمات (س)	٣٢	٥٠	٦١	٧٣	٨٤
عدد الدقائق (ص)	٢	٣	٤	٥	٦

الحـــل **احسب معامل ارتباط بيرسون.**

*نكون الجدول التالي

س	ص	س- $\overline{س}$	ص - $\overline{ص}$	(س- $\overline{س}$)^2	(ص- $\overline{ص}$)^2	(س- $\overline{س}$) (ص- $\overline{ص}$)
٣٢	٢	٣٢-٦٠=-٢٨	٢-٤=-٢	(-٢٨)^2= ٧٨٤	(-٢)^2= ٤	-٢٨×-٢ = ٥٦
٥٠	٣	٥٠-٦٠=-١٠	٣-٤=-١	(-١٠)^2 = ١٠٠	(-١)^2= ١	-١٠×-١ =١٠
٦١	٤	٦١-٦٠=١	٤-٤=٠	١^2 = ١	(٠)^2=٠	١×٠ =٠
٧٣	٥	٧٣-٦٠=١٣	٥-٤=١	١٣^2 = ١٦٩	١^2 = ١	١٣×١ = ١٣
٨٤	٦	٨٤-٦٠=٢٤	٦-٤=٢	٢٤^2 = ٥٧٦	٢^2 = ٤	٢٤×٢ = ٤٨
٣٠٠	٢٠	صفر	صفر	١٦٣٠	١٠	١٢٧

*نوجد كلا من

$\overline{س}$ = ٣٠٠ ÷ ٥ = ٦٠

$\overline{ص}$ = ٢٠ ÷ ٥ = ٤

* نعوض في القانون أعلاه

$$ر = \frac{١٢٧}{\sqrt{(١٠ \times ١٦٣٠)}}$$

$$ر = \frac{١٢٧}{١٢٧,٦٧} \simeq ٠,٩٩$$

 # خصائص معامل الارتباط

أ) قيمة معامل الارتباط محصورة من -١ إلى +١

ب) بالنسبة لنوع الارتباط

*** إذا كان معامل الارتباط موجباً دل على أن هنالك علاقة طردية بين المتغيرين**

*** إذا كان معامل الارتباط سالباً دل على أن هنالك علاقة عكسية بين المتغيرين**

جـ) بالنسبة لدرجة الارتباط

قيمة معامل الارتباط	درجة الارتباط	نطاق القيم
ر=١	ارتباط تام	ر= -١ نقول أن الارتباط عكسي تام
٠,٦٠< ر ≤ ٠,٩٩	ارتباط قوي	من ر= ٠,٦١ إلى ر= ٠,٩٩ ارتباط قوي
٠,٤٠< ر ≤ ٠,٦٠	ارتباط متوسط	من ر= ٠,٤١ إلى ر= ٠,٦٠ ارتباط متوسط
٠,٠٠< ر ≤ ٠,٤٠	ارتباط ضعيف	من ر= ٠,٠١ إلى ر= ٠,٤٠ ارتباط ضعيف
ر = ٠	لا يوجد ارتباط	

تدريب (١) حدد نوع ودرجة الارتباط بين طول ضلع المكعب (ل) وحجمه (ح).

طول الضلع (ل)	١	٢	٣	٤
حجم المكعب (ح)	١	٨	٢٧	٦٤

الحـــــل " أكمل الجدول أدناه وقم بالحسابات المطلوبة "

* أكمل $\overline{ل} = \frac{.....}{.....} = ٢,٥$ $\overline{ح} = \frac{.....}{٤} = ...$

ل	ح	ل - $\overline{ل}$	ح - $\overline{ح}$	(ل - $\overline{ل}$)^{٢}	(ح- $\overline{ح}$)^{٢}	(ل- $\overline{ل}$) × (ح- $\overline{ح}$)
	١	١,٥-			٥٧٦	
٢			١٧-			٨,٥
	٢٧	٠,٥		٠,٢٥		
				٢,٢٥		٥٨,٥
١٠			صفر			

$$ر = \frac{\sum(ل - \overline{ل}) \times (ح - \overline{ح})}{\sqrt{\sum(ل - \overline{ل})^{٢} \times \sum(ح - \overline{ح})^{٢}}} = \frac{.....}{\sqrt{(٥ \times .....}}$$

$$= \frac{.....}{.....} = ...$$ " قرب الناتج لأقرب جزء من مائة "

∴ العلاقة بين المتغيرين (ل) و (ح) هي علاقة .... " تأمل الشكل (٣) وقارن بين معامل الارتباط وخط الانتشار "

تمرين (١) الجدول التالي يوضح العلاقة بين عدد المخالفات المرورية (س) وعدد الحوادث الناتجة (ص) خلال ٦ أيام في مدينة ما

عدد المخالفات (س)	٢	٣	٥	٧	٨	١١
عدد الحوادث (ص)	٨	٧	٥	٥	٣	٢

اوجد نوع ودرجة الارتباط بين س ، ص.

موضوع الدرس: تابع معامل ارتباط بيرسون

الطريقة الثانية:

* في بعض البيانات يكون المتوسط الحسابي $\bar{س}$ عددا غير صحيح مما يعقد قليلاً العمليات الحسابية عند حساب معامل ارتباط بيرسون لذلك يمكن استخدام العلاقة الآتية لحساب معامل ارتباط بيرسون:

$$ر = \frac{ن \sum س ص - \sum س \sum ص}{\sqrt{[ن \sum س^{٢} - (\sum س)^{٢}] [ن \sum ص^{٢} - (\sum ص)^{٢}]}} \quad (٢)$$

مثال (٢)

الجدول التالي يوضح العلاقة بين عدد المخالفات المرورية (س) وعدد الحوادث الناتجة (ص) وخلال ٦ أيام في مدينة ما

عدد المخالفات (س)	٢	٣	٥	٧	٨	١١
عدد الحوادث (ص)	٨	٧	٥	٥	٣	٢

اوجد نوع ودرجة الارتباط بين س ، ص.

الحـــل

س	ص	س^{٢}	ص^{٢}	س × ص
٢	٨	٤	.....	.....
٣	٧	.....	٤٩	.....
٥	.....	٢٥	.....	٢٥
.....	٥	.....	.....	.....
٨	٣	٦٤	٩	.....
١١	.....	.....	.....	.....
.....	٣٠	٢٧٢	.....	١٤٣

$$ر = \frac{٦ \times ١٤٣ - ٣٠ \times ٣٦}{\sqrt{[٦ \times ٢٧٢ - (٣٦)^{٢}] [٦ \times ١٧٦ - (٣٠)^{٢}]}}$$

$$ر = \frac{٨٥٨ - ١٠٨٠}{\sqrt{[٣٣٦] \times [١٥٦]}} = \frac{-٢٢٢}{\sqrt{٥٢٤١٦}}$$

∴ ر ≃ -٠,٩٧ يوجد ارتباط عكسي قوي بين س ، ص

" قارن بين النتيجة التي حصلنا عليها في مثال(٢) أعلاه والنتيجة التي توصلت إليها في التمرين (١) بالصفحة (٢) " ماذا تلاحظ؟

تدريب (٢) " حل تدريب رقم (٥) صفحة ٤٣"

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

السعر س	الكمية ص	س^{٢}	ص^{٢}	س × ص
١٥	١			
١٣	٢			
١١	٣			
٩	٥			
٧	٨			

تمرين (٢) يوضح الجدول الآتي نتائج دراسة العلاقة بين متغيرين س ، ص لعينة مكونة من تسعة أشخاص:

	س	ص	س^{٢}	ص^{٢}	س ص
المجموع	٤٠	٤٨	٢٥٤	٣٤٠	٢٨٩

احسب معامل ارتباط بيرسون

موضوع الدرس: معامل ارتباط سبيرمان

س: متى يستخدم معامل ارتباط سبيرمان وكيف ؟

يستخدم لتحديد نوع ودرجة العلاقة بين متغيرين عدديين أو غير عدديين كان يتم إعطائه صفات او تقديرات مثل (جيد – كثير – قليل - نادر - .. الخ) بحيث ترتيب تلك القيم أو الصفات او التقديرا ت بشكل تنازلي أو تصاعدي للمتغيرين المراد حساب معامل الارتباط بينهما وبعد تحويلها الى صيغ عددية يسهل حينها حساب معامل الارتباط ، لذلك فإنه يسمى معامل ارتباط سبيرمان بمعامل ارتباط الرتب و يحسب بالقانون التالي :

$$ر = ١ - \frac{٦ \sum ف_ي^٢}{ن (ن^٢ - ١)}$$

حيث $ف_ي$ = الفرق بين كل رتبتين متناظرتين

ن = عدد القيم

مثال (٣) فيما يلي تقديرات ٧ طلاب في التقرير الوصفي لمادتي الرياضيات والحاسوب

تقديرات مادة الرياضيات (س)	ممتاز	مقبول	ضعيف	جيد جدا	جيد جدا	جيد	ممتاز
تقديرات مادة الحاسوب (ص)	جيد جدا	مقبول	مقبول	ممتاز	جيد جدا	ممتاز	جيد جدا

احسب معامل ارتباط سبيرمان وبين نوع الارتباط ودرجته

الحـل

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	$ف^٢$
١ ممتاز	٣ جيد جدا	$\frac{٢+١}{٢} = \frac{٣}{٢} = ١,٥$	$\frac{٣+٤+٥}{٣} = \frac{١٢}{٣} = ٤$	١,٥ - ٤ = ٢,٥-	$(-٢,٥)^٢ = ٦,٢٥$
٦ مقبول	٦ مقبول	٦	$\frac{٦+٧}{٢} = \frac{١٣}{٢} = ٦,٥$	٦,٥ - ٦ =٠,٥-	$(-٠,٥)^٢ = ٠,٢٥$
٧ ضعيف	٧ مقبول	٧	٦,٥	٧ - ٦,٥ = ٠,٥	$٠,٥^٢ = ٠,٢٥$
٣ جيد جدا	١ ممتاز	$\frac{٤+٣}{٢} = \frac{٧}{٢} = ٣,٥$	$\frac{٢+١}{٢} = \frac{٣}{٢} = ١,٥$	٣,٥ - ١,٥ =٢	$٢^٢ = ٤$
٤ جيد جدا	٤ جيد جدا	٣,٥	٤	٣,٥ - ٤ = ٠,٥-	$(-٠,٥)^٢ = ٠,٢٥$
٥ جيد	٢ ممتاز	٥	١,٥	٥ - ١,٥ = ٣,٥	$٣,٥^٢ = ١٢,٢٥$
٢ ممتاز	٥ جيد جدا	١,٥	٤	١,٥ - ٤ = ٢,٥-	$(-٢,٥)^٢ = ٦,٢٥$
	المجموع				٢٩,٥

$$ر = ١ - \frac{٦ \times \sum ف^٢}{ن \times (ن^٢ - ١)} = ١ - \frac{٦ \times ٢٩,٥}{٧ \times (٤٩ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{١٧٧}{٣٣٦}$$

$$= ١ - ٠,٥٣ \simeq ٠,٤٧$$

∴ الارتباط بين س ، ص طردي متوسط

تدريب (٣)

بين الجدول المقابل تقديرات اللياقة البدنية (س) لخمسة أشخاص حسب كتلة كل منهم (ص) بالكغم .
بين نوع ودرجة الارتباط.

تقدير اللياقة	عالية	متوسطة	منخفضة	متوسطة	منخفضة جدا
الكتلة	٦٥	٧٥	٨٥	٨٠	٨٥

ملاحظات : ١) مجموع مربعات فروق الرتب $\sum ف^2 = ن \times (ن^2-1)(1-ر) \div 6$ ، ن = عدد القيم ، ر = معامل الارتباط

٢) يمكن حساب معامل ارتباط بيرسون بين متغيرين باستخدام برنامج أكسل من خلال الدالة correl

تمرين (٣) أولا : اختر الصواب من بين البدائل المعطاة

١) إذا كان مجموع مربعات فروق الرتب بين المتغرين س ، ص لثمان قيم يساوي ٤٢ ، فإن معامل الارتباط بين المتغيرين يساوي :

أ) ٠,٥ ب) ٠,٠٨ ج) $^-$٠,٠٨ د) $^-$٠,٥

٢) إذا كان معامل ارتباط الرتب بين خمس قيم للمتغيرين س ، ص يساوي ٠,٨٥ فإن مجموع مربعات فروق الرتب يساوي:

☐ ١٨ ☐ ٣-
☐ ٣ ☐ ١٨

٣) إذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص يساوي – ٠,٦ فإن $\sum_{ي=١}^{٥} ف_ي^2$ =

☐ ٨ ☐ ٣٢
☐ ٤٨ ☐ ١٩٢

٤) إذا كان معامل الارتباط بين متغيرين يساوي ٠,٠٢ فإن نوع الارتباط ودرجته يكون:

☐ عكسي ضعيف. ☐ عكسي متوسط.
☐ طردي ضعيف. ☐ طردي متوسط.

٥) إذا كان معامل ارتباط الرتب بين ست قيم للمتغيرين س ، ص عكسياً تاماً، فإن مجموع مربعات فروق الرتب يساوي:

☐ ٣٥ ☐ ٣٦
☐ ٧٠ ☐ ٧٢

٦) إذا كان معامل ارتباط سبيرمان (ر) بين متغيرين يُعطى بالعلاقة: $ر = ١ - \frac{٦ \times ١٢٣}{١٠ - ١٠٠٠}$ ، فإن عدد القيم لكلا المتغيرين يساوي:

☐ ٦ ☐ ١٠ ☐ ٩٩ ☐ ١٠٠

٧) معامل الارتباط الضعيف من البدائل الآتية هو:

☐ ٠,٨- ☐ ٠,٦-
☐ ٠,٣ ☐ ٠,٥

ثانيا : توضح البيانات الآتية عدد المرضى الذين جاءوا إلى مركز صحي بإحدى المناطق في الفترة الصباحية، وما صرف لهم من زجاجات الأدوية في هذه الفترة لمدة ٥ أيام :

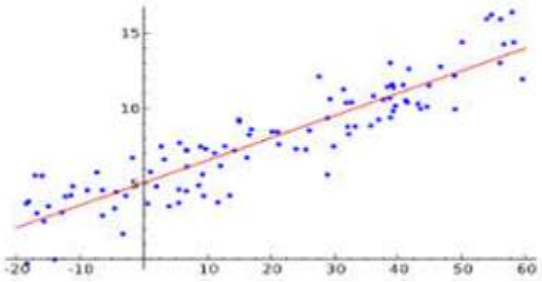
عدد المرضى (س)	٢٥	٣٠	٢٠	٤٠	٢٢
عدد زجاجات الأدوية المصروفة (ص)	٤٨	٣٥	٢٢	٤٥	٢٤

احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين س ، ص مع بيان نوع الارتباط ودرجته.

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العُمانية
almanahj.com/om

معادلة الانحدار

جاء مفهوم الانحدار من قبل العالم الانجليزي جالتون (١٨٢٢-١٩١١م) في أبحاثة حول تحديد علاقة أطوال الأبناء بأطوال آبائهم ومن ثم تم تحديد بعض العلاقات التي قادت الى رسم أفضل خط انتشار يمر بأكبر عدد من النقاط و تحديد معادلته والتي تأتي على نوعين هما:-



أولا : معادلة انحدار ص على س

*الصورة العامة لها | ص = أ س+ ب | يسمى ص بالمتغير التابع ، س المتغير المستقل ، أ معامل انحدار ص على س ، ب الحد الثابت

*وظيفتها : التنبؤ (تقدير) قيمة المتغير ص إذا علمت قيمة المتغير (س) ، وهنالك هامش للخطأ عندما لا تقع جميع النقاط على خط الانحدار

مثال(١): إذا كانت ص = ٠,٦٣ س + ٢,٥ هي معادلة انحدار كتلة الطفل(ص) بالكغم على العمر (س) بالأشهر، فاجب عما يلي:-

١) ما هو المتغير المستقل ؟ ..... ٢) ما المتغير التابع ؟ ..... ٣) ما قيمة معامل الانحدار ؟ ..... " أكمل"

٤) فما كتلة الطفل المتوقعة عندما يكون عمره سنة ونصف؟

الحـل : ٤) ∵ العمر (س) = سنة ونصف = ١,٥× ١٢ = ١٨ شهر "لماذا تم التحويل من سنوات إلى أشهر؟ "

∴ الكتلة (ص) = ٠,٦٣ × ١٨ + ٢,٥ = ١٣,٨٤ كغم

تدريب(١) : إذا كانت ص = ٠,٥٦ س + ٤٧,٤ تمثل معادلة انحدار الانفاق (ص) على الدخل الشهري (س) بالريال، لعينة من الاشخاص في أحد الشهور، فكم يكون الانفاق المتوقع بالريال لشخص منهم دخله الشهري ٣٦٠ ريالاً ؟

أ) ١٧٥ ب) ٢٠١ جـ) ٢٤٩ د) ٣١٢ " اخر الصواب "

تكوين معادلة خط انحدار ص على س (ص= أ س + ب)

الطريقة الاولى يمكن كتابة المعادلة بعد حساب قيمة كلا من أ ، ب من خلال العلاقات التالية:-

$$* \text{ أ} = \frac{ع_{ص}}{ع_{س}} \times ر \quad \text{حيث } ع_{ص} \text{ (الانحراف المعياري لقيم ص)} = \sqrt{\frac{\sum (ص - \overline{ص})^2}{ن}}$$

$$ع_{س} \text{ (الانحراف المعياري لقيم س)} = \sqrt{\frac{\sum (س - \overline{س})^2}{ن}} \quad ، ر = \text{معامل الارتباط بين س، ص.}$$

$$* \text{ ب} = \overline{ص} - \text{أ } \overline{س} \quad \text{حيث } \overline{ص} = \text{المتوسط الحسابي لقيم ص} \quad ، \quad \overline{س} = \text{المتوسط الحسابي لقيم س.}$$

مثال (٢) : في مصنع إنتاج الملابس الجاهزة ، تعتمد إنتاجيته لعدد القطع الجاهزة (ص) على عدد ساعات العمل (س)

١) أوجد معادلة خط انحدار ص على س إذا علمت أن: $\overline{س}$ = ١٢ ، $\overline{ص}$ = ٩ ، ع س = ٣ ، ع ص = ٢ ، ر = ٠,٦

٢) كم تتوقع عدد قطع الملابس الجاهزة إذا بلغت عدد ساعات العمل ١٦٢ ساعة

الحـل : ١) ∵ معادلة خط انحدار ص على س هي ص = أ س + ب

$$\because أ = \frac{ع_{ص}}{ع_{س}} \times ر = \frac{٢}{٣} \times ٠,٦ = ٠,٤ \quad ، \quad ب = \overline{ص} - أ\,\overline{س} = ٩ - ٠,٤ \times ١٢ = ٤,٢$$

∴ ص = ٠,٤ س + ٤,٢

٢) اذا كانت عدد ساعات العمل (س) = ١٦٢ فإن عدد الملابس الجاهزة (ص) = ٠,٤ ×١٦٢ + ٤,٢ = ٦٩ قطعة

سؤال : ما العلاقة بين (أ)= معامل انحدار ص على س و (ر) معامل الارتباط بين س ، ص ؟ " فكر"

.....

تدريب (٢): إذا كانت ع س = $\frac{١}{٢}$ ع ص ، ر = $\frac{٣}{٤}$ ، $\overline{س}$ = $\overline{ص}$ = ٥ ، فأي مما يلي يمكن أن تكون معادلة انحدار ص على س ؟

أ) ص= $\frac{٣}{٢}$ س + $\frac{٥}{٢}$ ب) ص= $\frac{٣}{٨}$ س + $\frac{٥}{٢}$ ج) ص = $\frac{٣}{٢}$ س - $\frac{٥}{٢}$ د) ص = $\frac{٣}{٨}$ س- $\frac{٥}{٢}$

.....

.....

.....

.....

.....

تمرين(١) : إذا كانت ص = ٠,١٥ س + ٣,٤ تمثل معادلة انحدار ص على س ، وكان الانحراف المعياري ع س = ٤ ، ع ص = ٣

فأوجد معامل الارتباط بين س ، ص ؟

.....

.....

.....

.....

تابع :تكوين معادلة خط انحدار ص على س (ص= أ س + ب)

الطريقة الثانية تسمى طريقة المربعات الصغرى (least Square Method) وتعتمد على تقليل انحرافات النقاط عن خط الانتشار لأصغر قيمة ممكنة من أجل الحصول على أفضل خط انحدار ، و يتم حساب قيمة كلا من أ ، ب بالعلاقات التالية:-

$$أ = \frac{ن \Sigma س ص - \Sigma س \Sigma ص}{ن \Sigma س^{٢} - (\Sigma س)^{٢}} \quad ، \quad ب = \frac{\Sigma ص - أ \Sigma س}{ن}$$

مثال (٣) : الجدول التالي يوضح العلاقة بين متوسط سعر برميل النفط (س) ومعدل النمو الاقتصادي (ص) في احدى الدول خلال خمس سنوات

س	٢٣	٤٠	٣٦,٢	٣١,١	٢٩,٧
ص	٠,٩١	٣,٥	٣,٣٩	٢,٧	٢,٥

أوجد ما يلي

١) معادلة خط انحدار معدل النمو الاقتصادي على متوسط سعر النفط

٢) قدّر معدل النمو الاقتصادي في تلك الدولة اذا بلغ متوسط سعر برميل النفط ٥٠

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om

الحـل : نلاحظ أن ن =٥ ، Σ س = ١٦٠

متوسط سعر البرميل (س)	معدل النمو الاقتصادي (ص)	س^{٢}	س × ص
٢٣	٠,٩١	٥٢٩	٢٠,٩٣
٤٠	٣,٥	١٦٠٠	١٤٠
٣٦,٢	٣,٣٩	١٣١٠,٤٤	١٢٢,٧١٨
٣١,١	٢,٧	٩٦٧,٢١	٨٣,٩٧
٢٩,٧	٢,٥	٨٨٢,٠٩	٧٤,٢٥
١٦٠	١٣	٥٢٨٨,٧٤	٤٤١,٨٦٨

Σ ص = ١٣ ، Σ س^{٢} =٥٢٨٨,٧٤ ، Σ س ص = ٤٤١,٨٦٨

$$\because أ = \frac{٥ \times ٤٤١,٨٦٨ - ١٣ \times ١٦٠}{٥ \times ٥٢٨٨,٧٤ - (١٦٠)^{٢}}$$

$$= \frac{٢٢٠٩,٣٤ - ٢٠٨٠}{٢٦٤٤٣,٧ - ٢٥٦٠٠} = \frac{١٢٩,٣٤}{٨٤٣,٧} \simeq \text{٠,١٥}$$

$$\because ب = \frac{١٣ - ٠,١٥ \times ١٦٠}{٥} = \frac{-١١}{٥} = \text{-٢,٢}$$

∴ ١) معادلة خط انحدار النمو الاقتصادي (ص) على سعر النفط (س) هي

ص = ٠,١٥ س - ٢,٢

٢) عندما يكون متوسط سعر برميل النفط س = ٥٠ فإن

معدل النمو الاقتصادي ص = ٠,١٥ × ٥٠ -٢,٢ = ٥,٣

ملاحظات:١) في اغلب الاحيان لا يتطلب تكوين جدول عند تكوين معادلة خط الانحدار وإنما تعطى المجاميع مباشرة.

٢) تقرّب عادة قيمة معامل الانحدار لعددين عشريين عند حسابها ما لم تكن غير ذلك.

تدريب (٣): عند دراسة العلاقة بين المتغيرين س ، ص وجدت البيانات التالية:

ن= ١٠ ، $\sum$س=٤٠ ، $\sum$ص= ٥٠ ، $\sum$س^{٢}= ٣٠٠ ، $\sum$س ص=٣٥٠

قدّر قيمة ص عندما س= ١٥ ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om

تمرين(٢) :

لدراسة العلاقة بين الاستهلاك الشهري (ص) والدخل (س) بالريال لعينة من ٨ أفراد في أحد الشهور، جاءت النتائج التالية:

$\sum$س = ٣٠٠٠ ، $\sum$ص= ٢٠٠٠ ، $\sum$س^{٢}= ١٢٥٠٠٠٠ ، $\sum$ص^{٢}=٩٥٥٣٨٨ ، $\sum$س ص= ٨٥٠٠٠٠

١) أوجد معادلة خط انحدار الاستهلاك على الدخل ٢) قدّر الاستهلاك الشهري لفرد دخله ٦٠٠ ريال

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ثانيا: معادلة انحدار س على ص

*الصورة العامة لها | س = م/ ص + ب/ | ويسمى ص متغيرا مستقلا ، س متغير تابع ، م/ معامل انحدار س على ص ، ب/ الحد الثابت

*وظيفتها : التنبؤ (تقدير) قيمة المتغير س إذا علمت قيمة المتغير (ص)

مثال(٤): إذا كانت معادلة انحدار سعر السهم على ربح السهم بالريال هي س= ٢,٥ ص+ ٠,١٣

فكم تتوقع سعر السهم (س) عندما يكون ربحه (ص=٢٠٠ بيسة) ؟

الحـل : ∵ ربح السهم (ص) بالريال ∴ ص= $\frac{٢٠٠}{١٠٠٠}$ = ٠,٢ ريال س: لماذا تم التحويل من بيسة إلى ريال؟

سعر السهم(س) = ٢,٥ × ٠,٢ + ٠,١٣ = ٠,٦٣ ريال

تدريب(٤) : ماذا يسمى المتغير المطلوب تقدير قيمته في معادلة خط الانحدار؟

أ) المستقل ب) التابع جـ) الطردي د) العكسي " اختر الصواب "

تكوين معادلة خط انحدار س على ص (س = م/ ص + ب/)

الطريقة الاولى يمكن كتابة المعادلة بعد حساب قيمة كلا من م/ ، ب/ من خلال العلاقات التالية:-

* $م/ = \frac{ع_س}{ع_ص} \times ر$ حيث $ع_ص$ (الانحراف المعياري لقيم ص) = $\sqrt{\frac{\sum (ص - \overline{ص})^2}{ن}}$

$ع_س$ (الانحراف المعياري لقيم س)= $\sqrt{\frac{\sum (س - \overline{س})^2}{ن}}$ ، ر = معامل الارتباط بين س، ص.

* $ب/ = \overline{س} - م/ \overline{ص}$ حيث $\overline{ص}$= المتوسط الحسابي لقيم ص ، $\overline{س}$ = المتوسط الحسابي لقيم س.

مثال (٥) : قام معلم الرياضيات بتطبيق اختبارين قصيرين على طلاب الصف الثاني عشر ، فجاءت النتائج وفق ما يوضحه الجدول المقابل:

رقم الاختبار	الاختبار القصير الأول (س)	الاختبار القصير الثاني (ص)
المتوسط الحسابي	١٢	٧
الانحراف المعياري	٤,٨	٢,٤
معامل الارتباط	٠,٦٥	

١) أوجد معادلة انحدار س على ص

٢) إذا حصل أحد الطلاب في الاختبار القصير الثاني على ٥ درجات ، فكم تتوقع درجته في الاختبار القصير الاول؟

الحـل : ١) ∵ $م/ = \frac{ع_س}{ع_ص} \times ر = \frac{٤,٨}{٢,٤} \times$ ٠,٦٥ = ١,٣ ، ب/ = $\overline{س} - م/ \overline{ص}$ = ١٢ - ١,٣ × ٧ = ٢,٩

∴ معادلة انحدار س على ص هي : **س = ١,٣ ص + ٢,٩**

٢) ∵ درجة الطالب في الاختبار القصير الثاني ص= ٥ ∴ درجته في الاختبار القصير الأول س= ١,٣ × ٥ + ٢,٩ = ٩,٤

تدريب(٥) : إذا كانت معادلة خط انحدار الإنفاق (ص) على الدخل (س) هي ص = ٠,٥٨ س + ٦٨
فأوجد معادلة خط انحدار س على ص، إذا علمت أن:

ر = ٠,٧ ، $\overline{س}$ = ٤٠٠ ، $\overline{ص}$ = ٣٠٠ ، ع$_س$ = ٦٠ ، ع$_ص$ = ٥٠

.....

.....

.....

الطريقة الثانية في تكوين معادلة خط انحدار س على ص

الخطـــوات

- يتم حساب قيمة كلا من $أ'$ ، $ب'$ بالعلاقات التالية:-

$$أ' = \frac{ن \Sigma س ص - \Sigma س \Sigma ص}{ن \Sigma ص^{٢} - (\Sigma ص)^{٢}} \quad ، \quad ب' = \frac{\Sigma س - أ' \Sigma ص}{ن}$$

- التعويض وكتابة المعادلة $س = أ' ص + ب'$ ومن ثم استخدامها لتقدير قيمة س

تدريب(٦) : لدراسة العلاقة بين ربح السهم (س) وسعره (ص) بالريال لخمس شركات وجدت البيانات التالية

$\Sigma س = ٣$ ، $\Sigma ص = ١٠$ ، $\Sigma س^{٢} = ٢$ ، $\Sigma ص^{٢} = ٢٢$ ، $\Sigma س ص = ٧$

١) أوجد معادلة انحدار ربح السهم على سعر السهم. ٢) كم تقدّر الربح لسهم سعره ٣ ريال؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ملاحظة : عند رسم خطي الانحدار فإنهما يتقاطعان في النقطة ($\overline{س}$ ، $\overline{ص}$) ، ويزداد انفراج الزاوية بين الخطين كلما قل معامل الارتباط وتصغر الزاوية بزيادة معامل الارتباط ، ويتطابق الخطان إذا كان الارتباط بين المتغيرين تاماً.

الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية – القيمة التقديرية

تساؤل : كيف يمكنني أن أحسب الخطأ في التنبؤ بقيمة (س) ؟

- سوف تعطى في السؤال: *معادلة خط انحدار س على ص * قيمة حقيقية لـ (س) * قيمة حقيقية لـ (ص)

- استخدم قيمة (ص) الحقيقية لتقدير قيمة (س) باستخدام معادلة خط الانحدار المعطاة

- طبّق القانون أعلاه حيث يكون: الخطأ في التنبؤ بقيمة (س) = قيمة (س) الحقيقية – قيمة (س) التقديرية

وهكذا تفعل إن أردت حساب الخطأ في التنبؤ بقيمة (ص)

مثال (٦) : إذا كانت معادلة خط الانحدار للتنبؤ بدرجات الرياضيات (س) لمجموعة من الطلاب بمعلومية درجات اختبار آخر (ص) هي

س = ٠,٨ ص + ٢٦ ، وكانت درجات أحد الطلاب في الاختبارين كالتالي س = ٧٠ ، ص = ٥٠

فما مقدار الخطأ في التنبؤ في درجة الطالب في مادة الرياضيات ؟

.....

.....

تدريب(٧) : إذا كانت معادلة خط الانحدار هي ص= ٢,٥ س – ٣ و (١٠ ،٤) احدى نقاط الانتشار ، فإن الخطأ في التنبؤ بقيمة ص =

أ) - ٧ ب) - ٣ جـ) ٣ د) ٧ " اختر الصواب"

العلاقة بين معاملي خطي الانحدار و معامل الارتباط

نعلم أن: $ب$ = معامل انحدار ص على س ، $ب'$ = معامل انحدار س على ص حيث

$$ب = \frac{ع_{ص}}{ع_{س}} \times ر \quad ، \quad ب' = \frac{ع_{س}}{ع_{ص}} \times ر \quad \Longleftarrow \quad ب \times ب' = \frac{\cancel{ع_{ص}}}{\cancel{ع_{س}}} \times ر \times \frac{\cancel{ع_{س}}}{\cancel{ع_{ص}}} \times ر = ر^{٢}$$

أي أن:

$$ر^{٢} = ب \times ب'$$

$$ر = \pm \sqrt{ب \times ب'} \quad \Longleftarrow$$

حيث $ب$ ، $ب'$ **متشابهين في الاشارة دائما**
لأن (حاصل ضربهما عدداً مربعاً)

* ويكون ر موجبا إذا كان كلا من $ب$ ، $ب'$ موجبين معاً و سالبا إذا كان $ب$ ، $ب'$ سالبين معاً

مثال (٧) : اذا كان معادلتي خطي الانحدار هما ص = ٢,٥ س + ٠,٧ ، س = ٠,١٤٤ ص – ١,٣٤

فما نوع و درجة العلاقة بين س ، ص؟

الحـــل : ∵ $ب = ٢,٥$ ، $ب' = ٠,١٤٤$ وهما موجبان

∴ $ر = \sqrt{٠,١٤٤ \times ٢,٥} = \sqrt{٠,٣٦} = ٠,٦ = ٠,٦٠$ ∴ العلاقة بين س، ص طردية متوسطة

تدريب(٧) : أكمل الجدول التالي الذي يوضح العلاقة بين م ، مَ ، ر بما يناسب كل فراغ

م	مَ	ر
٠,٥-	٠,٢٤٥-	.....
٠,٨	.....	٠,٤
.....	٠,٣٢-	٠,٦٤-

تذكر أن: $ر^{٢} = م \times م'$ ومنها نجد أن:

$م = \frac{ر^{٢}}{م'}$

$م' = \frac{ر^{٢}}{م}$

$ر = \pm\sqrt{م \times م'}$

تمارين عامة: أولا : اختر الصواب

١) إذا كانت معادلة خط انحدار ص على س هي (ص = م س + ٠,١٧)، ومعادلة خط انحدار س على ص هي (س = ل ص + ٠,١١٢). إذا علمت أن ٠,٩٤ هو معامل الارتباط بين المتغيرين س، ص، فما قيمة م × ل مقربة لأقرب جزء من مائة؟

○ ٠,٩٧ ○ ٠,٩٤
○ ٠,٨٨ ○ ٠,٠٢

٢) إذا كانت س = ٠,٢٩ ص – ٠,٣٠٦ تمثل معادلة انحدار س على ص وكان الانحراف المعياري ع س = ١,٤ ، ع ص = ٤,٨ ، فإن معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص لأقرب جزء من مائة يساوي :

أ) ٠,٩٩ ب) ٠,٣١ ج) ٠,٢٩ د) ٠,٠٩

٣) إذا كان $\sqrt{م \times م'}$ = ٠,٢ حيث م ، م' معاملي المتغير في معادلتي خط الانحدار للمتغيرين س، ص لمجموعة قيم عددها ٥ ، وكانت ف فرق الرتب بين هذين المتغيرين، فإن قيمة $\sum_{ت=١}^{٥} ف_{ت}^{٢}$ يساوي:

○ ١٦ ○ ٢٤
○ ٢٥ ○ ٩٦

٤) في معادلة خط الانحدار التي على الصورة: س = أَ ص + بَ . إذا كانت بَ = ٠,٦٢ - ٠,٢٥ × ٢، وكان مجموع المتوسط الحسابي لقيم س والمتوسط الحسابي لقيم ص يساوي ٢,٦٢، فإن قيمة أَ تساوي:

○ ٠,٦٢ ○ ٠,٣٧ ○ ٠,٢٥ ○ ٠,١٢

ثانيا: اجب عما يلي

١) إذا كانت معادلة خط انحدار ص على س هي (ص = ١,٠٧٥ س - ٨,١٥) ومعامل الارتباط بين المتغيرين س، ص يساوي (٠,٨٦) .اوجد نسبة الانحراف المعياري لقيم ص إلى الانحراف المعياري لقيم س.

٢) إذا كانت نقطة التقاطع خطي الانحدار بين المتغيرين س، ص هي (٣٥ ، ٤٠) ، وكان معامل الارتباط بين المتغيرين يساوي (٠,٥٢) ، ومعامل انحدار ص على س يساوي ٢,٣٧ . أوجد معادلة انحدار س على ص.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om

تم بحمد الله