شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

حل تمارين درس حجوم الأجسام الدورانية

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2024-04-01 05:42:28

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر

روابط مواد الصف الثاني عشر على تلغرام

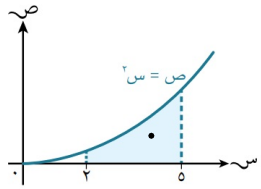
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الثاني

1	نشاط تقييمي لدرس مشتقات الدوال المثلثية
2	حل تمارين درس مشتقات الدوال المثلثية
3	ملخص وحل تمارين درس المساحة تحت منحنى الدالة
4	حل تمارين درس التكامل المحدود
5	حل تمارين درس إيجاد ثابت التكامل

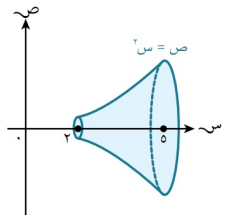
٦-٨ حجوم الأجسام الدورانية

تبيّن المنطقة المظللة في الشكل المجاور مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى ص = س^{٢}، ومحور السينات، والمستقيمَين س = ٢، س = ٥



عندما تدور هذه المنطقة حول محور السينات ٣٦٠° يتكوّن **جسم دوراني**

يُسمى حجم هذا الجسم **بحجم الجسم الدوراني**



نتيجة ١٤

حجم الجسم ع الناتج من دوران الدالة ص = د (س) حول محور السينات دورة كاملة ٣٦٠° بين القيمتَين س = أ، س = ب يعطى بالعلاقة: ع = $\pi \int_{أ}^{ب}$ ص^{٢} ء س.

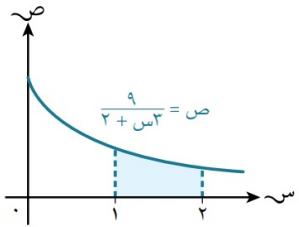
$$ع = \pi \int_{أ}^{ب} ص^{٢} \, ء س$$

نتيجة ١٥

حجم الجسم ع الناتج من دوران الدالة س = د (ص) حول محور الصادات دورة كاملة ٣٦٠° بين القيمتَين ص= أ، ص = ب يعطى بالعلاقة: ع = $\pi \int_{أ}^{ب}$ س^{٢} ء ص.

$$ع = \pi \int_{أ}^{ب} س^{٢} \, ء ص$$

أوجد الحجم الناتج من دوران المنطقة المظللة حول محور السينات بمقدار ٣٦٠°.



$ع = \pi \int_{١}^{٢} ص^{٢} \, ء س$

$ص = \frac{٩}{(٣س+٢)}$

$ص^{٢} = \left(\frac{٩}{(٣س+٢)}\right)^{٢}$

$= \frac{٨١}{(٣س+٢)^{٢}}$

$= \pi \int_{١}^{٢} \frac{٨١}{(٣س+٢)^{٢}} \, ء س$

$= \pi \int_{١}^{٢} ٨١ (٣س+٢)^{-٢} \, ء س$

$= \pi \left[\frac{٨١ (٣س+٢)^{-١}}{-١ \times ٣} \right]_{١}^{٢}$

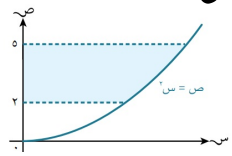
$= \pi \left[\frac{-٨١}{(٣س+٢)} \right]_{١}^{٢}$

$= \pi \left[\left(\frac{-٨١}{٨}\right) - \left(\frac{-٨١}{٥}\right) \right]$

$= \pi \left[\frac{-٨١ \times ٥ + ٨١ \times ٨}{٤٠} \right]$

$= \frac{٨١}{٤٠} \pi$

أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المظللة دورة كاملة حول محور الصادات.



استخدم ص = س٢

ص = س٢

ح = $\pi \int_{م}^{ب} س^{2}$ د ص

= $\pi \int_{٠}^{٢} س^{2}$ د ص

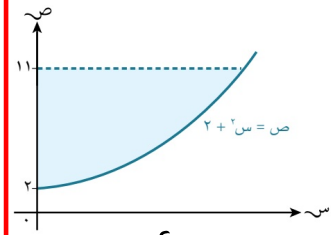
= $\pi \int_{٠}^{٢} ص$ د ص = $\pi \left| \frac{ص^{2}}{2} \right|_{٠}^{٢}$

= $\pi \left[\frac{٢^{2}}{2} - \frac{٠^{2}}{2} \right] = \pi \left[\frac{٢٥}{2} - \frac{٠}{2} \right] = \frac{٢٥\pi}{2}$

---

٢) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المظللة ٣٦٠° حول محور الصادات في كل ممّا يأتي:

أ



ص = س٢ + ٢

س٢ = ص − ٢

ح = $\pi \int_{م}^{ب} س^{2}$ د ص

= $\pi \int_{٢}^{١١} س^{2}$ د ص

= $\pi \int_{٢}^{١١} (ص - ٢)$ د ص

= $\pi \left| \frac{ص^{2}}{2} - ٢ص \right|_{٢}^{١١}$

= $\pi [(\frac{١١^{2}}{2} - ٢ \times ١١) - (\frac{٢^{2}}{2} - ٢ \times ٢)]$

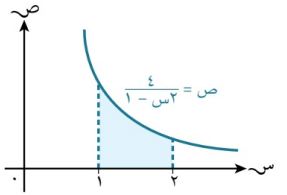
= $\pi [(\frac{١٢١}{2} - ٢٢) - (٢ - ٤)] = \pi [\frac{١٧}{2} + ٢]$

= $\frac{٢١}{2} \pi$

---

١) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المظللة ٣٦٠° حول محور السينات في كل ممّا يأتي:

ب



ص = $\frac{٤}{٢س - ١}$

ص٢ = $\frac{١٦}{(٢س - ١)^{2}}$

ح = $\pi \int_{م}^{ب} ص^{2}$ د س

= $\pi \int_{١}^{٢} \frac{١٦}{(٢س - ١)^{2}}$ د س

= $\pi \int_{١}^{٢} ١٦ (٢س - ١)^{-2}$ د س

= $\pi \left[\frac{١٦ (٢س - ١)^{-١}}{-١ \times ٢} \right]_{١}^{٢}$

= $\pi \left[\frac{-٨}{(٢س - ١)} \right]_{١}^{٢}$

$\int (م س + ب)^{ن}$ د س = $\frac{(م س + ب)^{ن+١}}{م (ن + ١)}$

= $\pi [(\frac{-٨}{٣}) - (\frac{-٨}{١})]$

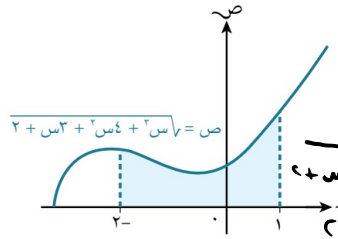
= $\pi [\frac{-٨}{٣} + ٨]$ = $\frac{١٦\pi}{٣}$

٤) يبيّن الشكل المجاور جزءًا من المنحنى

$ص = \sqrt{س^٣ + ٤س^٢ + ٣س + ٢}$

أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المظللة

٣٦٠° حول محور السينات.



$ص = \sqrt{س^٣ + ٤س^٢ + ٣س + ٢}$

$ص^٢ = س^٣ + ٤س^٢ + ٣س + ٢$

$ح = \pi \int_{-٢}^{١} ص^٢ \, د س = \pi \int_{-٢}^{١} (س^٣ + ٤س^٢ + ٣س + ٢) \, د س$

$= \pi \left[\frac{س^٤}{٤} + \frac{٤س^٣}{٣} + \frac{٣س^٢}{٢} + ٢س \right]_{-٢}^{١}$

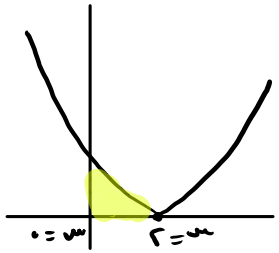
$= \pi \left[\left(\frac{١}{٤} + \frac{٤}{٣} + \frac{٣}{٢} + ٢ \right) - \left(\frac{١٦}{٤} - \frac{٣٢}{٣} - \frac{١٢}{٢} - ٤ \right) \right]$

$= \pi \left[\left(\frac{٣ + ١٦ + ١٨ + ٢٤}{١٢} \right) - \left(\frac{-٦٤ - ٣٦}{٦} \right) \right]$

$= \pi \left[\frac{٧١}{١٢} + \frac{١٠٠}{٦} \right] = \frac{٧١}{١٢} \pi$ وحدة حجم

---

٦) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة ص = (س − ٢)^٢، والمحورين السيني، والصادي دورة كاملة حول محور السينات.



رأس المنحنى (٠، ٤)

عندما ص = ٠

$(س - ٢)^٢ = ٠$

$س - ٢ = ٠$

$س = ٢$

$ح = \pi \int_{أ}^{ب} ص^٢ \, د س$

$ص = (س - ٢)^٢$

$ص^٢ = (س - ٢)^٤$

$ح = \pi \int_{٠}^{٢} (س - ٢)^٤ \, د س$

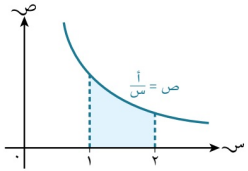
$= \pi \left[\frac{(س - ٢)^٥}{٥} \right]_{٠}^{٢}$

$= \frac{\pi}{٥} \left[(٠)^٥ - (-٢)^٥ \right] = \frac{٣٢\pi}{٥}$ وحدة حجم

---

٣) يبيّن الشكل المجاور جزءًا من المنحنى ص = $\frac{أ}{س}$، $أ > ٠$

إذا علمت أن حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المظللة ٣٦٠° حول محور السينات يساوي ١٨π، فأوجد قيمة أ.



$ح = \pi \int_{أ}^{ب} ص^٢ \, د س = ١٨\pi$

$\pi \int_{١}^{٢} \frac{م^٢}{س^٢} \, د س = ١٨\pi$

$م^٢ \int_{١}^{٢} س^{-٢} \, د س = ١٨$

$-م^٢ \left[\frac{١}{س} \right]_{١}^{٢} = ١٨$

$-م^٢ \left(\frac{١}{٢} - ١ \right) = ١٨$

$\frac{١}{٢} م^٢ = ١٨$

$م^٢ = ٣٦$

$م = \pm \sqrt{٣٦} = \pm ٦$

$م = ٦$ مرفوض $م = -٦$

$ص = \frac{م}{س}$

$ص^٢ = \frac{م^٢}{س^٢}$