شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

حل تمارين درس مشتقات الدوال المثلثية

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2024-04-01 04:57:15

إعداد: عبير الجارحي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر

روابط مواد الصف الثاني عشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الثاني

1	ملخص وحل تمارين درس المساحة تحت منحنى الدالة
2	حل تمارين درس التكامل المحدود
3	حل تمارين درس إيجاد ثابت التكامل
4	حل تمارين درس المزيد من التكامل غير المحدود
5	حل تمارين درس تكامل العبارات في صورة أس + ب

إعداد / عبير الجدحي
ت /٩٥٥٢٦٤٨٠

تمارين ٥-٥

١) أوجد مشتقة كلّ ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

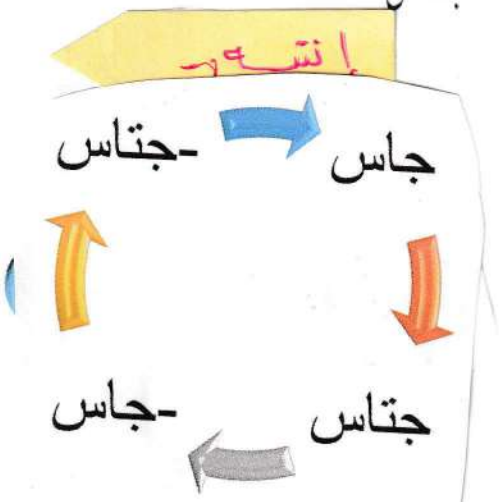
أ ص = ٢ + جا س

ب ص = ٢جا س + ٣جتا س

ج ص = ٢جتا س - ظا س

د ص = ٣جا ٢س

$\frac{د}{د س}$ (ظا س) = $\frac{١}{جتا^{٢} س}$ = قا^{٢} س



الحل

أ) $\frac{د ص}{د س}$ =

٠ + جتا س = جتا س

ب) $\frac{د ص}{د س}$ = ٢ جتا س + ٣ × - جا س

= ٢ جتا س - ٣ جا س

ج) $\frac{د ص}{د س}$ =

٢ × - جا س - قا^{٢} س

= - ٢ جا س - قا^{٢} س

د) $\frac{د ص}{د س}$ = ٣ × جا ٢س × ٢

= ٦ جا ٢س

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي
ت /٩٥٥٢٦٤٨٠

١) أوجد مشتقة كلّ ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

هـ ص = ٤ظا ٥س

و ص = ٢جتا ٣س - جا٢س

ز ص = ظا (٣س + ٢)

الحل

$$\frac{د}{د س}(\text{ظا } س) = \frac{١}{\text{جتا}^٢ س} = \text{قا}^٢ س$$

جاس ← -جتاس

↓ ↑

جتاس ← -جاس

هـ

$$\frac{د ص}{د س} = ٤ \times \text{قا}^٢ ٥س \times ٥$$

$$= ٢٠ \text{ قا}^٢ ٥س$$

و

$$\frac{د ص}{د س} =$$

$$= ٢ \times -\text{جا} ٢س \times ٣ - \text{جتا} ٢س \times ٢$$

$$= -٢ \times ٢ \text{جا} ٣س - ٢\text{جتا}^٢ ٣س$$

$$= -٦ \text{جا} ٣س - ٢\text{جتا}^٢ ٣س$$

$$= -٢ (٣\text{جا} ٣س + \text{جتا}^٢ ٣س)$$

ز

$$\frac{د ص}{د س} = \text{قا}^٢ (٣س + ٢) \times ٣$$

$$= ٣ \text{ قا}^٢ (٣س + ٢)$$

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي

١) أوجد مشتقة كلّ ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

ح ص = جا(٢س + $\frac{\pi}{٣}$) ط ص = ٢جتا(٣س − $\frac{\pi}{٦}$)

ت /٩٥٥٢٦٤٨٠

الحل

ط

$\frac{د ص}{د س}$ =

٣ × (−جا(٣س − $\frac{\pi}{٦}$)) × ٢

= −٦ جا(٣س − $\frac{\pi}{٦}$)

ح

$\frac{د ص}{د س}$ =

٢ × جتا(٢س + $\frac{\pi}{٣}$) × ٢

= ٢ جتا(٢س + $\frac{\pi}{٣}$)

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدعي
ت / ٩٥٥٢٦٤٨٠

٢) أوجد مشتقة كل ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

أ ص = جا^{٢}س

ب ص = ٥جتا^{٣}٣س

ج ص = جا^{٢}س - ٢جتا س

د ص = (٣ - جتا س)^{٤}

الحل

أ ص = (جاس)^{٣}

$\frac{ص}{س}$ = ٣ × جا^{٢}س × جتاس

= ٣ جا^{٢}س جتاس

ب ص = ٥(جتا٣س)^{٢}

$\frac{ص}{س}$ = ٥ × ٢ جتا٣س × -جا٣س × ٣

= -٣٠ جتا٣س جا٣س

ج ص = (جاس)^{٢} - ٢ جتاس

$\frac{ص}{س}$ = ٢ × جاس × جتاس - ٢ × -جاس

= ٢ جاس جتاس + ٢ جاس

= ٢ جاس (جتاس + ١)

د ص = (٣ - جتاس)^{٤}

$\frac{ص}{س}$ = ٤ (٣ - جتاس)^{٣} × -(-جاس) × ١

= ٤ (٣ - جتاس)^{٣} + جاس

= ٤ جاس (٣ - جتاس)^{٣}

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي
ت / ٩٥٥٢٦٤٨٠

٢) أوجد مشتقة كل ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

هـ ص = ٢جا^{٢}(٢س + $\frac{\pi}{٦}$) و ص = ٣جتا^{٤}س + ٢ظا^{٢}(٢س - $\frac{\pi}{٤}$)

$\frac{د}{د س}$ (ظا س) = $\frac{١}{\text{جتا}^{٢}\text{س}}$ = قا^{٢}س

جاس ← -جتاس
↑ ↓
جتاس ← -جاس

الحل

هـ ص = ٢[جا(٢س + $\frac{\pi}{٦}$)]^{٣}

$\frac{د ص}{د س}$ = ٢ × ٣ × جا(٢س + $\frac{\pi}{٦}$)^{٢} × جتا(٢س + $\frac{\pi}{٦}$) × ٢

= ١٢ جا(٢س + $\frac{\pi}{٦}$)^{٢} جتا(٢س + $\frac{\pi}{٦}$)

و ص = ٣(جتاس)^{٤} + ٢(ظا(٢س - $\frac{\pi}{٤}$))^{٢}

$\frac{د ص}{د س}$ = -٣ × ٤ × (جتاس)^{٣} × -جاس + ٢ × ٢ ظا(٢س - $\frac{\pi}{٤}$) × قا^{٢}(٢س - $\frac{\pi}{٤}$) × ٢

= -١٢ جتا^{٣}س جاس + ٨ ظا(٢س - $\frac{\pi}{٤}$) قا^{٢}(٢س - $\frac{\pi}{٤}$)

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي
ت / ٩٥٥٢٦٤٨٠

٣) أوجد مشتقة كلّ ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

أ ص = س جا س

ب ص = ٥س جتا ٣س

ج ص = س^{٢} ظا س

د ص = س جتا^{٢} ٢س

$$\frac{د}{د س}(\text{ظا س}) = \frac{١}{\text{جتا}^{٢}\text{ س}} = \text{قا}^{٢}\text{ س}$$

الحل

أ ص = س جا س

مشتقة حاصل ضرب الدالتين

$\frac{د ص}{د س}$ = س جتا س + جا س

ب مشتقة حاصل ضرب الدالتين

$\frac{د ص}{د س}$ = ٥ × ٣ جتا ٣س + ٣ س × (-جا ٣س) × ٥

= ١٥ جتا ٣س - ١٥ س جا ٣س

= ١٥ (جتا ٣س - س جا ٣س)

ج $\frac{د ص}{د س}$ =

= س^{٢} × قا^{٢} س + ظا س × ٢س

= س^{٢} قا^{٢} س + ٢س ظا س

د ص = س (جتا ٢س)^{٣}

مشتقة حاصل ضرب الدالتين

= س × ٣ (جتا ٢س)^{٢} × (-جا ٢س × ٢) + جتا^{٣} ٢س × ١

= -٦س جتا^{٢} س جا ٢س + جتا^{٣} ٢س

= جتا^{٢} ٢س (-٦س جا ٢س + جتا ٢س)

= جتا^{٢} ٢س (جتا ٢س - ٦س جا ٢س)

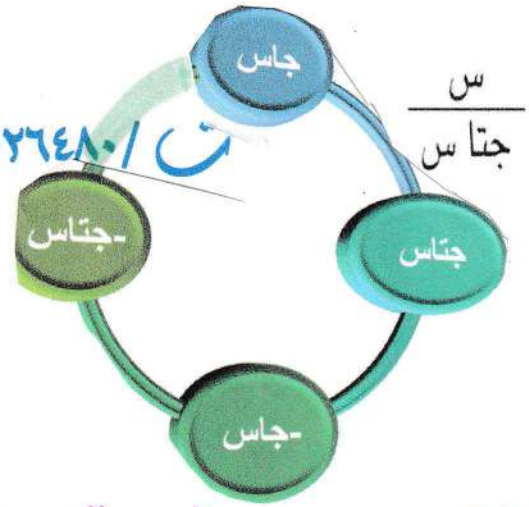
تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدعي
ت / ٩٥٥٢٦٤٨٠

٣) أوجد مشتقة كلّ ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

هـ) $ص = \frac{٥}{\text{جتا}^{٣}س}$

و) $ص = \frac{س}{\text{جتا}\, س}$



$$\frac{د}{د س}(\text{ظا}\, س) = \frac{١}{\text{جتا}^{٢}س} = \text{قا}^{٢}س$$

الحل

هـ) مشتقة خارج قسمة دالتين

$$= \frac{ص د}{س د}$$

صفر

$$= \frac{\text{جتا}^{٣}س \times ٠ - ٥ \times -\text{جا}٣س \times ٣}{\text{جتا}^{٦}٣س}$$

$$= \frac{١٥\,\text{جا}٣س}{\text{جتا}^{٤}٣س}$$

$$= ١٥ \times \frac{\text{جا}٣س}{\text{جتا}٣س} \times \frac{١}{\text{جتا}٣س}$$

$$= ١٥\,\text{ظا}٣س\,\text{قا}٣س$$

و) مشتقة خارج قسمة دالتين

$$= \frac{ص د}{س د}$$

$$= \frac{\text{جتاس} \times ١ - س \times -\text{جاس}}{\text{جتا}^{٢}س}$$

$$= \frac{\text{جتاس} + س\,\text{جاس}}{\text{جتا}^{٢}س}$$

$$= \frac{\text{جتاس}}{\text{جتا}^{٢}س} + \frac{س\,\text{جاس}}{\text{جتا}^{٢}س}$$

$$= \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} \times \frac{١}{\text{جتاس}} + \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} \times \frac{١}{\text{جتاس}} \times س$$

$$= ١ \times \text{قاس} + \text{ظاس} \times \text{قاس} \times س$$

$$= \text{قاس} + س\,\text{ظاس}\,\text{قاس}$$

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي
ت / ٩٥٥٢٦٤٨٠

٣) أوجد مشتقة كلّ ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

ز) $ص = \frac{ظا\ س}{س}$

ح) $ص = \frac{جا\ س}{٢ + جتا\ س}$

ي) $ص = \frac{١}{جا^{٢}٢س}$

ط) $ص = \frac{جا\ س}{٣س - ١}$

الحل

ز) $\frac{د ص}{د س} =$

$= \frac{س قا^{٢}س - ظا\ س \times ١}{س^{٢}}$

ي) $ص = (جا\ ٢س)^{-٣}$

$\frac{د ص}{د س} =$

$= -٣ \times (جا\ ٢س)^{-٤} \times جتا\ ٢س \times ٢$

$= \frac{-٦\ جتا\ ٢س}{(جا\ ٢س)^{٤}}$

$= \frac{جتا\ ٢س}{جا\ ٢س} \times \frac{-٦ \times ١}{(جا\ ٢س)^{٣}}$

$= -٦\ ظتا\ ٢س\ (قتا\ ٢س)^{٣}$

ح) $\frac{د ص}{د س} = \frac{(٢ + جتا\ س) \times جتا\ س - جا\ س \times -جا\ س}{(٢ + جتا\ س)^{٢}}$

$= \frac{٢جتا\ س + جتا^{٢}س + جا^{٢}س}{(٢ + جتا\ س)^{٢}}$

$= \frac{٢جتا\ س + ١}{(٢ + جتا\ س)^{٢}} = \frac{١ + ٢جتا\ س}{(٢ + جتا\ س)^{٢}}$

ط) $\frac{د ص}{د س} = \frac{(٣س - ١) \times جتا\ س - ٣\ جا\ س}{(٣س - ١)^{٢}}$

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي
ت /٩٥٥٢٦٤٨٠

٣) أوجد مشتقة كلّ ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

ك) $ص = \frac{س^{٣}}{جا^{٢}س}$

الحل

جاس ← -جتاس

↓ ↑

جتاس ← -جاس

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{جا^{٢}س \times ٣ - ٣س \times جتا^{٢}س \times ٢}{جا^{٤}س}$$

$$= \frac{٣جا^{٢}س - ٦س جتا^{٢}س}{جا^{٤}س} = \frac{٣جا^{٢}س}{جا^{٤}س} - \frac{٦س جتا^{٢}س}{جا^{٤}س}$$

$$= ٣ \times \frac{جا^{٢}س}{جا^{٣}س} \times \frac{١}{جا^{٣}س} - ٦س \times \frac{جتا^{٢}س}{جا^{٣}س} \times \frac{١}{جا^{٣}س}$$

$$= ٣ \times ١ \times قتا^{٣}س - ٦س \times ظتا^{٢}س \times قتا^{٣}س$$

$$= ٣قتا^{٣}س - ٦س ظتا^{٢}س قتا^{٣}س = ٣قتا^{٣}س(١ - ٢س ظتا^{٢}س)$$

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي
ت /٩٥٥٢٦٤٨٠

٣) أوجد مشتقة كلّ ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

ل ص = $\frac{\text{جا س + جتا س}}{\text{جا س - جتا س}}$

خارج قسمة دالتين

الحل

جاس ← -جتاس

↑ ↓

جتاس ← -جاس

انتبه لإشارة السالبة أثناء الضرب

$\frac{ص}{س} = \frac{(\text{جاس - جتاس})(\text{جتاس - جاس}) - (\text{جاس + جتاس})(\text{جتاس + جاس})}{(\text{جاس - جتاس})^2}$

$= \frac{\text{جاس جتاس - جا}^2\text{س + جتا}^2\text{س + جاس جتاس - جا}^2\text{س - جتا}^2\text{س - جاس جتاس}}{(\text{جاس - جتاس})^2}$

$= \frac{-2\text{جا}^2\text{س - 2جتا}^2\text{س}}{(\text{جاس - جتاس})^2} = \frac{-2(\text{جا}^2\text{س + جتا}^2\text{س})}{(\text{جاس - جتاس})^2} = \frac{-2 \times 1}{(\text{جاس - جتاس})^2}$

١ =

$= -(\text{جاس - جتاس})^{-2}$

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدعي
ت /٩٥٥٢٦٤٨٠

٤) أوجد مشتقة كلٌّ ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

أ ص = هـ^جاس

ب ص = هـ^جتا٢س

ج ص = هـ^ظا٣س

د ص = هـ^(جاس - جتاس)

جاس ← -جتاس

↑ ↓

جتاس ← -جاس

$$\frac{د}{د س}(\text{ظا س}) = \frac{١}{\text{جتا}^٢ س} = \text{قا}^٢ س$$

الحل

أ) $\frac{د ص}{د س}$ =

جتاس × هـ^جاس = جتاس هـ^جاس

ب) $\frac{د ص}{د س}$ =

- جا٢س × ٢ × هـ^جتا٢س

= -٢ جا٢س هـ^جتا٢س

ج) $\frac{د ص}{د س}$ =

قا^٢ ٣س × ٣ × هـ^ظا٣س

= ٣ قا^٢ ٣س هـ^ظا٣س

د) $\frac{د ص}{د س}$ =

(جتاس - (- جاس)) × هـ^(جاس - جتاس)

= (جتاس + جاس) هـ^(جاس - جتاس)

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي
ت /٩٥٥٢٦٤٨٠

٤) أوجد مشتقة كلّ ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

هـ ص = هـ^س جتاس و ص = هـ^س جا٢س

جاس ← -جتاس

↑ ↓

جتاس ← -جاس

الحل

هـ) $\frac{د ص}{د س}$ =

هـ^س × -جاس + جتاس × هـ^س

- جاس هـ^س + جتاس هـ^س

= هـ^س (جتاس - جاس)

و) $\frac{د ص}{د س}$ =

هـ^س × جتا٢س × ٢ + جا٢س × هـ^س

= ٢ جتا٢س هـ^س + جا٢س هـ^س

= هـ^س (٢ جتا٢س + جا٢س)

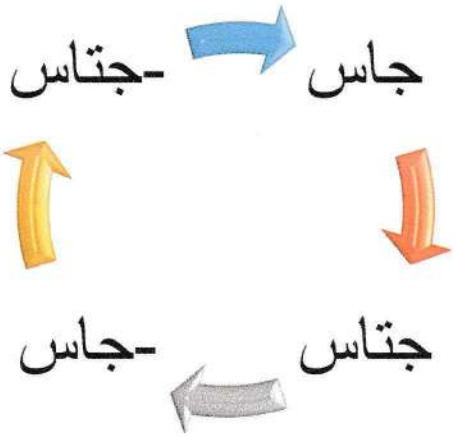
تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدعي

٤) أوجد مشتقة كلّ ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

ز ص = هـ^س (٢ جتا س - جا س) ح ص = س^٣ هـ^جتاس

ت /٩٥٥٢٦٤٨٠



الحل

ز) $\frac{ص}{س} =$

هـ^س × (٢ × -جاس - جتاس) + (٢ جتاس - جاس) × هـ^س

= هـ^س (-٢ جاس - جتاس + ٢ جتاس - جاس)

= هـ^س (-٣ جاس + جتاس) = هـ^س (جتاس - ٣ جاس)

ح) $\frac{ص}{س} =$

س^٣ × -جاس × هـ^جتاس + هـ^جتاس × ٣ س^٢

= - س^٣ جاس هـ^جتاس + ٣ س^٢ هـ^جتاس = س^٢ هـ^جتاس (-س جاس + ٣)

= س^٢ هـ^جتاس (٣ - س جاس)

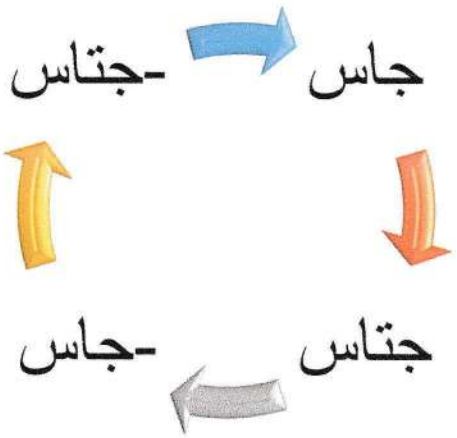
تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدعي
ت /٩٥٥٢٦٤٨٠

٤) أوجد مشتقة كلٍّ ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

ط ص = لـ ط (جتا س)

ي ص = س لـ ط (جا س)



الحل

ط $\frac{د ص}{د س}$ =

$= \frac{-جاس}{جتاس} = -ظاس$

ي $\frac{د ص}{د س}$ =

$س \times \frac{جاس}{جاس} + لـ ط(جاس) \times ١$

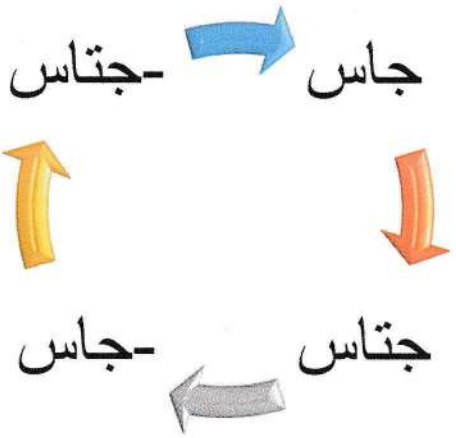
$= س\ ظتاس + لـ ط(جاس)$

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي
ت /٩٥٥٢٦٤٨٠

٤) أوجد مشتقة كلّ ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

ك) ص = $\frac{\text{جتا ٢س}}{\text{هـ}^{\text{٢س}+١}}$



الحل

$$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{\text{هـ}^{\text{٢س}+١} \times -\text{جاس} \times ٢ - \text{جتا ٢س} \times ٢ \times \text{هـ}^{\text{٢س}+١}}{(\text{هـ}^{\text{٢س}+١})^{٢}}$$

$$= \frac{-٢\,\text{جاس}\,\text{هـ}^{\text{٢س}+١} - ٢\,\text{جتا ٢س}\,\text{هـ}^{\text{٢س}+١}}{(\text{هـ}^{\text{٢س}+١})^{٢}} = \frac{-٢\,\text{هـ}^{\text{٢س}+١}\,[\text{جا ٢س} + \text{جتا ٢س}]}{(\text{هـ}^{\text{٢س}+١})^{٢}}$$

$$= \frac{-٢\,(\text{جا ٢س} + \text{جتا ٢س})}{\text{هـ}^{\text{٢س}+١}}$$

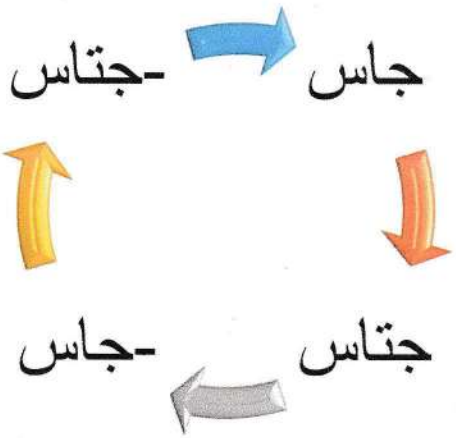
تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي
ت /٩٥٥٢٦٤٨٠

٤) أوجد مشتقة كلّ ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

ل ص = $\frac{\text{س جا ٢س}}{\text{هـ}^{\text{٣س}}}$

مشتقة حاصل ضرب الثنين



الحل

$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ =

$$= \frac{\text{هـ}^{\text{٣س}} \times (\text{س} \times \text{جتا ٢س} \times ٢ + \text{جا ٢س} \times ١) - \text{س جا ٢س} \times ٣ \times \text{هـ}^{\text{٣س}}}{(\text{هـ}^{\text{٣س}})^{٢}}$$

$$= \frac{\text{هـ}^{\text{٣س}} (٢\text{س جتا ٢س} + \text{جا ٢س}) - ٣\text{س جا ٢س هـ}^{\text{٣س}}}{(\text{هـ}^{\text{٣س}})^{٢}}$$

$$= \frac{\text{هـ}^{\text{٣س}} (٢\text{س جتا ٢س} + \text{جا ٢س} - ٣\text{س جا ٢س})}{(\text{هـ}^{\text{٣س}})^{٢}}$$

$$= \frac{(٢\text{س جتا ٢س} + \text{جا ٢س} - ٣\text{س جا ٢س})}{\text{هـ}^{\text{٣س}}}$$

$$= \frac{٢\text{س جتا ٢س} + \text{جا ٢س}(١ - ٣\text{س})}{\text{هـ}^{\text{٣س}}}$$

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدعي
ت /٩٥٥٢٦٤٨٠

٥) أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة ص = ٣جا٢س - ٥ظا س عند س = ٠

$$\frac{د}{د س}(\text{ظا س}) = \frac{١}{\text{جتا}^٢ س} = \text{قا}^٢ س$$

جاس ← -جتاس
↑ ↓
جتاس ← -جاس

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = ٣ \times \text{جتا}٢س \times ٢ - ٥ \times \text{قا}^٢ س$$

$$\frac{د ص}{د س} = ٦ \text{جتا}٢س - ٥ \text{قا}^٢ س$$

عند س = صفر

$$= ٦ \times \text{جتا}٢س - ٥ \times \frac{١}{\text{جتا}^٢ س}$$

$$= ٦ \times \text{جتا}٢صفر - \frac{٥}{\text{جتا}^٢ ٠}$$

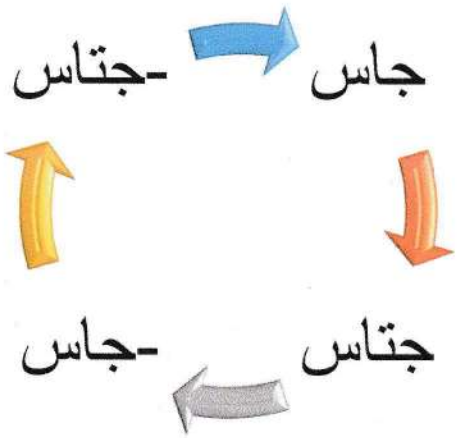
$$= ٦ - ٥ = ١$$

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي
ت /٩٥٥٢٦٤٨٠

٦) أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة ص = ٢جا ٣س - ٤جتاس عند النقطة $\left(\frac{\pi}{٣}, -٢\right)$.

$$\frac{د}{د س}(\text{ظا س}) = \frac{١}{\text{جتا}^٢ س} = \text{قا}^٢ س$$



الحل

$$\frac{د ص}{د س} = ٢ \times \text{جتا}٣س \times ٣ - ٤ \times -\text{جاس}$$

$$= ٦\,\text{جتا}٣س + ٤\,\text{جاس}$$

عند $س = \frac{\pi}{٣}$

$$= ٦\,\text{جتا}\left(٣ \times \frac{\pi}{٣}\right) + ٤\,\text{جا}\frac{\pi}{٣}$$

$$= ٦\,\text{جتا}\,\pi + ٤\,\text{جا}\left(\frac{\pi}{٣}\right)$$

$$= -٦ + ٤ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = -٦ + ٢\sqrt{٣}$$

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدعي
ت / ٩٥٥٢٦٤٨٠

٧) بيّن أن ميل المماس لمنحنى الدالة ص = $\frac{٥}{٢ - \text{ظا س}}$ موجب دائمًا.

$$\frac{د}{د س}(\text{ظا س}) = \frac{١}{\text{جتا}^٢ س} = \text{قا}^٢ س$$

جاس ← -جتاس

↓ ↑

جتاس ← -جاس

الحل

$$ص = ٥(٢ - \text{ظا س})^{-١}$$

$$\frac{د ص}{د س} = ٥ \times -١ \times (٢ - \text{ظا س})^{-٢} \times -\text{قا}^٢ س$$

$$= -٥(٢ - \text{ظا س})^{-٢}(-\text{قا}^٢ س)$$

$$= \frac{-٥ \times -\text{قا}^٢ س}{(٢ - \text{ظا س})^٢} = \frac{٥\ \text{قا}^٢ س}{(٢ - \text{ظا س})^٢}$$

مربع أي عدد موجب دائمًا

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{\text{موجبة}}{\text{موجبة}} = \text{موجب}$$

$\frac{د ص}{د س} > ٠$ ما عدا ظا س = ٢

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدعي

٨) أوجد كلًا من: $\frac{د}{د س}$ (قا س)، $\frac{د}{د س}$ (ظتا س)

$\frac{د}{د س}$ (ظا س) = $\frac{١}{\text{جتا}^{٢} س}$ = قا^{٢} س

ت / ٩٥٥٢٦٤٨٠

الحل

جاس ← -جتاس

↑ ↓

جتاس ← -جاس

$\frac{د}{د س}$ (قا س) = $\frac{د}{د س}$ $\left(\frac{١}{\text{جتا س}}\right)$

= $\frac{د}{د س}$ (جتا س)$^{-١}$

= -١ × (جتا س)$^{-٢}$ × -جا س

= $\frac{-١ \times -\text{جا س}}{(\text{جتا س})^{٢}}$

= $\frac{\text{جا س}}{(\text{جتا س})^{٢}}$

= $\frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}} \times \frac{١}{\text{جتا س}}$

= ظا س قا س

$\frac{د}{د س}$ (ظتا س) = $\frac{د}{د س}$ $\left(\frac{\text{جتا س}}{\text{جا س}}\right)$

= $\frac{\text{جا س} \times -\text{جا س} - \text{جتا س} \times \text{جتا س}}{(\text{جا س})^{٢}}$

= $\frac{-\text{جا}^{٢} س - \text{جتا}^{٢} س}{\text{جا}^{٢} س}$ = $\frac{-(\text{جا}^{٢} س + \text{جتا}^{٢} س)}{\text{جا}^{٢} س}$

= $\frac{-١}{\text{جا}^{٢} س}$

= -قتا^{٢} س

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي
ت/ ٩٥٥٢٦٤٨٠

٩) بيّن أن العمودي على مماس منحنى الدالة ص = س جا س عند النقطة ل$\left(\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi}{٢}\right)$ يقطع محور السينات في النقطة $(\pi، ٠)$.

$$\frac{د}{د س}(\text{ظا س}) = \frac{١}{\text{جتا}^٢ س} = \text{قا}^٢ س$$

الحل

جاس ← جتاس

ص = -س + $\pi\frac{١}{٢} + \pi\frac{١}{٢}$

ص = -س + π

يقطع محور السينات ∴ ص = صفر

ص = -س + π

-س + π = ٠ ← س = π

∴ نقطة التقاطع $(\pi، ٠)$

ميل العمودي = ١ = ١

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدعي
ت / ٩٥٥٢٦٤٨٠

١٠) إذا كانت معادلة منحنى الدالة ص = ٥جا ٣س - ٢جتاس، فأوجد معادلة المماس للمنحنى عند النقطة $\left(\frac{\pi}{٣}، -١\right)$، واكتب الإجابة في صورة ص = م س + جـ، مقربًا م، جـ إلى أقرب ٣ أرقام معنوية.

جاس ← -جتاس
↑ ↓
جتاس ← -جاس

الحل

$$\frac{د}{د س}(ظا\ س) = \frac{١}{جتا^{٢} س} = قا^{٢} س$$

$$\frac{د ص}{د س} = ٥ \times جتا ٣س \times ٣ - ٢ \times -جاس$$

$$\frac{د ص}{د س} = ١٥ جتا ٣س + ٢ جاس$$

بالتعويض عن س = $\frac{\pi}{٣}$

$$= ١٥ جتا \pi \times \frac{\pi}{٣} + ٢ جا \frac{\pi}{٣}$$

$$= ١٥ جتا \pi + ٢ جا \frac{\pi}{٣} = -١٥ + ٢\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right) = -١٥ + \sqrt{٣}$$

معادلة المماس ص - ص١ = م (س - س١)

$$ص - (-١) = (-١٥ + \sqrt{٣})\left(س - \frac{\pi}{٣}\right)$$

$$ص + ١ = (-١٥ + \sqrt{٣}) س + (١٥ + \sqrt{٣}) \times \frac{\pi}{٣}$$

$$ص = -٢و١٣ س + ١٢و٩$$

لأقرب ٣ أرقام معنوية

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي
ت / ٩٥٥٢٦٤٨٠

١١) إذا كانت معادلة منحنى الدالة ص = ٣جتا٢س + ٤جا٢س + ١، حيث ٠ ≤ س ≤ π، فأوجد الإحداثي السيني للنقاط الحرجة على المنحنى، مقربًا الناتج إلى أقرب ٣ أرقام معنوية.

الحل

$\frac{د}{د س}$ (ظا س) = $\frac{١}{جتا^{٢} س}$ = قا^{٢} س

تذكر أن :-

جاس → جتاس
↑ ↓
جتاس ← -جاس

ظا موجبة في الربع الأول والثالث

$\frac{د ص}{د س}$ = ٣ × -جا٢س × ٢ + ٤ × جتا٢س × ٢ + صفر

$\frac{د ص}{د س}$ = -٦ جا٢س + ٨ جتا٢س

لإيجاد النقاط الحرجة

نضع $\frac{د ص}{د س}$ = صفر

-٦ جا٢س + ٨ جتا٢س = ٠

$\frac{٦ جا٢س}{جتا٢س}$ = $\frac{٨ جتا٢س}{جتا٢س}$ ← جتا٢س

$\frac{٦}{٢}$ ظا٢س = $\frac{٨}{٢}$

ظا٢س = $\frac{٤}{٣}$

الزاوية ٢س ← تعدل المجال

٠ ≤ ٢س ≤ ٢π

ظا٢س = $\frac{٤}{٣}$

٢س = ظا$^{-١}$ ($\frac{٤}{٣}$)

$\frac{٢س}{٢}$ = $\frac{٠٫٩٢٧}{٢}$

زاوية الأساس

س = ٠٫٤٦٤

ربع أول

الربع الثالث :-

٢س = ٠٫٩٢٧ + π

$\frac{٢س}{٢}$ = $\frac{٤٫٠٦٩}{٢}$

س = ٢٫٠٣

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي
ت / ٩٥٥٢٦٤٨٠

١٢) إذا كانت معادلة منحنى الدالة ص = هـ^س جتا س، حيث ٠ ≤ س ≤ $\frac{\pi}{2}$، فأوجد الإحداثي السيني للنقطة الحرجة على المنحنى، وحدد نوعها.

$$\frac{د}{د س}(\text{ظا س}) = \frac{١}{\text{جتا}^٢ س} = \text{قا}^٢ س$$

الحل

جاس ← -جتاس
↑ ↓
جتاس ← -جاس

$\frac{د ص}{د س}$ = هـ^س × -جاس + هـ^س × جتاس

= -هـ^س جاس + هـ^س جتاس

= هـ^س (جتاس - جاس)

لإيجاد النقاط الحرجة

نضع $\frac{د ص}{د س}$ = صفر

هـ^س (جتاس - جاس) = ٠

هـ^س ≠ ٠

جتاس - جاس = ٠

$\frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} = \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$

١ = ظا س

∴ س = ظا^-١ (١) = ٤٥

ظا موجبة في الأول والثالث

المجال

٠ ≤ س ≤ $\frac{\pi}{٢}$

س = $\frac{\pi}{٤}$

$\frac{د^٢ ص}{د س^٢}$ = هـ^س (-جاس - جتاس) + هـ^س (جتاس - جاس)

هـ^س (-جاس - جتاس + جتاس - جاس)

هـ^س (-٢ جاس) = -٢ هـ^س جاس

$\frac{د^٢ ص}{د س^٢}$ = -٢ هـ^{π/٤} جا ($\frac{\pi}{٤}$)

< ٠ ∴ هـ^{π/٤} > ٠

نقطة عظمى

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي
ت/ ٩٥٥٢٦٤٨٠

١٣) إذا كانت معادلة منحنى الدالة ص = $\frac{\text{جا}^{٢}\text{س}}{\text{هـ}^{\text{س}}}$، حيث ٠ ≤ س ≤ $\frac{\pi}{٢}$، فأوجد الإحداثي السيني للنقطة الحرجة على المنحنى.

$$\frac{\text{د}}{\text{د س}}(\text{ظا س}) = \frac{١}{\text{جتا}^{٢}\text{س}} = \text{قا}^{٢}\text{س}$$

الحل

جاس ← جتاس
جتاس ← -جاس
-جاس ← -جاس

$$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{\text{هـ}^{\text{س}} \times \text{جتا}^{٢}\text{س} \times ٢ - \text{جا}^{٢}\text{س} \times \text{هـ}^{\text{س}} \times ٢}{(\text{هـ}^{\text{س}})^{٢}}$$

$$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{٢\text{هـ}^{\text{س}}\text{جتا}^{٢}\text{س} - ٢\text{هـ}^{\text{س}}\text{جا}^{٢}\text{س}}{(\text{هـ}^{\text{س}})^{٢}}$$

بإيجاد النقاط الحرجة

نضع $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = ٠$

$$\frac{٢\text{هـ}^{\text{س}}\text{جتا}^{٢}\text{س} - ٢\text{هـ}^{\text{س}}\text{جا}^{٢}\text{س}}{(\text{هـ}^{\text{س}})^{٢}} = ٠$$

هـ$^{\text{س}}$ ≠ ٠

جتا^{٢}س - جا^{٢}س = ٠

$\frac{\text{جتا}^{٢}\text{س}}{\text{جتا}^{٢}\text{س}} = \frac{\text{جا}^{٢}\text{س}}{\text{جتا}^{٢}\text{س}}$

١ = ظا^{٢}س

الهجال ٠ ≤ س ≤ π

س^{٢} = ظا$^{-١}$(١) = ٤٥ = $\frac{\pi}{٤}$

س^{٢} = $\frac{\pi}{٤}$ ← ÷ ٢

س = $\frac{\pi}{٨}$

٢هـ$^{\text{س}}$جتا^{٢}س - ٢هـ$^{\text{س}}$جا^{٢}س = ٠

٢هـ$^{\text{س}}$(جتا^{٢}س - جا^{٢}س) = ٠

هـ$^{\text{س}}$(جتا^{٢}س - جا^{٢}س) = ٠

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدعي
ت/ ٩٥٥٢٦٤٨٠

١٤) إذا كانت معادلة منحنى الدالة ص = $\frac{هـ^{٣س}}{جا^{٣}س}$، حيث ٠ < س < $\frac{\pi}{٢}$، فأوجد الإحداثي السيني للنقطة الحرجة على المنحنى، وحدد نوعها.

$$\frac{د}{د س}(ظا س) = \frac{١}{جتا^{٢} س} = قا^{٢} س$$

جاس ← -جتاس
↑ ↓
جتاس ← -جاس

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{جا٣س \times ٢ \times هـ^{٣س} - هـ^{٣س} \times ٣ جتا٣س \times ٢}{(جا٣س)^{٢}}$$

$$= \frac{٢هـ^{٣س} جا٣س - ٣هـ^{٣س} جتا٣س}{(جا٣س)^{٢}}$$

$$= \frac{هـ^{٣س}(٢جا٣س - ٣جتا٣س)}{جا^{٢}٣س}$$

لإيجاد القائم الحرجة

نضع $\frac{د ص}{د س}$ = ٠ نقطة حرجة

$$\frac{هـ^{٣س}(٢جا٣س - ٣جتا٣س)}{جا^{٢}٣س} = ٠$$

$$\frac{٣}{٣} هـ^{٣س}(٢جا٣س - ٣جتا٣س) = \frac{٠}{٢}$$

$هـ^{٣س} > ٠$ ≠ صفر

٢جا٣س - ٣جتا٣س = ٠

$\frac{٢جا٣س}{جتا٣س} = \frac{٣جتا٣س}{جتا٣س}$ ÷ جتا٣س

ظا٣س = $\frac{٣}{٢}$

٣س = ظا$^{-١}$($\frac{٣}{٢}$) = ٠٫٩٦٤٥ = $\frac{\pi}{٤}$

المجال

$٠ < ٣س < \frac{٣\pi}{٢}$

ظا موجبة في الربع الأول والثالث

٩٥٥٢٦٤٨٠

الحل

جاس ← -جتاس

↑ ↓

جتاس ← -جاس

الأول

$\frac{1}{3} \times \frac{\pi}{4} = س_3 \times \frac{1}{3}$

$س_0 = \frac{\pi}{12}$

$س_2 = \frac{\pi}{4} + \pi = \frac{\pi 5}{4}$

$\frac{1}{3} \times \frac{\pi 5}{4} = س_3 \times \frac{1}{3}$

$س = \frac{\pi 5}{12}$

الآن نبحث عن إشارة دالة المماس لمنحنى الدالة، $\frac{ص}{س} = \frac{هـ^{-س^3}(جا^2 س)}{جتا^2 س}$

(١) على مسافة صغيرة إلى يمين س = $\frac{\pi}{12}$ وعلى مسافة صغيرة إلى ي

(٢) على مسافة صغيرة إلى يمين س = $\frac{\pi 5}{12}$ وعلى مسافة صغيرة إلى

(١)	إلى اليمين	عند النقطة الحرجة	إلى اليسار
س	$\frac{\pi}{11}$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{12}$
القيمة التقديرية لـ $\frac{ص}{س}$	$\frac{٠,١٠٠٨ \times ٧,٠٦٦}{٠,٥٧١١} > ٠$	٠	$\frac{٠,٠٨٥٣- \times ٢,٠٦٤}{٠,٤٣٩٧}$
	موجب	صفر	سالب

لمنحنى الدالة ص = $\frac{هـ^{-س^3}}{جا^2 س}$ نقطة حرجة صغرى عند س = $\frac{\pi}{12}$

(٢)	إلى اليمين	عند النقطة الحرجة	
س	$\frac{\pi 5}{11}$	$\frac{\pi 5}{12}$	
القيمة التقديرية لـ $\frac{ص}{س}$	$\frac{٠,٤٩٤٢- \times ٢١٧,٥٨٧}{٠,٨٢٧٤} > ٠$	٠	$\frac{١٢,٥٦٤}{٩}$
	سالب	صفر	

لمنحنى الدالة ص = $\frac{هـ^{-س^3}}{جا^2 س}$ نقطة حرجة عظمى عند س = $\frac{\pi 5}{12}$

عند نقاط واقعة:

يسار س = $\frac{\pi}{12}$

يسار س = $\frac{\pi 5}{12}$

	$٠ >$

إلى اليسار
$\frac{\pi 5}{12}$
$٠ > \frac{٠,٤١١٤ \times ١}{٠,٢١٥}$
موجب

تمارين ٥-٥

إعداد / عبير الجدحي
ت / ٩٥٥٢٦٤٨٠

١٥) إذا كانت معادلة منحنى الدالة ص = جا(٢س) - س، حيث ٠ ≤ س ≤ ٢π ، فأوجد الإحداثي السيني للنقاط الحرجة على المنحنى، وحدد نوعها.

الحل

$\frac{ص}{س} = جتا(٢س - ١) \times ٢ - ١$

$= ٢ جتا(٢س - ١) - ١$

لإيجاد النقاط الحرجة $\frac{ص}{س} = ٠$

$٢ جتا٢س - ١ = ٠$

$٢ جتا٢س = ١$

$جتا٢س = \frac{١}{٢}$

$٢س = جتا^{-١}(\frac{١}{٢})$

جتا موجبة في الأول والرابع

الأول

$٢س = \frac{π}{٣}$

$س = \frac{π}{٦}$

الرابع

$٢س = ٢π - \frac{π}{٣}$

$٢س = \frac{٥π}{٣}$

$س = \frac{٥π}{٦}$

المجال $٠ \leq س \leq π٢$

في الدورة الثانية

الأول

$٢س = \frac{π}{٣} + ٢π$

$س = \frac{٧π}{٦}$

$٢س = \frac{٥π}{٣} + ٢π$

$س = \frac{١١π}{٦}$

$\frac{د^٢ص}{د س^٢} = -٤ جا٢س$

عند $س = \frac{π}{٦}$

$= -٤ جا٢ \times \frac{π}{٦} = -٤ جا\frac{π}{٣} < ٠$

نقطة عظمى

$\frac{د^٢ص}{د س^٢} = -٤ جا٢س$

عند $س = \frac{٥π}{٦}$

$= -٤ جا٢ \times \frac{٥π}{٦} = -٤ جا\frac{٥π}{٣} > ٠$

نقطة صغرى

$\frac{د^٢ص}{د س^٢} = -٤ جا٢س$

عند $س = \frac{٧π}{٦}$

$= -٤ جا\frac{٧π}{٣} < ٠$

نقطة عظمى

عند $س = \frac{١١π}{٦}$

$= -٤ جا\frac{١١π}{٣} > ٠$

نقطة صغرى

عبير الجدحي