## شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

## ملخص شرح درس مقدمة في النهايات والاتصال من الوحدة الثالثة منهج حديث



تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2023-11-16 04:52:40

## التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر

## روابط مواد الصف الثاني عشر على تلغرام

| التربية الاسلامية | اللغة العربية | اللغة الانجليزية | الرياضيات |
|---|---|---|---|

## المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الأول

| | |
|---|---|
| 1 | الشرح التفصيلي للوحدة الثانية حساب المثلثات |
| 2 | اختبار قصير أول |
| 3 | اختباران على أول خمسة دروس من الوحدة الثانية |
| 4 | اختبار قصير أول مع نموذج الإجابة على الوحدة الأولى |
| 5 | حل تمارين درس المزيد من المعادلات المثلثية |

# الوحدة الثالثة
# مقدمة في النهايات والاتصال

## ١-٣ نهاية الدالة عند نقطة

### تعريف النهاية

**نهاية الدالة عند نقطة:**

هي القيمة التي تقترب منها الدالة عندما يقترب المتغيّر من قيمة محددة.

د (س) = ٢س + ١

| س | ١,٩ | ١,٩٩ | ١,٩٩٩ | ١,٩٩٩٩ | ١,٩٩٩٩٩ | ١,٩٩٩٩٩٩٩ | ٢ | ٢,٠٠٠٠٠١ | ٢,٠٠٠١ | ٢,٠٠١ | ٢,٠١ | ٢,١ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| د(س) | ٤,٨ | ٤,٩٨ | ٤,٩٩٨ | ٤,٩٩٩٨ | ٤,٩٩٩٩٨ | ٤,٩٩٩٩٩ | // | ٥,٠٠٠٠١ | ٥,٠٠٠٢ | ٥,٠٠٢ | ٥,٠٢ | ٥,٢ |

عندما تقترب س من ٢ من جهة اليمين، تقترب قيمة د(س) أكثر فأكثر من ٥

$$\text{نهـا}_{س \to ٢^+} د(س) = ٥$$

عندما تقترب س من ٢ من جهة اليسار، تقترب قيمة د(س) أكثر فأكثر من ٥

$$\text{نهـا}_{س \to ٢^-} د(س) = ٥$$

لاحظ

$$\text{نهـا}_{س \to ٢^+} د(س) = \text{نهـا}_{س \to ٢^-} د(س) = ٥$$

**نتيجة ١**

إذا كان أ، ل عددَين حقيقيَين، فإن:

$$\text{نهـا}_{س \to أ} د(س) = ل \Leftrightarrow \text{نهـا}_{س \to أ^+} د(س) = \text{نهـا}_{س \to أ^-} د(س) = ل$$

إذا كان $\text{نهـا}_{س \to ٣} هـ(س) = ٩$ فإن $\text{نهـا}_{س \to ٣^+} هـ(س) = \text{نهـا}_{س \to ٣^-} هـ(س) = ٩$

$$\text{نهـا}_{س \to ٣} هـ(س) = ٩$$

اذا كان $\text{نهـا}_{س \to ١} د(س) = ٤$ فإن

$$\text{نهـا}_{س \to ١^+} د(س) = \text{نهـا}_{س \to ١^-} د(س) = ٤$$

**وجود نهاية للدالة عندما س ← أ لا يعني بالضرورة أن تكون الدالة معرّفة عند س = أ.**

لاحظ

$$د(س) = \frac{س + ٥}{س - ٢}$$

"مجال د = ح - {٢}"

س ∈ ح ، س ≠ ٢

الدالة ليس لها وجود عند ٢

الدالة غير معرفة عند ٢

د(٢) غير معرفة

يمكن ان يكون لها نهاية عند $س \to ٢$ تقترب

# ٣-١أ نهاية الدالة كثيرة الحدود

الدالة كثيرة الحدود هي: دالة تحتوي على حد واحد أو أكثر لمتغير مرفوع إلى قوة صحيحة غير سالبة.

الأس للمتغير عدد صحيح غير سالب

بعض الأمثلة على الدوال كثيرات الحدود:

كثيرات الحدود
- د (س) = ٧س − ٢،
- هـ(س) = ٩ + ٣س − ٥س٢،
- ع(س) = س٥ + س٣ + س + ١

بعض الدوال ليست كثيرات حدود

د (س) = ٧ س − ٢

د (س) = س^(١/٤) + س^(٣/٤) + ٥

د (س) = س^−٣ + ٥س^٢

د (س) = ٥ / (س − ١)

الجذور التربيعية والتكعيبية ليست كثيرة حدود

## قاعدة

نهاية الدوال كثيرات الحدود المعرفة عند ع تساوي دالة هذا الرقم

د(س) كثيرة حدود ، س ∈ ع

فإن نها د(س) = نها د(س) = د(ع)
س→ع+ س→ع

## مثـال ١

لتكن د (س) = س٢ − ٦س + ١١ :

أنشئ جدولَي قيم لتبيّن أن نهـــا د (س) = ٣
س ← ٢

الحل

جدول النهاية اليمنى

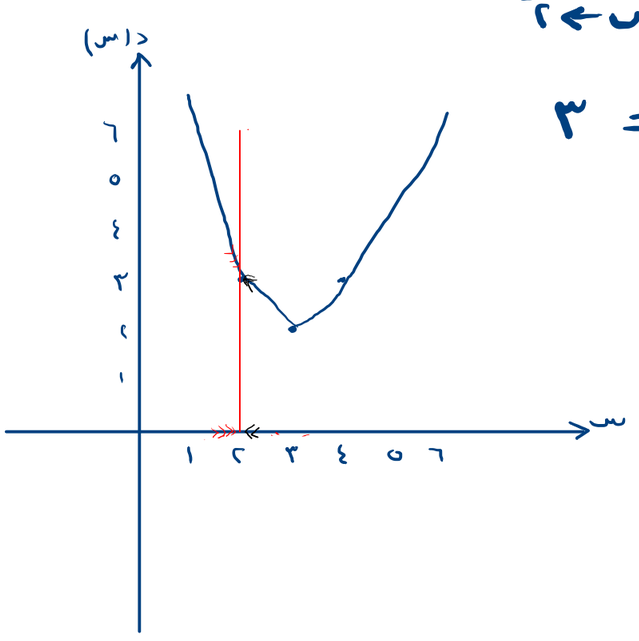
| س | ٢٫١ | ٢٫٠١ | ٢٫٠٠١ | ٢٫٠٠٠١ | ٢ | ١٫٩٩٩٩٩٩ | ١٫٩٩٩٩٩ | ١٫٩٩٩ | ١٫٩٩ | ١٫٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| د(س) | ٣٫٢١ | ٣٫٠٢٠١ | ٣٫٠٠٢ | ٣٫٠٠٠٢ | // | ٣٫٠٠٠٠٠٢ | ٣٫٠٠٠٠٠٢ | ٣٫٠٠٢ | ٣٫٠٢٠١ | ٣٫٢١ |

جدول النهاية اليسرى

نها د(س) = ٣
س→٢−

نها د(س) = ٣
س→٢+

∴ نها د(س) = ٣
س→٢




∴ نها د(س) = ٣
س→٢

لاحظ

د(س) = س٢ − ٦س + ١١

= (س − ٣)٢ − ٩ + ١١

= (س − ٣)٢ + ٢

رأس المنحنى (٣، ٢)

نها د(س)
س→٢

استخدم رمز النهاية لتكتب كل عبارة من العبارات الآتية:

أ قيمة الدالة ع(س) تقترب من −٣ عندما تقترب قيمة س من ٢ من جهة اليسار.

$$\text{نهـا}_{س \leftarrow ٢^-} \text{ع}(س) = -٣$$

ب عندما تتناقص قيمة س لتقترب من ٥، فإن قيمة هـ(س) تقترب من ١١

$$\text{نهـا}_{س \leftarrow ٥^-} \text{د}(س) = ١١$$

ج تقترب ك(س) من الصفر عندما تقترب قيمة س من −١

$$\text{نهـا}_{س \leftarrow -١} \text{ك}(س) = ٠$$

د عندما تقترب س من ٤ من جهة اليسار، ومن جهة اليمين، فإن قيم الدالة د (س) تقترب من ٧، وعليه تكون د (س) تقترب من ٧ عندما تقترب س من ٤

$$\therefore \text{نهـا}_{س \leftarrow ٤^-} \text{د}(س) = \text{نهـا}_{س \leftarrow ٤^+} \text{د}(س) = ٧$$

$$\therefore \text{نهـا}_{س \leftarrow ٤} \text{د}(س) = ٧$$

اكتب فقرة تشرح فيها معنى كل من النهايتَين الآتيتَين:

أ $\text{نهـا}_{س \leftarrow ١٠^+} \text{د}(س) = ٢٠$

ب $\text{نهـا}_{س \leftarrow -٣^-} \text{هـ}(س) = -٨$

(أ) عندما س تقترب من ١٠ من جهة اليمين فإن د(س) تقترب من ٢٠

(ب) عندما س تقترب من −٣ من جهة اليسار فإن هـ(س) تقترب من −٨

انسخ الجدولَين الآتيَين، وأكملهما لتقدّر قيمة $\text{نهـا}_{س \leftarrow ٦}$ د (س) للدالة د(س) = ١٠٨ − ١٧س:

| من جهة اليمين | |
|---|---|
| س | د(س) |
| ٦,١ | ٤,٣ |
| ٦,٠١ | ٥,٨٣ |
| ٦,٠٠١ | **٥,٩٨٣** |
| ٦,٠٠٠١ | **٥,٩٩٨٢** |

$$\text{نهـا}_{س \leftarrow ٦^+} \text{د}(س) = ٦$$

| من جهة اليسار | |
|---|---|
| س | د(س) |
| ٥,٩ | ٧,٧ |
| ٥,٩٩ | ٦,١٧ |
| ٥,٩٩٩ | **٦,٠١٧** |
| ٥,٩٩٩٩ | **٦,٠٠١٧** |

$$\text{نهـا}_{س \leftarrow ٦^-} \text{د}(س) = ٦$$

$$\therefore \text{نهـا}_{س \leftarrow ٦^+} \text{د}(س) = \text{نهـا}_{س \leftarrow ٦^-} \text{د}(س) = ٦$$

$$\therefore \text{نهـا}_{س \leftarrow ٦} \text{د}(س) = ٦$$

٤) انسخ الجدولَين الآتيَين، وأكملهما لتقدّر قيمة نهـــــا ك(س) للدالة ك(س) = ١٠٠ + ٥س − س٢ :
س ← ٩

| من جهة اليمين | |
|---|---|
| س | ك(س) |
| ٩,٥ | ٥٧,٢٥ |
| ٩,١ | ٦٢,٧٩ |
| ٩,٠٥ | ٦٣,٣٤ |
| ٩,٠١ | ٦٣,٨٦ |

| من جهة اليسار | |
|---|---|
| س | ك(س) |
| ٨,٥ | ٧٠,٢٥ |
| ٨,٩ | ٦٥,٧٩ |
| ٨,٩٥ | ٦٤,٦٤ |
| ٨,٩٩ | ٦٤,١١ |

أكمل الجدولَين الآتيَين لتقدر قيمة نهـــــا ع(س)، حيث ع(س) = ١٢ − س − س٢ :
س ← ٣

| من جهة اليسار | |
|---|---|
| س | ع(س) |
| ٢,٥ | ٣,٢٥ |
| ٢,٩ | |
| ٢,٩٥ | |
| ٢,٩٩ | |

| من جهة اليمين | |
|---|---|
| س | ع(س) |
| ٣,٥ | −٣,٧٥ |
| ٣,١ | |
| ٣,٠٥ | |
| ٣,٠١ | |