تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية

كراسة تدريبية في الوحدة الرابعة التفاضل مع الإجابات

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-09-26 08:57:06

إعداد: سلطان محمد السيابي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العلمي

اضغط هنا للحصول على جميع روابط "الصف الثاني عشر العلمي"

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العلمي والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الأول

1	كراسة تدريبية في الوحدة الثالثة مقدمة في النهايات والاتصال مع الإجابات
2	دفتر الطالب
3	كراسة تدريبية في الوحدة الثانية حساب المثلثات مع الإجابات الجزء الثاني
4	كراسة تدريبية في الوحدة الثانية حساب المثلثات مع الإجابات الجزء الأول

بِسْمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحْمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

كراسة تدريبية

المادة:الرياضيات المتقدمة

الوحدة:التفاضل

اعداد: أ.سلطان محمد السيابي

دعواتكم لي ولوالديَّ بدخول الجنة

الفهرس

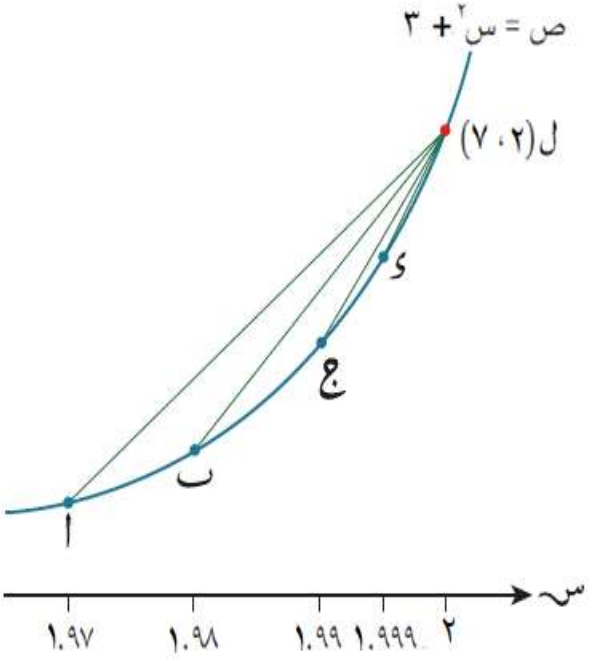
الموضوع	الصفحة
المشتقة وعلاقتها بالميل	٣ ـ ٥
مشتقة دالة القوة	٦ ـ ١٤
قاعدة السلسلة	١٥ ـ ٢٣
المماس والعمودي	٢٤ ـ ٣٣
الدوال المتزايدة والدوال المتناقصة	٣٤ ـ ٣٧
النقاط الحرجة	٣٨ ـ ٤٨

الدرس الأول: المشتقة وعلاقتها بالميل

١

يبيّن الرسم أدناه سلسلة من الأوتار مرسومة من النقطة ل(٢، ٧) إلى النقاط الأربع ا، ب، ج، ء الواقعة على المنحنى ص = س^{٢} + ٣

إحداثيات هذه النقاط هي ا (١,٩٧، ٦,٨٨٠٩)، ب (١,٩٨ ، ٦,٩٢٠٤) ، ج (١,٩٩، ٦,٩٦٠١) ، ء (١,٩٩٩، ٦,٩٩٦٠٠١)



أ أوجد ميل كل وتر من الأوتار ل ا، ل ب، ل ج، ل ء.

ب استخدم سلسلة من ميول الأوتار في الجزئية (أ) لتقدر قيمة ميل مماس المنحنى عند النقطة ل.

٢

أوجِد قيمة ميل المماس لمنحنى كل دالة من الدوال الآتية عند كل نقطة من النقاط المعطاة باستخدام سلسلة من أميال الأوتار:

أ ص = س^{٢} − ٣ س عند (٥، ١٠).

ب ص = س^{٤} + س + ٢ ، عند (-١ ، ٢)

ج ص = ٢√س، عند (٩، ٦)

د ص = (س + ١)^{٣} عند (٢، ٢٧)

هـ ص = $\frac{٣}{س^{٢}}$ عند (١، ٣)

و د(س) = $\frac{٢٧}{٢س^{٢}}$ عند (٣ ، $\frac{٣}{٢}$)

٣

تقع النقطة ل(س، ٣س^{٢}) على منحنى الدالة ص = ٣س^{٢} ، وتقع النقطة ا(س + Δ س، ٣(س + Δ س)^{٢}) على المنحنى أيضًا وقريبة من النقطة ل.

ميل الوتر ل ا = $\frac{٣(س + Δ س)^{٢} - ٣س^{٢}}{(س + Δ س) - س}$

فكّ الأقواس، وبسّط لتجد ميل المماس للمنحنى عند نقطة معيّنة على المنحنى بالاعتماد على نهاية الميل عندما تقترب Δ س من الصفر.

الإجابات:

السؤال	الإجابة
١	أ الوتر: ل ا — الميل: $\frac{٦,٨٨٠٩ - ٧}{١,٩٧ - ٢} = ٣,٩٧$ الوتر: ل ب — الميل: $\frac{٦,٩٢٠٤ - ٧}{١,٩٨ - ٢} = ٣,٩٨$ الوتر: ل ج — الميل: $\frac{٦,٩٦٠١ - ٧}{١,٩٩ - ٢} = ٣,٩٩$ الوتر: ل ى — الميل: $\frac{٦,٩٩٦٠٠١ - ٧}{١,٩٩٩ - ٢} = ٣,٩٩٩$ ب ميل المماس عند النقطة ل يساوي ٤
٢	أ ٧ ب - ٣ ج $\frac{١}{٣}$ د ٢٧ هـ - ٦ و -١
٣	٦س

الدرس الثاني:مشتقة دالة القوة

١

أوجِد المشتقة الأولى بدلالة س لكل ممّا يأتي:

أ $د(س) = س^{٢}$ ب $د(س) = س^{٦}$ ج $د(س) = س^{-٧}$ د $د(س) = \frac{١}{س}$

هـ $د(س) = ١٢$ و $د(س) = \sqrt[٣]{س^{٥}}$ ز $د(س) = س^{٣} \times س^{٩}$ ح $د(س) = \frac{س^{٥}}{س^{٢}}$

٢

أوجِد $د'(س)$ لكل ممّا يأتي:

أ $د(س) = ٥ س^{٧}$ ب $د(س) = \frac{س^{٤}}{٢}$ ج $د(س) = \frac{-٢}{س}$

د $د(س) = \frac{٤ س^{٦}}{٣}$ هـ $د(س) = \frac{٥}{٣ س^{٢}}$ و $د(س) = \frac{٢ س^{٥}}{٣ س^{٢}}$

ز $د(س) = \frac{٤ س}{\sqrt{س}}$ ح $د(س) = \frac{٢ س \sqrt{س}}{٣ س^{٣}}$

٣

أوجِد $\frac{ك ص}{ك س}$ لكل ممّا يأتي:

أ $ص = ٦ س^{٢} + س - ٧$ ب $ص = ٢ س^{٤} - ٤ س + ٨$ ج $ص = ٧ - ٣ س + ١٥ \sqrt[٣]{س^{٢}}$

د $ص = (س + ٥)(س - ٤)$ هـ $ص = (٢ س^{٢} - ٣)^{٢}$ و $ص = \frac{٣ س^{٥} + ٨ س - ٩}{٦ س^{٢}}$

ز $ص = ٧ س^{٢} - \frac{٣}{س} + \frac{٢}{س^{٢}}$ ح $ص = ٣ س + \frac{٥}{س} - \frac{١}{\sqrt{س}}$ ط $ص = \frac{٤ س^{٢} + ٣ س - ٢}{\sqrt{س}}$

٤

أوجِد قيمة $\frac{ك ص}{ك س}$ لكل منحنى عند النقطة المعطاة:

أ $ص = ٦ س^{٥} + س - ٣$ عند $(-١ ، -١٠)$

ب $ص = ٧ س^{٢} - \frac{١٠}{س}$ عند $(٢ ، ٢٢)$

	ج ص = ٣س + $\frac{٤}{\text{س}}$ − ٢$\sqrt{\text{س}}$ عند (٤، ٩) د ص = $\frac{٤\text{س}^{٣} + ٤٠\text{س}^{٢} + ١٠٠\text{س}}{(\text{س} + ٥)^{٢}}$ عند (−٢، −٨) هـ ص = (٣س^{٢} − ٢)^{٢} عند (−١، ١) و ص = $\frac{٢\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - ٢}{\sqrt[٣]{\text{س}}}$ عند (٨ ، ٧٥) ز ص = (٢س + ٣)(س − ٢) عند (−٢، ٤)
٥	إذا علمت أن س ص = ١٢، س ≠ ٠، فأوجِد قيمة $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}$ عند س = ٢
٦	إذا علمت أن $\sqrt{\text{س}}$ ص = ٨ ، س ≠ ٠، فأوجِد قيمة $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}$ عند س = ٤
٧	أوجِد $\frac{\text{ء}^{٢}\text{ص}}{\text{ء س}^{٢}}$ لكل ممّا يأتي: أ ص = ٥ س^{٢} − س + ١ ب ص = ٤ س + $\frac{٢}{\text{س}}$ − $\frac{١٦}{\sqrt{\text{س}}}$ ج ص = $\frac{٣\text{س}^{٦} + ٤\text{س} - ٨}{٢\text{س}}$ د ص = (٣س^{٢} − ٢)(٦س + ٣)
٨	أوجِد د″(س) لكل ممّا يأتي: أ د(س) = ٣س^{٥} − ٢س^{٤} + ٩ ب د(س) = ٧ − $\frac{١}{\text{س}}$ ج د(س) = س $\sqrt{\text{س}}$ + ٣س^{٢} − س + ٣

٩ اوجد $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ للدالة ص = س^{٢} (س − ٣)^{٢}

١٠ إذا كان د (س) = س^{٣} + ٥ فإن د′ (−٤) تساوي

أ) −٤٨ ب) −٢٤ جـ) صفر د) ٤٨

١١ إذا كانت د(س) = س^{٣} − ٢س^{٢} ، فإن د″(٢) تساوي:

☐ −٢ ☐ صفر

☐ ٤ ☐ ٨

١٢ إذا كانت ص = ١٦ $\sqrt{س^{٣}}$ + ١٦ $\sqrt{س}$ أوجِد $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ عند س = ١٦

١٣ إذا كانت ص = $\left(٢\sqrt{س} - \frac{٨}{\sqrt{س}} \right)^{٢}$ أوجِد $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ عند س = ٢

١٤ إذا كانت ق(س) = م٤س^{٢} ، حيث م عدد حقيقي ، فإن ق″(س) تساوي :

☐ ٢م٤ ☐ ٢٤ م^{٢}

☐ ١٢م^{٢} س^{٢} ☐ ٢م٤ س

١٥ إذا كانت د(س) = ٣س^{٢} + ٨س − ١

أوجد قيمة : د(٠) + د′ (١) + د″ (٢)

١٦ إذا كانت ص = س^{٢} + ١ ، تكون قيمة ص″ + ص ص′ عند (س = ١) تساوي :

أ) ٦ ب) ٤ جـ) ٢ د) ٢

١٧ إذا كانت د (س) = ل س^{٣} − ١٢س + ٦، د″(٢) = ١٢ فإن قيمة ل تساوي:

☐ $\frac{١}{٣}$ ☐ ١

☐ $\frac{٤}{٣}$ ☐ ٢

١٨ إذا علمت أن د(س) = $\frac{س^{٥}}{٢}$ − ٩س^{٢} + ١ ، فأوجِد قيمة س عندما د″(س) = −٩٨

١٩	إذا علمت أن د (س) = $\frac{١}{\sqrt{س}}$ + س^{٢} وأن س > ٠، فأوجِد قيمة س عندما د″ (س) = ٢٦
٢٠	إذا كانت ص = س^{٤} − ٢س ، فأوجد قيمة المقدار $\left(\frac{ء^{٢}ص}{ء س^{٢}}\right) . \left(\frac{ء ص}{ء س}\right)^{٢}$ عندما س = ١
٢١	إذا علمت أن $\frac{ء^{٢} ص}{ء س^{٢}}$ للدالة ص = ٢س^{٣} − ٦ س^{٢} سالبة، فأوجِد مجال قيم س.
٢٢	إذا علمت أن د (س) = ٣س^{٢} + $\frac{٢}{٣}$س^{٣}، فأوجِد مجال قيم س بحيث تكون د″(س) موجبة.
٢٣	إذا علمت أن د (س) =١٢س^{٢} − س^{٣}، فأوجِد مجال قيم س بحيث تكون د″(س) موجبة.
٢٤	إذا كانت معادلة المنحنى ص = $\frac{٣}{٢}$ س^{٢} فإنّ ميل المماس عند أي نقطة يساوي: ☐ ٣س ☐ $\frac{٣}{٢}$ س ☐ ٣ ☐ $\frac{٣}{٢}$
٢٥	**ميل المماس لمنحنى الدالة ص = س^{٢} − س + ٣ عند س = ٢ يساوي:** ☐ ٣ ☐ ٥ ☐ ٦ ☐ ٧
٢٦	**أوجد ميل المماس للدالة ق(س) = س^{٣} + س^{٢} + س + ١ عند النقطة (١ ، ٤)**
٢٧	أوجِد ميل المماس لمنحنى الدالة ص = (٢س − ٥)(س + ٤) عند النقطة (٣، ٧).
٢٨	**النقطة التي يكون عندها ميل المماس للمنحنى ص = س^{٢} + ٢س + ٧ يساوي ٨ هي:** أ) (٣، ٨) ب) (٣ ، ٢٢) جـ) (٥ ، ٨) د) (٥ ، ٤٢)
٢٩	إذا علمت أن المنحنى ص = س^{٢} + ٣س − ١٠ يقطع المحور السيني في نقطتين، فإن ميل المماس عند إحدى النقطتين يساوي: ☐ −٧ ☐ −٥ ☐ ٢ ☐ ٤

٣٠	أوجِد ميل المماس لمنحنى الدالة ص = ٥س^{٢} - ٨س + ٣ عند نقطة تقاطع المنحنى مع محور الصادات.
٣١	أوجِد ميل المماس لمنحنى الدالة ص = $\frac{٥س - ١٠}{س^{٢}}$ عند نقطة تقاطع المنحنى مع محور السينات.
٣٢	أوجِد إحداثيات النقاط على منحنى الدالة ص = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٦س + ٥ التي يكون عندها الميل يساوي - ٣
٣٣	أوجِد إحداثيات النقاط على منحنى الدالة ص = س^{٣} -٣س - ٨ التي يكون عندها الميل يساوي ٩
٣٤	أوجِد إحداثيات النقاط على منحنى الدالة ص = س^{٣} - ٨س - ٨ التي يكون عندها الميل يساوي ٤٠
٣٥	أوجِد إحداثيات النقطتَين الواقعتَين على منحنى الدالة ص = ٢س^{٣} - ٥س^{٢} + ٩س - ١ علمًا بأن ميل المماس عند كل منهما يساوي ١٣
٣٦	يتقاطع منحنى الدالة ص = س^{٢} - ٤س - ٥ مع المستقيم ص = ١ - ٣س عند النقطتَين ا، ب، أوجِد: أ إحداثيات النقطتَين ا، ب. ب ميل المماس للمنحنى عند كل من النقطتَين ا، ب.
٣٧	إذا علمت أن ميل المماس لمنحنى الدالة ص = أس^{٢} + ب س عند النقطة (٣، -٣) يساوي ٥، فأوجِد قيمتَي ا، ب.
٣٨	إذا علمت أن ميل المماس لمنحنى الدالة ص = س^{٣} + أس^{٢} + ب س + ٧ عند النقطة (١، ٥) يساوي -٥، فأوجِد قيمتَي ا، ب.
٣٩	إذا علمت أن ميل المماس لمنحنى الدالة ص = أس + $\frac{ب}{س^{٢}}$ يساوي ١٦ عند س = ١، ويساوي -٨ عند س = -١، فأوجِد قيمتَي ا، ب.
٤٠	إذا علمت أن ميل مماس منحنى الدالة ص = س^{٣} + أس^{٢} + ب س + ٣ يساوي صفرًا عند س = ١، وعند س = ٦، فأوجِد قيمتَي ا، ب.
٤١	إذا علمت أن ميل المماس لمنحنى الدالة د(س) = (س - ٣) (أس - ب) عند النقطة (٢ ، - ١٠) يساوي ٧ فأوجد قيمتي أ ، ب

٤٢	إذا علمت ان د (س) = س^{٤} − ب س^{٢} وأن د′ (١) = ٧، فأوجد قيمة د″ (−١).
٤٣	إذا علمت أن د(س) = $\frac{أ}{س^{٢}}$ + ٤ س^{٢} − ٣ وأن د′ (٢) =٢٢ ، فأوجد قيمة د″ (−٢)
٤٤	**إذا كان هـ(س)= س^{٣}+ ب س^{٢} - م س +٤ ، وكان هَ (٣)= ١٣ ، هَّ(٢)=١٨ فجد قيم ب ، م**
٤٥	إذا علمت أن د(س) = س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س ، د′(١) = ٢ ، د″(١) = −٢، فأوجِد قيمة كل من ب، جـ
٤٦	إذا علمت أن ص = ٢س^{٣} − ٣س^{٢} − ٣٦س + ٥، فأوجِد مجال قيم س بحيث $\frac{ى ص}{ى س}$ > ٠
٤٧	إذا علمت أن ص = ٤س^{٣} + ٣س^{٢} − ٦س − ٩، فأوجِد مجال قيم س بحيث $\frac{ى ص}{ى س}$ ≤ ٠
٤٨	إذا كانت د(س) = س^{ن} ، وكانت د″(س) = ٢٠س$^{ن-٢}$ ، فإن قيمة ن تساوي: أ) ٤ ب) ٥ ج) ١٨ د) ٢٠
٤٩	**إذا كان هـ(س) = س^{ن} ، ن ∋ ص وكانت هَّ(س)= م س^{٣} فإن قيمة الثابت م تساوي :** **أ) ٢٠ ب) ٤ ج) ٣ د) - ٢٠**
٥٠	إذا علمت أن ص = (٣س − ٥)(٢س + ٧)، فبيّن أن $\frac{ى^{٢} ص}{ى س^{٢}}$ عدد ثابت.
٥١	إذا علمت أن معادلة منحنى الدالة ص = ٣س^{٣} + ٦س^{٢} + ٤س − ٥، فبيّن أن ميل مماس المنحنى لا يمكن أن يكون سالبًا أبدًا.

الإجابات:

السؤال	الإجابة
١	أ $٢س$ ب $٦س^{٥}$ ج $-\frac{٧}{س^{٨}}$ د $-\frac{١}{س^{٢}}$ هـ ٠ و $\frac{٥}{٣}\sqrt[٣]{س^{٢}}$ ز $١٢س^{١١}$ ح $٣س^{٢}$
٢	أ $٣٥س^{٦}$ ب $٢س^{٣}$ ج $\frac{٢}{س^{٢}}$ د $٨س^{٥}$ هـ $-\frac{١٠}{٣س^{٣}}$ و $٢س^{٢}$ ز $\frac{٢}{\sqrt{س}}$ ح $-\frac{١}{\sqrt{س^{٥}}}$
٣	أ $١٢س + ١$ ب $٨س^{٣} - ٤$ ج $-٣ + \frac{١٠}{\sqrt{س^{٣}}}$ د $٢س + ١$ هـ $١٦س^{٣} - ٢٤س$ و $\frac{٣}{٢}س^{٢} - \frac{٤}{٣س^{٢}} + \frac{٣}{س^{٣}}$ ز $١٤س + \frac{٣}{س^{٢}} - \frac{٤}{س^{٣}}$ ح $٣ - \frac{٥}{س^{٢}} + \frac{١}{٤\sqrt{س^{٣}}}$ ط $\sqrt{٦س} + \frac{٣}{٢\sqrt{س}} + \frac{١}{\sqrt{س^{٣}}}$
٤	أ ٣١ ب ٣٠,٥ ج ٢,٢٥ د ٤ هـ ١٢- و ١٤ ز ٩-
٥	٣-
٦	$-\frac{١}{٢}$
٧	أ ١٠ ب $\frac{٤}{س^{٣}} - \frac{١٢}{\sqrt{س^{٥}}}$ ج $٣٠س^{٣} - \frac{٨}{س^{٣}}$ د $١٠٨س + ١٨$

٨	أ ٦٠ س^{٣} - ٢٤ س^{٢} ب $-\frac{٢}{س^{٣}}$ ج $\frac{٣}{\sqrt{٤ س}} + ٦$
٩	**١٢ س^{٢} - ٣٦ س + ١٨**
١٠	**- ٢٤**
١١	**٨**
١٢	**٢,٧٥**
١٣	**١٦**
١٤	٢م^{٤}
١٥	**١٩**
١٦	**٦**
١٧	**١**
١٨	**- ٢**
١٩	$\frac{١}{٤}$
٢٠	**٤٨**
٢١	س > ١
٢٢	$س > -\frac{٣}{٢}$
٢٣	س > ٤
٢٤	٣س
٢٥	**٣**
٢٦	**٦**
٢٧	**١٥**
٢٨	(٣ ، ٢٢)
٢٩	**- ٧**
٣٠	**- ٨**
٣١	$\frac{٥}{٤}$
٣٢	(١ ، ٦)، (٣، - ٤)

٣٣	$(-٢، -١٠)، (٢، -٦)$
٣٤	$(٤ ، ٢٤)، (-٤ ، -٤٠)$
٣٥	$(-\frac{١}{٣}، -٤\frac{١٧}{٢٧})، (٢، ١٣)$
٣٦	أ $(-٢، ٧)$؛ $(٣، -٨)$ ب عندما س = ٣ فإن الميل = ٢ عندما س = -٢ فإن الميل = -٨
٣٧	أ = ٢، ب = - ٧
٣٨	أ = -٥، ب = ٢
٣٩	أ = ٤، ب = -٦
٤٠	أ = -١٠,٥، ب = ١٨
٤١	أ = ٣، ب = -٤
٤٢	١٥
٤٣	-١
٤٤	ب = ٣ ، م = ٣٢
٤٥	ب = -٤، جـ = ٧
٤٦	$-٢ < س < ٣$
٤٧	$س \geqslant -١$ و $س \leqslant \frac{١}{٢}$
٤٨	٥
٤٩	٢٠

الدرس الثالث: قاعدة السلسلة

١ أوجِد مشتقة كلّ ممّا يأتي بدلالة س:

أ) $ص = (س + ٧)^{٩}$ ب) $ص = (٥س + ٣)^{٦}$ ج) $ص = (٢ - س)^{٥}$

د) $ص = \left(\frac{٢}{٣}س + ١\right)^{٩}$ هـ) $ص = \frac{(٥س - ٢)^{٨}}{٤}$ و) $ص = ٣(١ - \frac{١}{٢}س)^{١٠}$

ز) $ص = ٢(٤ - ٧س)^{٤}$ ح) $ص = \frac{١}{٥}(٣س - ١)^{٧}$ ط) $ص = (س^{٣} + ٣)^{٦}$

ي) $ص = \frac{٣(٢ - س^{٢})^{٨}}{٤}$ ك) $ص = \frac{١}{٢}(س^{٢} + ٤س)^{٣}$ ل) $ص = \left(س^{٢} - \frac{٥}{س}\right)^{٥}$

٢ أوجِد مشتقة كلّ ممّا يأتي بدلالة س:

أ) $ص = \frac{١}{س + ٦}$ ب) $ص = \frac{٤}{٢س - ٥}$ ج) $ص = \frac{٥}{٧ - س}$

د) $ص = \frac{٣}{٦س^{٢} + ١}$ هـ) $ص = \frac{٤}{(٥ - ٢س)^{٦}}$ و) $ص = \frac{٣}{٢(٣س + ١)^{٥}}$

ز) $ص = \frac{٨}{س^{٢} + ٢س}$ ح) $ص = \frac{٧}{(٢س^{٢} - ٥س)^{٧}}$ ط) $ص = \frac{١}{٣(س^{٣} - ٦س)^{٢}}$

٣ **إذا كانت** $د(س) = \frac{٩}{(س + ١)^{٢}}$ **، أوجد** $د'(س)$.

٤ إذا علمت أن $د(س) = ٣(٥ - ٢س)^{٥}$ أوجد $د'(٣)$

٥ إذا كانت $ص = \frac{١}{٤}(س - ٣)^{٤}$ ، فإن قيمة $ص'$ عند $س = ٥$ تساوي:

☐ ٤ ☐ ٢

☐ ٨ ☐ ٦

٦ إذا علمت أن $د(س) = \frac{٤}{٣س + ١}$ أوجد $د'(-١)$

٧ إذا علمت أن $د(س) = \frac{١}{٢}(٦ - س)^{٤}$ ، $د'(س) = ١٦$ أوجد قيمة س

٨	إذا علمت أن د(س) = $\frac{١٨}{٢س - ١}$ ، د′(س) = -٤ أوجد قيم س
٩	أوجِد مشتقة كلّ ممّا يأتي بدلالة س: أ ص = $\sqrt{س - ٣}$ ب ص = $\sqrt{٢س + ٣}$ ج ص = $\frac{١}{٢}\sqrt{١ - ٢س^{٢}}$ د ص = ٤ $\sqrt{س^{٣} - ٧س}$ هـ ص = $\sqrt[٣]{٥ - ٢س}$ و ص = $\frac{\sqrt[٥]{س^{٢} - ١}}{٦}$ ز ص = $\frac{٦}{\sqrt[٣]{٢ - ٣س}}$ ح ص = $\frac{\sqrt[٣]{(٢س - ٣)^{٤}}}{٦}$
١٠	إذا علمت أن ص = $\sqrt[٣]{(س^{٢} + س + ١٥)^{٤}}$ فأوجِد $\frac{ك ص}{ك س}$ عند س = ٣
١١	إذا علمت أن ص = $\sqrt[٤]{س^{٣} + ٨}$ ، فأوجِد $\frac{ك ص}{ك س}$ عند س = ٢
١٢	إذا علمت أن د(س) = $\frac{١}{١ + س^{٢}}$ ، فأوجِد: أ د′(٢). ب قيمة س عندما د′(س) = ٠
١٣	إذا كانت ص = $\sqrt{٣س^{٢} + ٤}$ ، ل = (٢ + ٢س)^{٢} فأثبت أن: $٨ + \frac{ك ص}{ك س} \times ص + ٥س - \frac{ك ل}{ك س} = ٠$
١٤	أوجِد ميل المماس لمنحنى الدالة ص = (٢س - ٣)^{٥} عند النقطة (٢، ١).
١٥	أوجِد ميل المماس لمنحنى الدالة ص = $\sqrt[٣]{٤ - ٢س}$ عند النقطة (-٢، ٢).
١٦	إذا علمت أن ع(س) = ٤$\sqrt{٤س^{٢} + ٥}$، فأوجِد ميل المماس لمنحنى الدالة ع(س) عند س = -١
١٧	أوجِد ميل المماس لمنحنى الدالة ص = $\frac{١٦}{(٣س + ٢)^{٤}}$ عند نقطة تقاطع المنحنى مع محور الصادات.
١٨	أوجِد ميل المماس لمنحنى الدالة ص = $\frac{٦}{(س - ١)^{٢}}$ عند نقطة تقاطع المنحنى مع محور الصادات.
١٩	أوجِد ميل المماس لمنحنى الدالة ص = س - $\frac{٣}{س + ٢}$ عند نقاط تقاطع المنحنى مع محور السينات.

٢٠ أوجِد إحداثيات النقطة التي يكون عندها ميل المماس لمنحنى الدالة ص = $\sqrt{س^{٢} - ١٠س + ٢٦}$ يساوي صفرًا.

٢١ دالة معادلتها ص = $(٣س - ٢)^{\frac{١}{٢}}$، حدد ما إذا كانت $\frac{ك^{٢} ص}{ك س^{٢}}$ موجبة، أو صفرًا، أو سالبة عند س = $\frac{١}{٢}$

٢٢ إذا علمت أن منحنى الدالة ص = $\frac{أ}{ب س - ١}$ يمر بالنقطة (٢، ١)، وميله عند هذه النقطة يساوي $-\frac{٣}{٥}$، فأوجِد قيمتَي أ، ب.

٢٣ إذا علمت أن منحنى الدالة ص = $\frac{أ}{٣س + ب}$ يمر بالنقطة (-٢ ، -٤) ، وميله عند هذه النقطة يساوي - ٣ ، فأوجِد قيمتَي أ، ب.

٢٤ إذا كانت ك = (٢ل + ٣)^{٥} ، فإنّ $\frac{ك ل}{ك ك}$ تساوي:

- ○ ٥ (٢ل + ٣)^{٤}
- ○ ١٠(٢ل + ٣)^{٤}
- ○ $\frac{١}{١٠ (٢ل + ٣)^{٤}}$
- ○ $\frac{١}{٥ (٢ل + ٣)^{٤}}$

٢٥ إذا كانت د(س) = س^{٢} + س ، هـ (س) = س - ١ ، فإن (د ○ هـ)َ(س) =

- ○ س^{٢} + س - ١
- ○ س^{٢} - س
- ○ ٢س + ١
- ○ ٢س - ١

٢٦ إذا كانت د(س) = ٢س^{٣} ، ق(س) = $\sqrt{س}$ ، س ≥ ٠ ، فإن (د ○ ق)َ(س) تساوي:

- ○ ٢$\sqrt{س^{٣}}$
- ○ ٣$\sqrt{س}$
- ○ ٢$\sqrt{٣س^{٣}}$
- ○ $\sqrt{٣س}$

٢٧ إذا كانت هـ(ع) = ع^{٢} ، د(ع) = ٢ع + ١ ، فإن (هـ ○ د)َ(ع) =

أ) ٦ع^{٢} ب) ٦ع جـ) ٦(٢ع+١) د) ٦(٢ع+١)^{٢}

٢٨ ق(س) = ٢س^{٢} ، هـ(س) = س^{٣} جد (ق ○ هـ)َ(١)

٢٩ إذا كانت د(س) = س^{٣} - س^{٢} - ١ ، هـ(س) = ٣س - ١

فأثبت أن (د ○ هـ)َ(١) = ٢

٣٠ اذا كان هـ (س) = س^{٢} ، قَ (س) = $\sqrt{س}$
اوجد (ق ○ هـ)َ(٤)

٣١	إذا كانت د(س) = س^{٢} + ١ ، فإن (د ○ د)$'$(−١) تساوي : ٤ ▭ ٢ ▭ −٢ ▭ −٨ ▭
٣٢	إذا علمت أن ع(س) = (د ○ هـ)(س)، حيث د (س) = $\frac{١}{س}$ ، هـ(س) = ٢س^{٢} - ١ أوجِد ع$'$(١)
٣٣	إذا كانت د(س) كثيرة حدود، هـ(س) = س^{٢} + ٥ ، وكانت د$'$(١) = ٨ ، (هـ ○ د)$'$(١) = ٤٨ ، فإن د(١) تساوي: ٣ ▭ ٦ ▭ ١٦ ▭ ٢٤ ▭
٣٤	إذا كانت (هـ ○ د)$'$(٣)= ١٥ ، حيث هـ (س) = س^{٢} − ٩ ، د$'$(٣) = ٥ فإن د(٣) تساوي : أ) صفر ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) ٣
٣٥	إذا كان ق(س)= س^{٢} − ٢س ، وكانت هـ(٢) = ٦ ، (ق ○ هـ)$'$ (٢) = ٤٨ فما قيمة هـ (٢) ؟ أ) صفر ب) ٨ جـ) ١٢ د) ٥
٣٦	إذا كانت ق(س) = س^{٢} + س ، وكان (هـ ○ ق)$'$(٢) = ٥٥ ، فإن هـ$'$(٦) = $\frac{٥٥}{٦}$ ▭ ١١ ▭ $\frac{٥٥}{٤}$ ▭ ٥٥ ▭
٣٧	إذا كانت ص دالة حدودية ،ص= د(ع) ، ع = س^{٢} − ١ ، (ص ○ع)$'$ (٢) = ١٢ فإن ص$'$ (٣) تساوي أ) ٣ ب) ٢ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{١}{٣}$
٣٨	إذا كان (ق ○ هـ)$'$ (٣) = ٢٨ ، هـ (٣) = −٢ ، ق$'$(−٢) = ٤ ، فما قيمة هـ$'$(٣) ؟ أ) −١٤ ب) ٢٤ جـ) −٧ د) ٧
٣٩	إذا كان د (٣) = −٢ ، د$'$ (٢) = ٤ ، هـ (٥) = ٣ ، هـ$'$ (٥) = ٧ فإن (د ○ هـ)$'$ (٥) أ) ٤٨ ب) ٢٨ جـ) ١١ د) −٥٦

٤٠ إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق وكان (ق ○ هـ)′(٣) = ١٠ ، (ق ○ هـ)(٣) = ٤ ، فإن قيمة هـ′(٣) =

أ) $\frac{٥}{٢}$ ب) ٥ ج) ٢ د) $\frac{٢}{٥}$

٤١ إذا كان ق(س) = أ س^{٢} + ٣ ، هـ(١) = −٢ ، هـ′(١) = ٥ ، (ق ○ هـ)′(١) = ٢٠ ، فإن قيمة أ تساوي:

○ −٥ ○ −١ ○ ١ ○ ٥

٤٢ اذا كانت ع(س) = $\frac{١}{أ}\sqrt{أ س + ٤}$ ، هـ(١) = ٣ ، هـ′(١) = ٢ وكانت (ع ○ هـ)′(١) = $\frac{١}{٤}$ فإن قيمة أ تساوي :

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٤ د) ٧

٤٣ اذا كان ع(س) = م س^{٣} ، ق(س) = $\sqrt{س + ١}$

وكان (ع ○ ق)′(٣) = ١٢ فما قيمة م؟

٤٤ ك(س) = س^{٣} − ٣س ، ع(س) = أ س^{٣} + ٣س ، (ك ○ ع)′(١) = ٣٠

أ = ؟ أو جد أ

٤٥ إذا كانت (ع ○ ل)(س) = س ، وكانت ع(س) ، ل(س) دالتين قابلتين للاشتقاق على مجالهما بحيث أن ع′(س) = $\frac{١}{س^{٢}}$ ، فإن ل′(س) تساوي:

☐ س(ل(س))^{٢} ☐ ل(س)

☐ ٢ ل(س) ☐ (ل(س))^{٢}

٤٦ إذا كان (م ○ ل)(س) = س ، وكان م ، ل قابلين للاشتقاق حيث م′(س) = $\frac{١}{س}$ ، س ≠ ٠ ، فإن ل′(س) =

أ) م (س) ب) ١ ج) س د) ل (س)

٤٧ إذا كان (ق ○ هـ)(س) = $\frac{١}{٢}$ س^{٢} + ٢س ، هـ(س) = $\sqrt{س + ٢}$

وكان ق′(أ) = ٥٤ فجد قيمة الثابت أ

٤٨ إذا كان ص = ٣ع − ٢ ، ع = ٤س + ١ ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ تساوي:

أ) $\frac{٣}{٤}$ ب) $\frac{٤}{٣}$ جـ) ٧ د) ١٢

٤٩ إذا كانت ص = ٢ س^{٣} — ٥ ، ع = ٣ ص + ١ ، فإنّ $\frac{د ع}{د س}$ تساوي:

- ٢س^{٢}
- ١٨س^{٢}
- $\frac{١}{٢س^{٢}}$
- $\frac{١}{١٨س^{٢}}$

٥٠ إذا كانت ص = ٢ ع^{٢} ، ع = س^{٢} + ١ ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ تساوي:

أ) ٨ س (س^{٢} + ١) ب) ٤(س^{٢} + ١) ج) $\frac{٢}{س}$(س^{٢} + ١) د) ٢ س

٥١ إذا كان ص = س^{٢} + ٥ ، س = ٥ع — ٨ فإن $\frac{د ص}{د ع}$ تساوي

أ) ٢س + ٥ ب) ١٠ع ج) ١٠س د) ٢ع + ٥

٥٢ إذا كانت ص = م^{٣} + ٤م + ٥ ، م = ٩ — س ، فإن قيمة $\frac{د ص}{د س}$ عندما م = ١ تساوي:

○ ٧- ○ ٣- ○ ٣ ○ ٧

٥٣ إذا كانت ص = ٣ع + ١ ، ع = ٥م — ٢ ، م = ٢س^{٣} فأوجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ١

٥٤ إذا كان ص = ٦س + ٧ ، ع = ٢س فإن $\frac{د ص}{د ع}$ تساوي :

أ) $\frac{١}{١٢}$ ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) ٣ د) ١٢

٥٥ إذا كانت ص = س^{٣} + ٣س + ٢ ، ل = س^{٢} — ١ فإن $\frac{د ص}{د ل}$ عندما س = ١ يساوي:

- ٢
- ٣
- ٦
- ١٢

٥٦ إذا كان ص = س^{٢} ، س = ٣ ل ، ع = ٦ ل فإن قيمة $\frac{د ص}{د ع}$ عندما س = ٢ هي :

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٨ د) ٣٦

٥٧ إذا كان ص = ل^{٢} — ٣ ، ل^{٢} = ٥ — س ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ تساوي:

- -٢ل
- ٢ل
- -١
- ١

٥٨ إذا كان ص = ٣ل^{٢} - ٦ل -٢ ، ل = ٥ع^{٢} - ٣ع ، ع = ٢س - ١

أوجِد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ٠

الإجابات:

١	أ $٩(س+٧)^{٨}$ ب $٣٠(٥س+٣)^{٥}$ ج $-٥(٢-س)^{٤}$ د $٦\left(\frac{٢}{٣}س+١\right)^{٨}$ هـ $١٠(٥س-٢)^{٧}$ و $-١٥\left(١-\frac{١}{٢}س\right)^{٩}$ ز $-٥٦(٤-٧س)^{٢}$ ح $\frac{٢١}{٥}(٣س-١)^{٦}$ ط $١٨س^{٢}(س^{٣}+٣)^{٥}$ ي $-١٢س(٢-س^{٢})^{٧}$ ك $(٣س+٦)(س^{٢}+٤س)^{٢}$ ل $٥\left(٢س+\frac{٥}{س^{٢}}\right)\left(س^{٢}-\frac{٥}{س}\right)^{٤}$
٢	أ $\frac{-١}{(س+٦)^{٢}}$ ب $\frac{-٨}{(٢س-٥)^{٢}}$ ج $\frac{٥}{(٧-س)^{٢}}$ د $\frac{-٣٦س}{(٦س^{٢}+١)^{٢}}$ هـ $\frac{٤٨}{(٥-٢س)^{٥}}$ و $-\frac{٤٥}{٢(٣س+١)^{٦}}$ ز $-\frac{١٦(س+١)}{س^{٢}(س+٢)^{٢}}$ ح $-\frac{٤٩(٤س-٥)}{(٢س^{٢}-٥س)^{٨}}$ ط $\frac{٤-٢س^{٢}}{(س^{٣}-٦س)^{٣}}$
٣	$\frac{-١٨}{(س+١)^{٣}}$
٤	-٣٠
٥	٨
٦	-٣
٧	٨
٨	س = ٢ ، س = -١
٩	أ $\frac{١}{٢\sqrt{٣-س}}$ ب $\frac{١}{٣\sqrt{٢س+٣}}$ ج $\frac{-س}{٢\sqrt{١-٢س^{٢}}}$ د $\frac{٦س^{٢}-١٤}{٣\sqrt{س^{٣}-٧س}}$ هـ $-\frac{٢}{٣\sqrt{(٥-٢س)^{٢}}}$ و $\frac{س}{١٥\sqrt[٥]{(س^{٢}-١)^{٤}}}$ ز $\frac{٦}{٣\sqrt{(٢-٣س)^{٤}}}$ ح $\frac{٤}{٩}\sqrt[٣]{٢س-٣}$

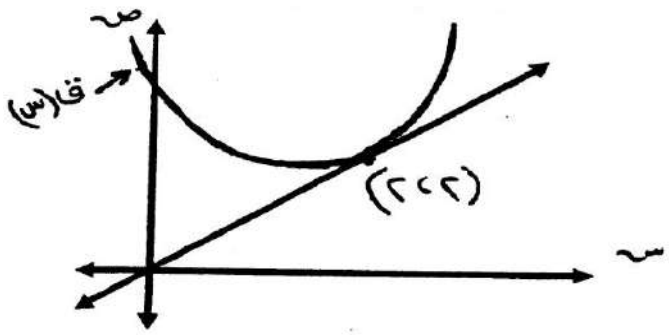
١٠	٢٨
١١	$\frac{٣}{٨}$
١٢	أ ١) $-\frac{٤}{٢٥}$ ٢) ٠
١٣	اثبات
١٤	١٠
١٥	$\frac{-١}{٦}$
١٦	$-\frac{١٦}{٣}$
١٧	٦-
١٨	١٢-
١٩	٤ ، $\frac{٤}{٣}$
٢٠	(١ ،٥)
٢١	$\frac{ص^{٢}}{س^{٢}} > ٠$ عند النقطة $\left(\frac{١}{٢}، \frac{١}{١٦}\right)$
٢٢	أ = ٥، ب = ٣
٢٣	أ = ١٦ ، ب = ٢
٢٤	$\frac{١}{١٠(٣ل٢ + ٣)^{٤}}$
٢٥	٢س - ١
٢٦	$\sqrt[٣]{س}$
٢٧	$٦(٢ع + ١)^{٢}$
٢٨	١٢
٢٩	اثبات
٣٠	٣٢
٣١	٨-

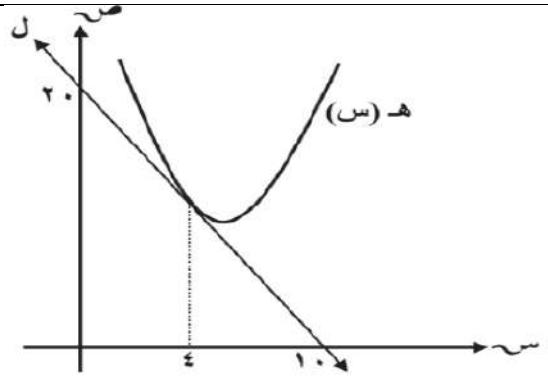
٣٢	٤-
٣٣	٣
٣٤	$\frac{٣}{٢}$
٣٥	٥
٣٦	١١
٣٧	٣
٣٨	٧
٣٩	٢٨
٤٠	٥
٤١	١-
٤٢	٤
٤٣	٤
٤٤	٦- ، ٢
٤٥	$(ل(س))^{٢}$
٤٦	ل (س)
٤٧	٣
٤٨	١٢
٤٩	$١٨س^{٢}$
٥٠	$٨ س (س^{٢} + ١)$
٥١	١٠س
٥٢	-٧
٥٣	٩٠
٥٤	٣
٥٥	٣
٥٦	٢
٥٧	١-
٥٨	١٠٩٢-

الدرس الرابع:المماس والعمودي

١	أوجِد ميل المماس لمنحنى الدالة ص = $س^{٢}$ + س عند (٢، ٦)
٢	أوجِد ميل المماس لمنحنى الدالة ص = $\frac{١}{٢}\sqrt{س}$ عند (٤، ١)
٣	أوجِد ميل المماس لمنحنى الدالة د(س) = $\frac{٦}{س}$ − ٧ عند (-٢،١٠)
٤	ميل المستقيم العمودي على مماس منحنى الدالة د(س) = $س^{٢}$ — س عند النقطة (١، ٠) يساوي: أ) ٢- ب) ١- ج) ١ د) ٢
٥	أوجِد ميل العمودي لمنحنى الدالة د(س) = $(٣س + ٤)^{٥}$ عند (-١، ١)
٦	أوجِد ميل العمودي لمنحنى الدالة ص = $\frac{٣}{\sqrt{٤س + ١}}$ عند النقطة (٢، $\frac{١}{٢}$)
٧	أوجِد ميل العمودي لمنحنى الدالة د(س) = $\frac{٩}{١ - س^{٢}}$ عند النقطة (-٢، -٣)
٨	إذا كانت معادلة العمودي على المماس لمنحنى ق(س) عند النقطة (١ ،-٢) هي ص + ٤س = ٢ فإن ق`(١) = أ) ٤- ب) $\frac{١-}{٤}$ جـ) ٤ د) $\frac{١}{٤}$
٩	إذا كانت معادلة العمودي على منحنى ق(س) عند النقطة (٣ ، ٠) هي ٢س - ٣ ص = ٦ فإن ق`(٣) = أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{٢}{٣}$ ج) $\frac{٢-}{٣}$ د) $\frac{٣-}{٢}$
١٠	إذا كان ميل العمودي على مماس المنحنى د(س) = $س^{٣}$ + $أس^{٢}$ − ٩س + ٢ عندما س = -٢ يساوي -١ أوجد قيمة أ
١١	إذا كانت معادلة العمودي على مماس المنحنى ق(س) عند النقطة (١ ، ٣) هي ص = $\frac{١}{ب}$ س ، أوجد ق`(١)
١٢	إذا كانت معادلة العمودي على المماس للمنحنى ق(س) عند النقطة (١٢ ،ب) هي أص = س وكانت ق`(١٢) = ٦ أوجد قيمة الثابت ب

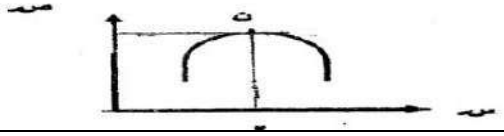
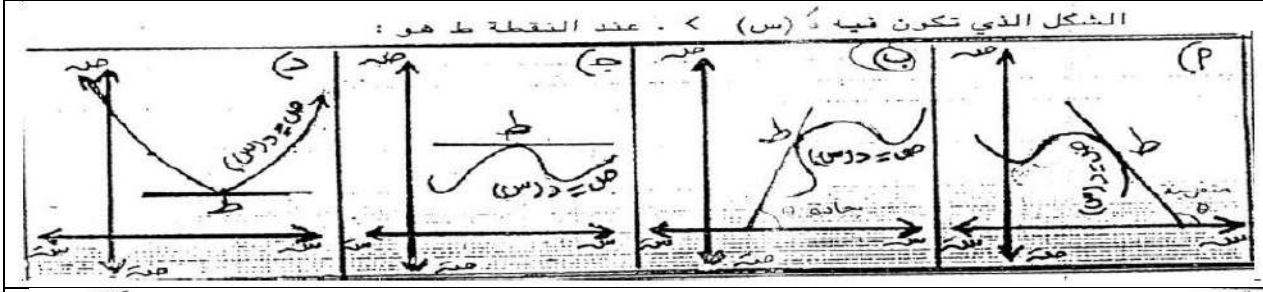
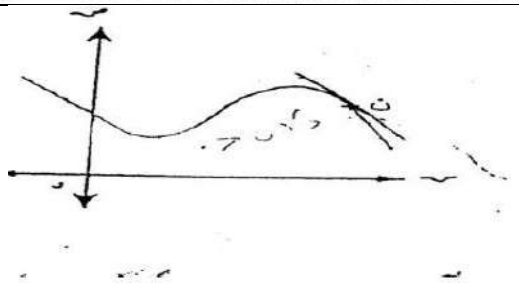
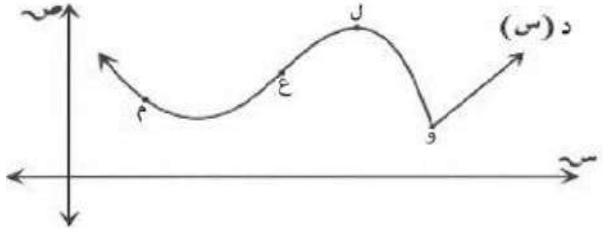
١٣	أوجِد معادلة المماس لكل منحنى من المنحنيات الآتية عند النقطة المعطاة: أ ص = س^{٣} + س + ٢ عند (-١، ٠) ب ص = (٤س^{٢} -١١)(٣ - س) عند (٢، ٥) ج ص = $\frac{\sqrt{س} + س}{\sqrt{س}}$ عند (٤، ٣) د ص = $\frac{٢س^{٣} - ٥س - ٢}{٢س^{٢}}$ عند (-٢، -١) هـ ص = $\sqrt{٢س^{٢} + ١}$ عند (٢، ٣) و ص = $\frac{١}{٨}(٣س - ١)^{٤}$ عند (١، ٢)
١٤	أوجِد معادلة العمودي لكل منحنى من المنحنيات الآتية عند النقطة المعطاة: أ ص = ٥س^{٤} + س^{٢} - ٤س + ١ عند (٠، ١) ب ص = $\frac{٣}{\sqrt[٣]{س + ١}}$ عند (-٢، -٣) ج ص = $\frac{(٢ - ٤س)^{٤}}{٨}$ عند (١، ٢) د ص = $\frac{٢٠}{س^{٢} + ١}$ عند (٣، ٢)
١٥	منحنى د(س) فيه د(٢) = ٣ ، د`(٢) = -٢ . معادلة المماس للمنحنى عند س = ٢ هي (أ) ٢س - ص - ٨ = ٠ (ب) ٢س + ص - ٨ = ٠ (ج) ٢س + ص - ٧ = ٠ (د) ٢س - ص + ٧ = ٠
١٦	**أوجد معادلة العمودي على منحنى الدالة ص= س^{٣} - ٣س^{٢} + ٥ عند النقطة (١ ، ٣)**
١٧	اذا كانت النقطة (١ ، ١) تقع على المنحنى ص = س^{٢} + ل س + ١ فأوجد قيمة ل ثم أوجد معادلة المماس لهذا المنحنى عند النقطة المذكورة .

١٨	إذا كان المماس للمنحنى ص = س^{٣} + ب س^{٢} — ٤ س — ٣ يوازي محور السينات عند س = −٢ ، فإن قيمة ب تساوي: ○ −٢ ○ $-\frac{١}{٤}$ ○ $\frac{١}{٤}$ ○ ٢
١٩	إذا كان للدالة ق (س) = س^{٢} + ب س مماساً أفقياً عند س = −١ فإن قيمة ب = أ) ٦ ب) ٤ جـ) ٣ د) ٢
٢٠	أوجد النقاط التي يكون عندها المماس للمنحنى ص = س(س − ١)^{٢} موازياً لمحور السينات.
٢١	إذا كان المستقيم ص = ٨ س — هـ يمسّ المنحنى ص = س^{٢} + ٣ ، فإن قيمة الثابت هـ تساوي: ○ ٥١ ○ ١٣ ○ −١٣ ○ −٥١
٢٢	إذا كان المستقيم ص = ٨س يمس المنحنى ص = ٢س^{٢} + أ فأوجد قيمة أ
٢٣	إذا كان المستقيم ص = ١٣س −٧ يمس المنحنى ق(س) = أس^{٣} + ب س^{٢} عند س = ١ أوجد قيمتي أ ، ب
٢٤	 الشكل المجاور يمثل منحنى ق(س) = س^{٢} + ب س + جـ . أوجد قيمة كل من ب ، جـ.
٢٥	أوجِد معادلة المماس لمنحنى الدالة ص = س^{٢} − ٣س^{٢} − ٢س − ٦ عند النقطة التي يتقاطع فيها المنحنى مع محور الصادات.
٢٦	إذا علمت أن معادلة أحد المماسَّين لمنحنى الدالة ص = ٤س − س^{٣} هي: ص = س − ٢، فأوجِد معادلة المماس الثاني الموازي للمستقيم ص = س − ٢
٢٧	أوجد معادلة المماس للمنحنى ق(س) = س^{٣} + ٦س^{٢} − ١٤ والموازي للمستقيم الذي معادلته ص + ١٢س = ٣

٢٨	معادلة المماس لمنحنى الدالة د(س) = س^{٢} ـــ ٣س + ١ الذي يعامد المستقيم الذي معادلته س + ٣ص + ١٥ = ٠ هي : أ) ص ـــ ١ = ٣س ب) ص ـــ ١ = - ٣س ج) ص ـــ ١ = ٣(س ـــ ٣) د) ص ـــ ١ = - ٣(س ـــ ٣)
٢٩	إذا كانت معادلة منحنى الدالة ص = ٥ - ٣س - ٢س^{٢} : أ) بيّن أن معادلة العمودي على المنحنى عند النقطة (-٢، ٣) هي س + ٥ص = ١٣ ب) أوجِد إحداثيات النقطة الثانية التي يتقاطع فيها العمودي مع المنحنى.
٣٠	**أوجد النقطة على منحنى ق(س) = س^{٢} - ٣س +٧ والتي يكون المماس عندها عموديا على المستقيم ٥ص + س = ٥٩**
٣١	العمودي على المنحنى الذي معادلته ص = س^{٣} - ٥س + ٣ عند النقطة (-١، ٧) يقطع محور الصادات في النقطة ل. أوجِد إحداثيات النقطة ل.
٣٢	العمودي على المنحنى الذي معادلته ص = $\frac{س^{٤}}{٢}$ +١٢س+١٠ عند النقطة (-٢ ، -٦) يقطع محور السينات في النقطة ب أوجد إحداثيات النقطة ب
٣٣	المماس على المنحنى الذي معادلته ص = ٣س^{٢} - ٨س + ٢ عند النقطة (٢ ، -٢) يقطع محور السينات في النقطة ك. أوجد إحداثيات النقطة ك
٣٤	مماسا المنحنى الذي معادلته ص = ٥ - ٣س - س^{٢} عند النقطة (-١، ٧)، والنقطة (-٤، ١) يتقاطعان في النقطة ل. أوجِد إحداثيات النقطة ل.
٣٥	إذا كان $\overleftrightarrow{ل}$ مماسًا للمنحنى هـ(س) = س^{٢} + أ س + ب عند س = ٤ ، فأوجد قيم أ ، ب 
٣٦	إذا علمت أن المماس لمنحنى الدالة ص = $\frac{١}{س^{٢}}$ عند النقطة $\left(\frac{١}{٢}، ٤\right)$ يتقاطع مع المحورَين السيني، والصادي في النقطتَين ل، ك، فأوجِد إحداثيات ل، ك.

٣٧	إذا علمت أن العمودي على المنحنى الذي معادلته ص = ٤ − ٢√س عند النقطة ل(١٦، −٤) يقطع محور السينات في النقطة ن، فأوجِد: أ معادلة العمودي ل ن. ب إحداثيات النقطة ن.
٣٨	معادلة منحنى الدالة ص = ٢س − $\frac{١٠}{س^{٢}}$ + ٨: أ أوجِد $\frac{د ص}{د س}$. ب بيّن أن العمودي على المنحنى عند النقطة (١، ٠) يتقاطع مع محور الصادات في النقطة $(٠، \frac{١}{٢٢})$.
٣٩	إذا علمت أن العمودي على المنحنى الذي معادلته ص = $\frac{٦}{\sqrt{س - ٢}}$ عند النقطة (٣، ٦) يتقاطع مع محور السينات في النقطة ل، ويتقاطع مع محور الصادات في النقطة ن، فأوجِد إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة ل ن.
٤٠	إذا علمت أن معادلة منحنى الدالة ص = ٢(√س − ١)^{٣} + ٢، وأن العمودي عند النقطة ل (٤، ٤) والعمودي عند النقطة ن (٩، ١٨) يتقاطعان في النقطة ر، فأوجد إحداثيات النقطة ر.
٤١	إذا علمت أن معادلة المنحنى ص = $\frac{١}{٢}$س^{٣} − ٨س + ١٠ والعمودي على المنحنى عند النقطة ل (٢، −٢) والمماس للمنحنى عند النقطة ن (−٣، ٢٠,٥) يتقاطعان في النقطة ع فأوجِد إحداثيات ع .
٤٢	إذا علمت أن معادلة المنحنى ص = س^{٥} − ٨س^{٣} + ١٦س، والعمودي على المنحنى عند النقطة ل (١، ٩) والمماس للمنحنى عند النقطة ن (−١، −٩) يتقاطعان في النقطة ر، فأوجد إحداثيات ر.
٤٣	منحنى معادلته ص = ٣س + $\frac{١٢}{س}$، يمر بالنقطتَين ا(٢، ١٢)، ب(٦، ٢٠)، والمماسَان المرسومَان عند النقطتَين ع، ء الواقعتَين على المنحنى يوازيان المستقيم ا ب. أوجِد: أ إحداثيات النقطتَين ع، ء. ب معادلة العمود المنصف للقطعة المستقيمة ع ء.
٤٤	إذا عُلِم أن المماس للمنحنى ص = (س − $\frac{٢}{س}$)^{٣} عند س = ١ يمر بالنقطة (ف ، ٨) فأوجد قيمة ف .
٤٥	إذا كان المستقيم م س + ٣ ص = ١ يمس المنحنى ق(س) = ٤س^{٢} + م س + ل عند النقطة (١، ق(١)) فأوجد قيمة الثابتين م ، ل

٤٦	إذا كان المستقيم ٢س -ص + جـ = ٠ يمس المنحنى ق(س) = $\frac{-٢}{س}$ ، س ≠ ٠ عند النقطة (س١، ص١) الواقعة على منحناه ، أوجد قيم الثابت جـ
٤٧	إذا علمت أن منحنى الدالة ص = س(س − ١)(س + ٢) يتقاطع مع محور السينات في النقاط و (٠، ٠)، ا(١، ٠)، ب(−٢، ٠)، والعمودَين على المنحنى عند النقطتَين ا، ب يتقاطعان في النقطة ج، فأوجِد إحداثيات النقطة ج.
٤٨	إذا علمت أن منحنى الدالة ص = $\frac{٥}{٢ - ٣س}$ يمر بالنقطة ل(−١، ١)، فأوجِد معادلة المماس للمنحنى عند النقطة ل، وقياس الزاوية التي يصنعها المماس مع محور السينات.
٤٩	إذا علمت أن منحنى الدالة ص = $\frac{١٢}{٢س - ٣}$ − ٤ يقطع محور السينات في النقطة ل، وأن مماس المنحنى عند النقطة ل يقطع محور الصادات في النقطة ن، فأوجد ل ن.
٥٠	إذا علمت أن العمودي على منحنى الدالة ص = ٢س^{٢} + ك س − ٣ عند النقطة (٣، −٦) يوازي المستقيم س + ٥ ص = ١٠، فأوجِد: أ قيمة ك. ب إحداثيات النقطة الثانية التي يتقاطع فيها العمودي والمنحنى.
٥١	إذا كانت ق (س) = س^{٣} + هـ س + د ، د (س) = س^{٢} − جـ وكانت ق (س) ، د (س) تتقاطعان عند النقطه (١ ، ٤) ولهما نفس المماس عند هذه النقطه . أوجد قيمة الثوابت هـ ، د ، جـ
٥٢	إذا كان د(س) = س^{٢} + ب س + م ، المستقيم ص = س + ٢ مماسا للمنحنى د(س) عند النقطة (١ ، ٣) أوجد قيمتي ب ، م
٥٣	**إذا كان العمودي على مماس ق(س) = س^{٢} - ٤٠ عند س = ١ يقطع المنحنى مرة أخرى عند س = أ أوجد قيمة أ**
٥٤	**رسم مماس لمنحنى ق(س) = س^{٢} + جـ من النقطة (١ ، ب) الواقعة على منحناه فقطع محور السينات في النقطة س = - ١ جد قيم كل من ب ، جـ**

٥٥	إذا كان ق(س) = م س^{٢} + ٧س + ل وكان المماس للمنحنى ق(س) عند النقطة (١ ، ٣) يمر بالنقطة (٣ ، ٥) أوجد قيمتي م ، ل
٥٦	إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ١) ، (٣ ، ٤) يمس المنحنى ق(س) = م س^{٢} - ٧س + ٥ أوجد قيمة م
٥٧	إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١، ١) ، (٠، -١) مماسا" لمنحنى ق(س) = ٢س^{٢} - ٥س + ٧ ، جد ا
٥٨	إذا كان هـ(٢) = ٥ ، هـ(٥) = -٤ (ق ∘ هـ)(٢) = ٨ فأوجد معادلة المماس لمنحنى ق(س) عند س = ٢
٥٩	أوجد مساحة المثلث المكون من مماس المنحنى ص = $\frac{١}{س}$ عند النقطة (ب ، $\frac{١}{ب}$) ومحوري السينات والصادات
٦٠	في الشكل المقابل قيمة المشتقة الأولى للدالة د(س) عند النقطة ن تساوي :  أ) صفر ب) $\frac{٢}{٣}$ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) ٣
٦١	الشكل الذي تكون فيه د'(س) > ٠ عند النقطة ط هو : 
٦٢	في الرسم المقابل : المشتقة الأولى للدالة د (س) عند النقطة ن تكون :  أ) سالبة . ب) موجبة . جـ) غير موجودة . د) مساوية صفر .
٦٣	إذا كان الشكل المجاور يمثل بيان الدالة د(س) ، فإن النقطة التي يكون عندها د'(س) < ٠ هي :  ○ و ○ ل ○ ع ○ م

السؤال	الإجابة
١	٥
٢	$\frac{١}{٨}$
٣	$\frac{٣}{٢}$
٤	-١
٥	$\frac{-١}{١٥}$
٦	٦
٧	$\frac{١}{٤}$
٨	$\frac{١}{٤}$
٩	$\frac{-٣}{٢}$
١٠	$\frac{١}{٢}$
١١	$-\frac{١}{٣}$
١٢	-٢
١٣	أ ص = ٤س + ٤ ب ص = ١١س - ١٧ ج ٤ص = س + ٨ د ٨ص = ١١س + ١٤ هـ ٣ص = ٤س + ١ و ص = ١٢س -١٠
١٤	أ ٤ص = س + ٤ ب ص = س - ١ ج ١٦ص = - س + ٣٣ د ٦ص = ٥س – ٣
١٥	٢س + ص – ٧ = ٠
١٦	٣ص = س + ٨
١٧	ل = -١ ، معادلة المماس ص = س

١٨	٢
١٩	٢
٢٠	$\left(\frac{١}{٣}، \frac{٤}{٢٧}\right)$ ، (٠، ١)
٢١	١٣
٢٢	٨
٢٣	أ = ١ ، ب = ٥
٢٤	**ب = -٣ ، جـ = ٤**
٢٥	ص = -٢س - ٦
٢٦	ص = س + ٢
٢٧	ص = -١٢س - ٢٢
٢٨	ص − ١ = ٣(س − ٣)
٢٩	أ برهان ب (٢,٤٨ ، ٠,٦)
٣٠	(١١ ، ٤)
٣١	(٧,٥ ، ٠)
٣٢	(٠ ، ٢٢)
٣٣	(٠ ، ٢,٥)
٣٤	(٨,٥ ، ٢,٥-)
٣٥	أ = -١٠ ، ب = ٣٦
٣٦	(٠ ، ١٢)، $\left(\frac{٣}{٤}، ٠\right)$
٣٧	أ ص = ٤س - ٦٨ ب (٠ ، ١٧)
٣٨	أ $٢ + \frac{٢٠}{س^{٣}}$ ب برهان
٣٩	(٢,٥ ، ٧,٥-)
٤٠	(٢٨,٤ ، ٣٢,٦-)

٤١	(-٨ ، -٧)
٤٢	(-٦,٢، ٦,٦)
٤٣	أ $(\sqrt{٣٢}، \sqrt{٣٨})$، $(-\sqrt{٣٢}، -\sqrt{٣٨})$ ب س + ٤ص = ٠
٤٤	٢
٤٥	$م = -٦ ، ل = \frac{١٣}{٣}$
٤٦	جـ = ٤ ، جـ = -٤
٤٧	(٤، -١)
٤٨	ص = ٠,٦س + ١,٦ ؛ ٣٠,٩٦°
٤٩	$\sqrt{٧٣}$
٥٠	أ -٧ ب (٠,٤، -٥,٤٨)
٥١	$جـ = -٣ ، هـ = -١ ، د = ٤$
٥٢	ب = -١ ، م = ٣
٥٣	-١,٥
٥٤	ب = ٤ ، جـ = ٣
٥٥	م = -٣ ، ل = -١
٥٦	٤
٥٧	أ = ٢ ، أ = -١٤
٥٨	ص = -٢س + ٩
٥٩	٢
٦٠	صفر
٦١	ب
٦٢	سالبة
٦٣	م

الدرس الخامس :الدوال المتزايدة والدوال المتناقصة

١	أوجِد مجموعة قيم س عندما تكون كل دالة ممّا يأتي متزايدة: أ د(س) = س^{٢} + ١٢س + ٢ ب د(س) = ٣س^{٢} − ١٨س + ٧ ج د(س) = ٥ − ٤س − ٢س^{٢} د د(س) = س^{٣} − ٦س^{٢} + ٢ هـ د(س) = ٢س^{٣} − ١٢س^{٢} − ٣٠س + ٦ و د(س) = ١٦ + ١٦س − س^{٢} − س^{٣}
٢	أوجِد مجموعة قيم س عندما تكون كل دالة ممّا يأتي متناقصة: أ د(س) = ٥س^{٢} − ٥س + ٢ ب د(س) = ١٠ + ١٦س − س^{٢} ج د(س) = ٢س^{٣} − $\frac{١٥}{٢}$ س^{٢} − ٩س + ٢ د د(س) = ٢٧س − س^{٣} + ٥ هـ د(س) = −٤٠س + ١٣س^{٢} − س^{٣} و د(س) = ١١ + ٢٤س − ٣س^{٢} − س^{٣}
٣	أوجِد مجال قيم س التي تكون عندها الدالة ص = س^{٣} − ٣س متزايدة
٤	أوجد مجال قيم س التي تكون عندها الدالة ص = س^{٣} + ٢س^{٢} − ٥ متناقصة.
٥	**عيّن فترات التزايد والتناقص للدالة د(س) = س^{٣} + ٣س^{٢} − ٩س + ٦**
٦	**عيّن فترات التزايد وفترات التناقص للدالة د(س) = $\frac{١}{٣}$ س^{٣} − س^{٢}**
٧	عيِّن فترات التزايد والتناقص للدالة هـ(س) = ٥س^{٢} + ٣
٨	أوجِد قيم س عندما تكون د (س) = $\frac{١}{٦}$ (٥ − ٢س)^{٣} + ٤س متزايدة.
٩	إذا كانت د (س) = $\frac{٤}{١ - ٢س}$، حيث س ⩽ ١، فأوجِد د′(س)، وحدّد ما إذا كانت الدالة متزايدة أو متناقصة أو غير ذلك.
١٠	إذا كانت د (س) = $\frac{٦}{٢س - ١}$، حيث س ⩽ ٣، فأوجِد د′(س)، وحدّد ما إذا كانت الدالة متزايدة أو متناقصة أو غير ذلك.
١١	إذا كانت د (س) = $\frac{٥}{(س + ٢)^{٢}}$ − $\frac{٢}{س + ٢}$، حيث س ⩽ ٠، فأوجِد د′(س)، وحدّد ما إذا كانت الدالة متزايدة، متناقصة، أو غير ذلك.

١٢	إذا كانت د (س) = $\frac{٦}{(س - ١)^{٢}} - \frac{٢}{س - ١}$، حيث س > ٢ ، فأوجِد د′(س)، وحدّد ما إذا كانت الدالة متزايدة متناقصة، أو غير ذلك.
١٣	إذا كانت د (س) = (٢س + ٥)^{٢} - ٣، حيث س ⩽ ٠، فأوجد د′(س) واذكر سبب أن الدالة متزايدة
١٤	أ أوجِد $\frac{ك ص}{ك س}$ للدالة ص = $\frac{٣}{\sqrt{س}}$ عند س = ٩ ب هل دالة الميل متزايدة أم متناقصة عند س = ٩ ؟
١٥	بيّن أن د (س) = $\frac{س^{٢} - ٤}{س}$ متزايدة.
١٦	إذا علمت أن الدالة د (س) = $\frac{٢}{س^{٤}}$ - س^{٢}، حيث س > ٠، فبيّن أن د (س) متناقصة
١٧	عيّن فترات التزايد والتناقص للدالة ص إذا علمت أن $\frac{ك ص}{ك س}$ = س(س - ٣)
١٨	**عيّن فترات التزايد والتناقص للدالة ص = د(س) حيث $\frac{ك ص}{ك س}$ = (٤ — س^{٢})(س^{٢} + ١)**
١٩	أ أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة ص = ٣$\sqrt{س}$ - ٢ عند النقطة التي يتقاطع فيها المنحنى مع المحور السيني. ب هل المنحنى متزايد أم متناقص عند هذه النقطة؟ برّر إجابتك.
٢٠	بيّن أن الدالة ص = س^{٣} + ك س + جـ متزايدة دائمًا لجميع قيم ك > ٠
٢١	إذا علمت أن الدالة د(س) = ١٢س - ٢س^{٢} - $\frac{١}{٣}$س^{٣} متزايدة على الفترة أ < س < ب، فأوجِد قيمتَي أ ، ب.
٢٢	إذا علمت أن الدالة د(س) = $\frac{٢}{٣}$س^{٣} - $\frac{٧}{٢}$ س^{٢} - ٤س متناقصة على الفترة أ < س < ب، فأوجِد قيمتَي أ ، ب.
٢٣	إذا علمت أن الدالة د(س) = س^{٣} -١٢س^{٢} + ٣٦س + ١ متزايدة على الفترة س < أ ، س > ب فأوجد قيمتي أ ، ب
٢٤	ينتج مصنع س سلعة كل يوم. وكانت دالة الربح ع (س) = ٢س^{٣} - ٨١ س^{٢} + ٨٤٠س، أوجِد عدد السلع (س) المنتجة التي يتناقص فيها الربح.

الإجابات:

السؤال	الإجابة
١	أ) س > -٦ ب) س > ٣ ج) س < ١ د) س < ٠ ، س > ٦ هـ) س < -١ ، س > ٥ و) $-\frac{٨}{٣}$ < س < ٢
٢	أ) س < ٠,٥ ب) س < ٨ ج) $-\frac{١}{٢}$ < س < ٣ د) س < -٣ ، س < ٣ هـ) س < ٢ أو س > $\frac{٢٠}{٣}$ و) س < -٤ أو س < ٢
٣	س < -١ أو س > ١
٤	$-\frac{٤}{٣}$ < س < ٠
٥	متزايدة : س < -٣ أو س > ١ متناقصة : -٣ < س < ١
٦	متزايدة : س < ٠ أو س > ٢ متناقصة : ٠ < س < ٢
٧	متزايدة : س > ٠ متناقصة : س < ٠
٨	١,٥ < س < ٣,٥
٩	$\frac{٨}{(١ - ٢س)^{٢}}$ ، متزايدة
١٠	$\frac{-١٢}{(٢س - ١)^{٢}}$ ، متناقصة

١١	$\frac{٢س - ٦}{(س + ٢)^{٣}}$ متزايدة على الفترة ٠ < س < ٣، ومتناقصة على الفترة س > ٣
١٢	$\frac{-٢س + ١٤}{(س - ١)^{٣}}$ متناقصة على الفترة ٢ < س < ٧، متزايدة على الفترة س > ٨
١٣	٨س + ٢٠، ٨س + ٢٠ ⩽ ٠ إذا كان س ⩽ ٠
١٤	أ $-\frac{١}{١٨}$ ب متزايدة
١٥	برهان.
١٦	برهان.
١٧	متزايدة : س < ٠ أو س > ٣ متناقصة : ٠ < س < ٣
١٨	متناقصة : س < -٢ أو س > ٢ متزايدة : -٢ < س < ٢
١٩	أ $\frac{٩}{٤}$ ب الميل موجب؛ الدالة متزايدة
٢٠	برهان
٢١	أ = -٦، ب = ٢
٢٢	أ= $-\frac{١}{٢}$ ، ب = ٤
٢٣	أ = ٦ ، ب = ٢
٢٤	٧ < س < ٢٠ ، س عدد صحيح

الدرس السادس:النقاط الحرجة

١	أوجد النقاط الحرجة في مجال الدالة: د(س) = $س^{٣} - ١٢س$
٢	أوجِد إحداثيات النقاط الحرجة الواقعة على منحنى الدالة ص = $س^{٤} + ٣٢س - ١$
٣	عين فترات التزايد والتناقص للدالة د(س) = $س^{٢} + ٢س - ٣$ ، ثم أوجد النقطة الحرجة
٤	أوجِد النقاط الحرجة لمنحنى الدالة ص = $س^{٣} - ٣س^{٢} + ٢$ وحدد نوع كل منها وارسم بيانها موضحًا النقاط الحرجة.
٥	أوجِد إحداثيات النقاط الحرجة لكل من المنحنيات الآتية، وحدد نوع كل نقطة منها . ارسم كل دالة موضحًا النقاط الحرجة: أ ص = $س^{٢} + ٦س + ٨$ ب ص = (٣ + س)(٢ − س) ج ص = $٢س^{٣} + ٣س^{٢} - ٧٢س + ٥$ د ص = $١٠ + ٩س - ٣س^{٢} - س^{٣}$ هـ ص = $٢س + س^{٢} - ٤س^{٣}$ و ص = $(٢س - ٣)^{٣} - ٦س$
٦	أوجِد إحداثيات النقاط الحرجة الواقعة على منحنى الدالة ص = س − $\sqrt{س}$ ، وحدد نوعها.
٧	أوجِد إحداثيات النقاط الحرجة لكل من المنحنيات الآتية، وحدد نوع كل نقطة منها: أ ص = $\sqrt{س} + \frac{٩}{\sqrt{س}}$ ب ص = $٤س^{٢} + \frac{٨}{س}$ ج ص = $\frac{(س - ٣)^{٢}}{س}$ د ص = $س^{٣} + \frac{٤٨}{س} + ٤$ هـ ص = س (س - ٦)^{٢} - ٤ و ص = $(٢س - ٥)^{٤} + ٨س$
٨	بيّن أنه يوجد نقطة حرجة لمنحنى الدالة ص = $٢٧س - \frac{٤}{(س + ٢)^{٢}}$ عند س = $-\frac{٨}{٣}$، وحدد نوعها.
٩	إذا كانت ص = $\frac{س^{٢} - ٩}{س^{٢}}$. فأوجِد $\frac{ى ص}{ى س}$، ثم اشرح سبب عدم وجود نقطة حرجة للمنحنى

١٠	أ بيّن أن منحنى الدالة ص = ١٢ + ٢س^{٣} − س^{٤} له نقطة حرجة عند س = ٠ ب بيّن أنه من المستحيل تحديد نوع النقطة الحرجة عند س = ٠ باستخدام اختبار المشتقة الثانية. ج استخدم اختبار المشتقة الأولى لإيجاد طبيعة النقطة الحرجة عند س = ٠
١١	أوجد إحداثيات النقطة الحرجة ص = ٥ − س^{٣} ثم حدد نوعها
١٢	لتكن د(س) = $\frac{٩س^{٢} + ١}{س}$: أ أوجِد الإحداثي السيني للنقاط الحرجة على منحنى الدالة د(س). ب حدد ما إذا كانت كل من هذه النقاط نقطة عظمى أو نقطة صغرى.
١٣	أ أوجِد إحداثيات النقاط الحرجة الواقعة على منحنى الدالة ص = ٦س^{٢} ($\sqrt[٣]{س - ٧}$)، وحدد نوعها. ب حدّد ما إذا كانت هذه النقاط عظمى أو صغرى
١٤	إذا كان للمنحنى ق(س) = س^{٢} + ٣ أ س نقطة حرجة عند س = ٩ أوجد قيمة أ
١٥	اذا كانت للدالة د(س) = ٤ س^{٢} + $\frac{م}{س}$ نقطة حرجة عند س= $\frac{١}{٢}$ فإن قيمة م تساوي: أ) ٨ ب) ٤ جـ) ٢ د) ١
١٦	لتكن د′(س) = س(س + ٢) - ٦س فإن مجموعة قيم س التي تكون عندها نقاط حرجة للدالة د(س) هي: أ) {٠ ، ٤} ب) { ٠ ، ٢} جـ) ٢ د) ٠
١٧	**إذا كان للدالة د(س) = م س^{٣} - ٣س^{٢} نقطة صغرى عند س = ٢ فإن قيمة الثابت م =** **أ) -١ ب) ١ جـ) ٢ د) ٣**
١٨	إذا كانت ق(س) كثيرة حدود حيث أن ق(س) = س^{٣} + هـ (س) ، وكان للدالة ق(س) نقطة عظمى عند س = − ٢ ، فإن هـ′(−٢) تساوي : ☐ −١٢ ☐ −٢ ☐ صفر ☐ ٨

١٩ عدد النقاط الحرجة لدالة د(س) = ٢(س − ٥) تساوي:

○ صفر ○ ١

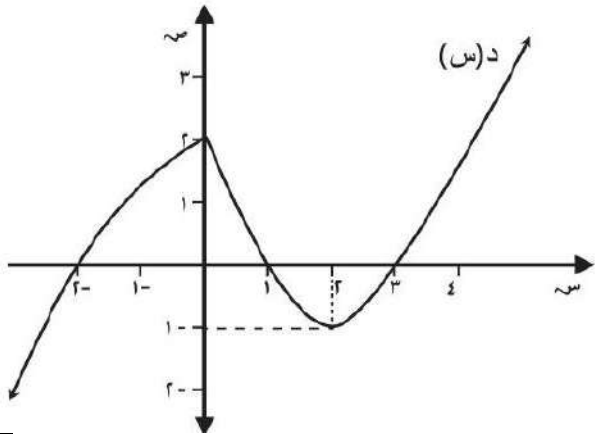
○ ٢ ○ ٥

٢٠ عدد النقاط الحرجة للدالة د(س) = ٦س — س^{٢} يساوي:

○ صفر ○ ١

○ ٢ ○ ٣

٢١ الشكل المجاور يمثّل بيان الدالة د(س) على ح ، أوجد :



أ) فترات التزايد للدالة د(س) .

ب) النقاط الحرجة.

٢٢ إذا علمت أن ص = ٢س^{٣} − ٣س^{٢} − ٣٦س + ك، فأوجد :

أ الإحداثي السيني للنقطتَين الحرجتَين على المنحنى.

ب قيمتَي ك عندما يكون للمنحنى نقطة حرجة تقع على محور السينات.

٢٣ إذا علمت أن لمنحنى الدالة ص = س^{٣} + ١٠س^{٢} + ك س − ٢ نقطة حرجة عند س = −٨، فأوجد :

أ الإحداثي السيني للنقطة الحرجة الأخرى.

ب نوع كل من النقطتَين الحرجتَين.

٢٤ إذا علمت أن النقطة (− ١ ، ٨) نقطة حرجة للمنحنى ص = ١٦ + أ س − ب س^{٣} ، فأوجد قيمة كلًا من: أ ، ب.

٢٥ إذا علمت أن د(س) = س^{٢} + أس + ب لها نقطة حرجة عند س = −١ وكانت د(−١) = ٥ ، فأوجد قيمة كل من أ ، ب.

٢٦ إذا علمت أن لمنحنى الدالة ص = أ س^{٣} + ب س^{٢} + ٨س − ١ نقطتَين حرجتَين عند س = $\frac{١}{٣}$ ، س = ٤ فأوجِد قيمة كل من أ ، ب.

٢٧	إذا علمت أن لمنحنى الدالة ص = س^{٣} + أس^{٢} − ٩س + ٢ نقطة عظمى عند س = −٣، فأوجِد: أ قيمة أ. ب مجال قيم س عندما تكون الدالة متناقصة.
٢٨	تقع على منحنى الدالة ص = أ س^{٢} + ب س − ٢ نقطة صغرى عند س = −٢، ويمرّ المنحنى بالنقطة (١، ١٢). أوجِد أ، ب.
٢٩	إذا علمت أن منحنى الدالة ص = ٢س^{٣} + أس^{٢} + ب س − ٣٠ يمر بالنقطة (٤، ٢)، وله نقطة حرجة عند س = ٣، فأوجِد: أ قيمتَي أ، ب. ب إحداثيات النقطة الحرجة الأخرى، وحدد نوعها.
٣٠	**إذا كان للدالة ق(س) = م س^{٣} + ٣ل س^{٢} نقطة عظمى عند النقطة (٣ ، ١٨) فأوجد قيمتي م ، ل**
٣١	إذا كان للمنحنى د(س) = أس^{٣} + ب س + ٥ نقطة عظمى عند (-١ ، ٧) أوجد قيمة أ ، ب
٣٢	**إذا كان للدالة د(س) = س^{٣} + أس^{٢} + ب س نقطة عظمى عند س = ١ و نقطة صغرى عند س = ٣ فأوجد قيمة كل من أ ، ب**
٣٣	**إذا كان للدالة د(س) = ٢س^{٣} — ٦س^{٢} + ل نقطة صُغرى عند النقطة (جـ ، ٥) ، فأوجد قيمتي الثابتين جـ ، ل .**
٣٤	إذا كان ق(س) = $(أ س - ب)^{\frac{٢}{٣}}$ + ٥ب ، حيث أ ≠ ٠ ، وكان للاقتران ق(س) نقطة صغرى عند النقطة (٤ ، ١٠) ، فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب
٣٥	أوجِد النقاط الحرجة الواقعة على المنحنى ص = ك س^{٣} + ٦س^{٢}؛ وصنّفها بدلالة ك.
٣٦	إذا علمت أن ص = ١ + ٢س + $\frac{ك^{٢}}{٢س - ٣}$، حيث ك عدد موجب، فأوجِد قيمة س بدلالة ك عندما يكون للمنحنى عندها نقاط حرجة، وحدد نوع كل منها.
٣٧	أوجِد إحداثيات النقاط الحرجة لمنحنى الدالة ص = س^{٤} − ٤س^{٣} + ٤س^{٢} + ١، وحدد نوع كل منها، ثم ارسم المنحنى موضحًا النقاط الحرجة.
٣٨	إذا علمت أن لمنحنى الدالة ص = $\frac{١}{٣}$س^{٣} − أس^{٢} + ٣أس + ١، (أ ≠ ٠) نقطة حرجة واحدة، فأوجِد قيمة أ.

٣٩ يوجد لمنحنى الدالة ص = س^{٣} + أس^{٢} + ب نقطة حرجة عند (٤، -٢٧):

أ أوجِد قيمتَي أ، ب.

ب حدد نوع النقطة الحرجة (٤، -٢٧).

ج أوجِد إحداثيات النقاط الحرجة الأخرى على المنحنى، وحدد نوع كل منها.

د أوجِد إحداثيات النقطة الواقعة على المنحنى التي يكون لدالة الميل عندها قيمة صغرى، وأوجِد هذه القيمة الصغرى.

٤٠ يوجد لمنحنى الدالة ص = س^{٢} + $\frac{أ}{س}$ + ب نقطة حرجة عند (٣، ٥).

أ أوجِد قيمتَي أ، ب.

ب حدد نوع النقطة الحرجة (٣، ٥).

ج أوجِد باستخدام البرمجيات الحاسوبية مجال قيم س عندما يكون منحنى الدالة ص = س^{٢} + $\frac{أ}{س}$ + ب متناقصًا.

٤١ يوجد لمنحنى الدالة ص = أس + $\frac{ب}{س^{٢}}$ نقطة حرجة عند (٢، ١٢).

أ أوجِد قيمتَي أ، ب.

ب حدد نوع النقطة الحرجة (٢، ١٢).

ج أوجِد باستخدام البرمجيات الحاسوبية مجال قيم س عندما يكون منحنى الدالة ص = أس + $\frac{ب}{س^{٢}}$ متزايدًا.

٤٢ ليكن منحنى الدالة ص = س^{٣} + س^{٢} − ٥س + ٧، فأوجِد:

أ مجموعة قيم س عندما يكون ميل المماس للمنحنى أقل من ٣

ب إحداثيات النقطتَين الحرجتَين على المنحنى، وحدد نوع كل منها.

٤٣ ليكن منحنى الدالة ص = س^{٣} + ع س^{٢} حيث ع عدد موجب:

أ بيّن أن نقطة الأصل هي نقطة حرجة، وأوجِد إحداثيات النقطة الحرجة الأخرى بدلالة ع.

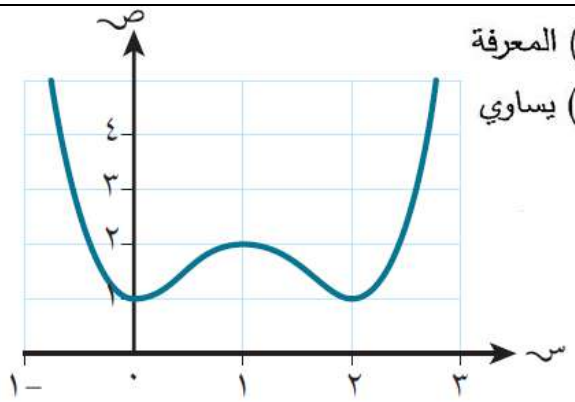
ب حدد نوع كل نقطة حرجة.

ج إذا كانت ص = س^{٣} + ع س^{٢} + ع س منحنى لدالة آخرى، فأوجِد قيم ع عندما لا توجد للمنحنى نقاط حرجة.

٤٤ إذا علمت أنه لا يوجد لمنحنى الدالة ص = ٢س^{٣} + أس^{٢} + ب س - ٣٠ نقاط حرجة، فبيّن أن أ^{٢} < ٦ب.

٤٥ أوجد معادلة منحنى الحدودية من الدرجة الثانية الذي يمر بالنقطتين (٠، ٠)، (٢، -١٢) وله نقطة حرجة عند س = ٢

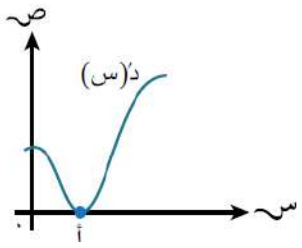
٤٦ إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الدالة د(س) المعرفة على ع ، فإن عدد النقاط الحرجة للدالة د(س) يساوي



☐ صفر ☐ ١

☐ ٢ ☐ ٣

٤٧ يبيّن الشكل المجاور منحنى د'(س).



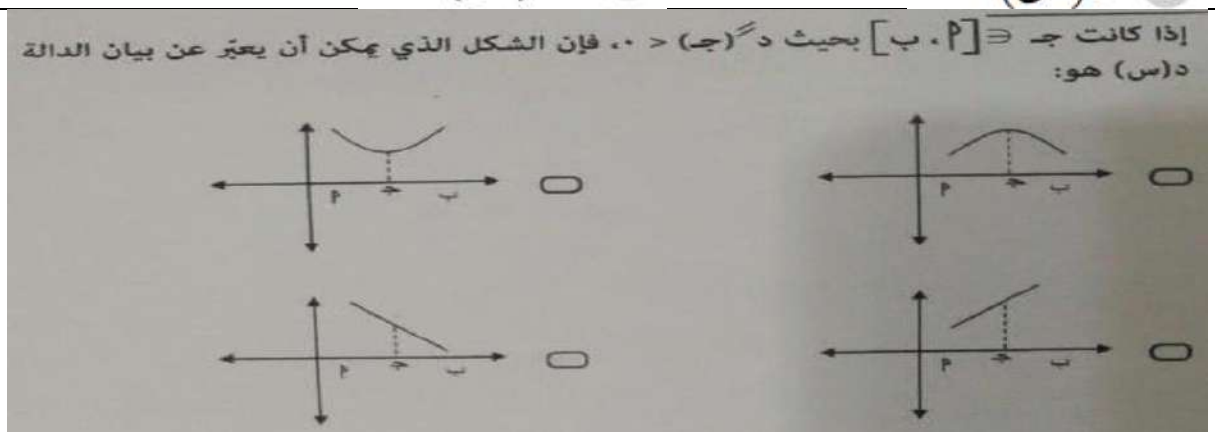
أي من العبارات الآتية صحيح دائمًا عند النقطة أ :

أ د(س) لها نقطة صغرى.

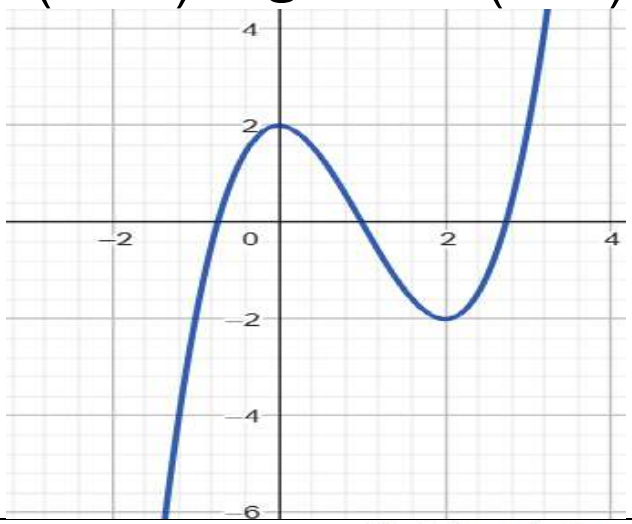
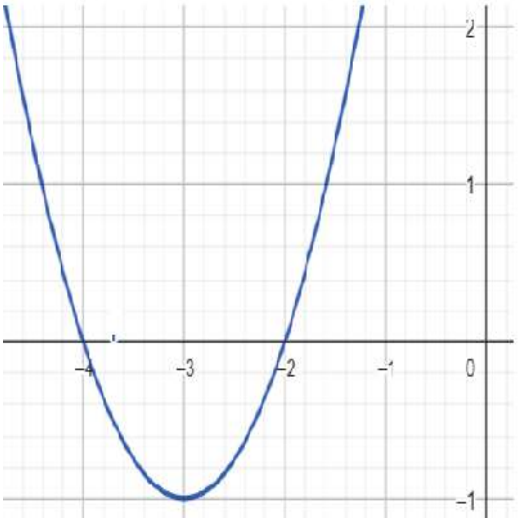
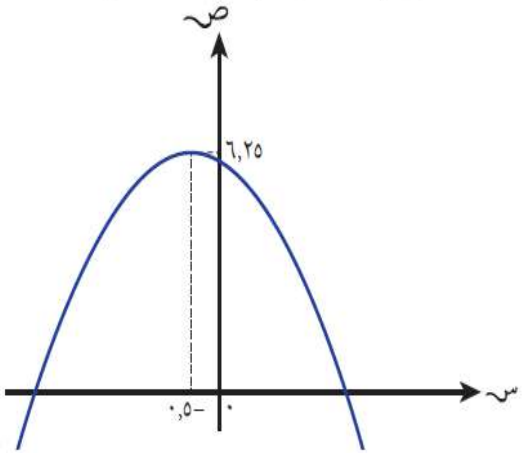
ب د(س) لها نقطة عظمى.

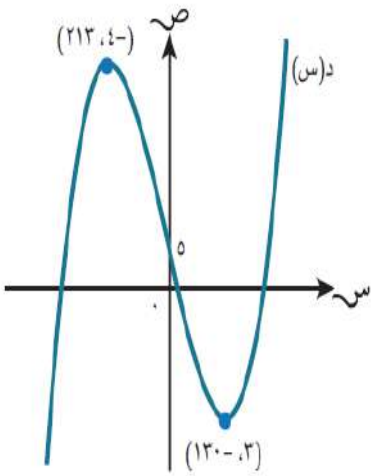
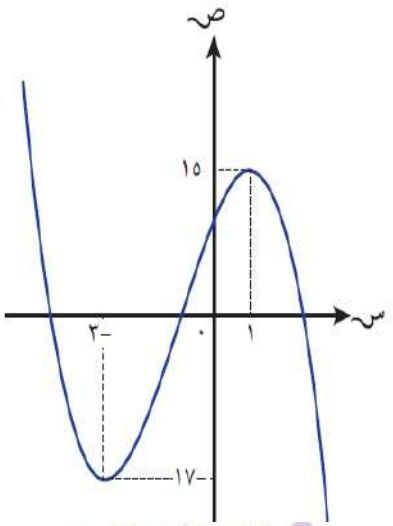
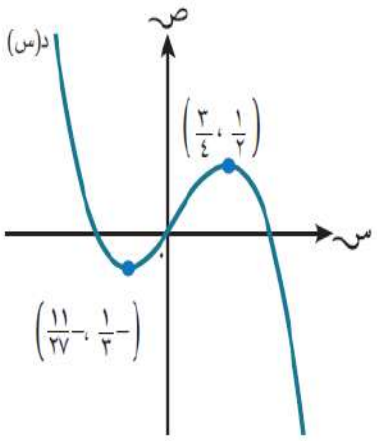
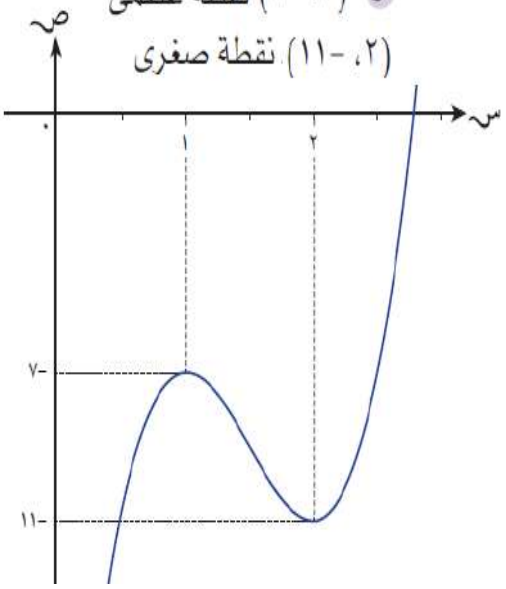
ج د(س) = ٠ د د"(س) = ٠

٤٨ إذا كانت جـ ∈ [أ ، ب] بحيث د'(جـ) < ٠ ، فإن الشكل الذي يمكن أن يعبّر عن بيان الدالة د(س) هو:



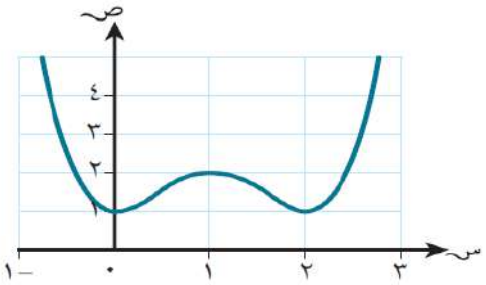
الإجابات:

١	(٢ ، -١٦) ، (-٢ ، ١٦)
٢	النقطة الحرجة (-٢ ، -٤٩)
٣	د(س) متزايدة س > -١ د(س) متناقصة س < -١ النقطة الحرجة (-١، -٤)
٤	(٠ ، ٢) نقطة عظمى ، (٢ ، -٢) نقطة صغرى 
٥	أ (-٣،-١) نقطة صغرى  ب (-٠,٥، ٦,٢٥) نقطة عظمى 

	ج (-٤، ٢١٣)، نقطة عظمى؛ (٣، -١٣٠)، نقطة صغرى  د (-٣، -١٧) نقطة صغرى ، (١، ١٥) نقطة عظمى  هـ $\left(-\frac{١}{٣}، -\frac{١١}{٢٧}\right)$، نقطة صغرى؛ $\left(\frac{١}{٢}، \frac{٣}{٤}\right)$، نقطة عظمى  ص د(س) $\left(\frac{٣}{٤}، \frac{١}{٢}\right)$ س $\left(\frac{١١}{٢٧}-، \frac{١}{٣}-\right)$ و (١، -٧) نقطة عظمى (٢، -١١) نقطة صغرى 
٦	$\left(\frac{١}{٤}، -\frac{١}{٤}\right)$ نقطة صغرى
٧	أ (٩، ٦) نقطة صغرى ب (١، ١٢) نقطة صغرى ج (-٣، -١٢) نقطة عظمى، (٣، ٠) نقطة صغرى د (-٢، -٢٨) نقطة عظمى، (٢، ٣٦) نقطة صغرى هـ (٢، ٢٨) نقطة عظمى ، (٦، -٤) نقطة صغرى و (١٧،٢) نقطة صغرى

٨	برهان ـ نقطة عظمى
٩	ص′ = $\frac{١٨}{س^{٣}}$ ، $\frac{١٨}{س^{٣}}$ ≠ ٠ ∴ لا توجد نقاط حرجة.
١٠	أ برهان ب برهان ج (٠ ، ١٢) نقطة انعطاف
١١	(٠ ، ١٠) نقطة انعطاف
١٢	أ $\pm\frac{١}{٣}$ ب $\left(\frac{١}{٣} ، ٦\right)$ نقطة صغرى $\left(-\frac{١}{٣} ، -٦\right)$ نقطة عظمى
١٣	أ (٠، ٠)، (٦، -٢١٦) ب (٠، ٠) نقطة عظمى؛ (٦، -٢١٦) نقطة صغرى
١٤	-٦
١٥	١
١٦	{٤ ، ٠}
١٧	١
١٨	-١٢
١٩	صفر
٢٠	١
٢١	أ) س <٠ ، س > ٢ ب) (٠ ، ٢) ، (٢ ، -١)
٢٢	أ -٢، ٣ ب -٤٤، ٨١

٢٣	أ س = $\frac{٤}{٣}$ ب نقطة عظمى عند س = −٨ نقطة صغرى عند س = $\frac{٤}{٣}$
٢٤	أ = ١٢ ، ب = ٤
٢٥	أ = ٢ ، ب = ٦
٢٦	أ = ٢، ب = −١٣
٢٧	أ أ = ٣ ب −٣ < س < ١
٢٨	أ = ٣، ب = ١٢
٢٩	أ أ = −١٥، ب = ٣٦ ب (٢، −٢)، نقطة عظمى.
٣٠	م = $\frac{-٤}{٣}$ ، ل = ٢
٣١	أ = ١ ، ب = −٣
٣٢	أ = −٦ ، ب = ٩
٣٣	جـ = ٢ ، ل = ١٣
٣٤	م = $\frac{١}{٢}$ ، ب = ٢
٣٥	(٠، ٠) نقطة صغرى، $\left(-\frac{٤}{ك}، \frac{٣٢}{ك^{٢}}\right)$ نقطة عظمى، حيث ك ≠ ٠
٣٦	س = $\frac{٣ + ك}{٢}$ نقطة صغرى، س = $\frac{٣ - ك}{٢}$ نقطة عظمى.

٣٧	(٠، ١)، نقطة صغرى؛ (١، ٢)، نقطة عظمى؛ (٢، ١)، نقطة صغرى. 
٣٨	أ = ٣
٣٩	أ أ = -٦، ب = ٥ ب نقطة صغرى. ج (٠، ٥)، نقطة عظمى د (٢، -١١)، -١٢
٤٠	أ أ = ٥٤، ب = -٢٢ ب نقطة صغرى. ج س < ٠ أو ٠ < س < ٣
٤١	أ أ = ٤، ب = ١٦ ب نقطة صغرى ج س < ٠ أو س > ٢
٤٢	أ $-٢ < س < \frac{٤}{٣}$ ب $\left(-\frac{٥}{٣}، \frac{٣٦٤}{٢٧}\right)$ نقطة عظمى ، (١، ٤) نقطة صغرى
٤٣	أ $\left(-\frac{ع^٢}{٣}، \frac{ع^٣٤}{٢٧}\right)$ ب (٠، ٠) نقطة صغرى ، $\left(-\frac{ع^٢}{٣}، \frac{ع^٣٤}{٢٧}\right)$ نقطة عظمى ج $٠ < ع < ٣$
٤٤	برهان
٤٥	د(س) = ٣س^٢ - ١٢س
٤٦	٣
٤٧	د″(س) = ٠
٤٨