مراجعة على وحدة الأعداد والعمليات عليها

بسم الله الرحمن الرحيم

[أ] الأعداد والعمليات عليها

* العدد الأولي هو العدد الذي لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى الواحد

* الأعداد الأولية التي أقل من ٣٠ هي: {٢، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣، ١٧ ، ١٩ ، ٢٣ ، ٢٩ }

****

* العدد الزوجي: هو كل عدد يقبل القسمة على ٢ ويمكن وضعه بالصورة : س = ٢ ن ،، ن ∈ ص

* العدد الفردي: هو كل عدد لا يقبل القسمة على ٢ ويمكن وضعه بالصورة س = ٢ ن + ١ ،، ن ∈ ص

* الفرق بين عددين صحيحين متتالين = ١ ،، * الفرق بين عددين زوجيين (أو فرديين) متتالين = ٢

* عدد فردي ± عدد فردي = عدد زوجي ،، * عدد زوجي ± عدد زوجي = عدد زوجي

* عدد فردي + عدد زوجي = عدد فردي

* عدد أولي ÷ عدد أولي آخر = عدد كسري

* العدد ± أحد مضاعفاته = عدد يقبل القسمة على العدد نفسه

مثال : إذا كان العدد م يقبل القسمة على ١١ فإن العدد : ٣ م + ٥٥ أيضاً يقبل القسمة على ١١

****

* كي نقوم بعملية رياضية: نبدأ من اليمين لليسار كالتالي:

١) فك الأقواس ٢) تبسيط الأسس ٣) ضرب و قسمة ٤) جمع وطرح

مثال : (٣ − ٥)^{٢} + [٣ − (٤ + ٣)^{٣} ÷ ٤٩] × ٢ = (−٢)^{٢} + [٣ − (٧)^{٣} ÷ ٤٩] × ٢

= ٤ + [٣ − ٣٤٣ ÷ ٤٩] × ٢ = ٤ + [٣ − ٧] × ٢

= ٤ + [٣ − ٧] × ٢ = ٤ + − ٤ × ٢ = ٤ − ٨ = − ٢

****

* عند جمع عددين متشابهين في الإشارة: تضع نفس الإشارة ونجمع العددين

وإذا كانا مختلفي الإشارة : تضع إشارة الأكبر وتطرح العددين (الكبير − الصغير)

مثال : (−٣) + (٧) = + ٤ ، (−٥) + (− ٤) = − ٩ ، ٣ − ٩ = − ٦

* عند ضرب و قسمة عددين متشابهين في الإشارة الناتج موجباً وإذا كانا مختلفي الإشارة فالناتج سالب

مثال : $– ٢ \times ٥ = – ١٠$ ، $– ٣ \times – ٥ = ١٥$ ، $– ٦٨ \div ٤ = – ١٧$

****

* عند ضرب كسر في عدد صحيح (أو العكس):

تضرب العدد الصحيح في بسط الكسر وتضع الناتج بسطاً لكسر مقامه هو مقام الكسر نفسه

مثال : $\frac{٤}{٧} \times ٣ = \frac{١٢}{٧}$

****

* عند جمع كسر مع عدد صحيح ((أو العكس)) :

تضرب مقام الكسر في العدد الصحيح وتضع الناتج بسطاً لنفس مقام العدد الصحيح

مثال : $\frac{٣}{٥} + ٤ = \frac{٣ + ٤ \times ٥}{٥} = \frac{٤٣}{٥}$

****

* عند قسمة عدد صحيح على كسر: تضرب هذا العدد في مقلوب الكسر

مثال : $٦ \div \frac{٤}{٩} = ٦ \times \frac{٩}{٤} = \frac{٥٤}{٤} = \frac{٢٧}{٤}$

****

* عند قسمة كسر على عدد صحيح: تضرب الكسر في مقلوب هذا العدد

مثال : $\frac{٣}{٧} \div ٦ = \frac{٣}{٧} \times \frac{١}{٦} = \frac{١}{١٤}$

****

* لتحويل العدد الكسري إلى كسر غير حقيقي(بسطه أكبر من مقامه) أو لرفع عدد كسري:

تضرب الصحيح في المقام وتضيفه إلى البسط ويصير الناتج بسطاً لنفس المقام (راجع جمع كسر مع عدد صحيح)

مثال : $٤\frac{٣}{٥} = \frac{٤٣}{٥}$

****

* عند جمع (أو طرح) عدد صحيح مع (أو من) كسر: تضرب المقام في الصحيح وتضيفه (أو تطرحه) إلى (من) بسط الكسر وتضع الناتج بسطاً لكسر مقامه هو مقام الكسر نفسه

مثال : $٧ - \frac{٣}{٥} = \frac{٧ \times ٥ - ٣}{٥} = \frac{٣٢}{٥}$

****

* لتبسيط الكسر: حلل كلاً من البسط والمقام ثم احذف العوامل المشتركة بينهما ((يكون الكسر في أبسط صورة عندما لا يكون هناك عوامل مشتركة بين بسطه ومقامه سوى الواحد))

****

* للمقارنة بين كسرين:توجد ثلاث حالات:

١) إذا كان الكسران لهما نفس المقام: الكسر الذي له البسط الأكبر يكون هو الكسر الأكبر

مثال : $\frac{٢}{٥} > \frac{١}{٥}$

٢) إذا كان الكسران لهما نفس البسط: الكسر الذي له المقام الأكبر يكون هو الكسر الأصغر

مثال : $\frac{٥}{٨} > \frac{٥}{٩}$

٣) إذا كان مقامي الكسرين مختلفين: نوحد مقاميهما ونقارن بين بسطيهما كما في (١)

مثال : للمقارنة بين : $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٤}{٧}$ $\Leftarrow$ $\frac{٢١}{٣٥}$ ، $\frac{٢٠}{٣٥}$ $\Leftarrow$ $\frac{٣}{٥} > \frac{٤}{٧}$

****

* لإيجاد كسر (أو نسبة) من عدد: تضرب الكسر (النسبة) في هذا العدد

مثال : أوجد ثلاثة أخماس العدد ٣٥

الحل : $\frac{٣}{٥} \times ٣٥ = ٢١$

****

* لإيجاد عدد عُرفت قيمة كسر(نسبة) منه : تقسم هذه القيمة على الكسر (النسبة)

مثال : ٧٠ % من عدد يساوي ٣٥٠ فما هو العدد ؟

الحل : $٣٥٠ \div ٧٠\% = ٣٥٠ \div \frac{٧٠}{١٠٠} = ٣٥٠ \times \frac{١٠٠}{٧٠} = ٥٠٠$

* عند جمع أو طرح الكسور : لابد من توحيد المقامات

مثال : $\frac{٣}{٥} + \frac{١}{٧} = \frac{٣\times٧ + ٥\times١}{٥\times٧} = \frac{٢٦}{٣٥}$

****

* عند ضرب الكسور : تضرب البسط × البسط ؛؛ المقام × المقام

مثال : $\frac{٣}{٥} \times \frac{١}{٧} = \frac{٣}{٣٥}$

****

* عند قسمة الكسور : نتحول إلى ضرب مقلوب الكسر الثاني

مثال : $\frac{٣}{٥} \div \frac{٤}{٧} = \frac{٣}{٥} \times \frac{٧}{٤} = \frac{٢١}{٢٠}$

****

* عند تساوي كسرين (أو نسبتين) فإن : حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

مثال : إذا كان : $\frac{٣}{١٤} = \frac{س}{٢٨} \Leftarrow س = \frac{٣\times٢٨}{١٤} = ٦$

****

* العدد العشري هو عدد مؤلف من جزء صحيح و جزء عشري مثلا : ١٣,٨٤٥

****

* عند جمع أو طرح الأعداد العشرية : تجمع (أو تطرح) الأعداد ذات المنازل المتشابهة

مثال : ١٠,٠٧ + ٥٦,٤ = ١٠,٠٧ + ٥٦,٤٠ = ٦٦,٧٤

****

* عند إضافة أصفار يمين الكسر العشري: فإن قيمته لا تتغير

مثال : ١٥,٠٦٠٠٠ = ١٥,٠٦٠٠ = ١٥,٠٦٠ = ١٥,٠٦

* في حالة ضرب العدد العشري في قوى العدد ١٠

تحرك الفاصلة العشرية جهة اليمين عدداً من المنازل = عدد الأصفار

مثال : ٥٧,٣٤٥ × ١٠ = ٥,٧٣٤٥ × ١٠٠ = ٠,٥٧٣٤٥ × ١٠٠٠ = ٥٧٣,٤٥

****

* و في حالة قسمة العدد العشري على قوى العدد ١٠

تحرك الفاصلة العشرية جهة اليسار عدداً من المنازل = عدد الأصفار

مثال : ٥٧,٣٤٥ ÷ ١٠ = ٥٧٣,٤٥ ÷ ١٠٠ = ٥٧٣٤,٥ ÷ ١٠٠٠ = ٥,٧٣٤٥

****

* كل عدد صحيح هو كسر مقامه = ١ والعكس صحيح مثلاً : ٥ = $\frac{٥}{١}$

****

* يمكن كتابة الأعداد الكبيرة بصيغة علمية كما يلي:

عدد ∋ [١ ، ١٠) × $١٠^{+\text{عدد المنازل التي تحركنها الفاصلة جهة اليسار}}$

مثال : ١٢٣٤٠٠٠٠٠٠ = ١,٢٣٤ × $(١٠)^{٩}$

* يمكن كتابة الأعداد الصغيرة بصيغة علمية كما يلي:

عدد ∋ [١ ، ١٠) × $١٠^{-\text{عدد المنازل التي تحركنها الفاصلة جهة اليمين}}$

مثال : ٠,٠٠٠٠٠٠٠٣٥٨ = ٣,٥٨ × $(١٠)^{-٧}$

****

* لإيجاد النسبة بين عددين :-

نكتب العدد الأول في البسط والعدد الثاني في المقام ثم نُبسط الكسر كلما أمكن والنسبة لا تُميز

مثال : النسبة بين طول ضلع المربع ومحيطه = ١ : ٤ = $\frac{١}{٤}$

والنسبة بين طول نصف قطر الدائرة إلى محيطها = $\frac{١}{٢ ط}$

* القاسم المشترك الأكبر لعددين (ق م أ) :

هو حاصل ضرب العوامل المشتركة فقط بين العددين والتي لها الأس الأصغر

مثال : لإيجاد ق . م . أ للعددين : ٤٨ ، ١٠٠ $\Leftarrow$ ٤٨ = $٢^٤$ × ٣ ،، ١٠٠ = $٢^٢$ × $٥^٢$

$\Leftarrow$ ق . م. أ للعددين ٤٨ ، ١٠٠ = $٢^٢$ = ٤

****

* المضاعف المشترك الأصغر لعددين (م م أ) :

هو حاصل ضرب العوامل المشتركة والغير مشتركة للعددين والتي لها الأس الأكبر

مثال : م . م . أ للعددين : ٤٨ ، ١٠٠ = $٢^٢$ × $٥^٢$ × ٣ = ٣٠٠

****

* حاصل ضرب أي عددين = حاصل ضرب قاسمهما المشترك الأكبر × مضاعفهما المشترك الأصغر

مثال : عددين حاصل ضربهما = ٧٦٨ وقاسمهما المشترك الأكبر = ٨ أوجد مضاعفهما المشترك الأصغر؟

الحل : المضاعف المشترك الأصغر = ٧٦٨ ÷ ٨ = ٩٦

****

* إذا كان ٩ × ب = صفر فإن إما أن ٩ = صفر أو ب = صفر

****

* المقسوم = المقسوم عليه × خارج القسمة + الباقي $\Leftarrow$ م = ع × خ + ب

مثال : أوجد العدد الذي إذا قُسم على ١٣ كان الناتج ٧ والباقي ٥

الحل : العدد = ١٣ × ٧ + ٥ = ٩١ + ٥ = ٩٦

****

* عندما يكون حاصل ضرب كسرين = ١ فإن كلا منهما معكوسا ضربياً للأخر و العكس صحيح

* وعندما يكون مجموع عددين = صفراً فإن كلا منهما معكوسا جمعياً للأخر و العكس صحيح

* التناسب هو تساوي نسبتين أو أكثر إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ فإن : أ × د = ب × جـ

أي أن حاصل ضرب الطرفين (أ ، د) = حاصل ضرب الوسطين (ب ، جـ)

****

* إذا كانت كميات في تناسب فإن : $\frac{\text{الأول}}{\text{الثاني}} = \frac{\text{الثالث}}{\text{الرابع}}$

مثال : أوجد قيمة س إذا كانت الأعداد: ٢ ، س ، ٤ ، ٨ متناسبة؟

الحل : $\frac{٢}{س} = \frac{٤}{٨}$ ⟸ س = ٤

****

* في التناسب الطردي : تتزايد الكمية الأولى أ ويتبعها تزايد في الكمية الثانية د ويكون :

أ : د = ب : جـ ⟸ أ × جـ = ب × د

مثال: سيارة تقطع ١٢٠ كيلو متر في ساعتين إذا سارت بنفس السرعة فما المسافة التي تقطعها بعد ٨ ساعات ؟

الحل : واضح أن المسافة تتناسب طردياً مع الزمن ⟸ ١٢٠ : ٢ = س : ٨

⟸ ١٢٠ × ٨ = ٢ × س ومنها س = ٤٨٠ كيلو متر

****

* في التناسب العكسي تتزايد الكمية الأولى أ ويتبعها تناقص في الكمية الثانية د ويكون :

أ : د = ب : جـ ⟸ أ × د = ب × جـ

مثال : يُنهي سبعة عمال عملاً ما في ستة عشر يوماً إذا أردنا نهاية العمل في أسبوع واحد فكم عاملاً نحتاج ؟

الحل : واضح هنا أن عدد العمال يتناسب عكسياً مع عدد العمال ⟸ ٧ : ١٦ = س : ٧

⟸ س × ٧ = ٧ × ١٦ ⟸ س = ١٦ عاملاً

****

* النسبة المئوية: هي كسر مقامه = ١٠٠ ولتحويل الكسر إلى نسبة مئوية: تقسم البسط على المقام

* النسبة المئوية = $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}}$ × ١٠٠

مثال ١ : إذا كانت در.. طلاب هي ٣٤٨٦ من مجموع الدرجات ٣٥٠٠ فما نسبته المئوية؟

الحل : النسبة المئوية = $\frac{٣٤٨٦}{٣٥٠٠} \times ١٠٠ =$ ٩٩,٦ %

مثال ٢ : قارن بين :: (م) ٤٠ % من ٦٠ ،، (ن) ٦٠ % من ٤٠

الحل : قارن بين :: (م) ٤٠ % من ٦٠ = ٤٠ % × ٦٠ = ٢٤٠

،، (ن) ٦٠ % من ٤٠ = ٦ % × ٤٠ = ٢٤٠

⟸ (م) = (ن)

****

* مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$

مثال : إذا كان مقياس الرسم خريطه هو ١ : ٥٠٠٠٠٠ فأوجد المسافة بين مدينتين بالكيلو متر إذا كان البعد بينهما في الخريطة = ٣ سم

الحل : الطول الحقيقي = ٣ × ٥٠٠٠٠٠ = ١٥٠٠٠٠٠ سم = ١٥ كيلو متر

****

* في حالة البيع والشراء: الربح= ثمن البيع – ثمن الشراء والتكاليف(نقل وتخزين و.....)

،، الخسارة = ثمن الشراء والتكاليف – ثمن البيع

مثال ١ : اشترى شخص سلعة ما فخُصم له بمقدار ٣٠ % من سعرها فإذا كان الخصم يساوي ١٢٠٠ ريال فإن السعر الأصلي للسلعة = ... ريال

الحل : مقدار الخصم = ٣٠ % من السعر الأصلي ⟸ السعر الأصلي = ١٢٠٠ × $\frac{١٠٠}{٣٠}$ = ٤٠٠٠

مثال ٢ : اشترى تاجر بضاعة بمبلغ ٣٤٠٠٠ ريال و صرف على نقلها مبلغ ٤٠٠٠ ريال ثم باعها بمبلغ ٤٤٠٨٠ فما النسبة المئوية لمكسب التاجر ؟

الحل : المكسب = ٤٤٠٨٠ – (٣٤٠٠٠ + ٤٠٠٠) = ٦٠٨٠

النسبة المئوية للمكسب = ٦٠٨٠ ÷ (٣٤٠٠٠ + ٤٠٠٠) × ١٠٠ = ١٦ %

* نسبة النقصان = $\left[\frac{\text{الأصلي} - \text{العدد الناتج}}{\text{العدد الأصلي}} \right] \times ١٠٠$

* نسبة الزيادة = $\left[\frac{\text{العدد الناتج} - \text{العدد الأصلي}}{\text{العدد الأصلي}} \right] \times ١٠٠$

مثال ١ : أصبح عدد سكان إحدى المدن ٦٦٠٠٠ نسمة وذلك بعد زيادة تُقدر بـــ ١٠ %

أوجد عدد السكان قبل الزيادة؟

الحل : $١٠ = \frac{٦٦٠٠٠ - س}{س} \Leftarrow ١٠\ س = ٦٦٠٠٠ - س \Leftarrow س = ٦٠٠٠$

$\Leftarrow$ عدد السكان قبل الزيادة = ٦٦٠٠٠ − ٦٠٠٠ = ٦٠٠٠٠

مثال٢ : انخفض الدخل الأسبوعي لأحد المحلات التجارية من ٢٨٠٠٠ ريالاً إلى ٢٤٦٤٠ ريال أوجد النسبة المئوية للنقص في الدخل؟

الحل : النسبة = $\frac{٢٨٠٠٠ - ٢٤٦٤٠}{٢٨٠٠٠} = \frac{٣٣٦٠}{٢٨٠٠٠} \times ١٠٠ = ١٢ \%$

******

* خانة آحاد بعض الأعداد: [١] كل من الأعداد ٢ ، ٣ ، ٧ أسها دوري ودورته = ٤ فلإيجاد خانة آحاد كل منها نقسم الأس على ٤ ونأخذ الباقي ونتبع ما في الجدول التالي :

العدد	٢				٣				٧			
باقي قسمة الأس على ٤	٠	١	٢	٣	٠	١	٢	٣	٠	١	٢	٣
آحاد العدد الناتج	٦	٢	٤	٨	١	٣	٩	٧	١	٧	٩	٣

[٢] العددين : ٥ ، ٦ رقم آحاد العدد الناتج لرفعهما لأي أس غير الصفر هو على الترتيب: ٥ ، ٦

[٣] العددين ٤ ، ٨ يُمكن وضعهما على صورة قوى العدد ٢

[٤] رقم آحاد العدد ١٠ مرفوع لأي أس غير الصفر هو الصفر

[٥] الأعداد التي أكبر من ١٠ نُجد باقي قسمتها على ١٠ (ومضاعفاتها)ونأخذ باقي القسمة ونتبع ما سبق

مثال : أوجد خانة آحاد العدد $(١٣)^{١٠٠}$ الحل: باقي قسمة ١٣ على ١٠ هو ٣ ، الأس ١٠٠ يقبل القسمة على ٤ $\Leftarrow$ رقم الآحاد=١

*** القيمة المطلقة للعدد:

* مقياس العدد أو قيمته المطلقة هي المسافة التي يبعد بها العدد عن نقطة الصفر على خط الأعداد وحيث أن المسافة لا يُمكن أن تكون سالبة فإن القيمة المطلقة للعدد غير سالبة

أي أنه على سبيل المثال : |− ٩| = |٩| = ٩

ملاحظة: حل المعادلة: |س| = ب (ب ∈ $ح^{+}$) هو : س = ± ب

مثال : |س − ٣| = ٥ ⟸ س − ٣ = ± ٥ ⟸ إما س = − ٢ أو س = ٨

مثال : |س + ٦| = صفر ⟸ س = − ٦

مثال : |س − ٥| = − ٢ ⟸ مستحيلة الحل لأن القيمة المطلقة لأي عدد غير سالبة

ومن ذلك : في الفترة (٠ ، ∞) فإن : |س| = س

و لكن في الفترة (− ∞، ٠) فإن : |س| = − س

****

*** الأسس والجذور واللوغاريتمات:

* معنى الأس (القوة) : هو تكرار العدد مضروباً في نفسه فمثلاً: $٢^{٤}$ = ٢ × ٢ × ٢ × ٢ = ١٦

* في ضرب الأساسات المتشابهة تجمع الأسس $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$

مثال : أوجد ضعف العدد $٢^{١٨}$ ؟

الحل : ضعف العدد $٢^{١٨} = ٢ \times ٢^{١٨} = ٢^{١٩}$

****

* وفي القسمة تطرح الأسس: $أ^{م} \div أ^{ن} = أ^{م-ن}$

مثال : أوجد نصف العدد $٢^{١٨}$ ؟

الحل : نصف العدد $٢^{١٨} = ٢^{١٨} \div ٢ = ٢^{١٨-١} = ٢^{١٧}$

* في حالة الأس لأس تضرب الأسس : $(م^{م})^{ن} = م^{م \times ن}$

مثال : لأي ثلاثة أعداد غير صفرية س ، ص ، ع إذا كان : $س^{ص} = ع$ ، $ع^{ص} = س$ فما قيمة ص ؟

الحل : $\because س^{ص} = ع$ بالرفع للقوة ص : $\therefore (س^{ص})^{ص} = ع^{ص} = س$ $\therefore س^{ص^{٢}} = س$

$\therefore ص^{٢} = ١ \Leftarrow ص = \pm ١$

****

* إذا كان الأس سالب تقلب الكسر $(\frac{س}{ص})^{-١} = \frac{ص}{س}$ حيث : س، ص $\neq$ صفر

مثال : أوجد قيمة : $(-٨)^{-\frac{١}{٣}} + (-٢)$

الحل : $(-٨)^{-\frac{١}{٣}} = [(-٢)^{٣}]^{-\frac{١}{٣}} = (-٢)^{-١} = -\frac{١}{٢}$

الآن : $(-٨)^{-\frac{١}{٣}} + (-٢) = -\frac{١}{٢} + (-٢) = -\frac{٥}{٢}$

****

* تتوزع الأسس على الضرب والقسمة $(\frac{س}{ص})^{ن} = \frac{س^{ن}}{ص^{ن}}$ حيث: ص $\neq$ الصفر

،، $(س ص)^{ن} = س^{ن} ص^{ن}$

* $م^{صفر} = ١$ ؛؛ حيث م $\neq$ صفر

* إذا كان الأساس سالباً والأس عدد زوجي يصير الناتج موجبا

وإذا كان الأس عدد فردي فيظل الناتج سالباً

مثال : قارن بين : م $= (-٢)^{٧}$ ،، ن $= (-٢)^{٦}$

الحل : $(-٢)^{٧} = -١٢٨$ ، $(-٢)^{٦} = +٦٤$ $\therefore$ م $<$ ن

****

** حل المعادلات الأسية

* إذا كانت $م \in ح^{+} - \{ ١ \}$ فإن :

* $م^{س} = م^{ص} \Longleftrightarrow س = ص$ (أي إذا تساوت الأساسات تتساوى الأسس)

مثال ١ : إذا كانت : $٢^{٢٠} - ٢^{١٩} = ٢^{س+١}$ فأوجد قيمة : س + ٢ ؟

الحل : بأخذ عامل مشترك من الطرف الأيمن:

$٢^{١٩}(٢ - ١) = ٢^{س+١}$ ∴ $٢^{١٩} = ٢^{س+١}$ ⟸ س + ١ = ١٩ ⟸ س = ١٨

****

مثال ٢ : حل المعادلة : $٢^{س} = ٣٢ \times ٢^{-س}$

الحل : $٢^{س} = ٢^{٥} \times ٢^{-س}$ ⟸ $٢^{س} = ٢^{٥-س}$ ⟸ س = ٥ − س ⟸ س = − $\frac{٥}{٢}$

****

مثال ٣ : أوجد قيمة ن إذا كانت : $٤^{ن+٢} = ٦٤$ ؟

الحل : $٤^{ن+٢} = ٦٤$ ⟸ $٤^{ن+٢} = ٤^{٣}$ ⟸ ن + ٢ = ٣ ⟸ ن = ١

****

مثال ٤ : أوجد قيمة ن إذا كانت : $(-٢)^{٢ن} = ٢^{٩-ن}$

الحل : $(-٢)^{٢ن} = ٢^{٢ن}$ ⟸ $٢^{٢ن} = ٢^{٩-ن}$ ⟸ ٢ن = ٩ − ن ⟸ ن = ٣

****

* $س^{ن} = أ^{ن}$ ،، ن ، أ ≠ صفر ⟺ س = أ ، (ن فردي)

(أي إذا تساوت الأسس تتساوى الأساسات) وإذا كانت ن زوجية فإن : س = ± أ

مثال : إذا كانت $س^{-٢} = \frac{١}{٤}$ فما قيمة س ؟

الحل : $س^{-٢} = \frac{١}{٢^{٢}}$ ⟸ $\frac{١}{س^{٢}} = \frac{١}{٢^{٢}}$ ⟸ $س^{٢} = ٢^{٢}$ ⟸ س = ± ٢

****

* $أ^{س} = ١$ ،، أ ≠ الصفر ⟺ س = صفر

(أي عدد ≠ صفر مرفوع لأس والناتج = ١ فإن الأس = صفر)

مثال : إذا كانت : $٢^{٩-ن} = ١$ فما قيمة $٢^{ن}$

الحل : من الواضح أن : ٩ − ن = صفر ⟸ ن = ٩

****

* $أ^{س} = ب^{س}$ ⟺ س = صفر

(أي إذا تساوت الأسس و لم تتساوى الأساسات فإن الأس = صفر)

مثال : حل المعادلة : $٣^{س-١} = ٥^{س-١}$ ؟

الحل : من الواضح أن : س − ١ = صفر ⟸ س = ١

** الجذور :-

* الجذور التربيعية: للعدد الحقيقي الموجب أ جذران تربيعيان هما : $\sqrt{أ}$ ، $-\sqrt{أ}$

فمثلاً : العدد ٥ هو جذر تربيعي للعدد ٢٥ لأن : $(٥)^{٢} = ٢٥$ وكذلك العد -٥ هو جذر تربيعي آخر للعدد ٢٥ لأن : $(-٥)^{٢} = ٢٥$

ومن ذلك : ١) الجذر التربيعي للعدد أ هو ب إذا كان $ب^{٢} = أ$

٢) ليس للعدد السالب جذر تربيعي في مجموعة الأعداد الحقيقية ح

٣) الجذر التربيعي للعدد صفر هو صفر

ملاحظة : إذا لم يسبق رمز الجذر التربيعي ($\sqrt{\ }$) إشارة سالب فالمقصود هو الجذر التربيعي الموجب

كأنه إذا قيل أوجد الجذور التربيعية لعدد ما فالمقصود هو الجذر الموجب والجذر السالب

مثال : أوجد الجذور التربيعية للعدد ٨١ *الحل :* الجذور التربيعية للعدد ٨١ هي : $\pm$ ٩

* *قوانين الجذور :* تنطبق هذه القوانين على الجذور التربيعية والتكعيبية و ... و النونية

١) $\sqrt[ن]{أ} \times \sqrt[ن]{ب} = \sqrt[ن]{أ \times ب}$ (حيث أ $\geqslant$ صفر، ب $\geqslant$ صفر إذا كانت ن زوجية)

مثال : أوجد قيمة : $\sqrt{٢} \times \sqrt{٥} \times \sqrt{١٠}$

الحل : $\sqrt{٢} \times \sqrt{٥} \times \sqrt{١٠} = \sqrt{٢ \times ٥ \times ١٠} = \sqrt{١٠٠} = ١٠$

****

مثال : أوجد : $\sqrt[٣]{٨} \times \sqrt[٣]{-٢٧} \times \sqrt[٤]{٦٢٥}$

الحل : $\sqrt[٣]{٨} \times \sqrt[٣]{-٢٧} \times \sqrt{٢٥} = ٢ \times -٣ \times ٥ = -٣٠$

****

٢) $\sqrt[ن]{أ} \div \sqrt[ن]{ب} = \sqrt[ن]{\frac{أ}{ب}}$ (حيث أ $\geqslant$ صفر، ب > صفر إذا كانت ن زوجية)، أ $\in$ ح

، ب $\in$ ح $-\{٠\}$ إذا كانت ن فردية)

مثال : أوجد : $\sqrt[٣]{٦٤} \div \sqrt{٩}$

الحل : $\sqrt[٣]{٦٤} \div \sqrt{٩} = ٤ \div ٣ = \frac{٤}{٣}$

ملاحظة : $\sqrt{\text{س}^{٢}} = \sqrt[٤]{\text{س}^{٤}} = \sqrt[٦]{\text{س}^{٦}} = \ldots\ldots\ldots = |\text{س}|$

مثلاً : $\sqrt{\text{س}^{٢} - ٤\text{س} + ٤} = \sqrt{(\text{س} - ٢)^{٢}} = |\text{س} - ٢|$

****

٣) طريقة أبي كامل المصري في جمع وطرح الجذور الصم (للجذور التربيعية فقط) :-

$$\sqrt{\text{أ}} \pm \sqrt{\text{ب}} = \sqrt{(\text{أ}+\text{ب}) \pm ٢\sqrt{\text{أ} \times \text{ب}}}$$

مثال : حول إلى مجموع أو فرق بين جذرين : (١) $\sqrt{٢٠ + ٢\sqrt{٩١}}$ (٢) $\sqrt{٨ - ٢\sqrt{٧}}$

الحل : (١) $\sqrt{٢٠ + ٢\sqrt{٩١}} = \sqrt{(١٣ + ٧) + ٢\sqrt{(١٣ \times ٧)}} = \sqrt{١٣} + \sqrt{٧}$

(٢) $\sqrt{٨ - ٢\sqrt{٧}} = \sqrt{(٧ + ١) - ٢\sqrt{(٧ \times ١)}} = \sqrt{٧} - ١$

****

* للتحويل من الصورة الجذرية للصورة الأسية (تقسم الأس الداخلي ÷ دليل الجذر)

مثال : أوجد في أبسط صورة : (١) $\sqrt[٥]{\sqrt{١٠٢٤}}$ (٢) $\sqrt[٣]{\sqrt{٣}} \times \sqrt{\sqrt[٣]{٩}}$

الحل : (١) $\sqrt[٥]{\sqrt{١٠٢٤}} = \left((٢^{١٠})^{\frac{١}{٢}}\right)^{\frac{١}{٥}} = (٢^{١٠})^{\frac{١}{١٠}} = ٢$

(٢) $\sqrt[٣]{\sqrt{٣}} \times \sqrt{\sqrt[٣]{٩}} = \left((٣)^{\frac{١}{٢}}\right)^{\frac{١}{٣}} \times \left((٣^{٢})^{\frac{١}{٣}}\right)^{\frac{١}{٢}}$

$= (٣)^{\frac{١}{٦}} \times (٣)^{\frac{٢}{٦}} = (٣)^{\frac{٣}{٦}} = (٣)^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{٣}$

****

* للتحويل من الصورة الأسية إلى الصورة الجذرية: (بسط الأس يصبح أس ومقامه يصبح دليل للجذر)

مثال : أوجد ما يلي في أبسط صورة : (١) $(١٦)^{\frac{٣}{٤}}$ (٢) $(-٢٤٣)^{\frac{٣}{٥}}$

الحل : (١) $(١٦)^{\frac{٣}{٤}} = (٢^{٤})^{\frac{٣}{٤}} = ٢^{٣} = ٨$

(٢) $(-٢٤٣)^{\frac{٣}{٥}} = \left((-٣)^{٥}\right)^{\frac{٣}{٥}} = (-٣)^{٣} = -٢٧$

** اللوغاريتم : −

لوغاريتم العدد الموجب ب للأساس م هو الأس الذي يجب أن نرفعه للعدد م لنحصل على العدد ب

مثلاً : $٢^{٦}$ = ٦٤ الأس هنا هو العدد ٦ ، الأساس هو العدد ٢ والناتج هو ٦٤

صورتها اللوغاريتمية المكافئة هي : $لو_{٢}$ ٦٤ = ٦

ومن هنا : $لو_{م}$ ص = س ⟺ ص = $م^{س}$ ،، لو ص = س ⟺ $١٠^{س}$ = ص

وتُستخدم هذه القاعدة للتحويل من الصورة اللوغاريتمية إلى الصورة الأسية

* قوانين اللوغاريتمات :−

* لو (س × ص) = لو س + لو ص
* لو (س ÷ ص) = لو س − لو ص
* $لو_{أ}$ أ = ١
* لو ١ = صفر
* $e^{لو\ د(س)}$ = لو $e^{د(س)}$ = د(س) حيث e هو الأساس الطبيعي للوغاريتم ،، e = ٢,٧١٨
* لو $س^{ن}$ = ن × لو س

مثال : إذا علمت أن : لو ٥ = ٠,٦٩٩ ، لو ٢ = ٠,٣٠١ فأوجد ما يلي :

(١) لو (٢٥) (٢) لو (٥٠) (٣) لو (٢,٥) (٤) لو (٠,١٦) (٥) لو ٤٠

الحل : (١) لو (٢٥) = لو $(٥)^{٢}$ = ٢ × لو ٥ = ٢ × ٠,٦٩٩ = ١,٣٩٨

(٢) لو (٥٠) = لو (٥ × ١٠) = لو ٥ + لو ١٠ = ٠,٦٩٩ + ١ = ١,٦٩٩

(٣) لو (٢,٥) = لو ($\frac{٥}{٢}$) = لو ٥ − لو ٢ = ٠,٦٩٩ − ٠,٣٠١ = ٠,٣٩٨

(٤) لو (٠,١٦) = لو ($(٠,٤)^{٢}$) = ٢ لو (٠,٤) = ٢ × لو ($\frac{٢}{٥}$) = ٢ × (لو ٢ − لو ٥)

= ٢ × (٠,٣٠١ − ٠,٦٩٩) = ٢ × −٠,٣٩٨ = −٠,٧٩٦

(٥) لو (٤٠) = لو (٨ × ٥) = لو ($٢^{٣}$ × ٥) = لو ($٢^{٣}$) + لو (٥) = ٣ لو ٢ + لو ٥

= ٣ × ٠,٣٠١ + ٠,٦٩٩ = ٠,٩٠٣ + ٠,٦٩٩ = ١,٦٠٢

* **تابع حل المعادلات :-** هنا قاعدتان نحتاجهما في حل المعادلات الأسية وهما :

* $م^{س} = ب^{ص}$ تأخذ لوغاريتم الطرفين

(أي في حالة الأس ≠ الأس،و الأساس ≠ الأساس تأخذ لوغاريتم الطرفين)

* $لو_{م}\, س = لو_{م}\, م$ (حيث $م >$ الصفر) $\Longleftrightarrow$ $س = م$

مثال : حل المعادلات التالية : (١) $٧^{س} = ٣^{س+١}$ (٢) $لو_{٣}(س - ١) = ٢$

الحل : (١) $٧^{س} = ٣^{س+١}$ هنا : الأس ≠ الأس،و الأساس ≠ الأساس

تأخذ لوغاريتم الطرفين (للأساس ١٠) $\Leftarrow$ $لو\, ٧^{س} = لو\, ٣^{س+١}$

$\Leftarrow$ $س \times لو\, ٧ = (س + ١) \times لو\, ٣$ $\Leftarrow$ $س\, لو\, ٧ = س\, لو\, ٣ + لو\, ٣$

$\Leftarrow$ $س\, لو\, ٧ - س\, لو\, ٣ = لو\, ٣$ $\Leftarrow$ $س\, (لو\, ٧ - لو\, ٣) = لو\, ٣$

$\Leftarrow$ $س \times لو\, (\frac{٧}{٣}) = لو\, ٣$ $\Leftarrow$ $س \times ٠,٣٦٨ = ٠,٤٧٧$

$\Leftarrow$ $س = ١,٣$ تقريباً

(٢) $لو_{٣}(س - ١) = ٢$ $\Leftarrow$ بالتحويل للصورة الأسية المكافئة : $س - ١ = ٣^{٢} = ٩$

$\Leftarrow$ $س = ٩ + ١ = ١٠$

****

مثال : حل المعادلة : $لو_{٢}(س - ٢) + لو_{٢}\, س = ٣$

الحل : من قوانين اللوغاريتمات : $لو_{٢}\, (س - ٢) \times س = ٣$

وبالتحويل للصورة اللوغاريتمية المكافئة : $س\, (س - ٢) = ٢^{٣} = ٨$

$\Leftarrow$ $س^{٢} - ٢\, س - ٨ = صفر$ $\Leftarrow$ $(س + ٢)\, (س - ٤) = صفر$

إما : $س + ٢ = صفر$ $\Leftarrow$ $س = -٢$

أو : $س - ٤ = صفر$ $\Leftarrow$ $س = ٤$

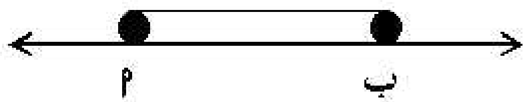
من الواضح أن العدد $س = -٢$ لا يُحقق المعادلة (لاحظ أن ما أمام اللوغاريتم > الصفر

$\Leftarrow$ مجموعة حل المعادلة : { ٤ }

[٢] الفترات الحقيقية و المجموعات والعمليات عليهما

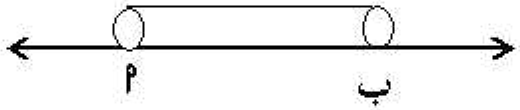
* الفترة: [أ ، ب] = {س : س ∈ ح ∧ أ ≤ س ≤ ب}

التمثيل على خط الأعداد :



* الفترة: (أ، ب) أو] أ، ب[= {س : س ∈ ح ∧ أ < س < ب}

التمثيل على خط الأعداد :

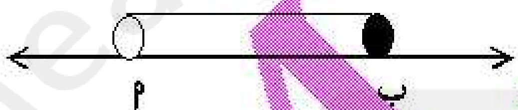


* الفترة: [أ ، ب) = {س : س ∈ ح ∧ أ ≤ س < ب}

التمثيل على خط الأعداد :

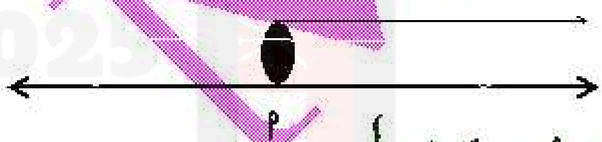
* الفترة: (أ ، ب] = {س : س ∈ ح ∧ أ < س ≤ ب}

التمثيل على خط الأعداد :



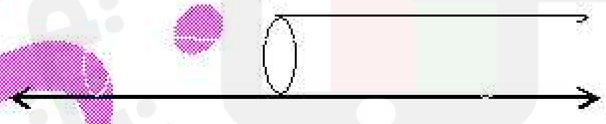
* الفترة: [أ ، ∞) = {س : س ∈ ح ∧ س ≥ أ}

التمثيل على خط الأعداد :



* الفترة: (ب ، ∞) = {س : س ∈ ح ∧ س > ب}

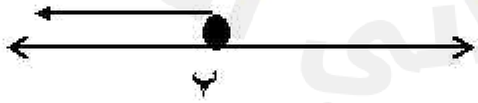
التمثيل على خط الأعداد :



ب

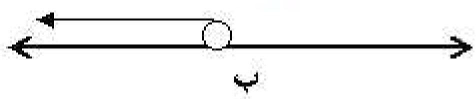
* الفترة: (− ∞ ، ب] = {س : س ∈ ح ∧ س ≤ ب}

التمثيل على خط الأعداد :



* الفترة: (− ∞ ، ب) = {س : س ∈ ح ∧ س < ب}

التمثيل على خط الأعداد :



* اتحاد مجموعتين: نأخذ جميع العناصر بدون تكرار

س ∪ ص = { س : س ∈ س ∨ س ∈ ص }

* تقاطع مجموعتين: نأخذ العناصر المتكررة فقط

س ∩ ص = { س : س ∈ س ∧ س ∈ ص }

* الفرق بين مجموعتين: نأخذ مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة الأولي ولا تنتمي إلى الثانية

س − ص = { س : س ∈ س ∧ س ∉ ص }

* متممة المجموعة: العناصر الغير منتمية إليها

سَ = { س : س ∈ ش ∧ س ∉ س } حيث ش : المجموعة الشاملة

*** ملاحظات:

* إذا كانت س ∩ ص = ∅ فإن المجموعتان : س، ص منفصلتان (متباعدتان)

* إذا كانت س ⊂ ص ∧ ص ⊂ س فإن س = ص

* إذا كانت س ⊂ ص فإن : س ∩ ص = س ، س ∪ ص = ص

* لأي مجموعة س: يكون: س ∪ سَ = ش ، س ∩ سَ = ∅

* س ∩ صَ = س − ص ،، * شَ = ∅ ،، ∅َ = ش

مثال ١ : أوجد ما يلي : (١) [−٢ ، ٣] ∪ (١ ، ٥) ، (٢) (−١ ، ٤) ∪ { −١ ، ٤ }

(٣) [٠ ، ٩) − { ٠ } ، (٤) { ١ ، ٥ } ∪ { −٢ ، ٥ } ، (٥) { ١ ، ٣ } ∩ { ٢ ، ٥ }

الحل : (١) [−٢ ، ٣] ∪ (١ ، ٥) = [−٢ ، ٥)

(٢) (−١ ، ٤) ∪ { −١ ، ٤ } = [−١ ، ٤]

(٣) [٠ ، ٩) − { ٠ } = (٠ ، ٩)

(٤) { ١ ، ٥ } ∪ { −٢ ، ٥ } = { ١ ، ٥ ، −٢ }

(٥) { ١ ، ٣ } ∩ { ٢ ، ٥ } = ∅

مثال٢ : في كلية العلوم بإحدى الجامعات ١٠٠ طالب موزعين كما يلي: ٤٠ يدرسون الرياضيات ، ٣٥ يدرسون الفيزياء ، ٢٥ يدرسون الكيمياء ، إلا أن ١١ يدرسون الرياضيات والفيزياء فقط ، ٦ يدرسون الكيمياء والفيزياء فقط ، ٤ يدرسون الرياضيات والكيمياء فقط ، ٣ يدرسون المواد الثلاث أوجد : عدد الطلاب الذين يدرسون :

(١) الرياضيات **فقط** (٢) الكيمياء **فقط** (٣) الفيزياء **فقط**

الحل : إذا كانت سـ هي مجموعة الطلاب الذين يدرسون الرياضيات ، صـ هي مجموعة الطلاب الذين يدرسون الكيمياء ، ع هي مجموعة الطلاب الذين يدرسون الفيزياء فإن :

	سـ ∩ صـ	سـ ∩ ع	صـ ∩ ع	سـ ∩ صـ ∩ ع
رياضيات (٤٠)	٤	١١		٣
كيمياء (٢٥)	٤		٦	٣
فيزياء (٣٥)		١١	٦	٣

(١) عدد الطلاب اللذين يدرسون رياضيات **فقط** = ٤٠ − (٤ + ١١ + ٣) = ٤٠ − ١٨ = ٢٢

(٢) عدد الطلاب اللذين يدرسون الكيمياء **فقط** = ٢٥ − (٤ + ٦ + ٣) = ٢٥ − ١٣ = ١٢

(٣) عدد الطلاب اللذين يدرسون الفيزياء **فقط** = ٣٥ − (١١ + ٦ + ٣) = ٣٥ − ٢٠ = ١٥

(٤) عدد الطلاب اللذين يدرسون الرياضيات أو الكيمياء = (٤٠ + ٢٥) − (٤ + ٣) = ٥٨

****

***الزوج المرتب :** هو مجموعة مرتبة مكونة من حدين فقط الحد الأول يُسمى المسقط الأول والحد الثاني يُسمى المسقط الثاني ولا يُمكن الترتيب بينهما إلا إذا كان متساويان

بمعنى أن : (س ، ص) = (ص ، س) فقط في حالة واحدة وهي س = ص

مثال : إذا كان : (− ٥ ، ص) = (س ، ٤) فإن : س = − ٥ ، ص = ٤

****

* **ضرب المجموعات :** إذا كانت سـ ، صـ مجموعتان غير خاليتان فإننا نعرف حاصل ضربهما سـ × صـ على أنه مجموعة الأزواج المرتبة (س ، ص) بحيث أن : س ∈ سـ ∧ ص ∈ صـ

ملاحظة : سـ × صـ ≠ صـ × سـ

لكن : عدد عناصر (سـ × صـ) = عدد عناصر (صـ × سـ) = عدد عناصر سـ × عدد عناصر صـ

مثال : إذا كانت سـ = { ١ ، ٣ } ،، صـ = { ٤ ، ٥ } فأوجد سـ × صـ ،، سـ^{٢}

الحل : سـ × صـ = { (١ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٥) }

سـ^{٢} = سـ × سـ = { (١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٣) }

تدريبات

أكمل ما يلي:

١) جميع الأعداد الأولية أعداد فردية ما عدا العدد ....

٢) مجموع عددين أوليين = ٢٠١١ فإن أكبرهما = ...

٣) إذا كانت: $\frac{س}{٣} = \frac{٢}{٥}$ فإن س = ...

٤) إذا كانت ٥ س − ٣ ص = صفر فإن : س : ص = ...

٥) عدد الأيام في ثُلثي الشهر = ... يوم

٦) إذا كان $\frac{١}{٢}$ س + ٣ = ٤ $\frac{١}{٢}$ فإن ٣ س = ...

٧) إذا كان ٤٠ % من عدد ما = ٢٤٠ فإن ثُلث العدد = ...

٨) ثلاثة أرباع العدد $(٢)^{٦}$ مضروباً في خمسة أسداس العدد ١٨ = ...

٩) رُبع العدد $(٢)^{١١}$ مقسوماً على ١٦ = ...

١٠) اشترى رجل سيارة بمبلغ ٢٠٠٠٠ دولار ثم باعها بمبلغ ١٥٠٠٠ دولار فإن نسبة خسارته = ...

١١) حصل طالب في اختبار ما على نسبة ٦٠ % فطلب من معلمه إعادة الاختبار فحصل في الاختبار الأخير على ١٤ درجة من مجموع الدرجات البالغ ٢٠ فإن نسبة تحسن درجته = ...

١٢) [−١ ، ٩] − { −١ ، ٩ } = ...

١٣) إذا كانت سَ ، صَ مجموعتان منفصلتان وكان : سَ ∪ صَ = { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٦ }
وكان : سَ − صَ = { ٣ } فإن سَ = ...

١٤) العدد الناتج من إنقاص العدد ٥٠ بمقدار ٢٥ % هو ....

١٥) العدد الناتج من زيادة العدد ٤٠٠٠ بمقدار ٤٠ % هو ....

١٦) خانة آحاد العدد : $(٧)^{٢٠٠} + (٦)^{٢٠١}$ هو ......

١٧) $\sqrt{١١ + ٦\sqrt{٢}}$ = ...

استفد من علاقة أبو كامل المصري

١٨) $\sqrt{٦} - \sqrt{٢}$ = ...

١٩) إذا كان: ($٢^{س - ١}$ ، ٥) = (٨ ، ص) فإن : س − ص = ...

٢٠) $\frac{٣}{٤}$ + ٠,٣٥ + ٢٠ % = ...

٢١) إذا بع مزارع ربع أغنامه ثم باع $\frac{١}{٢}$ الباقي فإن الكسر الذي يُمثل مجموع ما باعه من الأغنام هو ...

٢٢) $١^{-١٠} + (-١)^{١٠} = ...$

٢٣) ثمن المتر الواحد من الحرير ٤٥٠ ريالاً إذا خُفض ثمن المتر بمقدار خُمسه فإن ثمنه بعد التخفيض =..

٢٤) قيمة : $\frac{١+٢\frac{٤}{٥}}{١-٢\frac{٤}{٥}} = ...$

٢٥) إذا كانت : $٢^{س+٢} = ١٢$ فإن : $٨^{س} = ...$

٢٦) إذا كان (٢ ، ٣ ب) أحد حلول المعادلة : ٣ س − ص = ١٥ فإن قيمة ب = ...

٢٧) إذا كانت س = − ٢ فإن : $س \times س^{٢} \times \frac{١}{س} = ...$

٢٨) قيمة : $\frac{٤^{٢٠١١}\times ٣^{٢٠١٠}}{٢^{٢٠١١}\times ٦^{٢٠١٠}} =$

٢٩) قيمة : $\frac{٢}{٣}\times\frac{٣}{٤}\times\frac{٤}{٥}\times.....\times\frac{٢٠١١}{٢٠١٢} = ...$

٣٠) إذا كان مجموع تسعة أعداد صحيحة متتالية = ٩٩ فإن العدد الأكبر منها هو ......

٣١) ثُلث الستة أثمان = ...

٣٢) القاسم المشترك الأكبر للعددين : ٢١ ، ١٠ هو ......

٣٣) إذا كان : $٢\sqrt{س} = \sqrt{٢\frac{٢}{٣}}$ فإن س = ...

٣٤) خارج قسمة نصف ضعف العدد ١٦ على نصف رُبعه = ...

٣٥) إذا كان العدد (− $\frac{١}{٦}$) هو المعكوس الضربي للعدد (ثُلث س) فإن س = ...

***

[٢] قارن بين العددين : ($\sqrt{٥} + \sqrt{٢٠}$) ،، ($\sqrt{٣} + \sqrt{٢٧}$)

[٣] إذا كانت : $\frac{٢٥^{س}\times ٢^{٢س}}{٢٠^{س}} = ٢٥$ فما قيمة : $(\sqrt{٧})^{-س}$

[٤] حل النظام : $(٨)^{س} = ١٠$ ص ،، $(٢)^{س} = ٥$ ص

[٣] المقادير الجبرية والعمليات عليها

* الحد الجبري هو ما يتكون من قسمين : قسم عددي (ويُسمى المعامل العددي) وهو عدد بإشارته وقسم حرفي وهو حروف من حروف اللغة مرفوعاً لأي أس

مثال : كلاً مما يلي حدود جبرية : ٥س ص ،، $-\frac{س}{ع}$ ،، $\frac{ص^{٥}}{\sqrt{ع}}$

****

* تكون الحدود الجبرية متشابهة إذا كان لها نفس القسم الحرفي

مثال : الحدود التالية متشابهة : $\frac{-٥}{ص^{٥}\sqrt{ع}}$ ، $\frac{ص^{٥}}{\sqrt{ع}}$ ، $\frac{٣ع^{\frac{١}{٢}}}{ص^{٥}}$

****

* يُمكن جمع أو طرح الحدود الجبرية المتشابهة فقط

* المقدار الجبري هو ما يتكون من حدين جبريين أو أكثر

* كثيرة الحدود هي مقدار جبري جميع حدوده لها أسٌ صحيح غير سالبٌ

مثال : ٢ $س^{-٣}$ + س + ٩ ليست كثيرة حدود لأن الأس سالب

، − ٣ $س^{\frac{١}{٤}}$ + ٥ $س^{٢}$ − ٦ س ليست كثيرة حدود أيضاً لأن الأس غير صحيح

****

* درجة المقدار الجبري = أكبر أس للرمز مع ملاحظة أن : −

كثيرة الحدود الثابتة من الدرجة صفر ، كثيرة الحدود الصفرية درجتها غير معرفة

* تكون كثيرة الحدود في أبسط صورة إذا تم تجميع الحدود المتشابهة

* عند جمع أو طرح كثيرات الحدود نجمع الحدود الجبرية المتشابهة فقط

* عند قسمة كثيرة حدود على حد جبري (وحيدة حد) نقسم جميع حدود كثيرة الحدود على هذا الحد

تذكر أن : عند قسمة الأساسات المتشابهة نطرح الأسس

* عند ضرب كثيرتي حدود فإننا نضرب جميع حدود كثيرة الحدود الأولى في جميع حدود كثيرة الحدود الثانية تذكر أن : عند ضرب الأساسات المتشابهة نجمع الأسس

* $س^{ن}(\frac{أ}{س} \pm ب)^{ن} = [س(\frac{أ}{س} \pm ب)]^{ن} = (أ \pm ب س)^{ن}$ (س ≠ صفر)

مثال : $س^{10}(\frac{3}{س} + 2)^{10} = (3 + 2 س)^{10}$

****

* باقي قسمة كثيرة الحدود د(س) على هـ (س) = س − أ هو د(أ)

[بشرط أن هـ (س) من الدرجة الأولى]

مثال : أوجد باقي قسمة د(س) = $س^{99} - س^{50} + 2 س^{11} + 1$ على :

(1) هـ (س) = س − 1 ، (2) هـ (س) = س + 1

الحل : (1) أ = 1

الباقي = د(أ) = د(1) = $(1)^{99} - (1)^{50} + 2(1)^{11} + 1 = 1 - 1 + 2 + 1 = 3$

(2) أ = − 1

الباقي = د(أ) = $(-1)^{99} - (-1)^{50} + 2(-1)^{11} + 1 = -1 - 1 + 2 \times -1 + 1 = -3$

****

* كثيرة الحدود د(س) تقبل القسمة على هـ (س) = س − أ [من الدرجة الأولى]

إذا كان د(أ) = صفر

ملاحظة : إذا كان أ جذر لكثيرة الحدود د(س) ⇔ د(أ) = صفر ⇔

(س − أ) من عوامل د(س) ⇔ د(س) تقبل القسمة على (س − أ)

مثال1 : أثبت أن (س − 2) هي أحد عوامل : د(س) = $س^{5} - 2 س^{4} + س^{3} - 5 س + 2$

الحل : نوجد د(2) : د(2) = $(2)^{5} - 2(2)^{4} + (2)^{3} - 5 \times 2 + 2$

= 32 − 32 + 8 − 10 + 2 = صفر ⇐ (س − 2) أحد عوامل د(س)

****

مثال2 : إذا كانت د(س) = $س^{ن} - أ^{ن}$ كثيرة حدود حيث أ ≠ الصفر ،، ن عدداً زوجياً

فأثبت أن : د(س) تقبل القسمة على (س ± أ)

الحل : د(± أ) = $(\pm أ)^{ن} - أ^{ن} = أ^{ن} - أ^{ن}$ = صفر ⇐ د(س) تقبل القسمة على (س ± أ)

****

مثال3 : إذا كان العدد 3 جذراً لكثيرة الحدود د(س) = $2 س^{2} - 3 س - ج$ فما قيمة ج ؟

الحل : د(3) = صفر ⇐ 2 × 9 − 3 × 3 − ج = صفر ⇐ ج = 9

* بعض المتطابقات المهمة :-

① $(أ \pm ب)^٢ = أ^٢ \pm ٢ \times أ \times ب + ب^٢$

مثال ١ : إذا كان $س^٢ - ٢ س ص + ص^٢ = ٩$ فما قيمة : س − ص ؟

الحل : $س^٢ - ٢ س ص + ص^٢ = (س - ص)^٢ \Leftarrow (س - ص)^٢ = ٩$ (بأخذ الجذر التربيعي للطرفين)

$\Leftarrow |س - ص| = ٣ \Leftarrow س - ص = \pm ٣$

****

مثال ٢ : إذا كانت $س - \frac{١}{س} = ٥$ فما قيمة : $س^٢ + \frac{١}{س^٢}$ ؟

الحل : $س - \frac{١}{س} = ٥$ بالتربيع $\Leftarrow (س - \frac{١}{س})^٢ = ٢٥ \Leftarrow س^٢ + ٢ + \frac{١}{س^٢} = ٢٥$

$\Leftarrow س^٢ + \frac{١}{س^٢} = ٢٣$

****

② $(أ \pm ب)^٣ = أ^٣ \pm ٣ \times أ^٢ \times ب + ٣ \times أ \times ب^٢ \pm ب^٣$

مثال : إذا كان : $س^٣ - ٣ س^٢ ص + ٣ س ص^٢ - ص^٣ = ٦٤$ فما قيمة : س − ص

الحل : $س^٣ - ٣ س^٢ ص + ٣ س ص^٢ - ص^٣ = (س - ص)^٣$

$\Leftarrow (س - ص)^٣ = ٦٤ = ٤^٣ \Leftarrow س - ص = ٤$

****

③ $(أ - ب)(أ + ب) = أ^٢ - ب^٢$

مثال : إذا كان : $\sqrt{س} - \sqrt{ص} = ٢$ ، $\sqrt{س} + \sqrt{ص} = ٥$ فأوجد قيمة (س − ص)

الحل : $(\sqrt{س} - \sqrt{ص}) \times (\sqrt{س} - \sqrt{ص}) = س - ص = ٢ \times ٥ = ١٠$

****

* تحليل المقادير الجبرية : −

قبل البدء في تحليل المقدار الجبري يجب أولاً استخراج العامل المشترك الأكبر بين حدود هذا المقدار لكن ما هو العامل المشترك بين عدة حدود ؟؟؟؟!!!!

هو : أكبر عدد كل الأعداد الموجودة تقبل القسمة عليه والرمز المتكرر مأخوذاً بأصغر أس