تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العُمانية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/om

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف التاسع اضغط هنا

https://almanahj.com/om/9

* للحصول على جميع أوراق الصف التاسع في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/om/9math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف التاسع في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

https://almanahj.com/om/9math2

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف التاسع اضغط هنا

https://almanahj.com/om/grade9

* لتحميل جميع ملفات المدرس اسماعيل أحمد عبد الوهاب اضغط هنا

للتحدث إلى بوت على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/omcourse_bot

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

سلسلة

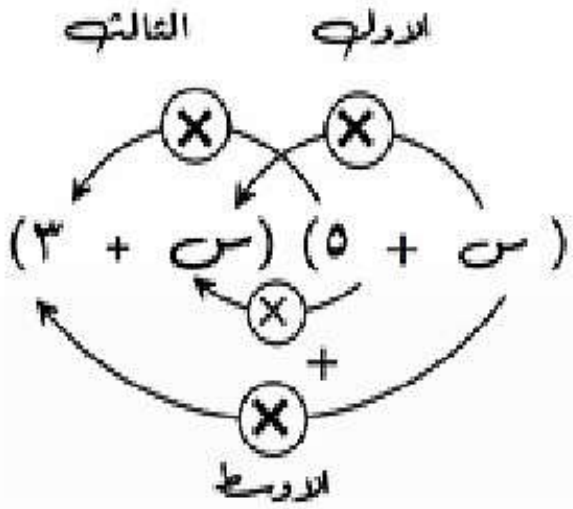
المراجعة النهائية في الرياضيات

منهج كامبردج

الصف التاسع

الفصل الدراسي الثاني

٢٠٢٠ / ٢٠٢١



شرح مبسط

أمثلة وتدريبات

بنك أسئلة

اختبارات

إعداد / إسماعيل عبدالوهاب

معلم رياضيات - بمحافظة ظفار - ت / ٩٣٩١٩٣٨٧

almanahj.com/om

دروس

الوحدة الحادية عشر

التحليل وحل المعادلات التربيعية

① (١١ - ١) فك أكثر من مجموعتى أقواس

② (١١ - ٢) تحليل العبارات الجبرية إلى عوامل

ا (١١ – ٢ – ا) فك المربع الكامل + تحليل المربع الكامل إلى عوامل

ب (١١ - ٢ – ب) التحليل الى عوامل بالتجميع وأخذ عامل مشترك

جـ (١١ –٢ – جـ) تحليل العبارة التربيعية البسيطة $س^{٢} + ب س + جـ$

د (١١ – ٢ – د) تحليل العبارة التربيعية $ا س^{٢} + ب س + جـ$ حيث $ا \neq ١$

هـ (١١ – ٢ – هـ) تحليل الفرق بين مربعين

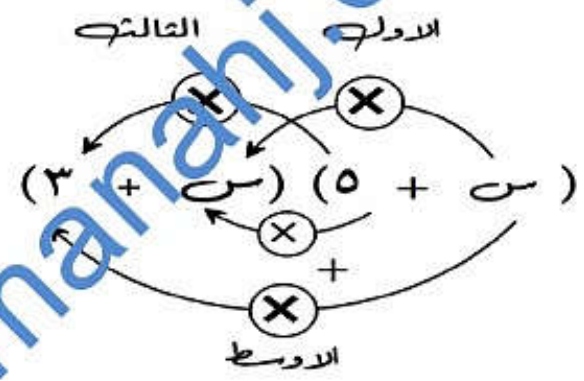
③ حل المعادلات التربيعية

④ مسائل تطبيقية على حل المعادلات التربيعية

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

الوحدة الحادية عشر / التحليل وحل المعادلات التربيعية

الدرس الأول (١١ – ١) فك أكثر من مجموعتين أقواس



① ضرب ثنائيين : درسنا في الصفوف السابقة ضرب ثنائيين كما يلي

الطريقة الأولى: (س + ص)(س + ع) = س(س + ع) + ص(س + ع)

= س² + س ع + ص س + ص ع

الطريقة الثانية: (س + ص)(س + ع)

الأول × الأول	+ الأول × الثاني + الثاني × الأول	+ الثاني × الثاني

مثال: أوجد ناتج ضرب

① (س + ٣)(س + ٢)

= س × س + س × ٢ + ٣ × ٢

= س² + ٢ س + ٣ س + ٦

= س² + ٥ س + ٦

② (س − ٢)(س − ٢)

= (س − ٢)(س − ٢)

= س² − ٢س − ٢س + ٤

= س² − ٤ س + ٤

حل آخر بطريقة الشبكة

×	س	+٣
س	س²	٣س
+٢	٢س	٦

الناتج = س² + ٥ س + ٦

×	س	−٢
س	س²	−٢س
−٢	−٢س	٤

الناتج = س² − ٤ س + ٤

تدريب: أوجد ناتج ضرب

① (س + ٣ص)(س + ٢ص)

الحل

② (٣س − ص)(٣س − ص)

الحل

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

① ثانيا : قاسم أكثر من ثنائي

مثال ١ قاسم وسط القسار التالي $(س + ٣)(س + ٥)(س - ١٠)$

الحل : أولاً : نوجد حاصل ضرب $(س + ٣)(س + ٥) = س^٢ + ٨س + ١٥$

ثم نقوم بضرب الناتج في $(س - ١٠)$ إما بالطريقة العادية أو بطريقة الشبكة

$(س - ١٠)(س^٢ + ٨س + ١٥)$

$= س \times س^٢ + س \times ٨س + س \times ١٥ - ١٠ \times س^٢ - ١٠ \times ٨س - ١٠ \times ١٥$

$= س^٣ + ٨س^٢ + ١٥س - ١٠س^٢ - ٨٠س - ١٥٠$

$= س^٣ - ٢س^٢ - ٦٥س - ١٥٠$

حل آخر عن طريق الشبكة

×	$س$	$+٣$
$س$	$س^٢$	$+٣س$
$+٥$	$+٥س$	$+١٥$
الناتج	$س^٢ + ٨س + ١٥$	

×	$س^٢$	$+٨س$	$+١٥$
$س$	$س^٣$	$+٨س^٢$	$+١٥س$
-١٠	$-١٠س^٢$	$-٨٠س$	-١٥٠
الناتج	$س^٣ - ٢س^٢ - ٦٥س - ١٥٠$		

مثال ٢ : قاسم وسط القسار التالي $(٢س + ١)(س - ٣)(س - ٣)$

الحل

الطريقة الأولى :

$(٢س + ١)(س - ٣)(س - ٣)$

نوجد حاصل ضرب القوسين $(٢س + ١)(س - ٣) = (٢س^٢ - ٥س - ٣)$

نوجد ناتج الضرب في الرس الثالث $(٢س^٢ - ٥س - ٣)(س - ٣)$

$= ٢س^٣ - ٦س^٢ - ٥س^٢ + ١٥س - ٣س + ٩$

$= ٢س^٣ - ١١س^٢ + ١٢س + ٩$

الطريقة الثانية : الحل بطريقة الشبكة

×	$٢س^٢$	$-٥س$	-٣
$س$	$٢س^٣$	$-٥س^٢$	$-٣س$
-٣	$-٦س^٢$	$+١٥س$	$+٩$
الناتج	$٢س^٣ - ١١س^٢ + ١٢س + ٩$		

×	$٢س$	$+١$
$س$	$٢س^٢$	$+س$
-٣	$-٦س$	-٣
الناتج	$٢س^٢ - ٥س - ٣$	

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

الدرس الثاني ١١ - ٢

تحليل العبارات الجبرية إلى عوامل

أولاً: ١١-٢-١ المربع الكامل

① (الحد الاول ± الحد الثاني)^{٢} = مربع الحد الاول ± ٢ × الحد الاول × الحد الثاني + مربع الحد الثاني

$س \pm ص)^{٢} = س^{٢} \pm ٢س ص + ص^{٢}$

امثلة: أوجد ناتج ضرب كلا من

① $(٢س + ٣ص)^{٢} = (٢س)^{٢} + ٢ \times ٢س \times ٣ص + (٣ص)^{٢}$

$= ٤س^{٢} + ١٢س ص + ٩ص^{٢}$

ب $(س^{٢} - ص^{٢})^{٢} = س^{٤} - ٢س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}$

ح $(\frac{١}{٢س} - \frac{١}{٤ص})^{٢} = (\frac{١}{٢س})^{٢} - ٢ \times \frac{١}{٢س} \times \frac{١}{٤ص} + (\frac{١}{٤ص})^{٢} = \frac{١}{٤س^{٢}} - \frac{١}{٤س ص} + \frac{١}{١٦ ص^{٢}}$

تحليل المربع الكامل إلى عوامل

متى يكون المقدار مربع كامل ؟ يكون المقدار مربع كامل إذا كان

① الحد الأول مربع ومعه ② الحد الثالث مربع ومعه

③ الحد الأوسط = ± ٢ × $\sqrt{\text{الأول}}$ × $\sqrt{\text{الثالث}}$

امثلة: حلل العبارات الجبرية التالية إلى عواملها ثم حدد ؟ كم يجب الطالب من ٤٧

أ $أ^{٢} + ١٠أ + ٢٥ = (أ + ٥)^{٢}$

ج $جـ^{٢} + ٤جـ + ٤ = (جـ + ٢)^{٢}$

هـ $٩س^{٢} + ٦س ص + ص^{٢} = (٣س + ص)^{٢}$

ز $١٦س^{٢} + ٨س + ١ = (٤س + ١)^{٢}$

ط $س^{٢} - ١٤س ص + ٤٩ص^{٢} = (س - ٧ص)^{٢}$

ك $٤جـ^{٢} - ١٢جـ د + ٩د^{٢} = (٢جـ - ٣د)^{٢}$

م $\frac{٤}{٩}س^{٢} + \frac{٢٠}{٣}س + ٢٥ = (\frac{٣}{٤}س + ٥)^{٢}$

س $س^{٢}ص^{٢} - ٢س ص^{٣} + ص^{٤} = (س ص - ص^{٢})^{٢}$

إشارة الحد الأوسط

($\sqrt{\text{الحد الأول}}$ ± $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$)^{٢}

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

ثانيا : ١١-٢-ب التحليل بالتجميع وأخذ عامل مشترك

تذكر : تحليل مقدار جبرى عامل القادم الطليحة

٣ س + ٩ = ٣ (س + ٣) بأخذ عامل مشترك ٣ ، ٥ س ص + ٣ س ص = س (٥ ص + ٣ ص)

ولكن كيف يمكنك تحليل مقدار مكون من ٤ حدود

أ جـ + أ ء + ب جـ + ب ء = أ (جـ + ء) + ب (جـ + ء)

= (جـ + ء)(ب + ء)

يتم تقسيم المقدار الى مجموعتين من الحدود ثم نأخذ عامل مشترك من كل مجموعة

مثال : حلل بالتجميع وأخذ عامل مشترك

① س ص - ٣ س + ٧ ص - ٢١ = س (ص - ٣) + ٧ (ص - ٣)

= (ص - ٣)(س + ٧)

② أ ب + أ + ب + ١ = أ (ب + ١) + (ب + ١)

= (ب + ١) (أ + ١)

③ ٢ س ٢ + ٤ س ص + س ع + ٢ ص ع = ٢ س (س + ٢ ص) + ع (س + ٢ ص)

= (س + ٢ ص)(٢ س + ع)

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

ثالثا : ١١ - ٢ - جـ : تحليل العبارة التربيعية الثلاثية $س^{٢} + ب س + جـ$ حيث معامل $س^{٢} = ١$

لتحليل العبارة التربيعية على الصورة $س^{٢} + ب س + جـ$

أولا : قبل إجراء عملية التحليل تأكد من ① ترتيب الحدود تنازليا ② إخراج العامل المشترك الأعلى إن وجد

خطوات التحليل :

① نفتح قوسين ونحلل الحد الأول إلى عاملين فيما س ، س والحد الأخير إلى عاملين

عامل ضربهما م × ن = جـ (الحد المطلق) ومجموعهما م + ن = ب (معامل س)

كما يلي = (س + م)(س + ن)

② إذا كانت إشارة الحد الأخير موجبة تكون إشارة الرقمين مثل إشارة الحد الأوسط

③ إذا كانت إشارة الحد الأخير سالبة تكون الرقمان مختلفتان والعدد الأكبر يأخذ إشارة الحد الأوسط

مثال : حلل المقادير التالية

① $س^{٢} + ٥ س + ٦$

الحل

الحد الأول : $س^{٢}$ يحلل إلى س ، س

الحد الأخير ٦ : يحلل إلى عددين

عامل ضربهما ٦ ومجموعهما ٥

إشارة الأخير موجبة

∴ إشارة القوسين + مثل الأوسط

∴ $س^{٢} + ٥ س + ٦ = (س + ٢)(س + ٣)$

② $س^{٢} + ٥ س - ٦$

الحل

الحد الأول : $س^{٢}$ يحلل إلى س ، س

الحد الأخير -٦ : يحلل إلى عددين

عامل ضربهما -٦ ومجموعهما ٥

إشارة الأخير سالبة

∴ إشارة القوسين مختلفتان والأكبر يأخذ إشارة الأوسط

∴ $س^{٢} + ٥ س - ٦ = (س + ٦)(س - ١)$

③ $س^{٢} - ٥ س + ٦$

الحل

الحد الأول : $س^{٢}$ يحلل إلى س ، س

الحد الأخير ٦ : يحلل إلى عددين

عامل ضربهما ٦ ومجموعهما -٥

إشارة الأخير موجبة

∴ إشارة القوسين + مثل الأوسط

∴ $س^{٢} - ٥ س + ٦ = (س - ٢)(س - ٣)$

④ $س^{٢} - ٥ س - ٦$

الحل

الحد الأول : $س^{٢}$ يحلل إلى س ، س

الحد الأخير -٦ : يحلل إلى عددين

عامل ضربهما -٦ ومجموعهما -٥

إشارة الأخير سالبة

∴ إشارة القوسين مختلفتان والأكبر يأخذ إشارة الأوسط

∴ $س^{٢} - ٥ س - ٦ = (س - ٦)(س + ١)$

تدريب : أكمل تحليل العبارات التالية إلى عواملها

① $س^{٢} - ١٥ س + ٥٠ = (س - \quad)(س - \quad)$

② $٣ س^{٢} - ١٥ س + ١٢ = ٣(س^{٢} - ٥ س + ٤) = ٣(س - \quad)(س - \quad)$

③ أوجد قيم م التي تجعل المقدار $س^{٢} + م س + ١٢$ قابلا للتحليل

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

تمارين متنوعة على تحليل العبارة التربيعية الثلاثية س^{٢} + ب س + ج

١ أكمل ما يأتي

أ) س^{٢} − ١٥ س + ٥٠ = (س −) (س −)

ب) س^{٢} − ٩ س + ٨ = (س −) (س −)

ج) ١٥ + ٨ س + س^{٢} = (س −) (س −)

د) س^{٢} − ٤ س + ٣ = (س −) (س −)

هـ) إذا كان (س − ٧) أحد عاملي القسار س^{٢} − ٩ س + ٧ فإن العامل الآخر هو ( )

---

٢ حلل القادير التالية

١) س^{٢} − ٥ س + ٦ = (س −) (س −)

٢) س^{٢} − ٧ س + ١٢ = (س −) (س −)

٣) س^{٢} − ٩ س + ٢٠ = (س −) (س −)

٤) س^{٢} − ٨ س + ١٥ = (س −) (س −)

٥) س^{٢} − ٧ س + ١٠ = (س −) (س −)

٦) س^{٢} − ٢ س + ١٥ = (س −) (س −)

٧) س^{٢} − ٧ س + ١٢ = (س −) (س −)

٨) س^{٢} + س − ٢٠ = (س −) (س −)

٩) س^{٢} + ٢ س − ٣٥ = (س −) (س −)

١٠) س^{٣} − ١٢ س^{٢} + ٣٥ س = س (س −) (س −)

١١) ص^{٢} + ٧ س − ١٧٠ = (ص −) (ص −)

١٢) ى^{٢} − ٢٤ ى + ١٤٤ = (ى −) (ى −)

١٣) ع^{٢} + ٢٠ ع − ٧٥ = (ع −) (ع −)

١٤) ل^{٢} − ٤ ل − ٣٢ = (ل −) (ل −)

١٥) هـ^{٢} + ٨ هـ − ٨٤ = (هـ −) (هـ −)

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

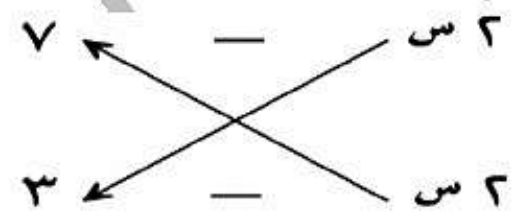
رابعا : ١١ – ٢ – د : تحليل العبارة التربيعية الثلاثية أ س^{٢} + ب س + جـ

الطريقة الأولى (طريقة القص)

أ س^{٢} + ب س + جـ ، حيث أ ≠ ١

إذا كانت اشارة الحد الأخير موجبة	إذا كانت اشارة الحد الأخير سالبة
١) اخراج العامل المشترك والترتيب	١) اخراج العامل المشترك والترتيب
٢) الأشارتين متشابهتين	٢) الأشارتين مختلفتين "تؤجل"
٣) عددين ضربهم الحد الأخير (بحيث) ضرب الطرفين + ضرب الوسطين = الحد الأوسط	٣) عددين ضربهم الحد الأخير (بحيث) ضرب الطرفين – ضرب الوسطين = الحد الأوسط
	٤) الضرب الكبير يأخذ اشارة الأوسط

حلل المقدار : ٤ س^{٢} – ٨ س – ٢١

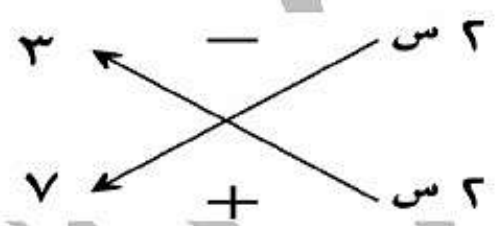


٢ س × (– ٣) = – ٦ س

٢ س × (– ٧) = – ١٤ س

المجموع = – ٢٠ س

≠ – ٨

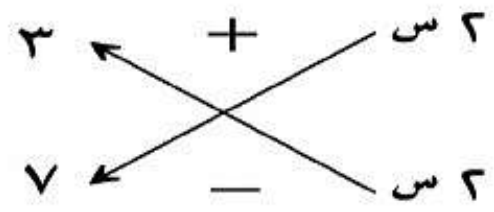


٢ س × (٧) = ١٤ س

٢ س × (– ٣) = – ٦ س

المجموع = ٨ س

≠ – ٨



٢ س × (– ٧) = – ١٤ س

٢ س × (٣) = ٦ س

المجموع = – ٨ س

= الأوسط

∴ ٤ س^{٢} – ٨ س – ٢١ = (٢ س + ٣) (٢ س – ٧)

الطريقة الثانية : وهي الأسرع

نضرب معامل س^{٢} في الحد المطلق (الحد الأخير) ثم نحلل المقدار الناتج كمقدار بسيط

٤ س^{٢} – ٨ س – ٢١ = س^{٢} – ٨ س – ٨٤ بضرب ٤ × ٢١

= (س – ١٤) (س + ٦) بقسمة الأعداد على ٤ معامل س^{٢}

= (س – $\frac{١٤}{٤}$) (س + $\frac{٦}{٤}$) بالتبسيط لأبسط صورة

= (س – $\frac{٧}{٢}$) (س + $\frac{٣}{٢}$) ثم بضرب مقام الكسر في س

= (٢ س – ٧) (٢ س + ٣) الأطراف للخرج

مثال: حلل ٢ س^{٢} – ١٣ س + ١٥ = س^{٢} – ١٣ س + ٣٠

= (س – ١٠) (س – ٣) بالقسمة ÷ ٢

= (س – $\frac{١٠}{٢}$) (س + $\frac{٣}{٢}$) بسط + ضرب س ×

= (س – ٥) (٢ س + ٣)

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

تدريبات متنوعة

أكمل ما يأتي

① $٢٢^{٢}+٢١٥+٧$ = $(٢٢+\ldots\ldots)(٢+\ldots\ldots)$

② $٤ص^{٢}-١٢ص+٤$ = $(٥ص-\ldots\ldots)(ص-\ldots\ldots)$

③ $٣ب^{٢}-٤ب+١$ = $(٢ب-\ldots\ldots)(ب-\ldots\ldots)$

④ $٢١٦+١٥+٢٤^{٢}$ = $٢٤^{٢}+٢١٦+١٥$

$=(٢٢+\ldots\ldots)(٢٢+\ldots\ldots)$

⑤ $٤س^{٣}+١٤س^{٢}+١٠س$ = $٢س(٢س^{٢}+٧س+٥)$

$=٢س(\ldots\ldots+٢س)(س+\ldots\ldots)$

① $ص^{٢}+٢ص-١٥$ = $(ص\ldots\ldots)(ص\ldots\ldots)$ ③

② $س^{٢}ص^{٢}-٤سص-١٢$ = $(سص\ldots\ldots٦)(سص\ldots\ldots٢)$

③ $٢^{٣}-٢٧-٢١٨$ = $٢\times(٢^{٣}-٢٧-١٨)$

$=٢\times(٢\ldots\ldots٩)(٢\ldots\ldots٢)$

④ $٣س^{٣}+٤ص-س^{٣}$ = $-س\times(س^{٢}-٣س-٤)$

$=-س\times(س-\ldots\ldots)(س+\ldots\ldots)$

⑤ $(س+٥)^{٢}+٣(س+٥)-١٠$

$=(س+٥+\ldots\ldots)(س+٥-\ldots\ldots)$

⑥ $س^{٤}+س^{٢}ص^{٢}-٥٦ص^{٤}$

$=(س^{٢}+\ldots\ldots)(س^{٢}-\ldots\ldots)$

حلل المقادير التالية

① $٢س^{٢}-١٣س+١٥$ = ( )( )

② $١٥س^{٢}-١٩س+٦$ = ( )( )

③ $٣ص^{٢}-١٧س+١٠$ = ( )( )

④ $٥ص^{٢}-١٤س+٨$ = ( )( )

⑤ $٢ص^{٢}-١٣س+١٠$ = ( )( )

⑥ $٣ص^{٢}-١١س+١٠$ = ( )( )

⑦ $٥ص^{٢}-٢٢س+٨$ = ( )( )

⑧ $٣ص^{٢}-١٠س-٨$ = ( )( )

⑨ $١٥ص^{٢}-٧ص-٤$ = ( )( )

⑩ $٣ص^{٢}-٤ص-٣٢$ = ( )( )

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

رابعا : ١١ – ٢ –هـ : تحليل الفرق بين مربعين

متى يكون المقدار فرق بين مربعين ؟

يكون المقدار فرق بين مربعين إذا كان مكون من حدين لهما جذور تربيعية وبينهما إشارة سالبة

أمثلة س^{٢} – ص^{٢} ، س^{٢} – ٢٥ ، س^{٤} – ٦٤ ، ص^{٢} – ٤ ، م^{٢} ل^{٢} – ١٠٠

بينما س^{٢} + ٩ يسمى مجموع مربعين وليس له تحليل

طريقة التحليل له الفرق بين مربعين

☜ س^{٢} – ص^{٢} = (√ الأولى - √ الثانية) (√ الأولى + √ الثانية)

☜ س^{٢} – ص^{٢} = (س – ص) (س + ص)

أمثلة محلولة :

فك وبسط كلا من

ا) (أ – ب) (أ + ب) = أ^{٢} – ب^{٢}

ب) (٢ب – ٥) (٢ب + ٥) = ٤ب^{٢} – ٢٥

ج) (٣س – ٢ ص) (٣ س + ٢ ص) = ٩ س^{٢} – ٤ ص^{٢}

د) س^{٣} – ٩ س = س (س^{٢} – ٩) = س (س – ٣) (س + ٣)

هـ) س^{٤} – ١٦ = (س^{٢} – ٤) (س^{٢} + ٤)

= (س – ٢) (س + ٢) (س + ٤)

و) (س + ١)^{٢} – ٢٥ = [(س + ١) – ٥] [(س + ١) + ٥]

= (س – ٤) (س + ٦)

ز) ٨١ – ٤ س^{٢} = (٩ – ٢ س) (٩ + ٢ س)

ح) (٢٥)^{٢} – (٢٠)^{٢} = (٢٥ – ٢٠) (٢٥ + ٢٠)

= ٥ × ٤٥ = ٢٢٥

ط) $\frac{٢٥س^{٢}}{ص^{٤}} - \frac{٦٤ن^{٢}}{ع^{٢}} = (\frac{٥س}{ص^{٢}} - \frac{٨ن}{ع})(\frac{٥س}{ص^{٢}} + \frac{٨ن}{ع})$

ك) ٢٠٠ – ٢ س^{٢} = ٢ (١٠٠ – س^{٢}) = ٢ (١٠ – س) (١٠ + س)

تدريب رقم ٥ صفحة ٥٥ كتاب الطالب :

$(٦\frac{١}{٤})^{٢} - (٥\frac{٣}{٤})^{٢} = (٦,٢٥)^{٢} - (٥,٧٥)^{٢}$

$= ٦,٢٥ - ٥,٧٥ \quad ٦,٢٥ + ٥,٧٥ = \frac{١}{٢} \times ٦ = ٣$

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

تحليل الفرق بين مكعبين :

متى يكون المقدار فرق بين مكعبين أو مجموع مكعبين ؟

الإجابة : أنه يكون المقدار مكون من حدين كل حد له جذر تكعيبي

س ^{٣} – ص ^{٣} = (س – ص) (س ^{٢} + س ص + ص ^{٢}) فرق مكعبين

س ^{٣} + ص ^{٣} = (س + ص) (س ^{٢} - س ص + ص ^{٢}) مجموع مكعبين

مثال : س ^{٣} – ٨ = (س – ٢) (س ^{٢} + ٨ س + ٤)

مثال : ١٢٥ ص ^{٣} + ٢٧ = (٥ ص + ٣) (٢٥ ص ^{٢} – ١٥ ص + ٩)

تدريبات على تحليل الفرق بين مربعين :

س ١ : اختر الإجابة الصحيحة

أ إذا كان س + ص = ٣ ، س – ص = ٢ فإن س ^{٢} – ص ^{٢} = ...

٥ ٩ ١٠ ٦

ب (٢٣)^{٢} – (١٣)^{٢} = ١٠ × .....

٣٦ ٦٣ ٢٥ ٣٤

ج إذا كان س ^{٢} – ل = (س – ٥) (س + ل) فإن ل = ...

٥ ١٥ ٢٠ ٢٥

د اذا كان س – ص = ٤ ، س ^{٢} – ص ^{٢} = ٢٨ فإن س + ص = ...

٨ ٤ ٧ – ٧

س ٢ : حلل العبارات الجبرية التالية

أ س ^{٢} – ٣٦

ب ف ^{٢} – ٨١

ج ق ^{٢} – ١٦

د ع ^{٢} – ٩

هـ ك ^{٢} – ٤٠٠

و ت ^{٢} – ١٢١

ز س ^{٢} – ص ^{٢}

ح ٨١ح ^{٢} – ١٦ل ^{٢}

ط ١٦ف ^{٢} – ٣٦ع ^{٢}

ي ١٤٤ر ^{٢} – جـ ^{٢}

ك ٦٤ح ^{٢} – ٤٩ل ^{٢}

ل ٢٧س ^{٢} – ٤٨ص ^{٢}

م ٢٠٠ك ^{٢} – ٩٨ن ^{٢}

ن ٢٠د ^{٢} – ١٢٥م ^{٢}

س س ^{٤} – ص ^{٤}

ع س ص ^{٢} – س ^{٣}

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

١١ – ٣ : حل المعادلات التربيعية جبريا

بعدما تعلمت تحليل العبارات التربيعية بأكثر من طريقة سوف نستخدم ما تعلمته في التحليل لحل المعادلات التربيعة جبريا

والمقصود بحل المعادلة : هو إيجاد قيمة المجهول الذي يرمز له بالحرف س أ، ص أ، م أ، ....

أمثلة : حل المعادلات التربيعة التالية : (يعني أوجد قيم س)

(أ) $س^{٢} - ٩س = ٠$

الحل

$س^{٢} - ٩س = ٠$

$س(س - ٩)$ بأخذ س عامل مشترك

إما $س = ٠$ أو $س - ٩ = ٠$ ومنها $س = ٩$

مجموعة حل المعادلة هي $\{٠ ، ٩\}$

(ب) $س^{٢} - ٧س + ١٢ = ٠$

الحل

$س^{٢} - ٧س + ١٢ = ٠$

$(س - ٣)(س - ٤) = ٠$

إما $س - ٣ = ٠$ ومنها $س = ٣$

أو $س - ٤ = ٠$ ومنها $س = ٤$

مجموعة حل المعادلة هي $\{٣ ، ٤\}$

(جـ) $٦س^{٢} - ٥س - ٢١ = ٠$

الحل

$٦س^{٢} - ٥س - ٢١ = ٠$ بضرب ٦ × ٢١

$س^{٢} - ٥س - ١٢٦ = ٠$

$(س - ١٤)(س + ٩) = ٠$ بالقسمة ÷ ٦

$(س - \frac{١٤}{٦})(س + \frac{٩}{٦}) = ٠$ بالتبسيط

$(س - \frac{٧}{٣})(س + \frac{٣}{٢}) = ٠$

$(٢س - ٧)(٢س + ٣) = ٠$

إما $٢س - ٧ = ٠$ ومنها $٢س = ٧$

$\therefore س = \frac{٧}{٣}$

أو $٢س + ٣ = ٠$ ومنها $٢س = -٣$

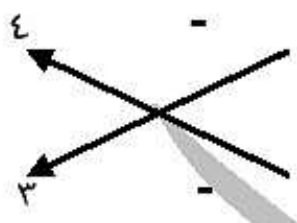
$\therefore س = \frac{-٣}{٢}$

مجموعة الحل $= \{\frac{٧}{٣} ، \frac{-٣}{٢}\}$

(د) $٣س^{٢} - ١٣س + ١٢ = ٠$

الحل

$٣س^{٢} - ١٣س + ١٢ = ٠$



$(٣س - ٤)(س - ٣) = ٠$

إما $٣س - ٤ = ٠$ ومنها $٣س = ٤$

$\therefore س = \frac{٤}{٣}$

أو $س - ٣ = ٠$ ومنها $س = ٣$

مجموعة الحل $= \{\frac{٤}{٣} ، ٣\}$

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

١١ – ٤ : حل مسائل (تطبيقية) لفظية على حل المعادلات التربيعية

لحل المسائل اللفظية يجب ترجمتها الى معادلة تربيعية بإستخدام الرموز

فمثلا : إذا كان هناك عدد ما فإننا نفرض أن العدد هو س مثلا

فمثلا : إذا كان هناك عدد ما فإننا نفرض أن العدد هو س فيكون		
ضعف العدد = ٢ س	ثلاثة أمثال العدد = ٣ س	مربع العدد = س ٢
نصف العدد = $\frac{١}{٢}$ س	ضعف العدد مضافا اليه = س + ...	العدد مطروحا منه = س - ....
العدد مطروحا من = ... - س	ثلاثة أعداد صحيحة متتالية الأعداد هي س ، س + ١ ، س + ٢	
ثلاثة أعداد زوجية متتالية أو فردية متتالية هى س ، س + ٢ ، س + ٤ أو س – ٢ ، س ، س + ٢		
عددان احدهما يزيد عن الآخر بمقدار ٣ العددان هما س ، س + ٣		
محيط المستطيل = ٢ × (الطول + العرض) ، مساحة المستطيل = الطول × العرض		
إذا كان عمر مريم الآن س فإن عمرها منذ ٣ سنوات هو س – ٣ وعمرها بعد ٣ سنوات هو س+ ٣		

أمثلة محلولة :

① حديقة مستطيلة الشكل مساحتها ٦٠ م ٢ فإذا كان طولها يزيد عن عرضها بمقدار ٤ متر . أوجد محيط الحديقة

الحل :

نفرض أن عرض الحديقة = س متر ∴ طول الحديقة = (س + ٤) متر

مساحة الحديقة = الطول × العرض ← ٦٠ = س (س + ٤)

٦٠ = س ٢ + ٤ س نجعل المعادلة = .

∴ س ٢ + ٤ س – ٦٠ = . ← (س + ١٠) (س – ٦) = .

إما س + ١٠ = . ومنها س = – ١٠ مرفوض لماذا ؟

أو س – ٦ = . ومنها س = ٦

∴ عرض المستطيل = ٦ متر ، طول المستطيل = ٦ + ٤ = ١٠ متر

محيط الحديقة = ٢ (الطول + العرض) = ٢ × (١٠ + ٦) = ٣٢ متر

② إذا كان مجموع مربعي عددين صحيحين متتاليين ١٤٥ ، فما هما العددين ؟

الحل :

نفرض أن العددين هما س ، س+ ١ ∴ س ٢ + (س + ١) ٢ = ١٤٥

س ٢ + س ٢ + ٢ س + ١ = ١٤٥ ← ٢ س ٢ + ٢ س + ١ = ١٤٥

٢ س ٢ + ٢ س + ١ – ١٤٥ = . ← ٢ س ٢ + ٢ س – ١٤٤ = . بالقسمة ÷ ٢

س ٢ + س – ٧٢ = . ← (س + ٩) (س – ٨) = .

إما س + ٩ = . ومنها س = – ٩ أو س – ٨ = . ومنها س = ٨

العددان هما – ٩ ، – ٨ أو ٨ ، ٩

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

بنك أسئلة متنوعة على دروس الوحدة الحادية عشر التحليل وحل المعادلات التربيعية

1 أكمل ما يأتي

① (س + ١) (س − ١) (س + ٣) = س ٣ + ...

② (٢ س + ٣) (٢ س − ٣) = ... − ٩

③ ص ٢ − ١٣ ص − ٤٢ = (ص − .....) (ص + ...)

④ ١٢ س ٢ − ٦ س = ... (٢ س − .....)

⑤ (ص + ٣) (ص − ٤) = ص ٢ − ..... − ١٢

⑥ (س ٢ − ص ٢)٢ = ... − ٢ س ٢ ص ٢ + ص ٤

⑦ (س + ص + ع) (س + ص − ع) = (س + ص)٢ − .....

⑧ ٣ س ٢ + ١٦ س + ٥ = (..... + ٥) (٣ س + ...)

⑨ س ٢ − ٨ س − ٩ = (س − .....) (س + ...)

⑩ (٥٥)٢ − (٤٥)٢ = ١٠ × (..... + ...) = ...

⑪ أ س + ب س + أ ص + ب ص = س (..... + ...) + ... (أ + ب) = (..... + ...) (أ + ب)

⑫ إذا كان أ + ب = ٥ ، س − ص = ٧ فإن أ (س − ص) + ب (س − ص) = ...

⑬ إذا كان س ٢ + ك س + ٦ قابلا للتحليل فإن ك = ...

⑭ إذا كان س ٢ + ك س − ١٥ قابلا للتحليل فإن ك = ...

⑮ (٤ س − ٦)٢ = ... − ..... + ٣٦

⑯ ١٦ ج ٢ + ٢٤ ج د + ٩ د ٢ = (..... + ...)٢

⑰ ٥ س ٢ + ١٥ س + ١٠ = ٥ (س + ...) (س + ...)

⑱ ٢٥ س ١٠ − ١ = (٥ س ٥ − .....) (..... + ١)

⑲ ٣٦ − س ١٦ = (٦ − .....) (٦ + ...)

⑳ إذا كان س + ص = ٤ ، س − ص = ٢ فإن س ٢ − ص ٢ = ...

㉑ مجموعة حل المعادلة س ٢ − ١ = ٠ هي .....

㉒ مجموعة حل المعادلة ٤٩ − ٤ س ٢ = ٠ هي .....

㉓ مجموعة حل المعادلة س ٢ − ٢٠ س + ١٠٠ = ٠ هي .....

㉔ إذا كان عُمر مريم الآن س فإن عمرها بعد ٥ سنوات هو .....

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

٢ إختر الإجابة الصحيحة

① إذا كان أحد عاملي المقدار : $س^{٢} + س - ٦$ هو $س + ٣$ فإن العامل الآخر هو .....

أ) $س - ٢$ ب) $س - ٣$ ج) $س + ٢$ د) $س + ٦$

② إذا كان : $٢س^{٢} - ٥س + أ = (٢س - ٣)(س - ١)$ فإن : $أ =$ .....

أ) ٢ ب) ٣ ج) -٣ د) ٥

③ إذا كان : $أ - ب = ٣$ ، $أ + ب = ٥$ فإن : $أ^{٢} - ب^{٢} =$ .....

أ) ٥ ب) ٨ ج) ٣ د) ١٥

④ إذا كان المقدار : $١٦س^{٢} + ٢٤س + ك$ مربعاً كاملاً فإن : $ك =$ .....

أ) ٣ ب) ٩ ج) ١٢ د) ١٦

⑤ إذا كان المقدار : $س^{٢} + ك س + ٢$ قابلاً للتحليل فإن : $ك =$ .....

أ) -٢ ب) ٢ ج) ٥ د) ٣

⑥ إذا كان المقدار : $٢٥س^{٢} + م س + ٤٩$ مربعاً كاملاً فإن : $ك =$ .....

أ) ٧٠ ب) ٣٥ ج) ١٤٠ د) ٢٤

⑦ إذا كان : $س^{٢} + ٧س - ١٨ = (س + م)(س - ك)$ فإن : $م + ك =$ .....

أ) ١١٠ ب) ٧ ج) -٧ د) ١١

⑧ إذا كان : $س^{٢} - ص^{٢} = ١٢$ ، $س - ص = ٣$ فإن : $س + ص =$ .....

أ) ٤ ب) ٦ ج) ٣٦ د) -٤

⑨ إذا كان : $(أ - ٣)(أ + ٣) = أ^{٢} - ك$ فإن : $ك =$ .....

أ) -٩ ب) ٩ ج) ٣ د) -٣

⑩ إذا كان : $ك س^{٢} + ٦س + ١$ مربعاً كاملاً فإن : $ك =$ .....

أ) ١ ب) ٣ ج) ٩ د) ٣٦

⑪ إذا كان المقدار : $س^{٢} - ٦س - م$ مربعاً كاملاً فإن : $م =$ .....

أ) -٩ ب) ١ ج) ٢ د) ٩

⑫ إذا كان : $(٥س - ٧)$ أحد عوامل المقدار : $٥س^{٢} - ٢س - ٧$ فإن العامل الآخر هو .....

أ) $(س - ١)$ ب) $(س - ٥)$ ج) $(س + ١)$ د) $س$

⑬ $س^{٢} - ك = (س - ٨)(س + ٨)$ فإن : $ك =$ .....

أ) ٨ ب) ٦٤ ج) -٦٤ د) ١٦

⑭ إذا كان : $س^{٢} - ٥س - ٢٤ = (س - ٨)(س + م)$ فإن : $م =$ .....

أ) -٣ ب) ٤ ج) ٣ د) ٦

⑮ إذا كان : $س^{٢} + ١٢س ص + ٣٦ ص^{٢} = (س + ك)^{٢}$ فإن : $ك =$ .....

أ) ٦ ب) ٦ص ج) $-٦ص$ د) -٦

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

(٢٦) إذا كان : س^{٢} + ك س − ١٢ = (س − ٢)(س + ٦) فإن : ك = ...

أ ٢ ب ٨ جـ −٤ د ٤

(٢٧) س^{٢} − أ س + ٥ = (س − ١)(س − ٥) فإن : أ = ...

أ ٥ ب ٤ جـ −٤ د ٦

(٢٨) إذا كان : س^{٢} − ص^{٢} = ٢٤ ، س + ص = ٨ فإن : ٣س − ٣ص = ...

أ ٣ ب ٩ جـ ١٢ د ١٦

(٢٩) إذا كان (س − ٣) أحد عاملي المقدار : ٢س^{٢} − ٧س + ٦ فإن العامل الآخر هو .....

أ ٢س + ٣ ب ٢س − ٣ جـ س + ٣ د س − ٣

(٣٠) إذا كان (س − ٥) أحد عاملي المقدار : س^{٢} − ٥ س فإن العامل الآخر هو .....

أ س + ١ ب س − ١ جـ س د ٥ س

(٣١) إذا كان : أ + ب = ٥ ، أ − ب = ٤ فإن : ب^{٢} − أ^{٢} = ...

أ −٢٠ ب −١ جـ ٩ د ٢٠

(٣٢) إذا كان : س^{٢} − ٢س ص + ص^{٢} = ٢٥ فإن : س − ص = ...

أ ٢٥ ب −٥ جـ ٥ د ± ٥

(٣٣) إذا كان : ٢س + ٥ص = ٣ ، ٤س^{٢} − ٢٥ص^{٢} = ٢١ فإن : ٢س − ٥ص = ...

أ ١٤ ب ٩ جـ ٧ د ٦

(٣٤) إذا كان : ٢ (أ − ب)(أ + ب) = ١٨ فإن : أ^{٢} − ب^{٢} = ...

أ ١٨ ب ٣٦ جـ ٩ د ± ١٨

(٣٥) إذا كان : س^{٢} − ك + ١٠ = (س − ٣)(س + ٣) فإن : ك = ...

أ −٩ ب −١٩ جـ ١٩ د ١

(٣٦) إذا كان المقدار : س^{٢} − ٢ س − ك قابلاً للتحليل فإن ك يمكن أن تساوى .....

أ ١٢ ب ٣٠ جـ ٦ د ٨

(٣٧) المقدار س^{٢} + ٢ أ س + ٩ يكون مربعاً كاملاً إذا كانت أ = ...

أ صفر ب ± ٣ جـ ± ٦ د ± ١٢

(٣٨) إذا كان : (أ − ب) = ٧ ، $\frac{١}{٢}$ (ب + أ) = ٥ فإن : أ^{٢} − ب^{٢} = ...

أ ٢ ب ١٢ جـ ٣٥ د ٧٠

(٣٩) إذا كان : حـ ∈ صـ بحيث يكون المقدار حـ س^{٢} + س − ١٥ قابلاً للتحليل فإن : حـ = ...

أ ٦ ب ٣ جـ −٢ د ٥

(٤٠) العدد الذى يمكن إضافته إلي المقدار : ٢س^{٢} + ٥ س − ١٠ ليكون قابلاً للتحليل هو .....

أ −١ ب −٢ جـ −٣ د −٤

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

٣ حلل كلا من المقادير التالية

① $س^{٢} + ٨س + ١٥$

② $٢س^{٢} + ٧س + ٣$

③ $س^{٤} - ١$

④ $أ س - ٧أ + ٣س - ٢١$

⑤ $٢س^{٣} - ٥٠س$

⑥ $أ ب - ٣ب + ١٥ - ١٥$

⑦ $س^{٢} - ٥س + ٦$

⑧ $(س - ١)(س + ١)(س - ٢)$

⑨ $٤س^{٢} - ٩س$

⑩ $أ م - أ ن + م - ن$

---

٤ أوجد مجموعة حل المعادلات التالية

① $س^{٢} - ٦س = ٠$

② $س^{٢} = ٩$

③ $س^{٢} - ٥س + ٤ = ٠$

④ $س^{٢} - ٤ = ٠$

⑤ $٤٩س^{٢} - ٢٥ = ٠$

⑥ $س^{٢} - ٩س + ١٤ = ٠$

⑦ $(٢س^{٢} + ١) - ٨(٢س + ١) + ١٥ = ٠$

⑧ $س^{٢} + ٤س = ٢١$

⑨ $٥س(س + ٢) = ٠$

⑩ $س^{٢} - س = ١٢$

---

٥ مسائل تطبيقية

① عددان صحيحان مجموعهما ١١ وناتج ضربهما ٢٨ . فما هما العددان ؟

الحل :

② ثلاثة أعداد صحيحة متتالية ناتج ضربهما ٣٠ . فما هي هذه الأعداد ؟

الحل :

③ إذا كان مربع عدد ما يزيد عن ٥ أمثاله بمقدار ١٤ . أوجد فما هي الأعداد التي تحقق الشرط ؟

الحل :

④ مستطيل محيطه ٢٢ سم و مساحته ٢٤ سم ؟ فما هي أبعاده ؟ (الطول = س ، العرض = ص)

الحل :

⑤ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار م أمتار فإذا كانت مساحته ٨٤ م ؟ . فأوجد محيطه

الحل :