تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية

موقع
المناهج العمانية

www.alManahj.com/om

الملف شرح درس التمثيل البياني للمعادلات الخطية مع حل تدريبات

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف التاسع

روابط مواد الصف التاسع على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف التاسع والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	امتحان وإجابة الأسئلة الرسمية للفصل الدراسي الثاني الدور الأول 20162017
2	كتاب الطالب
3	النشرة التوجيهية مع الخطط الدراسية والتصويبات للمنهج
4	الخطة الفصلية لتوزيع المقرر
5	كراسة تدريبية في وحدة الاحتمالات

١٤ - ١

التمثيل البياني للمعادلات الخطية

التمهيد

هناك الكثير من العلاقات في حياتنا العملية تربط بين مُتغيّرَين أو أكثر، كالعلاقة بين ضغط الدم للإنسان العادي وعمره، والعلاقة بين السرعة والمسافة والزمن ، وغيرها من العلاقات المختلفة، التي نستدلّ على قيمة أحد المُتغيّرات فيها بمعلومية المُتغيّر الآخر.

والمعادلة التربيعية من المعادلات المُهمّة التي نجدها في المواقف الحياتية والتطبيقات الفيزيائية، فمثلاً:

- طاقة حركة الجسم = ٠,٥ك ع^{٢} ، حيث (ك) كتلة الجسم ، (ع) سرعته.
- مساحة المربع = س^{٢} ، حيث (س) طول ضلع المربع.
- وغيرها الكثير من العلاقات التي نسميها بالدالة التربيعية.

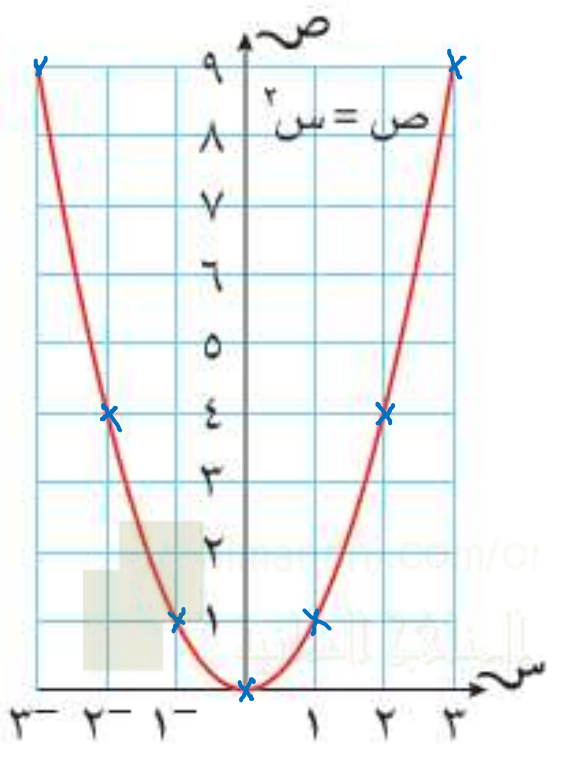
فالصورة العامّة للمعادلة التربيعية هي:

ص = أس^{٢} + ب س + ج ، حيث أ ≠ ٠

المُعادلات التربيعية هي مُعادلات تتضمَّن الحد س^{٢} وهو الحد الأكبر قوى

وفيما يلي جدول يُبيِّن القيَم لـ ص = س^{٢} في الفترة - ٣≤ س ≤ ٣

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
ص	٩	٤	١	٠	١	٤	٩

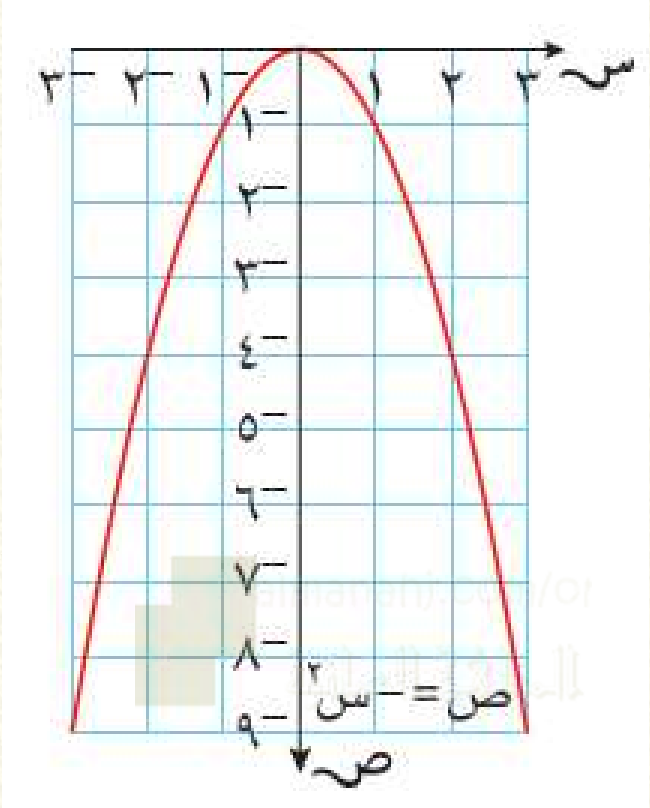


يمكنك استخدام هذه النقاط لترسم التمثيل البياني بنفس الطريقة التي قمت بها لتمثيل المُعادلات الخطّيّة بيانيّا.

يمثل الجدول الآتي ص = -س^{٢} في الفترة - ٣≤ س ≤ ٣

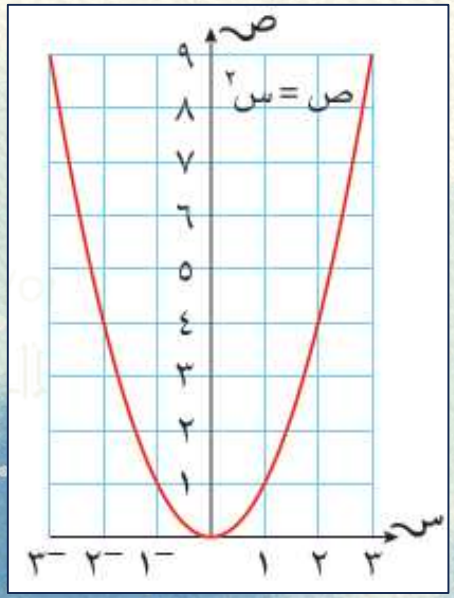
س	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣
ص	-٩	-٤	-١	٠	-١	-٤	-٩

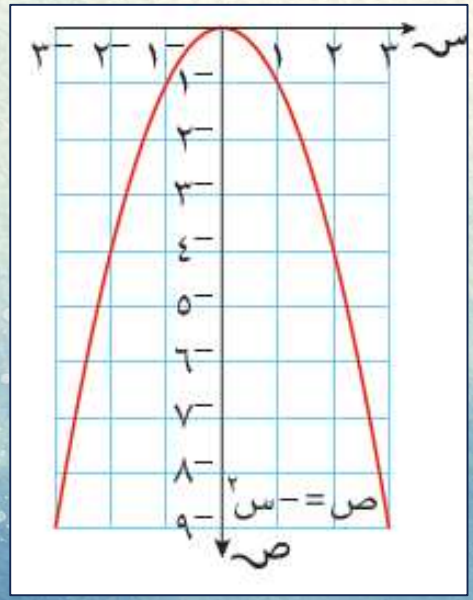
عندما تُحدِّد مواقع هذه النقاط وترسُم المنحنى، سوف تُلاحظ تأثير إشارة السالب أمام س^{٢} حيث تقلب المنحنى ليصبح مفتوحًا إلى الأسفل.



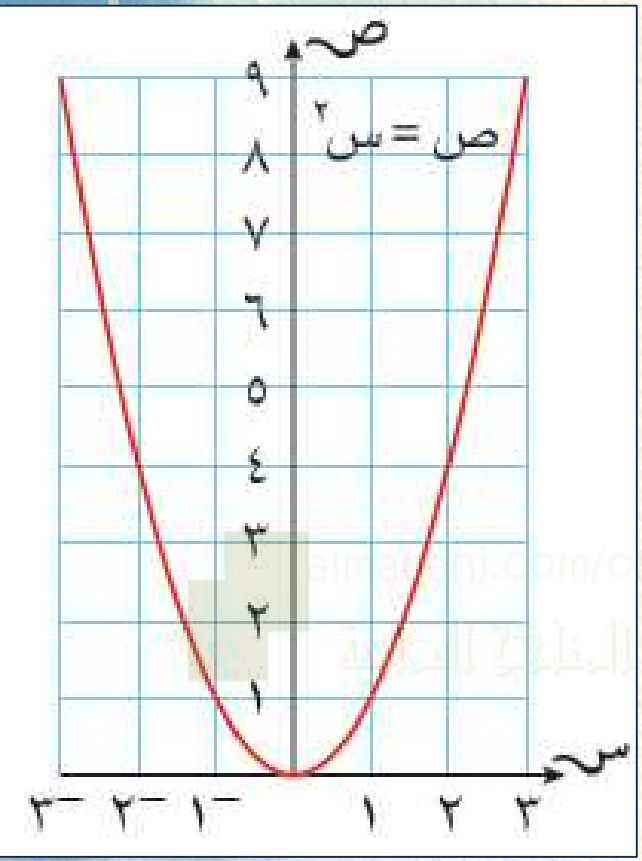
إذا كان مُعامل $س^{٢}$ في المُعادَلة التربيعية موجبًا، فإن المنحنى يكون مفتوحًا إلى الأعلى.

وإذا كان مُعامل $س^{٢}$ في المُعادَلة التربيعية سالبًا، فإن المنحنى يكون مفتوحًا إلى الأسفل.





١٤-١- أ محور التماثُل ونقطة رأس المنحنى



محور التماثُل هو مستقيم يقسم منحنى المعادلة التربيعية إلى نصفَين مُتماثِلَين، وفي التمثيلَين البيانيّين أعلاه، المحور الصادي (س = ٠) هو محور التماثُل.

نقطة رأس المنحنى، أو رأس التمثيل البيانيّ هي النقطة التي يتغيّر عندها اتِّجاه المنحنى

في التمثيل البياني، ونجد في التمثيلَين البيانيّين أعلاه أنّ نقطة رأس المنحنى هي نقطة

الأصل (٠، ٠).

أكمل جداول القيَم الآتية، وارسم التمثيلات البيانية على نفس المُستوى الإحداثي.

س	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣
ص= س^{٢} +١	١٠	٥	٢	١	٢	٥	١٠

عند س=-٣

ص= (-٣)^{٢} +١ =١٠

عند س=٠

ص= (٠)^{٢} +١ =١

عند س=٣

ص= (٣)^{٢} +١ =١٠

عند س=-٢

ص= (-٢)^{٢} +١ =٥

عند س=١

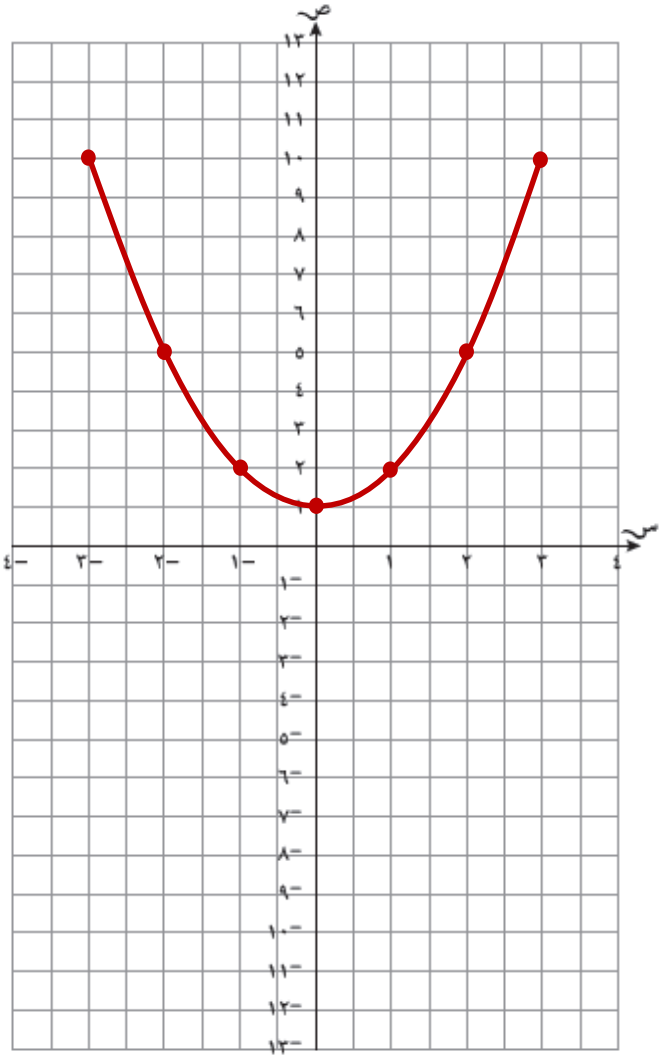
ص= (١)^{٢} +١ =٢

عند س=-١

ص= (-١)^{٢} +١ =٢

عند س=٢

ص= (٢)^{٢} +١ =٥



أكمل جداول القيَم الآتية، وارسم التمثيلات البيانية على نفس المُستوى الإحداثي.

س	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣
ص= ٣- س^{٢}	-٦	-١	٢	٣	٢	-١	-٦

عند س=-٣

ص= ٣-(-٣)^{٢} =-٦

عند س=٠

ص= ٣-(٠)^{٢} =٣

عند س=٣

ص= ٣-(٣)^{٢} =-٦

عند س=-٢

ص= ٣-(-٢)^{٢} =-١

عند س=١

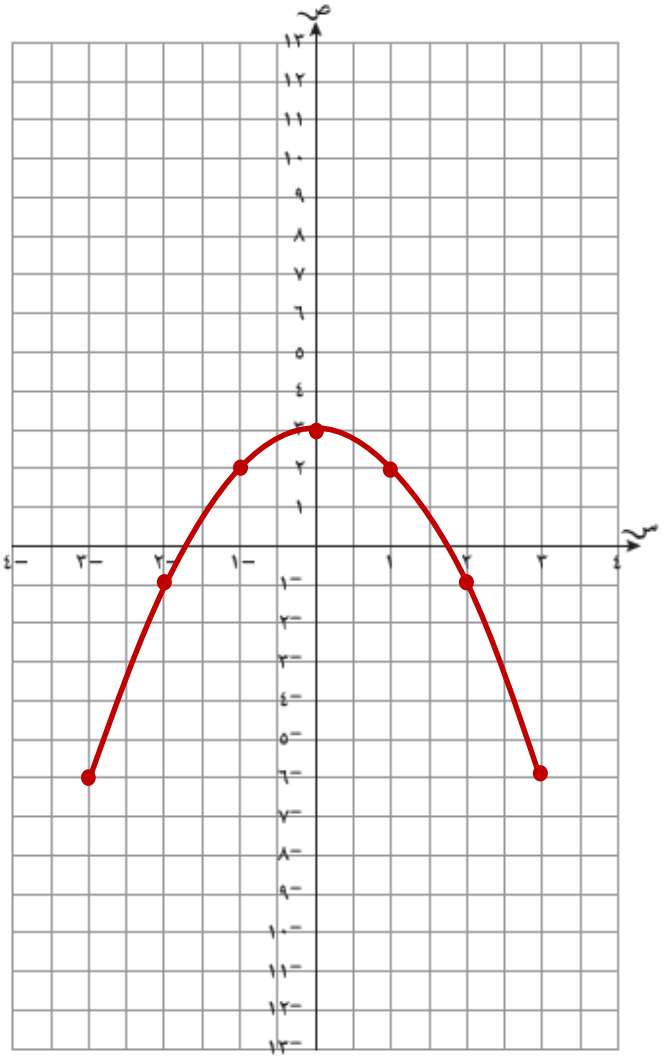
ص= ٣-(١)^{٢} =٢

عند س=-١

ص= ٣-(-١)^{٢} =٢

عند س=٢

ص= ٣-(٢)^{٢} =-١



١٤-١- ب المُعادَلات التربيعية التي في صورة ص = س^{٢} + أس + ب

تعلّمت سابقًا كيف تُنشئ جدول القيَم وكيف ترسم منحنى المعادلة التربيعية البسيطة.
سترى الآن كيف تُنشئ جدوَل القيَم لمعادَلات تربيعية تتضمّن الحدَّين س ٢، س، وحدًّا ثابتًا.
في هذه الحالة، ابدأ بإيجاد قيَم كلّ حد في صف منفصِل في الجدول، ثم جمعها لتجد قيمة ص.

مثال أنشئ جدوَل القيَم لـ ص = س ^{٢} + ٢س - ١ في الفترة - ٤ ≤ س ≤ ٢

حدِّد مواقع النقاط الإحداثيّة لترسُم التمثيل البياني.

الحل

س	-٤	-٣	-٢	-١	٠	١	٢
ص	٧	٢	-١	-٢	-١	٢	٧

عند س=-٤ ⬅ ص= (-٤)^{٢} +٢×-٤ -١ ⬅ ص= ١٦-٨ -١ = ٧

عند س=-٣ ⬅ ص= (-٣)^{٢} +٢×-٣ -١ ⬅ ص= ٩-٦ -١ = ٢

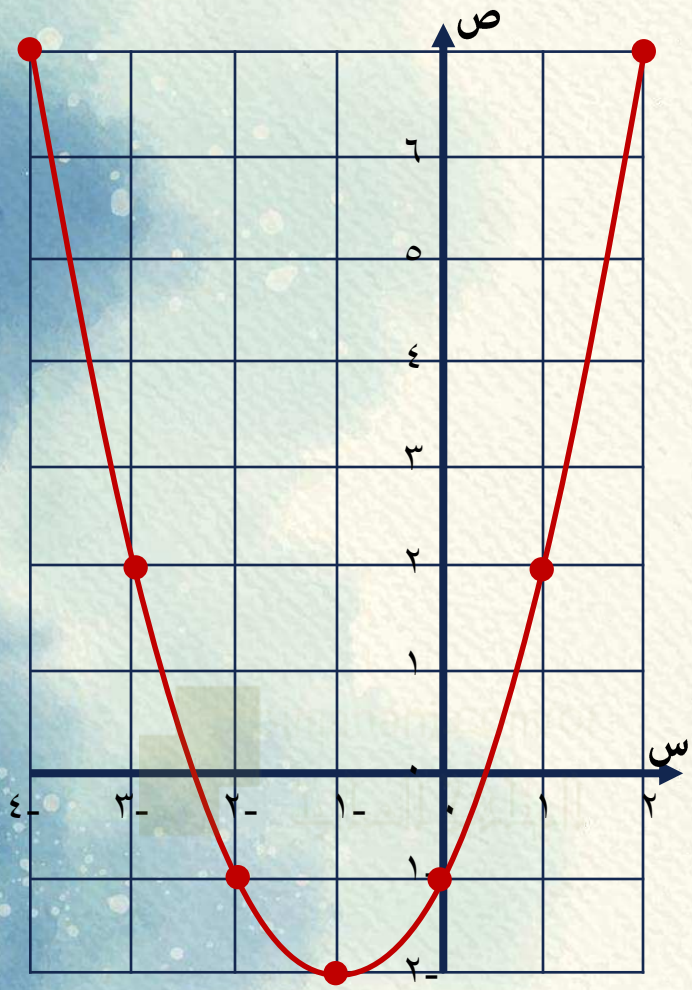
عند س=-٢ ⬅ ص= (-٢)^{٢} +٢×-٢ -١ ⬅ ص= ٤-٤ -١ = -١

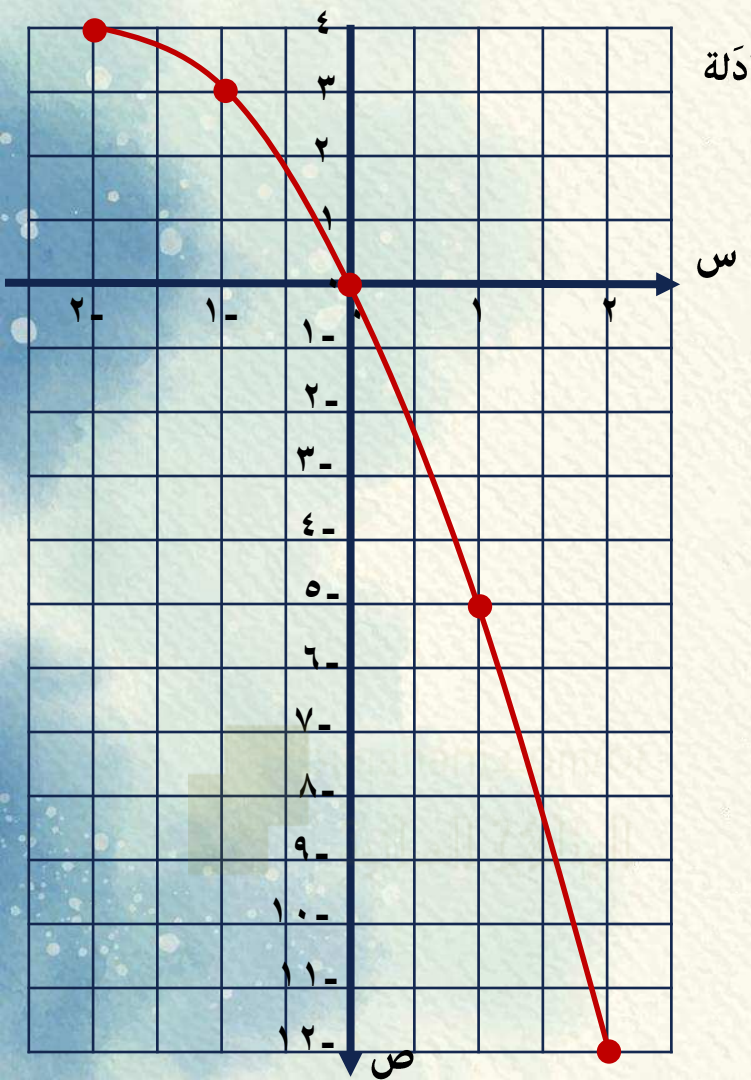
عند س=-١ ⬅ ص= (-١)^{٢} +٢×-١ -١ ⬅ ص= ١-٢ -١ = -٢

عند س=٠ ⬅ ص= (٠)^{٢} +٢×٠ -١ ⬅ ص= ٠+٠ -١ = -١

عند س=١ ⬅ ص= (١)^{٢} +٢×١ -١ ⬅ ص= ١+٢ -١ = ٢

عند س=٢ ⬅ ص= (٢)^{٢} +٢×٢ -١ ⬅ ص= ٤+٤ -١ = ٧





مثال استخدم قيَم س من -٢ إلى ٢ وأنشئ جدوَل القيَم، واستخدمه لتمثيل المُعادَلة ص = - س^{٢} - ٤س بيانيّا.

الحل

س	-٢	-١	٠	١	٢
ص	٤	٣	٠	-٥	-١٢

عند س=-٢ ⬅ ص= -(-٢)^{٢} -٤×-٢ ⬅ ص= -٤+٨ = ٤

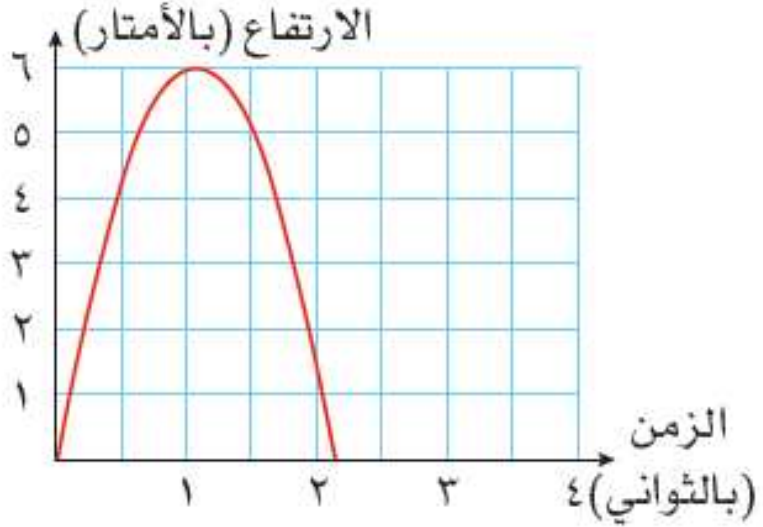
عند س=-١ ⬅ ص= -(-١)^{٢} -٤×-١ ⬅ ص= -١+٤ = ٣

عند س=٠ ⬅ ص= -(٠)^{٢} -٤×٠ ⬅ ص= ٠-٠ = ٠

عند س=١ ⬅ ص= -(١)^{٢} -٤×١ ⬅ ص= -١ -٤ = -٥

عند س=٢ ⬅ ص= -(٢)^{٢} -٤×٢ ⬅ ص= -٨-٤ = -١٢

يُبيّن التمثيل البياني المُقابِل ارتفاع قَوس الماء من نافورة (بالأمتار) خلال عدد من الثواني:



أ ما أعلى ارتفاع يصله قوس الماء؟ **٦ متر**

ب ما الزمن اللازم لقوس الماء لكي يصل إلى أقصى ارتفاع؟ **١ ثانية**

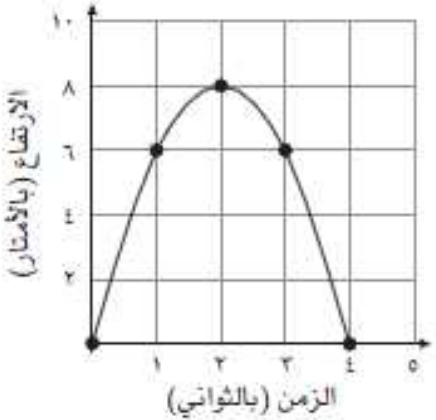
ج كم ثانية بقي خلالها ارتفاع قوس الماء أعلى من ٢,٥ م؟ **١,٥ ثانية**

د في رأيك لماذا يُبيّن هذا التمثيل البياني قيَمًا موجبة فقط للارتفاعات؟

لأن مستوى سطح الماء لا يمكن أن يكون سالب

تمارين ١٤-١-(ج، د)

١) تمّ رمي حجر في الهواء. يُبيِّن التمثيل البياني المُقابل مسار الحجر.



أ) ما أقصى ارتفاع يصل إليه الحجر؟

٨ متر

ب) ما الزمن الذي يستغرقه الحجر للوصول إلى أقصى ارتفاع؟

٢ ثانية

ج) ما الارتفاع الذي يصل إليه الحجر في الثانية الأولى؟

٦ متر

د) كم ثانية بقي الحجر في الهواء؟

٤ ثواني

هـ) قدِّر المُدَّة التي بقي فيها الحجر في الهواء عند ارتفاع أعلى من ٣ م.

٣ ثواني

نشاط بيتي

١) أكمل جدول القيَم لكلّ من الدوال التالية. حدِّد قيَم س ، ص لكل دالة على مُستوى إحداثيّ مُنفصِل، وصِل بينها بمُنحنى لتحصل على التمثيل البياني للدالة:

أ)

س	-٢	-١	٠	١	٢	٣	٤	٥
ص = $س^{٢} - ٣س + ٢$								

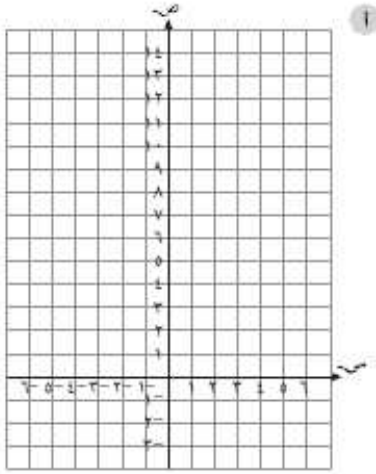
ب)

س	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣
ص = $س^{٢} - ٢س - ١$							

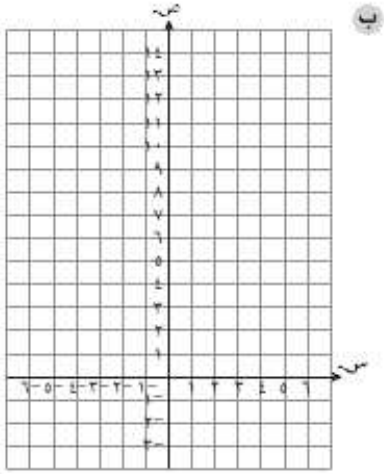
ج)

س	-٢	-١	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص = $-س^{٢} + ٤س + ١$									

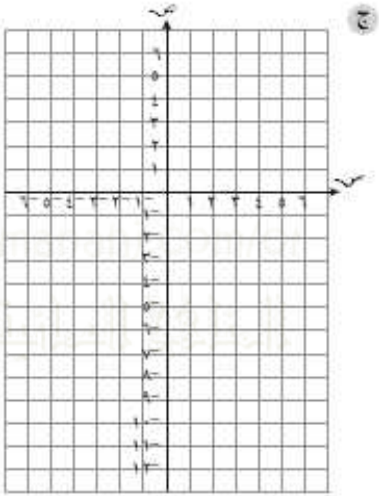
أ)

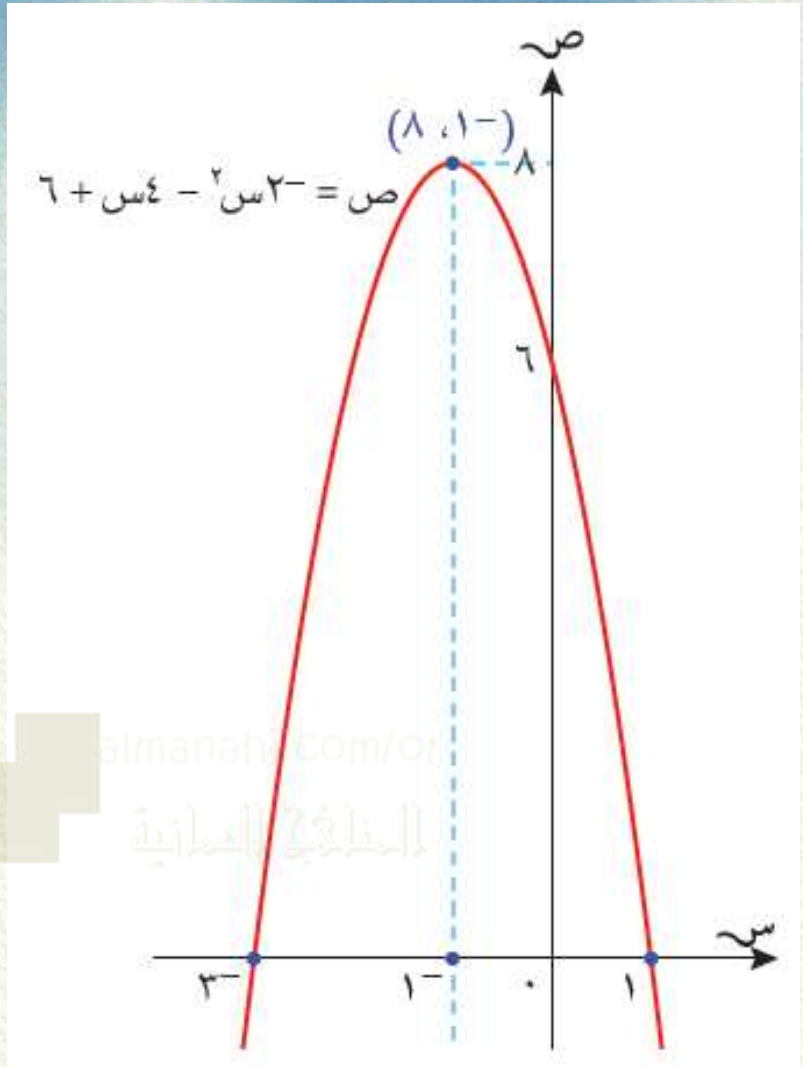


ب)



ج)





١٤-١- ج الجزء المقطوع من المحور السيني

١٤-١- د نقطة رأس المنحنى

١٤-١- ج الجزء المقطوع من المحور السيني

لإيجاد قيمة الجزء المقطوع من المحور السيني للتمثيل البياني للمُعادَلة

ص = س^{٢} + ٢س - ٣، اجعل ص = ٠ لتحصُل على:

س^{٢} + ٢س - ٣ = ٠

(س + ٣) (س – ١) = ٠

س = - ٣ أو س = ١ هما الجُزءان المقطوعان من المحور السيني.

إذن، المنحنى في التمثيل البياني للمعادلة يقطع المحور السيني في النقطتين (- ٣، ٠)، (١، ٠)

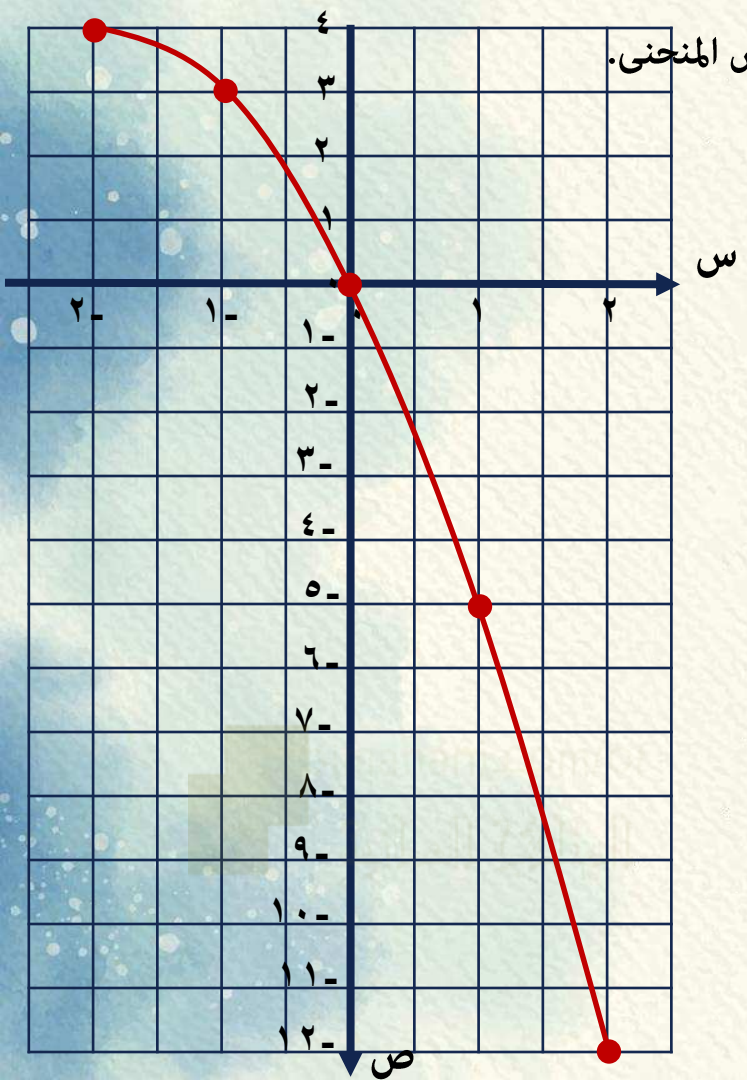
١٤-١- د نقطة رأس المنحنى

لتجد إحداثيات نقطة رأس المنحنى للتمثيل البياني للدالّة التربيعية، عليك أن تجِد محور التماثُل للمنحنى، فعندما تكون الدالّة في الصورة ص = أس^{٢} + ب س + ج، يمكن إيجاد محور التماثُل باستخدام العلاقة س = $\frac{-ب}{٢أ}$

وهذا يُعطي قيمة الإحداثي السيني لنقطة رأس المنحنى.

بعد ذلك، يمكنك إيجاد قيمة الإحداثي الصادي لنقطة رأس المنحنى، بالتعويض عن قيمة س في المُعادَلة الأصلية، وتكون قيمة الإحداثي الصادي هي القيمة العُظمى أو الصُّغرى للتمثيل البياني.

مثّل بيانيّا ص = - ٢س^{٢} – ٤س + ٦، ثم أوجد نقاط التقاطع مع المحورَين ونقطة رأس المنحنى.



الحل

س	-٢	-١	٠	١	٢
ص	٤	٣	٠	-٥	-١٢

عند س=-٢ ⬅ ص= -(-٢)^{٢} -٤×-٢ ⬅ ص= -٤+٨ = ٤

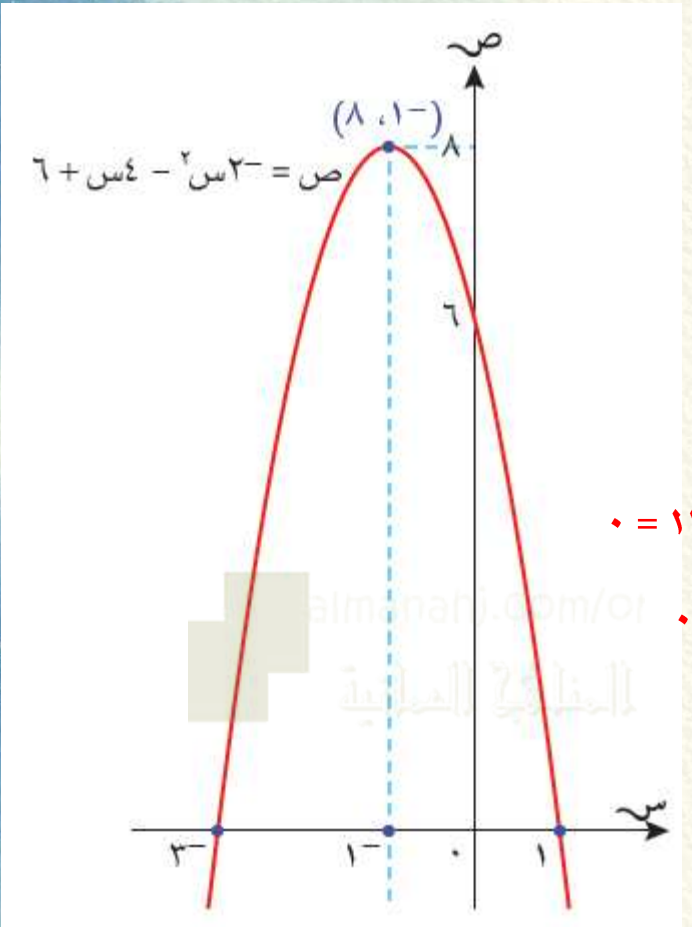
عند س=-١ ⬅ ص= -(-١)^{٢} -٤×-١ ⬅ ص= -١+٤ = ٣

عند س=٠ ⬅ ص= -(٠)^{٢} -٤×٠ ⬅ ص= ٠-٠ = ٠

عند س=١ ⬅ ص= -(١)^{٢} -٤×١ ⬅ ص= -١ -٤ = -٥

عند س=٢ ⬅ ص= -(٢)^{٢} -٤×٢ ⬅ ص= -٨-٤ = -١٢

مثّل بيانيّا ص = - ٢س^{٢} – ٤س + ٦، ثم أوجد نقاط التقاطع مع المحورَين ونقطة رأس المنحنى.



الحل

نقطة راس المنحنى س = $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{-(-٤)}{٢(-٢)}$ = $\frac{٤}{-٤}$ = -١

نوجد قيمة ص = -٢(-١)^{٢} – ٤×-١ + ٦ ← ص = -٢ +٤ +٦ ← ص= ٨

نقطة رأس المنحنى (-١ ، ٨)

نوجد نقط تقاطع المنحنى مع محور السينات بوضع ص = ٠

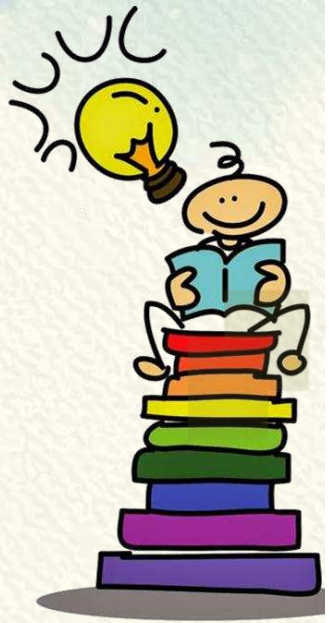
- ٢س^{٢} – ٤س + ٦ = ٠ ← س^{٢} – ٤س + ٦×-٢ = ٠ ← س^{٢} – ٤س - ١٢ = ٠

(س-٦) (س+٢) =٠ ← (س $\frac{-٦}{-٢}$) (س + $\frac{٢}{-٢}$) =٠ ← (س+٣) (س-١) =٠

اما س + ٣ = ٠ أو س -١ = ٠ ← س =- ٣ أو س =١

نقاط تقاطع المنحنى مع محور السينات (-٣ ، ٠) و (١ ، ٠)

تمارين ١٤-١-(ج، د)



١) أنشىء جداول القيَم وارسم التمثيلات البيانية لكل من المُعادَلات التالية، وحدِّد محور التماثُل وإحداثيات نقطة رأس المنحنى لكلّ تمثيل بياني:

أ) $ص = س^{٢} + ٦س - ٥$

ب) $٢س^{٢} + ٤س = ص$

ج) $ص = ٣ - (س + ١)^{٢}$

د) $ص = ٤ - ٢(س + ٣)^{٢}$

هـ) $ص = ١٧ + ٦س - س^{٢}$

و) $ص = ٥ - ٨س + ٢س^{٢}$

ز) $ص = ١ + ٢س - ٢س^{٢}$

ح) $ص = -(س + ٢)^{٢} - ١$

انتهى
الدرس