شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج القطرية

مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة الخامسة درس المعادلات الأسية

موقع المناهج ⇦ المناهج القطرية ⇦ المستوى العاشر ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثاني ⇦ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-05-01 13:22:22

التواصل الاجتماعي بحسب المستوى العاشر

اضغط هنا للحصول على جميع روابط "المستوى العاشر"

روابط مواد المستوى العاشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة الخامسة درس خصائص الجذور
2	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة الخامسة درس الجذور النونية والأسس النسبية
3	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة الرابعة قانون الجيب
4	حل تدريبات الكتاب الوحدة الرابعة الدرس الثالث النسب

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
	المثلثية ومقلوباتها
5	حل تدريبات الكتاب الوحدة الرابعة الدرس الثاني النسب المثلثية

ملخص المفهوم المعادلات الأسية

س: كيف تساعد خصائص الأسس في حل معادلات تتضمن أسسًا نسبية ؟

[تسمح لك بدمج العوامل لتبسيط المعادلة.]

عبّر عن فهمك | طبّق فهمك

خطأ شائع

التمرين 16 عند استعمال خاصية قوة القوة، قد ينسى بعض الطلاب ضرب كل الكمية $(x - 3)$ في 4، حيث يضربون المتغير فقط في 4، اطلب من الطلاب استعمال خاصية التوزيع لتوزيع العدد 4 على حدي الأس الأصلي.

الإجابات

1. خصائص الأسس النسبية هي: خاصية قوة القوة، وخاصية قوة ناتج الضرب، وخاصية ضرب القوى، وخاصية قسمة القوى. يمكن استعمال هذه الخصائص لتبسيط المقادير وحل المسائل التي تتضمن قوة مرفوعة إلى قوة، أو ناتج ضرب مرفوعًا إلى قوة، أو ناتج ضرب نفس الأساس مرفوعًا إلى قوة، أو ناتج قسمة نفس الأساس مرفوعًا إلى قوة.
2. $\sqrt{15}$, $15^{\frac{1}{2}}$
3. $x = y$
4. قلب ماجد العددين اللذين في بسط ومقام الأس. يجب أن تكون الإجابة $4^{\frac{2}{3}}$.
5. عند تبسيط المقادير، من الأسهل أن يكون المقدار مكتوبًا باستعمال أسس نسبية بدلًا من الجذور، بحيث يمكن تطبيق خصائص الأسس النسبية.
6. يمكن كتابة المقادير النسبية في صورة مقادير جذرية.

تطبق خصائص الأسس على كل من الأسس النسبية والأسس المكونة من أعداد كلية.

7. $7^{\frac{1}{2}}$
8. $15^{\frac{1}{2}}$
9. $6^{\frac{4}{3}}$
10. 2
11. 2
12. $8^{\frac{3}{2}}$
13. $x = 6$
14. $x = \frac{80}{7}$
15. $x = 2$
16. $x = 2$
17. $x = -3$
18. $x = -11$

ملخص المفهوم المعادلات الأسية

لفظيًا

المعادلة الأسية هي معادلة يتكون أحد طرفيها على الأقل من قوى، حيث يتضمن الأس متغيرًا.

إذا كان الجذر النوني للعدد a عددًا حقيقيًا وكان m عددًا صحيحًا، فإن

$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$

جبريًا

قوة القوة	قوة ناتج الضرب	ضرب القوى	قسمة القوى
$(a^m)^n = a^{mn}$	$(ab)^m = a^m \times b^m$	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$

عدديًا

قوة القوة	قوة ناتج الضرب	ضرب القوى	قسمة القوى
$\left(256^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{3}{2}} = 256^{\frac{1}{4} \times \frac{3}{2}}$	$(4 \times 9)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} \times 9^{\frac{1}{2}}$	$16^{\frac{1}{4}} \times 16^{\frac{1}{4}} = 16^{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}$	$\frac{8^{\frac{2}{3}}}{8^{\frac{1}{3}}} = 8^{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}}$
$= 256^{\frac{3}{8}}$	$= 2 \times 3$	$= 16^{\frac{2}{4}}$	$= 8^{\frac{1}{3}}$
$= 2$	$= 6$	$= 16^{\frac{1}{2}}$	$= 2$
		$= 4$	

عبّر عن فهمك

1. السؤال الأساس ما خصائص الأسس النسبية وكيف تُستعمل لحل مسائل تتضمن معادلات أسية ؟
2. تواصل بدقة مربع مساحته 15 ft²، عبّر عن طول ضلعه بطريقتين.
3. ابحث عن العلاقات إذا كان $3^x = 3^y$ ، فما العلاقة بين x و y ؟
4. حلّل الخطأ كتب ماجد $\sqrt[3]{4^2}$ في صورة $4^{\frac{2}{3}}$، ما الخطأ الذي وقع فيه ماجد ؟
5. برر منطقيًا متى يكون من المفيد تحويل الجذور إلى أسس نسبية لحل المعادلات ؟
6. المصطلحات ما أوجه الشبه والاختلاف بين الأسس النسبية والأسس المكوّنة من أعداد كلية ؟

طبّق فهمك

في التمارين 7-12، اكتب الجذور باستعمال أسس نسبية.

7. $\sqrt{7}$
8. $\sqrt{15}$
9. $\sqrt[3]{6^4}$
10. $\sqrt[3]{2^3}$
11. $\sqrt[4]{2^4}$
12. $\sqrt{8^3}$

في التمارين 13-18، حل المعادلة.

13. $\left(2^{\frac{x}{3}}\right)\left(2^{\frac{x}{3}}\right) = 2^5$
14. $\left(4^{\frac{x}{5}}\right)\left(4^{\frac{x}{5}}\right) = 4^8$
15. $64^{x+1} = 4^{x+7}$
16. $16^{(x-3)} = 2^{(x-6)}$
17. $\left(\frac{1}{243}\right)^{-\frac{x}{5}} = \left(\frac{1}{9}\right)^{\left(-\frac{x}{2}+1\right)}$
18. $\left(\frac{1}{36}\right)^{(x-4)} = \left(\frac{1}{216}\right)^{(x+1)}$

78 الوحدة 5 الأسس والجذور

تدرَّب وحُل مسائل

دليل المهام

أساسي	متقدم
19-38, 43-50	19-28, 33-50

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	19, 25-30, 45, 48	1
	20	2
2	31, 33	1
3	32, 34-37, 39, 49	1
	21, 24, 43	2
	50	3
4	38	1
	43, 47	2
5	40-42	1
	22, 44, 46	2
	23	3

الإجابات

19. $\sqrt[3]{2\,500}$, $2\,500^{\frac{1}{3}}$

20. يتزايد الأس النسبي بتزايد قيمة m.

21. لم يوزع حامد العدد 3 في $\left(2^3\right)^{x+3}$ على $x+3$، الحل الصحيح هو $x=-14$.

22. نعم؛ $\left(\frac{16}{4}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{16^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{2}}}=\frac{4}{2}=2$

23. **a.** قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة:
$a^0 \cdot a^1 = a^{0+1} = a^1 = a$
بما أن $a^0 \cdot a = a$، فإن قيمة a^0 تساوي 1 بالاستناد إلى خاصية العنصر المحايد (الواحد) في الضرب.

b. عند تطبيق خاصية ضرب القوى، إذا أضفت أسين نسبيين وكان المجموع 0، تكون قيمة القوة 1 لأن $a^0 = 1$.

24. **a.** $625^{\frac{1}{4}}$

b. يمكنك إيجاد الجذر التربيعي للعدد 625، أي 25، ثم إيجاد الجذر التربيعي للعدد 25، أي 5، أو يمكنك إيجاد قيمة $625^{\frac{1}{4}}$

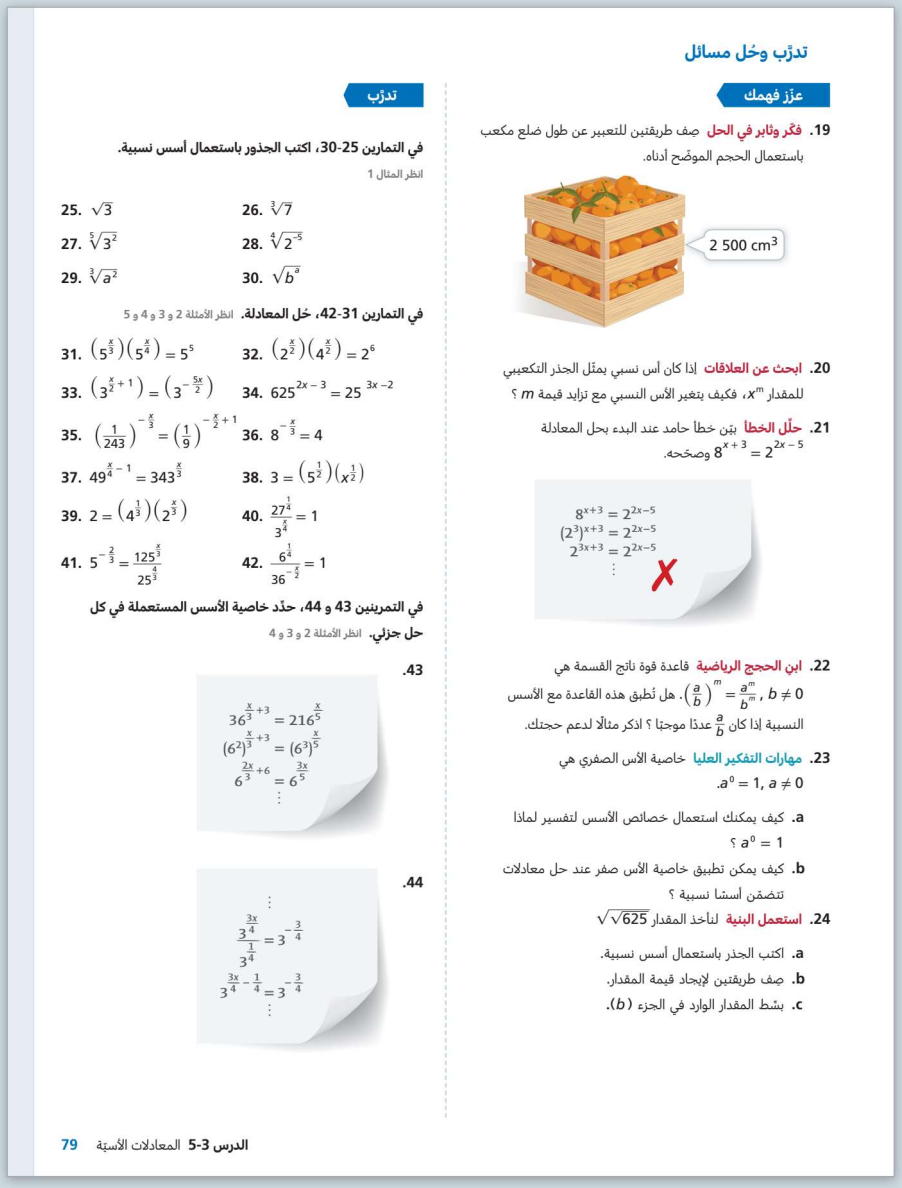
c. $625^{\frac{1}{4}}=\left(5^4\right)^{\frac{1}{4}}=5$

25. $3^{\frac{1}{2}}$

26. $7^{\frac{1}{3}}$

27. $3^{\frac{2}{5}}$

28. $2^{-\frac{5}{4}}$



تدرَّب وحُل مسائل

عزِّز فهمك

19. فكِّر وناقش في الحل صِف طريقتين للتعبير عن طول ضلع مكعب باستعمال الحجم الموضّح أدناه.

2 500 cm³

20. ابحث عن العلاقات إذا كان أس نسبي يمثّل الجذر التكعيبي للمقدار x^m، فكيف يتغير الأس النسبي مع تزايد قيمة m ؟

21. حلّل الخطأ بيّن خطأ حامد عند البدء بحل المعادلة $8^{x+3}=2^{2x-5}$ وصحّحه.

$8^{x+3}=2^{2x-5}$
$(2^3)^{x+3}=2^{2x-5}$
$2^{3x+3}=2^{2x-5}$
⋮

22. ابنِ الحجج الرياضية قاعدة قوة ناتج القسمة هي $\left(\frac{a}{b}\right)^m=\frac{a^m}{b^m}$, $b\neq 0$. هل تُطبق هذه القاعدة مع الأسس النسبية إذا كان $\frac{a}{b}$ عددًا موجبًا ؟ اذكر مثالًا لدعم حجتك.

23. مهارات التفكير العليا خاصية الأس الصفري هي $a^0=1$, $a\neq 0$.

a. كيف يمكنك استعمال خصائص الأسس لتفسير لماذا $a^0=1$ ؟

b. كيف يمكن تطبيق خاصية الأس صفر عند حل معادلات تتضمّن أسسًا نسبية ؟

24. استعمل البنية لتأخذ المقدار $\sqrt{\sqrt{625}}$

a. اكتب الجذر باستعمال أسس نسبية.

b. صِف طريقتين لإيجاد قيمة المقدار.

c. بسّط المقدار الوارد في الجزء (b).

تدرَّب

في التمارين 25-30، اكتب الجذور باستعمال أسس نسبية. انظر المثال 1

25. $\sqrt{3}$ **26.** $\sqrt[3]{7}$

27. $\sqrt[5]{3^2}$ **28.** $\sqrt[4]{2^{-5}}$

29. $\sqrt[3]{a^2}$ **30.** $\sqrt{b^a}$

في التمارين 31-42، حل المعادلة. انظر الأمثلة 2 و 3 و 4 و 5

31. $\left(5^{\frac{x}{3}}\right)\left(5^{\frac{x}{4}}\right)=5^5$ **32.** $\left(2^{\frac{x}{2}}\right)\left(4^{\frac{x}{2}}\right)=2^6$

33. $\left(3^{\frac{x}{2}+1}\right)=\left(3^{-\frac{5x}{2}}\right)$ **34.** $625^{2x-3}=25^{3x-2}$

35. $\left(\frac{1}{243}\right)^{-\frac{x}{3}}=\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{x}{2}+1}$ **36.** $8^{-\frac{x}{3}}=4$

37. $49^{\frac{x}{4}-1}=343^{\frac{x}{3}}$ **38.** $3=\left(5^{\frac{1}{2}}\right)\left(x^{\frac{1}{2}}\right)$

39. $2=\left(4^{\frac{1}{3}}\right)\left(2^{\frac{x}{3}}\right)$ **40.** $\frac{27^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{x}{4}}}=1$

41. $5^{-\frac{2}{3}}=\frac{125^{\frac{x}{4}}}{25^{\frac{x}{3}}}$ **42.** $\frac{6^{\frac{1}{4}}}{36^{-\frac{x}{2}}}=1$

في التمرينين 43 و 44، حدّد خاصية الأسس المستعملة في كل حل جزئي. انظر الأمثلة 2 و 3 و 4

43.

$36^{\frac{x}{3}+3}=216^{\frac{x}{5}}$
$(6^2)^{\frac{x}{3}+3}=(6^3)^{\frac{x}{5}}$
$6^{\frac{2x}{3}+6}=6^{\frac{3x}{5}}$
⋮

44.

⋮
$\frac{3^{\frac{3x}{4}}}{3^{\frac{1}{4}}}=3^{-\frac{3}{4}}$
$3^{\frac{3x}{4}-\frac{1}{4}}=3^{-\frac{3}{4}}$
⋮

37. $x=-4$

38. $x=\frac{9}{5}$

39. $x=1$

40. $x=3$

41. $x=2$

42. $x=-\frac{1}{4}$

29. $a^{\frac{2}{3}}$

30. $b^{\frac{a}{2}}$

31. $x=\frac{60}{7}$

32. $x=4$

33. $x=-\frac{1}{3}$

34. $x=4$

35. $x=-3$

36. $x=-2$

43. خاصية قوة القوة.

44. خاصية قسمة القوى.

الإجابات

45. 4,54 in تقريبًا.

46. 9

47. $\left(72^{\frac{1}{2}}\right)\left(x^{\frac{1}{2}}\right)$؛ استعمل خاصية قوة ناتج الضرب لتبسيط المعادلة لتصبح $72x = 110^2$؛ $x = 168.06$؛ $x^{\frac{1}{2}} \cong 12.96$ cm

50. **الجزء A** $a = 0, b = \frac{1}{3}, c = 1, d = 2$

الجزء B $16^0 + 16^{\frac{1}{4}} + 16^{\frac{3}{4}} + 16^{\frac{3}{2}} = 75$

الجزء C المعادلة صحيحة لكل قيم x الصحيحة التي يمكن كتابتها في صورة قوى أساسها العدد 2. إذا كان $x = 2^y$، حيث y عدد نسبي، فإن $x^{\frac{1}{y}} = 2$ يمكنك تعويض $x^{\frac{1}{y}}$ عن 2 في المعادلة $2^0 + 2^1 + 2^3 + 2^6 = 75$ والتبسيط للحصول على المعادلة المطلوبة.

تدرَّب وحُل مسائل

طبّق

45. **استعمل الأدوات المناسبة** صيغة الحجم V لشكل كروي هي $\frac{4}{3}\pi r^3$، أوجد نصف قطر كرة السلة الموضّحة أدناه بدلالة V.

46. **استعمل البنية** في مسابقة شعرية، يتم إقصاء بعض المتسابقين بعد كل جولة. يُستعمل الأس النسبي، $\frac{n-1}{n}$، حيث يمثّل n رقم الجولة في المسابقة، لتحديد عدد المتسابقين الذين سينتقلون إلى الجولة التالية. إذا كان عدد المتسابقين في الجولة الثانية هو 243، أوجد عدد المتسابقين الذين سينتقلون إلى الجولة الخامسة.

47. **فكّر وثابر في الحل** الصور A و B و C جميعها مربعة الشكل. مساحة الصورة C تساوي مساحة صورة مستطيلة الشكل طولها يساوي طول ضلع الصورة A وعرضها يساوي طول ضلع الصورة B. استعمل خصائص الأسس النسبية لكتابة معادلة وحلها لإيجاد طول ضلع الصورة A. قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من مئة.

الصورة C المساحة = 110 cm²

الصورة B المساحة = 72 cm²

الصورة A المساحة = x cm²

تدرّب على اختبار

48. صِل كل مقدار في العمود الأيسر بالمقدار المكافئ له في العمود الأيمن.

I. $\sqrt[4]{2^5}$ — A. $2^{\frac{1}{5}}$

II. $\sqrt{5}$ — B. $2^{\frac{5}{4}}$

III. $\sqrt[5]{2^4}$ — C. $2^{\frac{4}{5}}$

IV. $\sqrt[5]{2}$ — D. $5^{\frac{1}{2}}$

49. **اختبار SAT/ACT** ما قيمة x في المعادلة $27^{\frac{x}{2}} = 3^{(x-1)}$؟

Ⓐ -3

Ⓑ -2

Ⓒ $\frac{1}{3}$

Ⓓ 2

Ⓔ 3

50. **مهمة أدائية** يمكن كتابة أي عدد صحيح موجب في صورة مجموع قوى العدد 2 مع أسس مكوّنة من أعداد كلية. على سبيل المثال، يمكنك كتابة العدد 75 بالطريقة التالية:

$$2^0 + 2^1 + 2^3 + 2^6 = 75$$

الجزء A استعمل المعادلة أعلاه لكتابة العدد 75 في صورة مجموع قوى العدد 8 باستعمال أسس نسبية. ما القيم الممكنة لكل من a و b و c و d؟

$$8^a + 8^b + 8^c + 8^d = 75$$

الجزء B كيف يمكنك تعديل المعادلة التي كتبتها في الجزء A لكتابة العدد 75 في صورة مجموع قوى العدد 16؟

$$16^a + 16^b + 16^c + 16^d = 75$$

الجزء C إذا كانت a و b و c و d أعدادًا نسبية، فما نوع قيم الأعداد الصحيحة للمتغير x التي تجعل المعادلة التالية صحيحة؟ وضّح إجابتك.

$$x^a + x^b + x^c + x^d = 75$$