شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج القطرية

مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السابعة درس العمليات على المصفوفات

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-05-01 14:21:12

التواصل الاجتماعي بحسب المستوى العاشر

اضغط هنا للحصول على جميع روابط "المستوى العاشر"

روابط مواد المستوى العاشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس العلاقات بين الزوايا والقطع المستقيمة في الدائرة
2	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس الزوايا المحيطية والأقواس المقابلة
3	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس أوتار الدائرة

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
4	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس مماسات الدائرة
5	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس طول القوس ومساحة القطاع الدائري

ملخص المفهوم العمليات على المصفوفات

س: كيف يمكنك إجراء العمليات على المصفوفات ؟

[لجمع وطرح مصفوفتين، يجب أن تكونا بنفس الرتبة. يمكنك بعد ذلك جمع أو طرح العناصر المتناظرة. الضرب في عدد ثابت يعني ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة في هذا العدد، أو في العدد الحقيقي نفسه.]

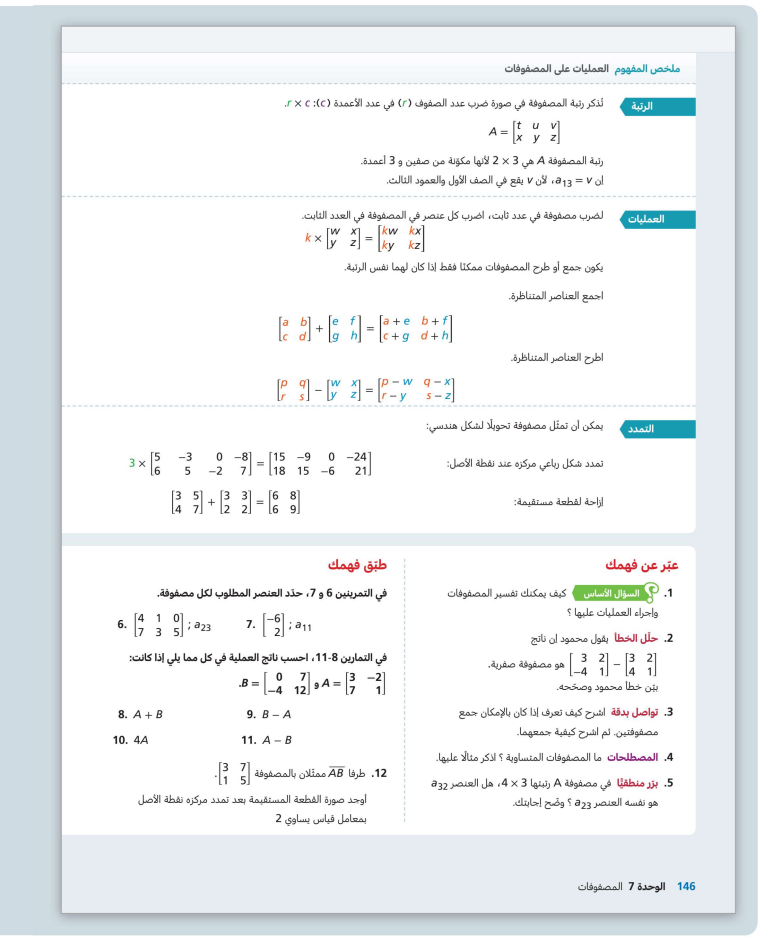
عبّر عن **فهمك** | طبّق **فهمك**

خطأ شائع

التمرين 5 قد يعكس بعض الطلاب معاني الرموز السفلية. اطلب من الطلاب كتابة "rc" فوق الرموز السفلية ليتذكروا أن العدد الأول في الرمز السفلي يدل على الصف (row) وأن العدد الثاني يدل على العمود (column).

الإجابات

1. يُكتب كل عنصر في المصفوفة في صف محدد أو عمود محدد. استعمل معنى كل صف وكل عمود لتفسير العنصر. يتطلب جمع وطرح المصفوفات جمع وطرح أزواج العناصر المتناظرة. يتطلب الضرب في عدد ثابت ضرب كل العناصر في نفس العدد الحقيقي. ناتج جمع أو طرح أو ضرب مصفوفة في عدد ثابت هو مصفوفة لها نفس الرتبة.
2. يجب أن تكون الإجابة $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -8 & 0 \end{bmatrix}$ لأن $-8 = 4 - 4 - 8$ وليس 0
3. يجب أن تكون للمصفوفتين نفس الرتبة. إذا كان للمصفوفتين نفس الرتبة، يمكنك جمع العناصر المتناظرة فيهما.
4. للمصفوفات المتساوية نفس الرتبة، وعناصرها المتناظرة متساوية. مثال: $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.
5. كلّا؛ العنصر a_{32} يعني العنصر الموجود في الصف الثالث والعمود الثاني، بينما العنصر a_{23} يعني العنصر الموجود في الصف الثاني والعمود الثالث.
6. 5
7. -6
8. $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 3 & 13 \end{bmatrix}$
9. $\begin{bmatrix} -3 & 9 \\ -11 & 11 \end{bmatrix}$
10. $\begin{bmatrix} 12 & -8 \\ 28 & 4 \end{bmatrix}$
11. $\begin{bmatrix} 3 & -9 \\ 11 & -11 \end{bmatrix}$
12. $\begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 2 & 10 \end{bmatrix}$



ملخص المفهوم العمليات على المصفوفات

الرتبة

تُذكر رتبة المصفوفة في صورة ضرب عدد الصفوف (r) في عدد الأعمدة (c): $r \times c$.

$$A = \begin{bmatrix} t & u & v \\ x & y & z \end{bmatrix}$$

رتبة المصفوفة A هي 2×3 لأنها مكوّنة من صفين و 3 أعمدة.
إن $a_{13} = v$، لأن v يقع في الصف الأول والعمود الثالث.

العمليات

لضرب مصفوفة في عدد ثابت، اضرب كل عنصر في المصفوفة في العدد الثابت.

$$k \times \begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kw & kx \\ ky & kz \end{bmatrix}$$

يكون جمع أو طرح المصفوفات ممكنًا فقط إذا كان لهما نفس الرتبة.

اجمع العناصر المتناظرة.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$$

اطرح العناصر المتناظرة.

$$\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p-w & q-x \\ r-y & s-z \end{bmatrix}$$

التمدد

يمكن أن تمثّل مصفوفة تحويلًا لشكل هندسي:

تمدد شكل رباعي مركزه عند نقطة الأصل:

$$3 \times \begin{bmatrix} 5 & -3 & 0 & -8 \\ 6 & 5 & -2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -9 & 0 & -24 \\ 18 & 15 & -6 & 21 \end{bmatrix}$$

إزاحة لقطعة مستقيمة:

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$$

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** كيف يمكنك تفسير المصفوفات وإجراء العمليات عليها ؟
2. **حلّل الخطأ** يقول محمود إن ناتج $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ هو مصفوفة صفرية. بيّن خطأ محمود وصحّحه.
3. **تواصل بدقة** اشرح كيف تعرف إذا كان بالإمكان جمع مصفوفتين. ثم اشرح كيفية جمعهما.
4. **المصطلحات** ما المصفوفات المتساوية ؟ اذكر مثالًا عليها.
5. **برز منطقيًا** في مصفوفة A رتبتها 3×4، هل العنصر a_{32} هو نفسه العنصر a_{23} ؟ وضّح إجابتك.

طبّق فهمك

في التمرينين 6 و 7، حدّد العنصر المطلوب لكل مصفوفة.

6. $\begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 7 & 3 & 5 \end{bmatrix}$; a_{23}
7. $\begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix}$; a_{11}

في التمارين 8-11، احسب ناتج العملية في كل مما يلي إذا كانت:

$A = \begin{bmatrix} 0 & 7 \\ -4 & 12 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$.

8. $A + B$
9. $B - A$
10. $4A$
11. $A - B$
12. طرفا $\overline{AB}$ ممثّلان بالمصفوفة $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$.

أوجد صورة القطعة المستقيمة بعد تمدد مركزه نقطة الأصل بمعامل قياس يساوي 2

146 الوحدة 7 المصفوفات

تدرَّب وحُل مسائل

دليل المهام

أساسي	متقدم
12-27, 29-36	12-20, 22-36

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	19, 34	1
1	12, 31, 33	2
2	18, 20, 32, 35	2
3	21-24	1
4	13, 25-28	1
4	15-17	2
5	29, 30	1
5	14	2
5	36	3

الإجابات

13. يجب أن تكتب معادلات للعناصر المتناظرة، ثم تحلها لإيجاد قيمة المتغير؛

$$a = 4,\ b = 0,\ c = 6,\ d = -1$$

14. $\begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

15. في مصفوفة الإزاحة، الصف الثاني يجب أن تكون كل عناصره 1 لأن كل النقاط أزيحت وحدة واحدة إلى الأعلى. يجب أن تكون مصفوفة الصور الناتجة $\begin{bmatrix} -2 & -1 & -6 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

16. لإيجاد $A + B$، يجب أن تجمع العناصر المتناظرة.
لإيجاد $A - B$، يجب أن تطرح العناصر المتناظرة.
لإيجاد C، أوجد مصفوفة النظير الجمعي للمصفوفة A.

17. للمصفوفتين A و B نفس العناصر عند تبسيطهما.

18. إذا كان مجموع مصفوفتين هو المصفوفة الصفرية، فإن إحداهما مصفوفة نظير جمعي للأخرى أو كل منهما مصفوفة صفرية.

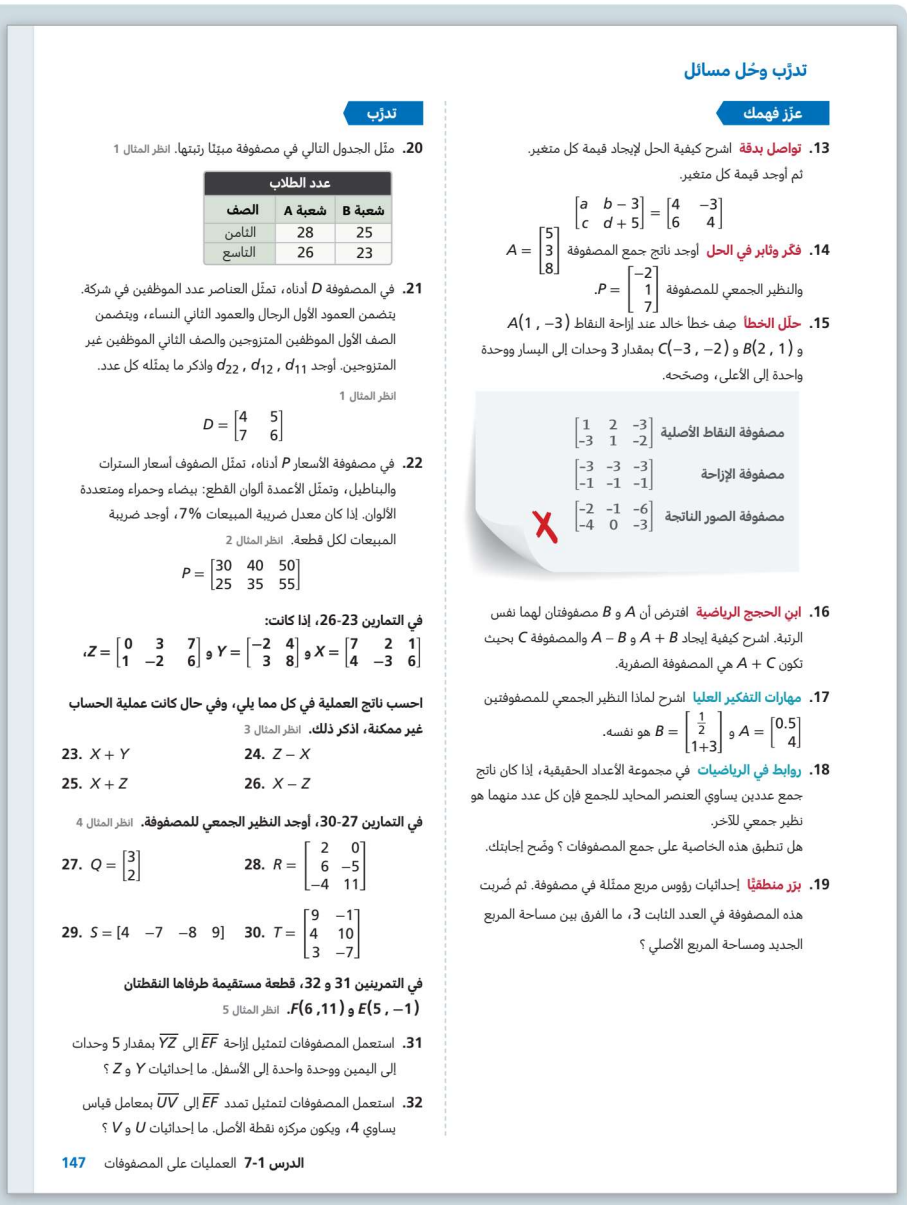
19. مساحة المربع الجديد تساوي 9 أمثال مساحة المربع الأصلي.

20. $\begin{bmatrix} 28 & 25 \\ 26 & 23 \end{bmatrix}$، رتبة المصفوفة 2×2

21. $d_{22} = 6$، أي 6 نساء غير متزوجات؛ $d_{12} = 5$، أي 5 نساء متزوجات؛ $d_{11} = 4$، أي 4 رجال متزوجين.

22. $\begin{bmatrix} 2.10 & 2.80 & 3.50 \\ 1.75 & 2.45 & 3.85 \end{bmatrix}$

23. غير ممكن.



تدرَّب وحُل مسائل

عزِّز فهمك

13. تواصل بدقة اشرح كيفية الحل لإيجاد قيمة كل متغير.
ثم أوجد قيمة كل متغير.

$$\begin{bmatrix} a & b-3 \\ c & d+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

14. فكّر وثابر في الحل أوجد ناتج جمع المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix}$ والنظير الجمعي للمصفوفة $P = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$.

15. حلّل الخطأ صِف خطأ خالد عند إزاحة النقاط $A(1, -3)$ و $B(2, 1)$ و $C(-3, -2)$ بمقدار 3 وحدات إلى اليسار ووحدة واحدة إلى الأعلى، وصحّحه.

مصفوفة النقاط الأصلية $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

مصفوفة الإزاحة $\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

مصفوفة الصور الناتجة $\begin{bmatrix} -2 & -1 & -6 \\ -4 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ ✗

16. ابن الحجج الرياضية افترض أن A و B مصفوفتان لهما نفس الرتبة. اشرح كيفية إيجاد $A + B$ و $A - B$ والمصفوفة C بحيث تكون $A + C$ هي المصفوفة الصفرية.

17. مهارات التفكير العليا اشرح لماذا النظير الجمعي للمصفوفتين $A = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1+3 \end{bmatrix}$ هو نفسه.

18. روابط في الرياضيات في مجموعة الأعداد الحقيقية، إذا كان ناتج جمع عددين يساوي العنصر المحايد للجمع فإن كل عدد منهما هو نظير جمعي للآخر.
هل تنطبق هذه الخاصية على جمع المصفوفات ؟ وضّح إجابتك.

19. بزر منطقيًا إحداثيات رؤوس مربع ممثّلة في مصفوفة. ثم ضُربت هذه المصفوفة في العدد الثابت 3، ما الفرق بين مساحة المربع الجديد ومساحة المربع الأصلي ؟

تدرَّب

20. مثّل الجدول التالي في مصفوفة مبيّنًا رتبتها. انظر المثال 1

عدد الطلاب		
الصف	شعبة A	شعبة B
الثامن	28	25
التاسع	26	23

21. في المصفوفة D أدناه، تمثّل العناصر عدد الموظفين في شركة. يتضمن العمود الأول الرجال والعمود الثاني النساء، ويتضمن الصف الأول الموظفين المتزوجين والصف الثاني الموظفين غير المتزوجين. أوجد d_{11} ، d_{12} ، d_{22} واذكر ما يمثّله كل عدد.
انظر المثال 1

$$D = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$$

22. في مصفوفة الأسعار P أدناه، تمثّل الصفوف أسعار السترات والبناطيل، وتمثّل الأعمدة ألوان القطع: بيضاء وحمراء ومتعددة الألوان. إذا كان معدل ضريبة المبيعات 7%، أوجد ضريبة المبيعات لكل قطعة. انظر المثال 2

$$P = \begin{bmatrix} 30 & 40 & 50 \\ 25 & 35 & 55 \end{bmatrix}$$

في التمارين 23-26، إذا كانت:

$$X = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$$ و $$Y = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 1 \\ 4 & -3 & 6 \end{bmatrix}$$، $$Z = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 7 \\ 1 & -2 & 6 \end{bmatrix}$$

احسب ناتج العملية في كل مما يلي، وفي حال كانت عملية الحساب غير ممكنة، اذكر ذلك. انظر المثال 3

23. $X + Y$ **24.** $Z - X$

25. $X + Z$ **26.** $Z - X$

في التمارين 27-30، أوجد النظير الجمعي للمصفوفة. انظر المثال 4

27. $Q = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ **28.** $R = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -5 \\ -4 & 11 \end{bmatrix}$

29. $S = [4 \quad -7 \quad -8 \quad 9]$ **30.** $T = \begin{bmatrix} 9 & -1 \\ 4 & 10 \\ 3 & -7 \end{bmatrix}$

في التمرينين 31 و 32، قطعة مستقيمة طرفاها النقطتان $E(5, -1)$ و $F(6, 11)$. انظر المثال 5

31. استعمل المصفوفات لتمثيل إزاحة $\overline{EF}$ إلى $\overline{YZ}$ بمقدار 5 وحدات إلى اليمين ووحدة واحدة إلى الأسفل. ما إحداثيات Y و Z ؟

32. استعمل المصفوفات لتمثيل تمدد $\overline{EF}$ إلى $\overline{UV}$ بمعامل قياس يساوي 4، ويكون مركزه نقطة الأصل. ما إحداثيات U و V ؟

الدرس 1-7 العمليات على المصفوفات 147

24. $\begin{bmatrix} -7 & 1 & 6 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

25. $\begin{bmatrix} 7 & 5 & 8 \\ 5 & -5 & 12 \end{bmatrix}$

26. $\begin{bmatrix} 7 & -1 & -6 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

27. $\begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$

28. $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -6 & 5 \\ 4 & -11 \end{bmatrix}$

29. $[-4 \quad 7 \quad 8 \quad -9]$

30. $\begin{bmatrix} -9 & 1 \\ -4 & -10 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$

31. $Y(10, -2)$; $Z(11, 10)$

32. $U(20, -4)$; $V(24, 44)$

الإجابات

33. تحقق من عمل الطلاب. قد تتنوع الإجابات.

نموذج إجابة:

$$\begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix}$$

34. a. $\begin{bmatrix} 0.05\\ 0.11\\ 0\\ 6.07 \end{bmatrix}$

b. $\frac{1}{60}B$

35. $X = \begin{bmatrix} 0&1&1&0\\ 1&0&1&0\\ 1&1&0&1\\ 0&0&1&0 \end{bmatrix}$

38. **الجزء A**

بعد ثانيتين:

$$\begin{bmatrix} 100&150&200\\ 50&150&50 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0&0&0\\ 200&200&200 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100&150&200\\ 250&350&250 \end{bmatrix}$$

بعد 5 ثوان:

$$\begin{bmatrix} 100&150&200\\ 50&150&50 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0&0&0\\ 500&500&500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100&150&200\\ 550&650&550 \end{bmatrix}$$

الجزء B

بعد 3 ثوان:

$$\begin{bmatrix} 100&150&200\\ 50&150&50 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 150&150&150\\ 0&0&0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 250&300&350\\ 50&150&50 \end{bmatrix}$$

بعد 8 ثوان:

$$\begin{bmatrix} 100&150&200\\ 50&150&50 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 400&400&400\\ 0&0&0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 500&550&600\\ 50&150&50 \end{bmatrix}$$

الجزء C

اعتمادًا على المعطيات في الجزء B:

$$\begin{bmatrix} 100&150&200\\ 50&150&50 \end{bmatrix} + n\begin{bmatrix} 50&50&50\\ 0&0&0 \end{bmatrix}$$

عندما تكون n بين 1 و 16

تدرَّب وحُل مسائل

طبق

33. **نمذج** استعمل شبكة أبعادها 10 × 10 لإنشاء لعبة لوحية عن معركة بحرية تتضمن 5 سفن. اكتب المصفوفة B للعبة المعركة البحرية اللوحية. استعمل 1 لتمثيل المساحة التي وضعت فيها سفينة و 0 لتمثيل المساحة الخالية من السفن.

34. **فكّر وثابر في الحل** يوضّح الجدول أدناه الزمن، بالثواني، الذي سجله بعض الرياضيين في بعض سباقات الجري.

المسافة (بالمتر)	الرقم القياسي العالمي	الرقم القياسي القطري	الرقم القياسي الأولمبي
100	9.58	9.91	9.63
200	19.19	19.97	19.30
400	43.03	44.07	43.03
1 500	206	211.04	212.07

a. اكتب مصفوفة عمود تمثّل الفرق بين الرقمين القياسيين الأولمبي والعالمي لكل مسافة.

b. إذا كانت كل الأرقام القياسية في الجدول بوحدة الثانية ممثّلة بمصفوفة B، ما المصفوفة التي يمكن استعمالها لتحويل كل البيانات إلى وحدة الدقيقة ؟

35. **استعمل البنية** يمكن استعمال المصفوفات لتمثيل المدن المتصلة ببعضها عبر طريق واحد على الخريطة. استعمل 1 لتمثيل كل مدينتين متصلتين ببعضهما و 0 لتمثيل كل مدينتين غير متصلتين ببعضهما. استعمل 0 لتوضيح أن الصف والعمود المشار إليهما يمثّلان نفس المدينة. أنشئ المصفوفة X لتمثيل هذا الموقف.

تدرَّب على اختبار

36. استعمل هاتين المصفوفتين لاختيار الإجابة الصحيحة التي تكمل الجملتين التاليتين.

$$A = \begin{bmatrix} 0&9&6\\ 1&2&4\\ 7&-3&1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2&-7&-2\\ 0&5&8\\ -3&1&1 \end{bmatrix}$$

في المصفوفة A، قيمة العنصر a_{31} _____ قيمة العنصر a_{12}.

في المصفوفة B، قيمة العنصر b_{31} _____ قيمة العنصر b_{12}.

Ⓐ أصغر من؛ أصغر من

Ⓑ أصغر من؛ أكبر من

Ⓒ أكبر من؛ أصغر من

Ⓓ أكبر من؛ أكبر من

37. **اختبار SAT/ACT** إذا كان $5\begin{bmatrix} a\\ b \end{bmatrix} = 14\begin{bmatrix} 20\\ 12 \end{bmatrix}$، فإن قيمة $a + b$ تساوي:

Ⓐ 29 Ⓑ $\frac{148}{5}$ Ⓒ $\frac{448}{5}$ Ⓓ $\frac{191}{4}$ Ⓔ $\frac{41}{5}$

38. **مهمة أدائية** يستعمل مصمّم رسوم متحركة شاشة عرضها 1 000 بكسل وارتفاعها 800 بكسل. يستعمل المصمم مصفوفة عمود لتمثيل ثلاث نقاط محدّدة لموقع إحدى الشخصيات. يمثّل الصف العلوي الإحداثي الأفقي لكل نقطة، ويمثّل الصف السفلي الإحداثي الرأسي.

لتكن $P = \begin{bmatrix} 100&150&200\\ 50&150&50 \end{bmatrix}$ تمثّل الموقع الابتدائي للشخصية.

الجزء A يريد المصمّم أن تتحرك الشخصية إلى الأعلى بمعدل 100 بكسل في الثانية. استعمل جمع المصفوفات لتوضيح موقع الشخصية بعد ثانيتين وبعد 5 ثوانٍ.

الجزء B يريد المصمّم أن تتحرك الشخصية إلى اليمين بمعدل 50 بكسل في الثانية. استعمل جمع المصفوفات لتوضيح موقع الشخصية بعد 3 ثوانٍ وبعد 8 ثوانٍ.

الجزء C كيف يمكن أن يستعمل المصمّم ضرب المصفوفات في عدد ثابت وجمع المصفوفات لتوضيح حركة الشخصية على الشاشة ؟

148 الوحدة 7 المصفوفات