شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج القطرية

مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس الزوايا المحيطية والأقواس المقابلة

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-05-01 14:05:35

التواصل الاجتماعي بحسب المستوى العاشر

اضغط هنا للحصول على جميع روابط "المستوى العاشر"

روابط مواد المستوى العاشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس أوتار الدائرة
2	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس مماسات الدائرة
3	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس طول القوس ومساحة القطاع الدائري

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
4	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة الخامسة درس المعادلات الأسية
5	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة الخامسة درس خصائص الجذور

ملخص المفهوم الزوايا المحيطية والأقواس المقابلة

س: ما العلاقة بين زاوية محيطية في دائرة والقوس المقابل لها ؟

[قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.]

س: ما الصحيح فيما يتعلق بالقوس الذي يقابل زاوية تتكون من الوتر والمماس ؟

[قياس القوس يساوي ضعف قياس الزاوية التي تتكون من الوتر والمماس.]

عبّر عن فهمك | طبّق فهمك

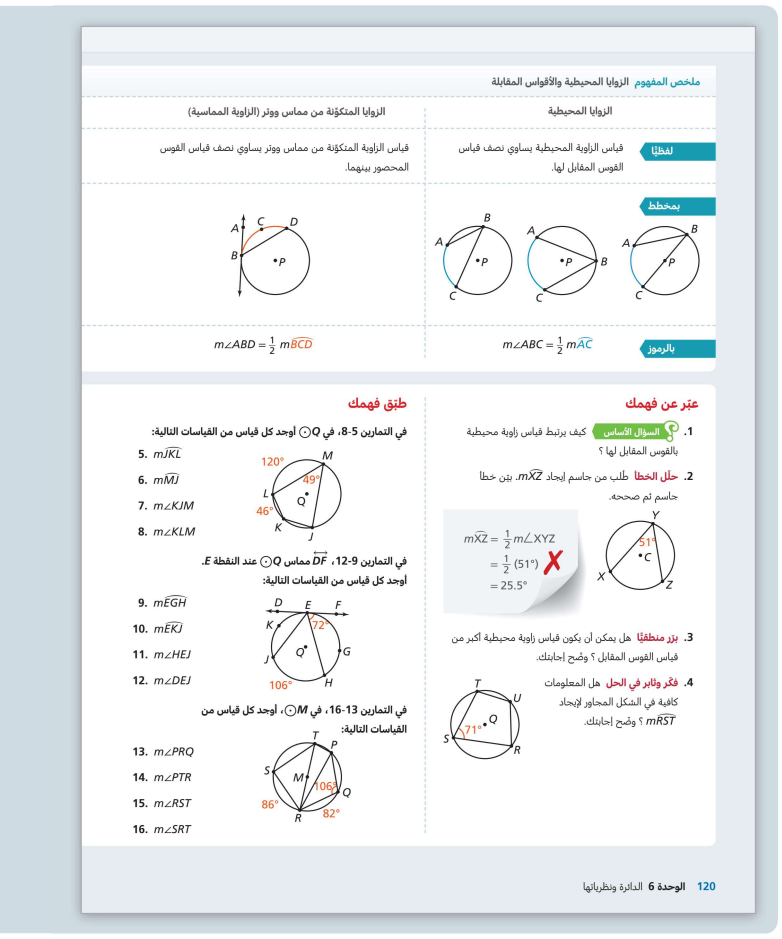
خطأ شائع

التمرين 10 بسبب عدم توافر معلومات عن قياس الزاوية أو قياس القوس المقابل، قد يعتقد الطلاب أن المعلومات المعطاة غير كافية لحل التمرين 10 ؛ اسأل عن عدد الأقواس التي قُسمت إليها الدائرة بواسطة المماس والوترين. ثم اسأل كيف يمكنهم استعمال قياسي قوسين من الأقواس المعطاة لتحديد قياس القوس الثالث.

الإجابات

1. قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.
2. إجابة جاسم غير صحيحة لأنه قال إن قياس القوس المقابل يساوي نصف قياس الزاوية المحيطية. كان عليه أن يقول إن قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.
3. لا ؛ قياس الزاوية المحيطية دائمًا يساوي نصف قياس القوس المقابل لها. بما أن قياس أي قوس موجب، فإن نصف قياس القوس سيكون أصغر من قياس القوس.
4. نعم ؛ بما أن $RSTU$ شكل رباعي دائري أي محاط بدائرة، و $\angle RST$ و $\angle TUR$ زاويتان متكاملتان، إذن $m\angle TUR = 109°$. القوس المقابل للزاوية $\angle TUR$ هو $\overset{\frown}{RST}$. باستعمال نظرية الزوايا المحيطية، $m\overset{\frown}{RST} = 218°$.

5. 98°
6. 142°
7. 83°
8. 97°
9. 144°
10. 110°
11. 53°
12. 55°
13. 33°
14. 74°
15. 90°
16. 47°



ملخص المفهوم الزوايا المحيطية والأقواس المقابلة

	الزاوية المحيطية	الزاوية المتكوّنة من مماس ووتر (الزاوية المماسية)
لفظيًا	قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.	قياس الزاوية المتكوّنة من مماس ووتر يساوي نصف قياس القوس المحصور بينهما.
بمخطط		
بالرموز	$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{AC}$	$m\angle ABD = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{BCD}$

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** كيف يرتبط قياس زاوية محيطية بالقوس المقابل لها ؟
2. **حلل الخطأ** طلب من جاسم إيجاد $m\overset{\frown}{XZ}$. بيّن خطأ جاسم ثم صححه.

$$m\overset{\frown}{XZ} = \frac{1}{2} m\angle XYZ$$
$$= \frac{1}{2}(51°) \times$$
$$= 25.5°$$

3. **برر منطقيًا** هل يمكن أن يكون قياس زاوية محيطية أكبر من قياس القوس المقابل ؟ وضّح إجابتك.
4. **فكّر وتأثر في الحل** هل المعلومات كافية في الشكل المجاور لإيجاد $m\overset{\frown}{RST}$ ؟ وضّح إجابتك.

طبّق فهمك

في التمارين 5-8، في $\odot Q$، أوجد كل قياس من القياسات التالية:

5. $m\overset{\frown}{JKL}$
6. $m\overset{\frown}{MJ}$
7. $m\angle KJM$
8. $m\angle KLM$

في التمارين 9-12، $\overleftrightarrow{DF}$ مماس $\odot Q$ عند النقطة E. أوجد كل قياس من القياسات التالية:

9. $m\overset{\frown}{EGH}$
10. $m\overset{\frown}{EKJ}$
11. $m\angle HEJ$
12. $m\angle DEJ$

في التمارين 13-16، في $\odot M$، أوجد كل قياس من القياسات التالية:

13. $m\angle PRQ$
14. $m\angle PTR$
15. $m\angle RST$
16. $m\angle SRT$

تدرَّب وحُل مسائل

دليل المهام

أساسي	متقدم
17-27, 30-40	17-21, 24-40

تحليل التمارين

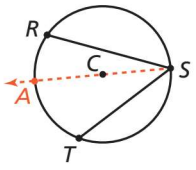
المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	22, 23	2
	19	3
2	24, 25, 35, 36	2
	17, 21, 32, 33	3
3	18, 26-28, 38, 39	2
	20, 34, 37	3
4	29-31	2
	40	4

الإجابات

17. $(360 - x)°$؛ بما أن الوترين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ متطابقان، فإذن، $\overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{CD}$. و بالتالي $\overset{\frown}{ABC} \cong \overset{\frown}{BCD}$ و $m\overset{\frown}{BCD} = x°$. إذن، $m\overset{\frown}{DAB} = (360 - x)°$.

18. $m\overset{\frown}{WXZ} = 2(m\angle WZY) = 142°$، إذن $m\overset{\frown}{WVZ} = 360° - 142° = 218°$.

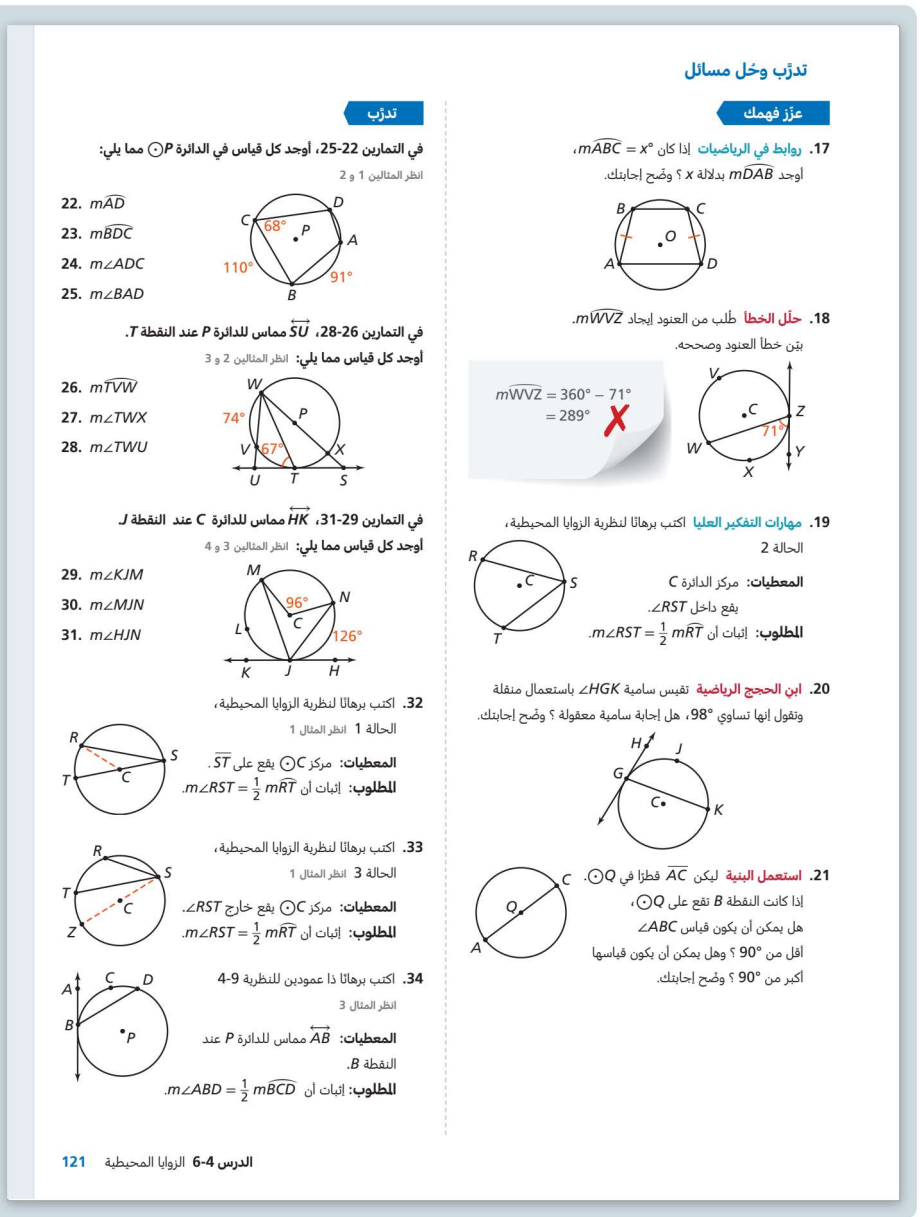
19. العمل: ارسم $\overrightarrow{SC}$ وسمِّ نقطة تقاطعه A مع $\odot C$



البرهان:

العبارات	الأسباب
1. $m\angle ASR = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{AR}$, $m\angle AST = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{AT}$	1. نظرية الزوايا المحيطية (الحالة 1)
2. $m\angle RST = m\angle ASR + m\angle AST$	2. مسلمة جمع قياسات الزوايا
3. $m\angle RST = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{AR} + m\overset{\frown}{AT})$	3. باستعمال التعويض وخاصية التوزيع
4. $m\angle RST = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{RT}$	4. جمع قياسات الأقواس

20. لا؛ $\overset{\frown}{GJK}$ أصغر من نصف دائرة، أي أن قياسه أصغر من $180°$؛ بما أن $\angle HGK$ يقابل $\overset{\frown}{GJK}$ فإن، $m\angle HGK$ أصغر من نصف $180°$، أو أصغر من $90°$



تدرَّب وحُل مسائل

عزِّز فهمك

17. روابط في الرياضيات إذا كان $m\overset{\frown}{ABC} = x°$، أوجد $m\overset{\frown}{DAB}$ بدلالة x ؟ وضّح إجابتك.

18. حلّل الخطأ طُلب من العنود إيجاد $m\overset{\frown}{WVZ}$. بيّن خطأ العنود وصححه.

$m\overset{\frown}{WVZ} = 360° - 71°$
$= 289°$ ✗

19. مهارات التفكير العليا اكتب برهانًا لنظرية الزوايا المحيطية، الحالة 2

المعطيات: مركز الدائرة C يقع داخل $\angle RST$.

المطلوب: إثبات أن $m\angle RST = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{RT}$.

20. ابن الحجج الرياضية تقيس سامية $\angle HGK$ باستعمال منقلة وتقول إنها تساوي $98°$، هل إجابة سامية معقولة ؟ وضّح إجابتك.

21. استعمل البنية ليكن $\overline{AC}$ قطرًا في $\odot Q$.

إذا كانت النقطة B تقع على $\odot Q$، هل يمكن أن يكون قياس $\angle ABC$ أقل من $90°$ ؟ وهل يمكن أن يكون قياسها أكبر من $90°$ ؟ وضّح إجابتك.

تدرَّب

في التمارين 22-25، أوجد كل قياس في الدائرة P ⊙ مما يلي:

انظر المثالين 1 و 2

22. $m\overset{\frown}{AD}$

23. $m\overset{\frown}{BDC}$

24. $m\angle ADC$

25. $m\angle BAD$

في التمارين 26-28، $\overleftrightarrow{SU}$ مماس للدائرة P عند النقطة T. أوجد كل قياس مما يلي:

انظر المثالين 2 و 3

26. $m\overset{\frown}{TVW}$

27. $m\angle TWX$

28. $m\angle TWU$

في التمارين 29-31، $\overleftrightarrow{HK}$ مماس للدائرة C عند النقطة J. أوجد كل قياس مما يلي:

انظر المثالين 3 و 4

29. $m\angle KJM$

30. $m\angle MJN$

31. $m\angle HJN$

32. اكتب برهانًا لنظرية الزوايا المحيطية، الحالة 1 انظر المثال 1

المعطيات: مركز $\odot C$ يقع على $\overline{ST}$.

المطلوب: إثبات أن $m\angle RST = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{RT}$.

33. اكتب برهانًا لنظرية الزوايا المحيطية، الحالة 3 انظر المثال 1

المعطيات: مركز $\odot C$ يقع خارج $\angle RST$.

المطلوب: إثبات أن $m\angle RST = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{RT}$.

34. اكتب برهانًا ذا عمودين للنظرية 9-4 انظر المثال 3

المعطيات: $\overleftrightarrow{AB}$ مماس للدائرة P عند النقطة B.

المطلوب: إثبات أن $m\angle ABD = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{BCD}$.

21. لا؛ في كلتا الحالتين وبغض النظر عن موقع النقطة B، ستقابل $\angle ABC$ دائمًا نصف دائرة، أي قوسًا قياسه $180°$ ؛ بالاستناد إلى نظرية الزوايا المحيطية، $m\angle ABC$ يساوي دائمًا $90°$

22. $45°$

23. $250°$

24. $100.5°$

25. $112°$

26. $134°$

27. $23°$

28. $30°$

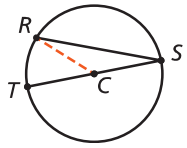
29. $69°$

30. $48°$

31. $63°$

الإجابات

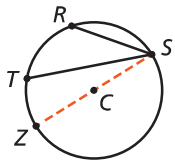
32. العمل: ارسم $\overline{CR}$.



البرهان:

العبارات	الأسباب
1. $\overline{CR} \cong \overline{CS}$	1. كل أنصاف الأقطار في الدائرة متطابقة
2. ΔCRS متطابق الضلعين	2. تعريف المثلث المتطابق الضلعين
3. $\angle CRS \cong \angle CSR$	3. نظرية المثلث المتطابق الضلعين
4. $m\angle TCR = m\angle CRS + m\angle CSR$	4. نظرية الزاوية الخارجية للمثلث
5. $m\angle TCR = 2m\angle CSR$ أي أن: $\frac{1}{2} m\angle TCR = m\angle CSR = m\angle RST$	5. تعويض
6. $m\angle RST = \frac{1}{2} m\widehat{RT}$	6. قياس القوس يساوي قياس الزاوية المركزية المقابلة له

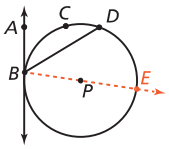
33. العمل: ارسم $\overrightarrow{SC}$ وسمِّ نقطة تقاطعه Z مع $\odot C$



البرهان:

العبارات	الأسباب
1. $m\angle RSZ = \frac{1}{2} m\widehat{RZ}$, $m\angle ZST = \frac{1}{2} m\widehat{TZ}$	1. نظرية الزوايا المحيطية (الحالة 1)
2. $m\angle RSZ = m\angle TSZ + m\angle RST$ أو $m\angle RSZ - m\angle TSZ = m\angle RST$	2. مسلمة جمع قياسات الزوايا
3. $\frac{1}{2}(m\widehat{RZ} - m\widehat{TZ}) = m\angle RST$	3. بالتعويض وخاصية التوزيع
4. $m\angle RST = \frac{1}{2} m\widehat{RT}$	4. طرح قياسات الأقواس

34. العمل: ارسم $\overrightarrow{BP}$ وسمِّ نقطة تقاطعه E مع $\odot P$



البرهان:

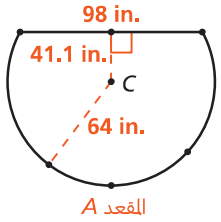
العبارات	الأسباب
1. $m\angle ABE = 90°$	1. النظرية 1-6
2. $m\angle ABD + m\angle DBE = m\angle ABE$	2. مسلمة جمع قياسات الزوايا
3. $m\angle ABD + m\angle DBE = 90°$ $m\angle DBE = 90° - m\angle ABD$	3. تعويض
4. $m\angle DBE = \frac{1}{2} m\widehat{DE}$	4. نظرية الزوايا المحيطية
5. $90° - m\angle ABD = \frac{1}{2} m\widehat{DE}$	5. تعويض
6. $m\widehat{BCD} + m\widehat{DE} = 180°$ إذن: $m\widehat{DE} = 180 - m\widehat{BCD}$	6. جمع قياسات الأقواس
7. $90° - m\angle ABD = 90° - \frac{1}{2} m\widehat{BCD}$	7. تعويض وتبسيط
8. $m\angle ABD = \frac{1}{2} m\widehat{BCD}$	8. خاصية الطرح للمساواة

الإجابات

35. 67.5°

36. نعم؛ قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها. الطرف المنحني في الساعة هو قوس قياسه 72° وطوله 6 in، بما أن $6 = \frac{72}{360} \times 2\pi r$، إذن، نصف القطر يساوي 4.77 in تقريبًا والقطر يساوي 9.54 in تقريبًا.

37. المسافة من مركز الدائرة إلى مركز الشاشة تساوي 41.1 in تقريباً، وطول نصف قطر الدائرة يساوي 64 in تقريبًا. إذن، للحصول على نفس زاوية المشاهدة، اجلس عند نقطة على الدائرة التي طول نصف قطرها 64 in وبعد مركزها 41.1 in عن مركز الشاشة. إذن، يمكن لحسام أن يجلس في أي مقعد على الدائرة.



38. $\frac{1}{2}(360 - x)° = \left(180 - \frac{1}{2}x\right)°$

40. **الجزء A** نعم؛ ΔAED و ΔBEF و ΔCFD مثلثات متطابقة الضلعين لأن المسافتين من نقطة خارج الدائرة إلى نقطتي تماس على الدائرة متساويتان.
الجزء B لا؛ باستعمال متغيرات لكل من زوايا القاعدة في المثلثات المتطابقة الضلعين والزوايا المستقيمة عند نقاط التماس، أنشئ نظامًا من ثلاث معادلات بثلاث متغيرات وحلّه. استنادًا إلى ذلك $m\angle A = 40°$، $m\angle B = 80°$، $m\angle C = 60°$. بما أن الزوايا في المثلثين ليست متطابقة، إذن، المثلثان ليسا متشابهان.

تدرَّب وحُل مسائل

طبّق

35. **ابن الحجج الرياضية** يحتاج إبراهيم إلى معرفة قياس زاوية كل ترس في مفتاح الربط المكوّن من 16 ترسًا والذي يقوم بتصميمه. إذا كانت التروس بالمقاس نفسه، أوجد قياس زاوية الترس.

36. **استعمل البنية** تريد شيماء صنع نسخة مطابقة للأصل من ساعة شمسية قديمة باستعمال قطعة من الساعة الشمسية التي حصلت عليها. هل ثمة معلومات كافية لتحديد قطر الساعة الشمسية ؟ وضّح ذلك.

37. **استعمل الأدوات المناسبة** يقوم حسام بترتيب المقاعد لعرض مسرحي منزلي سيُعرض على التلفاز الخاص به. زاوية المشاهدة المثلى لديه هي 50°، بالإضافة إلى المقعد A، ما المكان الآخر الذي يمكنه أن يجلس فيه بحيث تكون زاوية المشاهدة هي نفسها ؟ أنشئ مخططًا ووضّح ذلك.

تدرَّب على اختبار

38. أوجد $m\angle DGF$ بدلالة x.

39. **اختبار SAT/ACT** $\overline{AB}$ مماس للدائرة M عند النقطة A. أوجد $m\angle DAC$.

Ⓐ 25°
Ⓑ 65°
Ⓒ 50°
Ⓓ 90°
Ⓔ 100°

40. **مهمة أدائية** DEF مثلث تقع رؤوسه على $\odot G$، و $\overline{BC}, \overline{AC}, \overline{AB}$ مماسات للدائرة G.

الجزء A هل ثمة مثلثات متطابقة الضلعين في المخطط أعلاه ؟ إذا كانت كذلك، وضّح سبب كونها متطابقة الضلعين، وإذا لم تكن كذلك، وضّح سبب ذلك أيضًا.

الجزء B هل ΔABC و ΔDEF متشابهان ؟ وضّح إجابتك.