شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج القطرية

مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السابعة درس ضرب المصفوفات

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-05-01 14:27:47

التواصل الاجتماعي بحسب المستوى العاشر

اضغط هنا للحصول على جميع روابط "المستوى العاشر"

روابط مواد المستوى العاشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السابعة درس العمليات على المصفوفات
2	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس العلاقات بين الزوايا والقطع المستقيمة في الدائرة
3	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس الزوايا المحيطية والأقواس المقابلة

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
4	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس أوتار الدائرة
5	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس مماسات الدائرة

ملخص المفهوم ضرب المصفوفات

س: كيف يمكنك إثبات صحة المعادلة $AI = IA = A$ ؟

[أجرِ كلتا عمليتَي الضرب وأثبت أن النتائج متساوية.]

عبّر عن **فهمك** | طبّق **فهمك**

خطأ شائع

التمرين 6 قد يكمل بعض الطلاب كل الحسابات الرياضية لأنهم لا يدركون أن المصفوفة الثانية هي مصفوفة محايدة، مما قد يؤدي إلى ارتكاب أخطاء. اطلب من الطلاب تكوين بطاقات كُتبت فيها المصفوفتين المحايدتين 2×2 و 3×3 وجملة أسفلهما تنص على أن ضرب أي مصفوفة في مصفوفة محايدة لها نفس الرتبة لا يغير من قيمة المصفوفة.

الإجابات

1. ضرب مصفوفة في مصفوفة أخرى يعني ضرب عناصر كل صف في عناصر كل عمود مناظر له.

2. كلا، لأن عدد الأعمدة في المصفوفة الأولى 5، لا يساوي عدد الصفوف في المصفوفة الثانية 4

3. لأنها مشابهة لخاصية العنصر المحايد في الضرب؛ عندما تضرب عددًا في 1 (أو في هذه الحالة المصفوفة المحايدة) يكون ناتج الضرب ذلك العدد نفسه.

4. حمد ليس على صواب. يحوي ناتج الضرب عنصرًا واحدًا فقط.

5.
$$AB = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 3(-2)+0(3) & 3(1)+0(-4) \\ -1(-2)+(-2)(3) & -1(1)+(-2)(-4) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$$
$$BA = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} -2(3)+1(-1) & -2(0)+1(-2) \\ 3(3)+(-4)(-1) & 3(0)+(-4)(-2) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} -7 & -2 \\ 13 & 8 \end{bmatrix}$$

6. $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

7. $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}$

8. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

ملخص المفهوم ضرب المصفوفات

ضرب المصفوفات

ناتج ضرب مصفوفتين هو مصفوفة جديدة. عناصر المصفوفة الجديدة هي مجاميع نواتج ضرب عناصر الصفوف في عناصر الأعمدة المناظرة لها.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aw+by & ax+bz \\ cw+dy & cx+dz \end{bmatrix}$$

علمًا بأنه يشترط في ضرب المصفوفات، أن يكون عدد الأعمدة للمصفوفة الأولى مساويًا لعدد الصفوف في المصفوفة الثانية.

المصفوفة المحايدة

بالنسبة لأي مصفوفة A من الرتبة $n \times n$، و المصفوفة المحايدة I هي مصفوفة مربعة من الرتبة $n \times n$ قيمة كل عنصر من عناصر قطرها الرئيسي تساوي 1 و بقية عناصرها الأخرى قيمة كل منها تساوي الصفر فإن: $AI = IA = A$، مثال:

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & j \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & j \end{bmatrix}$$

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** ماذا يعني ضرب مصفوفة في مصفوفة أخرى ؟
2. **استعمل البنية** هل بالإمكان ضرب المصفوفة $A_{3\times 5}$ في المصفوفة $B_{4\times 5}$ ؟ وضّح إجابتك.
3. **المصطلحات** وضّح السبب في أن المصفوفة المربعة المكونة من العدد 1 لكل عنصر في القطر الرئيسي ومن الأصفار لكل العناصر الأخرى تُسمى "مصفوفة محايدة".
4. **ابن الحجج الرياضية** يقول حمد إن ناتج ضرب المصفوفة $A_{1\times 5}$ في المصفوفة $B_{5\times 1}$ يجب أن يحوي 5 عناصر. هل هو على صواب؟ إذا كانت الإجابة "لا"، أوجد عدد عناصر هذا الناتج.

طبّق فهمك

5. إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$، أوجد AB و BA لتبين أن ضرب المصفوفات ليس إبداليًا. وضّح عملك.

في التمرينين 6 و7، أوجد ناتج الضرب في كل مما يلي :

6. $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 7. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}$

8. مثلث إحداثيات رؤوسه: $A(-2, 3), B(1, 1), C(2, -1)$ ضُربت الإحداثيات في المصفوفة $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ التي تنمذج الانعكاس حول المحور x. أوجد إحداثيات صورة المثلث بعد التحويل.

الدرس 2-7 ضرب المصفوفات 153

تدرَّب وحُل مسائل

دليل المهام

أساسي	متقدم
9-23	9-23

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	21, 22	1
	10-13, 17-20	2
	23	3
2	14,15	1
	9	2
3	16	1

الإجابات

9. ناتج الضرب أيضًا رتبته $n \times n$.

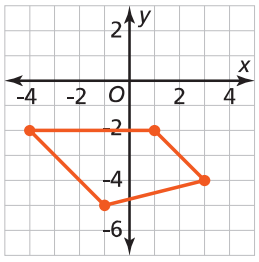
10. حتى تكون مصفوفة ناتج الضرب موجودة، لأنه في حال عدم كتابة المصفوفتين في الترتيب المعطى، لن يكون عدد الأعمدة في المصفوفة الأولى مساويًا لعدد الصفوف في المصفوفة الثانية.

11. ضرب جاسم كل زوج من القيم المتناظرة بدلًا من ضرب الصف الأول في العمود الأول، وهكذا.
ناتج الضرب الصحيح هو $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 23 & -10 \end{bmatrix}$.

12. a. انعكاس حول المحور x.
b. دوران بزاوية 90° مع عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

13. a. $A = \begin{bmatrix} -4 & -1 & 3 & 1 \\ -2 & -5 & -4 & -2 \end{bmatrix}$

b.



انعكاس حول المحور x،
ثم دوران بزاوية 90° باتجاه حركة عقارب الساعة.

14. $F = [81.5 \quad 87.5]$

15. نعم؛ كلتاهما تساويان $\begin{bmatrix} -1 & -7 \\ 37 & -13 \end{bmatrix}$

16. نعم؛ كلتاهما تساويان $\begin{bmatrix} 82 & -38 \\ -102 & 34 \end{bmatrix}$

17. $IQ = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -4 & 5 & -6 \\ 9 & -7 & 8 \end{bmatrix}$

تدرَّب وحُل مسائل

عزِّز فهمك

9. عمِّم افترض أن المصفوفتين المربعتين A و B لهما الرتبة $n \times n$ حيث n عدد صحيح موجب أكبر من أو يساوي 2 أوجد رتبة ناتج ضربهما $A \times B$.

10. استعمل البنية إذا كنت تريد إيجاد ناتج ضرب المصفوفتين أدناه، وضّح لماذا يجب كتابتهما في هذا الترتيب.

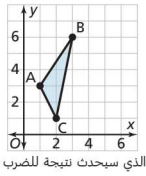
$$\begin{bmatrix} 10 & 15 & 12 \\ 7 & 11 & 20 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 50 \\ 14 \\ 38 \end{bmatrix}$$

11. حلّل الخطأ بيّن خطأ جاسم عند ضرب المصفوفة A في المصفوفة B وصحّحه.

$$\begin{matrix} & A & & B \end{matrix}$$
$$\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ -12 & -10 \end{bmatrix}$$

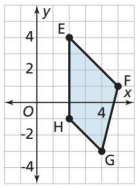
✗

12. مهارات التفكير العليا تمّ تحويل المثلث أدناه باستعمال المصفوفتين $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ على الترتيب.



a. ما التحويل الذي سيحدث نتيجة للضرب في المصفوفة A ؟
b. ما التحويل الذي سيحدث نتيجة للضرب في المصفوفة B ؟

13. مهارات التفكير العليا أنشئ المصفوفة A لتمثيل إحداثيات الشكل الرباعي $EFGH$.



a. اضرب المصفوفة A في $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$.
b. مثّل بيانيًا الشكل الرباعي الممثّل بالمصفوفة الناتجة، وصف حركة الشكل الرباعي في المستوى الإحداثي.

تدرَّب

14. يريد معلم الرياضيات احتساب الدرجة النهائية التي تقيم عمل كل من طلابه في ثلاث مهمات، علمًا أنّ الوزن النسبي الذي يحدّد قيمة كل مهمة في الدرجة النهائية يختلف من مهمة لأخرى. تمثّل المصفوفة W الوزن النسبي لكل نوع من المهمات وتمثّل المصفوفة G درجات الطالبين خالد وسالم. استعمل ضرب المصفوفات لإيجاد المصفوفة F التي تمثّل الدرجة النهائية للطالبين. انظر المثال 1

$$W = \begin{matrix} \text{واجب} & \text{مشروع} & \text{اختبار} \\ [0.20 & 0.50 & 0.30] \end{matrix}$$

$$G = \begin{matrix} & \text{سالم} & \text{خالد} \\ \text{واجب} & 95 & 85 \\ \text{مشروع} & 80 & 90 \\ \text{اختبار} & 75 & 85 \end{matrix}$$

في التمرينين 15 و 16، حدّد ما إذا كانت المعادلة صحيحة بالنسبة للمصفوفات التالية: انظر المثال 2

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ -1 & 8 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}$$

15. $(A + B)C = AC + BC$

16. $A(BC) = (AB)C$.

17. أوجد IQ، إذا كانت $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $Q = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -4 & 5 & -6 \\ 9 & -7 & 8 \end{bmatrix}$. انظر المثال 3

الإجابات

18. $\begin{bmatrix}20 & 15 & 7 & 11\\22 & 18 & 6 & 8\\15 & 19 & 10 & 5\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}40\\20\\16\\48\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1740\\1720\\1380\end{bmatrix}$ مطعم A / مطعم B / مطعم C

19. $\begin{bmatrix}180 & 80\\200 & 60\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}20\\25\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}5600\\5500\end{bmatrix}$

القيمة الإجمالية لمبيعات المتجر A هي QR 5600 والقيمة الإجمالية لمبيعات المتجر B هي QR 5500.

20. a. $W = [0.45 \;\; 0.30 \;\; 0.25]$

b. $WG = [93.2 \;\; 87.25 \;\; 86.15]$

21. $\begin{bmatrix}-3 & 4\\-21 & 2\end{bmatrix}$

23. الجزء A $P = \begin{bmatrix}15\\17\\20\\25\end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix}8\\9\\10\\12\end{bmatrix}$؛

$$S = \begin{bmatrix}20 & 15 & 40 & 30\\25 & 20 & 50 & 35\\15 & 20 & 60 & 45\end{bmatrix}$$

الجزء B $X = P - C$; $X = \begin{bmatrix}7\\8\\10\\13\end{bmatrix}$

الجزء C $SX = \begin{bmatrix}1\,050\\1\,290\\1\,450\end{bmatrix}$

يمثل كل عنصر أرباح مؤسسة هدى في كل عام على مدى السنوات الثلاث.

تدرَّب وحُل مسائل

طبق

18. بزر منطقيًا تمثل المصفوفة التالية عدد الوجبات المتوفرة في ثلاثة مطاعم للوجبات السريعة في حديقة عامة.

	دجاج	لحم	سلطة	سمك
مطعم A	11	7	15	20
مطعم B	8	6	18	22
مطعم C	5	10	19	15

استعمل ضرب المصفوفات لإيجاد القيمة الإجمالية للوجبات المتوفرة في كل مطعم.

19. نمذج يملك طلال متجرين للألبسة والأدوات الرياضية.
في المتجر A، ثمن الحذاء QR 180 وثمن القميص QR 80.
في المتجر B، ثمن الحذاء QR 200 وثمن القميص QR 60.
إذا باع كل متجر 20 حذاءً و 25 قميصًا، استعمل ضرب المصفوفات لإيجاد القيمة الإجمالية لمبيعات كل متجر.

20. برّر منطقيًا أراد معلم مادة العلوم إيجاد الدرجة النهائية لثلاثة طلاب، أحمد وجاسم ومنصور، باستعمال أوزان نسبية محددة. تمثل المصفوفة G درجات الطلاب الثلاثة في ثلاثة أنشطة.

الأوزان النسبية
الاختبار 45%
المشروع 30%
المشاركة 25%

	منصور	جاسم	أحمد
الاختبار	78	83	90
المشروع	96	88	94
المشاركة	89	94	98

$G =$

a. اكتب المصفوفة W من الرتبة 3×1 لتمثل الوزن النسبي للدرجات.

b. أوجد الدرجة النهائية لكل طالب باستعمال ضرب المصفوفات.

تدرَّب على اختبار

21. أوجد ناتج ضرب المصفوفتين التاليتين:

$$\begin{bmatrix}1 & 0\\2 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-3 & 4\\5 & 2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\square & \square\\\square & \square\end{bmatrix}$$

22. اختبار SAT/ACT حدد لأي مما يلي لا يمكن إيجاد ناتج ضرب المصفوفتين :

Ⓐ $\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & 0\\0 & 2\end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix}1 & 4\\2 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\5\end{bmatrix}$

Ⓒ $\begin{bmatrix}2 & -1\\2 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\-2 & 0 & -4\end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix}1 & -2 & -1\\-2 & 3 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -1\\1 & 0\end{bmatrix}$

23. مهمة أدائية لدى هدى مؤسسة لصناعة الشموع، تنتج منها أربعة أصناف مختلفة. تكلفة صناعة الشمعة الواحدة من كل صنف: QR 8, QR 9, QR 10, QR 12 بحسب ترتيب أحجامها. يبيّن الجدول أدناه ثمن مبيع الشمعة الواحدة من كل صنف وكميات الشموع المبيعة على مدى ثلاث سنوات.

	معطرة QR 15	عائمة QR 17	كأس QR 20	أسطوانية QR 25
السنة 1	20	15	40	30
السنة 2	25	20	50	35
السنة 3	15	20	60	45

الجزء A اكتب مصفوفة C من الرتبة 1×4 لتمثيل تكلفة صناعة الشمعة الواحدة من كل صنف، واكتب مصفوفة P من الرتبة 1×4 لتمثيل ثمن مبيع الشمعة الواحدة من كل صنف، ثم اكتب مصفوفة S من الرتبة 4×3 لتمثيل مبيعات مؤسسة هدى من أصناف الشموع على مدى السنوات الثلاث.

الجزء B استعمل طرح المصفوفات لإيجاد المصفوفة X التي تمثل مقدار ربح هدى من بيع كل صنف من أصناف الشمع .

الجزء C استعمل ضرب المصفوفات لإيجاد ناتج ضرب المصفوفتين S و X. وضّح ما تمثله عناصر ناتج الضرب هذا.