شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج القطرية

مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة الخامسة درس الجذور النونية والأسس النسبية

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-05-01 11:27:44

التواصل الاجتماعي بحسب المستوى العاشر

اضغط هنا للحصول على جميع روابط "المستوى العاشر"

روابط مواد المستوى العاشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة الرابعة قانون الجيب
2	حل تدريبات الكتاب الوحدة الرابعة الدرس الثالث النسب المثلثية ومقلوباتها
3	حل تدريبات الكتاب الوحدة الرابعة الدرس الثاني النسب المثلثية

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
4	حل تدريبات الكتاب الوحدة الرابعة الدرس الأول
5	الخطة الفصلية

ملخص المفهوم الجذور النونية والأسس النسبية

س: إذا كان لديك مقدار مكتوب بالصيغة الجذرية، وأعدت كتابته بالصيغة الأسيّة، كيف يمكنك التحقق من صحة عملك ؟

[يمكنك إيجاد قيمة كل من المقدارين. إذا كانت قيمتا المقدارين متساويتين، تكون قد أعدت كتابة المقدار الأصلي بطريقة صحيحة.]

عبّر عن فهمك | طبّق فهمك

خطأ شائع

التمرين 6 عند كتابة مقدار بالصيغة الجذرية، قد يخلط الطلاب أي عدد في الأس الكسري يمثل القوة وأيهما يمثل دليل الجذر.

اطلب من الطلاب كتابة الكسر في الصورة $4\left(\frac{1}{3}\right)$، ثم اسألهم عن القيمة التي تمثل القوة والقيمة التي تمثل الجذر.

الإجابات

1. يمكن إعادة كتابة الجذر في صورة أس كسري، حيث الدليل هو مقام الأس. يمكن استعمال الأسس النسبية لحل معادلات تتضمن أسسًا.
2. ساوت منى بين الأس والدليل. يجب أن يكون الدليل مقام الأس، أي أن يكون الأس $\frac{1}{3}$
3. الدليل هو 5، والمجذور هو 125
4. يمكن تبسيط المقدار $\left(75^{\frac{1}{5}}\right)^3$ باستعمال خاصية قوة القوة، وذلك لأن ضرب الأسس يعطي المقدار $75^{\frac{3}{5}}$
5. لا؛ لم يطبق خالد خاصية قوة القوة بطريقة صحيحة؛ $(x^8)^{\frac{1}{4}} = x^{8\left(\frac{1}{4}\right)} = x^2$
6. نعم؛ يمكن أن يكون الأس النسبي كسرًا غير فعلي؛ يمكن إيجاد قيمة $27^{\frac{4}{3}}$ بإيجاد الجذر التكعيبي للعدد 27، أي 3، ورفعه إلى القوة الرابعة، أي 81
7. $\sqrt[5]{a}$
8. $\sqrt[3]{7^2}$
9. $b^{\frac{1}{3}}$
10. $p^{\frac{7}{4}}$
11. واحد
12. اثنان
13. $x \approx 4.33$
14. $x \approx \pm 5.95$
15. $3x^4y^2$
16. $-2xy^6$
17. 27

ملخص المفهوم الجذور النونية والأسس النسبية

الربط بين الصيغة الجذرية والصيغة الأسيّة		حل معادلة في الصورة $x^n = c$
لفظيًا	دليل الجذر يكافئ مقام الأس الكسري. أس المجذور يكافئ بسط الأس الكسري.	لحل معادلة في الصورة $x^n = c$، أوجد الجذر النوني لطرفي المعادلة برفع كل مقدار إلى الأس $\frac{1}{n}$
عدديًا	الصيغة الجذرية $\sqrt[5]{32^4} = (32^4)^{\frac{1}{5}} = 32^{\frac{4}{5}}$ الصيغة الأسيّة $729^{\frac{5}{6}} = \left(729^{\frac{1}{6}}\right)^5 = \left(\sqrt[6]{729}\right)^5$	$x^3 = 1\,728$ $(x^3)^{\frac{1}{3}} = (1\,728)^{\frac{1}{3}}$ $x = 12$
جبريًا	الصيغة الجذرية $\sqrt[n]{c^m} = (c^m)^{\frac{1}{n}} = c^{\frac{m}{n}}$ الصيغة الأسيّة $c^{\frac{m}{n}} = \left(c^{\frac{1}{n}}\right)^m = \sqrt[n]{c^m}$	$x^n = c$ $(x^n)^{\frac{1}{n}} = (c)^{\frac{1}{n}}$ $x = c^{\frac{1}{n}}$

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** كيف تُستعمل الأسس والجذور لتمثيل جذور الأعداد الحقيقية ؟
2. **حلّل الخطأ** تقول منى إن $\sqrt[3]{10} = 10^3$ ؛ بيّن خطأ منى وصحّحه.
3. **المصطلحات** حدّد الدليل والمجذور في المقدار الجذري $\sqrt[3]{125}$
4. **استعمل البنية** أثبت أن المقدار $75^{\frac{3}{5}}$ يساوي المقدار $\left(75^{\frac{1}{5}}\right)^3$
5. **ابن الحجج الرياضية** يقول خالد إن $(x^8)^{\frac{1}{4}} = \frac{x^8}{x^4} = x^4$، هل هو على صواب ؟ وضّح إجابتك.
6. **فكّر وتأمّل في الحل** هل يمكن أن يكون الأس النسبي كسرًا غير فعلي ؟ وضّح كيف يمكن إيجاد قيمة المقدار $27^{\frac{4}{3}}$ أو لماذا لا يمكن إيجاد قيمته.

طبّق فهمك

في التمرينين 7 و 8، اكتب المقدار بالصيغة الجذرية.

7. $a^{\frac{1}{5}}$
8. $7^{\frac{2}{3}}$

في التمرينين 9 و 10، اكتب المقدار بالصيغة الأسيّة.

9. $\sqrt[3]{b}$
10. $\sqrt[4]{p^7}$
11. ما عدد الجذور الحقيقية من الدرجة الثالثة للعدد 375 3 ؟
12. ما عدد الجذور الحقيقية من الدرجة السادسة للعدد 625 15 ؟
13. حُل المعادلة $4x^3 = 324$
14. حُل المعادلة $2x^4 = 2\,500$

في التمرينين 15 و 16، بسّط المقدار.

15. $\sqrt[3]{27x^{15}y^6}$
16. $\sqrt[5]{-32x^5y^{30}}$
17. تم وضع كرة ثلج اصطناعية في علبة مكعبة الشكل حجمها $64\ in^3$، ثم وُضعت هذه العلبة في صندوق شحن كبير، مكعب الشكل أيضًا، طول ضلعه أكبر بمقدار 8 in من طول ضلع العلبة. أوجد عدد كرات الثلج التي يتسع لها صندوق الشحن.

62 الوحدة 5 الأسس والجذور

تدرَّب وحُل مسائل

دليل المهام

أساسي	متقدم
18-36, 41-50	18-26, 31-50

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	25-28	1
	22	2
2	29-32, 48	1
	20, 21, 24, 47	2
3	33, 34	1
4	35-38, 49	1
	18	2
5	39-42	1
6	19, 23, 43-46	2
	50	3

الإجابات

18. نعم، نورة على صواب؛
$(3x^3y)^5 = 3^5(x^3)^5 y^5 = 243x^{15}y^5$

19. استعمل صيغة الحجم لإيجاد قيمة r.
اقسم $4\,186\frac{2}{3}$ على $\frac{4}{3}$، ثم اقسم الناتج على π. $\pi \approx 3.14$. الناتج هو $r^3 \approx 1\,000$. الجذر التكعيبي للعدد 1000 هو 10، أي إن طول نصف القطر يساوي 10 in تقريبًا.

20. $(x^4)^{\frac{1}{3}}$ صحيح، لكن المقام 3 في الكسر هو دليل الجذر: $\sqrt[3]{x^4}$

21. نعم، إنهما متساويان؛ يمكن كتابة كل من $\sqrt[3]{x^2}$ و $(\sqrt[3]{x})^2$ في الصورة $x^{\frac{2}{3}}$، أي يجب أن يكونا متساويين.

22. جذر واحد؛ يوجد عدد حقيقي واحد فقط، هو -8، ناتج ضربه في نفسه ثلاث مرات يعطي -512

23. يمكن تجاهل الجذر السالب لأن نسبة الفائدة يجب أن تكون عددًا موجبًا.

24. $4\sqrt{5}$

25. ± 3

26. 7

27. 4

28. ± 5

29. $16^{\frac{2}{4}} = 16^{\frac{1}{2}}$

30. $729^{\frac{1}{6}}$

31. $x^{\frac{2}{7}}$

32. $(ab)^{\frac{1}{4}}$

33. ± 5

34. $-3\,125$

35. $2y^3$

36. $\pm q^3 z$

37. $\pm 3a^4 b^3$

38. $\pm vg^5$

39. 5

40. ± 6

41. 3

42. ± 2

43. $V \approx 205\ \text{in}^3$

تدرَّب وحُل مسائل

عزز فهمك

18. ابن الحجج الرياضية وجدت نورة أن الجذر الخامس للحد الجبري $243x^{15}y^5$ هو $3x^3y$، هل هي على صواب ؟ وضّح تبريرك المنطقي.

19. فكّر وثابر في الحل في أحد المهرجانات، تم نفخ كل الكرات حتى أصبح حجم الكرة الواحدة منها $4\,186\frac{2}{3}\ \text{in}^3$، وضّح كيفية إيجاد طول نصف القطر r لكل كرة منفوخة. استعمل التكنولوجيا لإيجاد الناتج.

20. حلل الخطأ كتب عامر المقدار الأسي الموضح بالصيغة الجذرية كما يلي:

$$x^{\frac{4}{3}} = (x^4)^{\frac{1}{3}}$$
$$(x^4)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[4]{x^3}$$ ✗

بيّن خطأ عامر وصحّحه.

21. ابن الحجج الرياضية حدّد ما إذا كان $\sqrt[3]{x^2}$ يساوي $(\sqrt[3]{x})^2$. وضّح تبريرك المنطقي.

22. استعمل البنية ما عدد الجذور من الدرجة الثالثة للعدد -512 ؟ وضّح تبريرك المنطقي.

23. مهارات التفكير العليا تحسب صيغة الفائدة السنوية أدناه الرصيد النهائي للحساب، F، بدلالة المبلغ الأصلي، S، ونسبة الفائدة، r، بعد 10 سنوات.

$$F = S(1 + r)^{10}$$

عند الحل لإيجاد قيمة r، لماذا يمكن تجاهل الجذر السالب ؟

24. روابط في الرياضيات طولا ساقي مثلث قائم الزاوية هما 4 و 8، اكتب طول الوتر في أبسط صورة جذرية.

تدرَّب

في التمارين 25-28، أوجد الجذور المحددة لكل عدد. انظر المثال 1

25. الجذور الحقيقية من الدرجة الرابعة للعدد 81

26. الجذور الحقيقية من الدرجة الثالثة للعدد 343

27. الجذور الحقيقية من الدرجة الخامسة للعدد 1 024

28. الجذور التربيعية الحقيقية للعدد 25

في التمارين 29-32، اكتب المقدار باستعمال أس كسري. انظر المثال 2

29. $\sqrt[4]{16^2}$ **30.** $\sqrt[6]{729}$

31. $\sqrt[7]{x^2}$ **32.** $\sqrt[4]{ab}$

في التمرينين 33 و 34، أوجد قيمة المقدار. قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر. انظر المثال 2

33. $\sqrt[4]{25^2}$ **34.** $-\sqrt[3]{125^5}$

في التمارين 35-38، بسّط المقدار. انظر المثال 4

35. $\sqrt[3]{8y^9}$ **36.** $\sqrt[4]{q^{12}z^4}$

37. $\sqrt[6]{729a^{24}b^{18}}$ **38.** $\sqrt[8]{v^8g^{40}}$

في التمارين 39-42، حل المعادلة. انظر المثال 5

39. $1\,125 = 9x^3$ **40.** $6\,480 = 5w^4$

41. $270 = 10q^3$ **42.** $256 = 4h^6$

43. المكعب الصغير في الصورة أدناه طول ضلعه أصغر بمقدار 1.5 in من طول ضلع المكعب الكبير. أوجد حجم المكعب الكبير. انظر المثال 6

الدرس 5-1 الجذور النونية والجذور والأسس النسبية 63

الإجابات

44. 1 m

45. 12 in

46. 0.025 أو 2.5%

47. $\left(\frac{HW}{3\,600}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{(HW)^{\frac{1}{2}}}{60}$

50. **الجزء A** $36\pi \text{ ft}^2$

$V = \pi r^2 h = \pi r^2(2r) = 2\pi r^3$

$169.65 = 2(3.14)r^3$;

$169.65 = 6.28r^3$

$\frac{169.65}{6.28} = \frac{6.28r^3}{6.28}$;

$27 = r^3$;

$r = \sqrt[3]{27} = 27^{\frac{1}{3}}$

$r = \left(3^3\right)^{\frac{1}{3}} = 3$

إذن، $r = 3$ ft. وعليه نحسب المساحة السطحية للوعاء.

$A = 2\pi rh = 2\pi r(2r) = 4\pi(3)^2 = 36\pi$

الجزء B 3 أوعية.

ارتفاع الوعاء: $h = 2r = 2(3) = 6$

بقسمة 20 على 6 نحصل على 3.33 تقريبًا.

إذن، يكون عدد أوعية الشحن التي يمكن وضعها فوق بعضها 3

تدرَّب وحُل مسائل

طبّق

44. نمذج كرة بلاستيكية للمشي على سطح الماء حجمها يساوي 4.19 m^3 تقريبًا. أوجد طول نصف قطرها r.

45. فكّر وثابر في الحل تلقى أحمد صندوق هدايا على شكل شبه مكعب، عرضه يساوي ارتفاعه، وطوله يساوي ضعف عرضه، وحجمه يساوي $3\,456 \text{ in}^3$، أوجد ارتفاع الصندوق.

46. فكّر وثابر في الحل أودعت نورة مبلغًا من المال في حساب مصرفي بفائدة سنوية. توضح المعادلة أدناه المبلغ الأصلي، 200 QR، ورصيد نورة بعد أربعة أعوام، 220.82 QR. أوجد معدل الفائدة r.

$$220.82 = 200(1 + r)^4$$

47. نمذج يتم إيجاد المساحة السطحية لجسم المريض في أحد المستشفيات باستعمال المقدار الجذري $\sqrt{\frac{H \cdot W}{3\,600}}$ اكتب هذا المقدار باستعمال أس كسري.

تدرَّب على اختبار

48. حدّد ما إذا كان كل مقدار في الجدول يمثّل طريقة أخرى لكتابة $b^{\frac{3}{4}}$. اختر نعم أو لا.

	نعم	لا
a. $\sqrt[4]{b^3}$	☑	☐
b. $(b^3)^{\frac{1}{4}}$	☑	☐
c. $b^{\frac{4}{3}}$	☐	☑
d. $\sqrt[3]{b^4}$	☐	☑
e. $\frac{b^3}{b^4}$	☐	☑

49. اختبار SAT/ACT أي مما يلي يكافئ المقدار $\sqrt[6]{4\,096x^{18}y^{30}}$؟

Ⓐ $682.7x^{15}y^{24}$

Ⓑ $4x^{1.6}y^{1.8}$

Ⓒ $4\,096x^3y^5$

Ⓓ $4x^3y^5$

Ⓔ $682.7x^3y^5$

50. مهمة أدائية تستعمل شركة لإنتاج الألبان أوعية أسطوانية الشكل ارتفاع كل وعاء منها يساوي طول قطر قاعدته، لشحن إنتاجها.

الجزء A يصل حجم أحد الأوعية إلى 169.65 ft^3 تقريبًا. ما كمية المادة اللازمة لصنع السطح الجانبي لوعاء الشحن ؟

الجزء B ارتفاع غرفة التخزين في سفينة الشحن هو 20 ft. أوجد أكبر عدد من أوعية الشحن التي يمكن وضع بعضها فوق بعض في غرفة التخزين هذه.

64 الوحدة 5 الأسس والجذور