شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج القطرية

حل تدريبات الكتاب الوحدة الرابعة الدرس الأول

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-05-01 08:48:07

التواصل الاجتماعي بحسب المستوى العاشر

اضغط هنا للحصول على جميع روابط "المستوى العاشر"

روابط مواد المستوى العاشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	الخطة الفصلية
2	تدريبات ومراجعات في المصفوفات والعمليات عليها
3	مراجعة بحث الدائرة مع التمارين نهاية الفصل
4	الخطة الفصلية الفصل الثاني
5	تحميل كتاب الطالب

ملخص المفهوم نظرية فيثاغورس والمثلثات القائمة الزاوية الخاصة

س: متى تكون نظرية فيثاغورس مفيدة، ومتى يكون عكس نظرية فيثاغورس مفيدًا ؟

[تكون نظرية فيثاغورس مفيدة عند معرفة أن المثلث قائم الزاوية وبمعلومية طولي ضلعين فيه و طول الضلع الثالث مجهول.
يكون عكس نظرية فيثاغورس مفيدًا عند معرفة أطوال كل أضلاع المثلث وعدم معرفة ما إذا كان المثلث قائم الزاوية.]

س: هل يمكن تطبيق نظرية فيثاغورس في المثلث °90-°45-°45 والمثلث °90-°60-°30 ؟ إن كان الأمر كذلك، لماذا هناك نظريات خاصة بهذه المثلثات ؟

[نعم؛ هناك علاقات خاصة بين أطوال أضلاع هذه المثلثات، بالإضافة إلى أنها تحقق نظرية فيثاغورس.]

عبّر عن فهمك | طبّق فهمك

خطأ شائع

التمرين 5 الطلاب الذين أجابوا $18\sqrt{3}$ قد يكونون حفظوا المقادير الخاصة بالمثلث °90-°60-°30 من دون فهم كيفية تطبيقها. شجع هؤلاء الطلاب على رسم المثلث ثم إضافة انعكاسه حول ضلع القائمة الطويل لتوضيح المثلث المتطابق الأضلاع الذي تمّ اشتقاق المقادير منه. استعمل العلاقات الموضحة في المخطط لتساعدك في الإجابة عن السؤال.

الإجابات

1. في المثلث القائم الزاوية، إذا تم رسم ارتفاع على الوتر، سيقسم هذا الارتفاع المثلث إلى مثلثين متشابهين ومشابهين للمثلث الأصلي.
يمكنك إثبات نظرية فيثاغورس عند كتابة التناسبات بين أطوال أضلاع المثلثات الثلاثة.

2. أخطأت ليلى لأن طول الوتر في المثلث °90-°60-°30 يساوي ضعف طول ضلع القائمة القصير.

3. ليكن طول ضلع القائمة القصير s. بما أن $s = 4.5$، فإن طول ضلع القائمة الطويل، $s\sqrt{3}$ ($4.5\sqrt{3}$)، يساوي $s\sqrt{3}$، وطول الوتر، 9، يساوي $2s$. وحيث إن هذه العلاقات القائمة بين الضلعين والوتر تتحقق في المثلث °90-°60-°30 فإن قياس زاويتي المثلث الحادتين هما °30 و °60

4. $x = \frac{16\sqrt{2}}{5} \approx 4.5$

5. $x = 9\sqrt{3}$

6. نعم؛ $20^2 + 21^2 \stackrel{?}{=} 29^2$

$841 = 841$

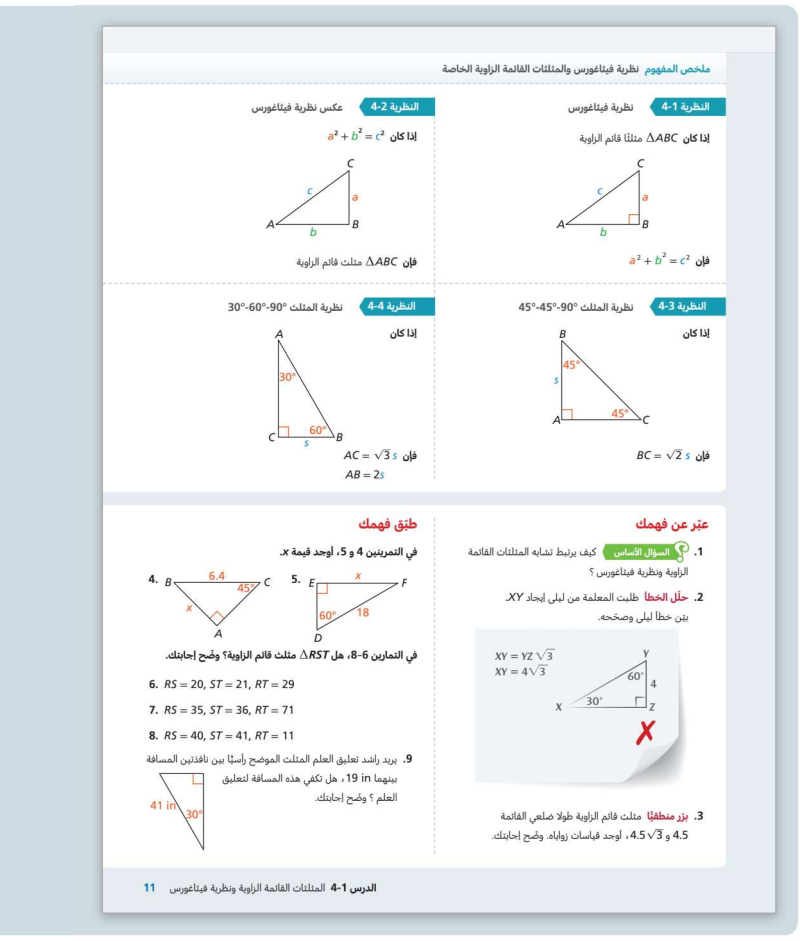
7. كلّا؛ $35^2 + 36^2 \stackrel{?}{=} 71^2$

$2\,521 \neq 5\,041$

8. كلّا؛ $11^2 + 40^2 \stackrel{?}{=} 41^2$

$1\,721 \neq 1\,681$

9. كلّا؛ شكل العلم مثلث °90-°60-°30، أي إن طول الوتر يساوي ضعف طول ضلع القائمة القصير. طول ضلع القائمة القصير في العلم $\frac{41}{2} = 20.5$ in.
المسافة بين النافذتين غير كافية لأن العلم أعرض من 19 in.


ملخص المفهوم نظرية فيثاغورس والمثلثات القائمة الزاوية الخاصة

النظرية 4-1 نظرية فيثاغورس
إذا كان ΔABC مثلثًا قائم الزاوية
فإن $a^2 + b^2 = c^2$

النظرية 4-2 عكس نظرية فيثاغورس
إذا كان $a^2 + b^2 = c^2$
فإن ΔABC مثلث قائم الزاوية

النظرية 4-3 نظرية المثلث °90-°45-°45
إذا كان
فإن $BC = \sqrt{2}\,s$

النظرية 4-4 نظرية المثلث °90-°60-°30
إذا كان
فإن $AC = \sqrt{3}\,s$
$AB = 2s$

عبّر عن فهمك
1. السؤال الأساس كيف يرتبط تشابه المثلثات القائمة الزاوية ونظرية فيثاغورس ؟
2. حلّل الخطأ طلبت المعلمة من ليلى إيجاد XY. بيّن خطأ ليلى وصححه.
3. برز منطقيًا مثلث قائم الزاوية طولا ضلعي القائمة 4.5 و $4.5\sqrt{3}$، أوجد قياسات زواياه. وضح إجابتك.

طبّق فهمك
في التمرينين 4 و 5، أوجد قيمة x.
في التمارين 6-8، هل ΔRST مثلث قائم الزاوية؟ وضح إجابتك.
6. $RS = 20, ST = 21, RT = 29$
7. $RS = 35, ST = 36, RT = 71$
8. $RS = 40, ST = 41, RT = 11$
9. يريد راشد تعليق العلم المثلث الموضح رأسيًا بين نافذتين المسافة بينهما 19 in، هل تكفي هذه المسافة لتعليق العلم ؟ وضح إجابتك.

الدرس 4-1 المثلثات القائمة الزاوية ونظرية فيثاغورس 11

تدرَّب وحُل مسائل

دليل المهام

أساسي	متقدم
10-17, 19-28	10-14, 16-28

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	17	4
2	15, 16	1
	25	2
	10, 13	3
3	11	2
	18, 24	3
4	23, 27	2
	14, 19	3
5	20, 21, 26	2
	12, 22	3
	28	4

الإجابات

10. شبه المكعب P؛ طبّق نظرية فيثاغورس في شبه المكعبين لإيجاد طول قطر القاعدة، c. ثم طبّق نظرية فيثاغورس مرة أخرى باستعمال تلك القيمة والارتفاع لإيجاد طول قطر شبه المكعب، d. في شبه المكعب P، فإن: $c = 5$ و $d \approx 15.8$. في شبه المكعب Q، $c = 4\sqrt{10}$ و $d \approx 15.5$.

11. المثلث DEF هو من النوع 45°-45°-90°، لذا فإن $21 = \sqrt{2}(EF)$، $EF = \frac{21}{2}\sqrt{2}$.

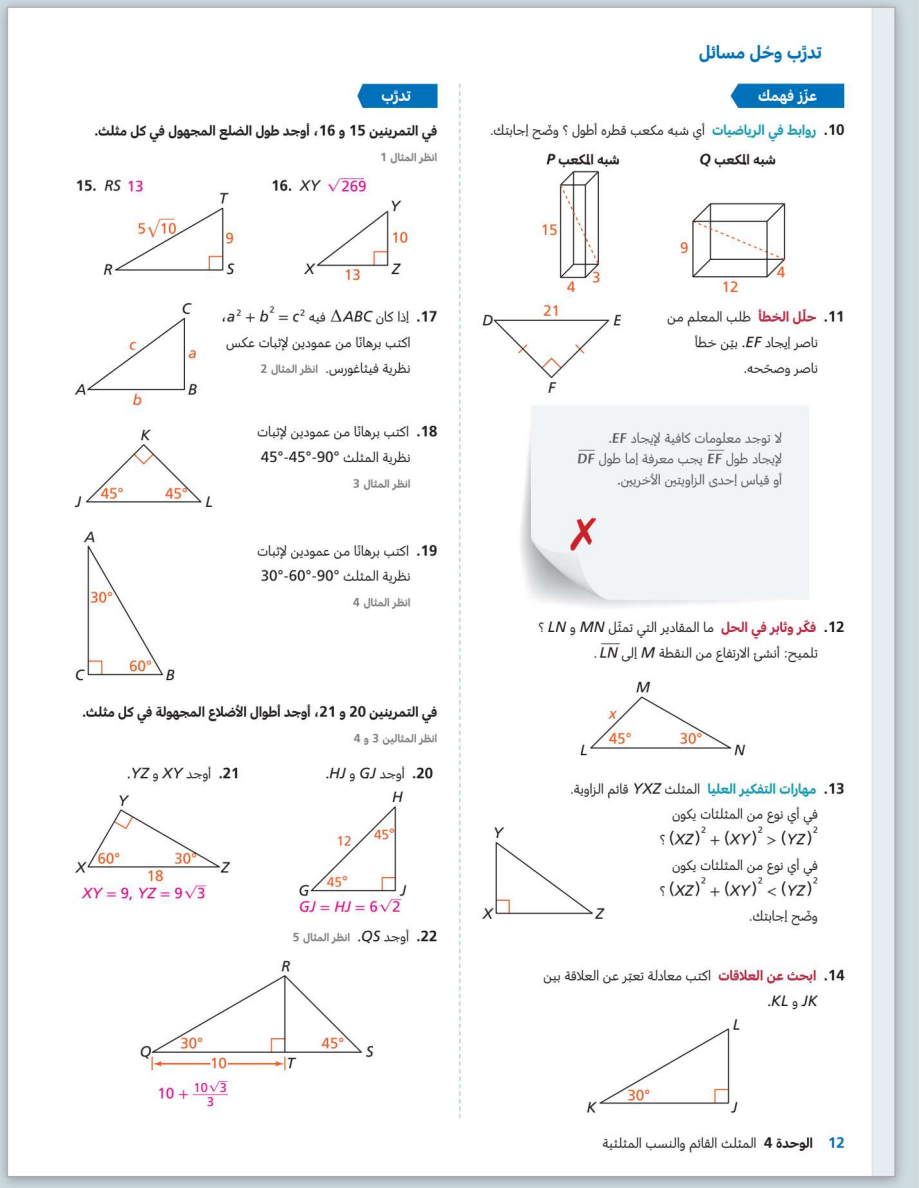
12. $MN = \sqrt{2}x$, $LN = \frac{\sqrt{2}x}{2} + \frac{\sqrt{6}x}{2}$

13. إذا كان $(XZ)^2 + (XY)^2 > (YZ)^2$، فإن $YZ < \sqrt{(XY)^2 + (XZ)^2}$ و $m\angle YXZ < 90°$. إذن، قد يكون ΔXYZ مثلثًا حاد الزوايا.
بالمثل إذا كان $(XZ)^2 + (XY)^2 < (YZ)^2$، فإن $m\angle YXZ > 90°$.
إذن، سيكون ΔXYZ مثلثًا منفرج الزاوية.

14. $JK = \frac{\sqrt{3}}{2}(KL)$

15. 13

16. $\sqrt{269}$



تدرَّب وحُل مسائل

عزِّز فهمك

10. روابط في الرياضيات أي شبه مكعب قطره أطول ؟ وضّح إجابتك.

شبه المكعب Q — شبه المكعب P

11. حلّل الخطأ طلب المعلم من ناصر إيجاد EF. بيّن خطأ ناصر وصحّحه.

لا توجد معلومات كافية لإيجاد EF.
لإيجاد طول $\overline{EF}$ يجب معرفة إما طول $\overline{DF}$ أو قياس إحدى الزاويتين الأخريين.

12. فكّر وتأمّل في الحل ما المقادير التي تمثّل MN و LN ؟ تلميح: أنشئ الارتفاع من النقطة M إلى $\overline{LN}$.

13. مهارات التفكير العليا المثلث YXZ قائم الزاوية.
في أي نوع من المثلثات يكون $(XZ)^2 + (XY)^2 > (YZ)^2$ ؟
في أي نوع من المثلثات يكون $(XZ)^2 + (XY)^2 < (YZ)^2$ ؟
وضّح إجابتك.

14. ابحث عن العلاقات اكتب معادلة تعبّر عن العلاقة بين JK و KL.

تدرَّب

في التمرينين 15 و 16، أوجد طول الضلع المجهول في كل مثلث.
انظر المثال 1

15. RS 13

16. XY $\sqrt{269}$

17. إذا كان ΔABC فيه $a^2 + b^2 = c^2$، اكتب برهانًا من عمودين لإثبات عكس نظرية فيثاغورس. انظر المثال 2

18. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات نظرية المثلث 45°-45°-90°
انظر المثال 3

19. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات نظرية المثلث 30°-60°-90°
انظر المثال 4

في التمرينين 20 و 21، أوجد أطوال الأضلاع المجهولة في كل مثلث.
انظر المثالين 3 و 4

20. أوجد GJ و HJ.

21. أوجد XY و YZ.

$XY = 9,\ YZ = 9\sqrt{3}$

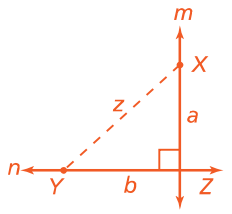
$GJ = HJ = 6\sqrt{2}$

22. أوجد QS. انظر المثال 5

$10 + \frac{10\sqrt{3}}{3}$

12 الوحدة 4 المثلث القائم والنسب المثلثية

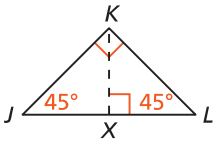
17. المعطى: ΔABC، حيث $a^2 + b^2 = c^2$.
المطلوب: إثبات أن ΔABC قائم الزاوية.
العمل: ارسم مستقيمين متعامدين m و n يتقاطعان عند Z. عيّن النقطة X على المستقيم m بحيث $XZ = a$. عيّن النقطة Y على المستقيم n بحيث $YZ = b$. ارسم القطعة المستقيمة $\overline{XY}$ التي طولها z.



البرهان:

العبارات	الأسباب
1. $a^2 + b^2 = z^2$	1. نظرية فيثاغورس
2. $a^2 + b^2 = c^2$	2. معطى
3. $z^2 = c^2$	3. خاصية التعدي للمساواة
4. $z = c$	4. تعريف الجذر التربيعي
5. $\Delta YZX \cong \Delta ABC$	5. تطابق ثلاث أضلاع (SSS)
6. $\angle B \cong \angle Z$	6. نظرية تطابق الأجزاء المتناظرة في المثلثات المتطابقة
7. $m\angle B = 90°$	7. كل الزوايا القائمة متطابقة.
8. المثلث ABC قائم الزاوية.	8. تعريف المثلثات القائمة الزاوية

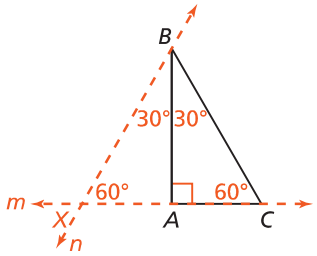
18. المعطى: ΔJKL
المطلوب: إثبات أن $JL = \sqrt{2}\,(JK)$
العمل: ارسم الارتفاع $\overline{KX}$.



البرهان:

العبارات	الأسباب
1. $\Delta JKL \sim \Delta JXK \sim \Delta LXK$	1. تشابه المثلثات بتطابق زاويتين $(AA\sim)$
2. $\frac{JL}{JK} = \frac{JK}{JX}$	2. تناسبات في مثلثات متشابهة
3. $JX = \frac{1}{2}JL$	3. الارتفاع المرسوم من الرأس في المثلث المتطابق الضلعين ينصّف القاعدة
4. $\frac{JL}{JK} = \frac{JK}{\frac{1}{2}JL}$	4. بالتعويض
5. $(JL)^2 = 2\,(JK)^2$	5. خاصية الضرب للمساواة
6. $JL = \sqrt{2}\,(JK)$	6. تعريف الجذر التربيعي

19. المعطى: ΔABC
المطلوب: إثبات أن $BC = 2AC$ و $AB = \sqrt{3}(AC)$
العمل: ارسم المستقيم m، الذي هو امتداد القطعة المستقيمة $\overline{AC}$. ارسم المستقيم n بحيث يمر بالنقطة B ويتقاطع مع المستقيم m مشكلًا زاوية قياسها $60°$ عند النقطة X، لتكوين المثلث المتطابق الأضلاع XBC.



البرهان:

العبارات	الأسباب
1. المثلث XBC متطابق الأضلاع	1. تعريف المثلث المتطابق الأضلاع
2. $\overline{AB}$ ارتفاع في المثلث XBC	2. تعريف الارتفاع
3. $XC = 2AC$	3. الارتفاع في مثلث متطابق الأضلاع هو منصف عمودي للضلع المناظر له.
4. $XC = BC$	4. تعريف المثلث المتطابق الأضلاع
5. $BC = 2AC$	5. بالتعويض
6. $(AC)^2 + (AB)^2 = (BC)^2$	6. نظرية فيثاغورس
7. $(AC)^2 + (AB)^2 = (2AC)^2$	7. بالتعويض
8. $(AB)^2 = 3(AC)^2$	8. بالطرح
9. $AB = \sqrt{3}(AC)$	9. تعريف الجذر التربيعي

20. $GJ = HJ = 6\sqrt{2}$

21. $XY = 9,\ YZ = 9\sqrt{3}$

22. $10 + \frac{10\sqrt{3}}{3}$

الإجابات

23. بين 4.33 in و 4.62 in؛ قد تتنوع الإجابات.
نموذج إجابة: الارتفاع هو الضلع الطويل في المثلث -30°-60°-90°، أي إن الارتفاع هو $\sqrt{3}d$.
بما أن $8 > \sqrt{3}d > 7.5$، فإن $4.33 < d < 4.62$

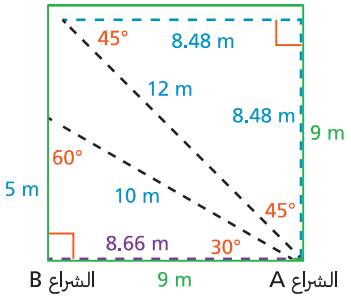
24. نعم؛ بما أن المثلث من النوع -45°-45°-90°، فإن الارتفاع المقابل للوتر يشكل ضلع قائمة في مثلث من نفس النوع ونصف وتره هو الضلع الثاني للقائمة. إذن، ارتفاع المثلث هو 3.5 in، يتطلب الجرس والعصا ارتفاعًا مقداره $5 = 1.5 + 3.5$ in وعرضًا مقداره 7 in، أي يمكن وضعهما داخل الإطار ذي البعدين 5.5 in و 7.5 in

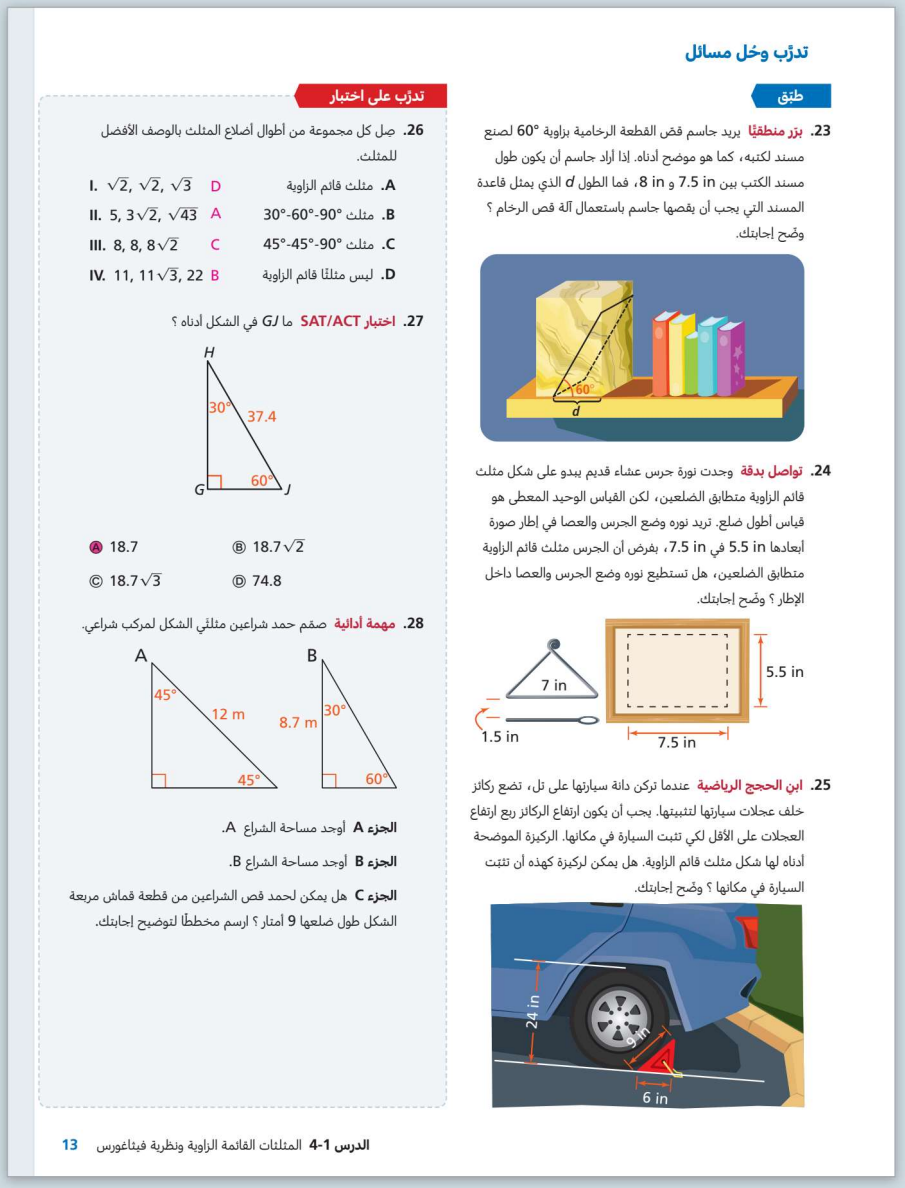
25. نعم؛ ارتفاع الركائز $\sqrt{9^2 - 6^2} \approx 6.7$ in.
ربع ارتفاع الدواليب هو 6 in.

28. **الجزء A** طول ضلع القائمة هو $\frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$ m.
$\text{Area} = \frac{1}{2}(6\sqrt{2})(6\sqrt{2}) = 36 \text{ m}^2$

الجزء B طول الضلع القصير هو $\frac{8.7}{\sqrt{3}} \approx 5$ m
$\text{Area} = \frac{1}{2}(5)(8.7) = 21.75 \text{ m}^2$

الجزء C نعم، من الممكن قص الشراعين من قطعة قماش مربعة طول ضلعها 9 أمتار، وذلك على النحو التالي:





تدرَّب وحُل مسائل

طبِّق

23. بزر منطقيًا يريد جاسم قص القطعة الرخامية بزاوية 60° لصنع مسند لكتبه، كما هو موضح أدناه. إذا أراد جاسم أن يكون طول المسند الكتب بين 7.5 in و 8 in، فما الطول d الذي يمثل قاعدة المسند التي يجب أن يقصها جاسم باستعمال آلة قص الرخام ؟ وضّح إجابتك.

24. تواصل بدقة وجدت نورة جرس عشاء قديم يبدو على شكل مثلث قائم الزاوية متطابق الضلعين، لكن القياس الوحيد المعطى هو قياس أطول ضلع. تريد نوره وضع الجرس والعصا في إطار صورة أبعادها 5.5 in في 7.5 in، بفرض أن الجرس مثلث قائم الزاوية متطابق الضلعين، هل تستطيع نوره وضع الجرس والعصا داخل الإطار ؟ وضّح إجابتك.

25. ابن الحجج الرياضية عندما تركن دانة سيارتها على تل، تضع ركائز خلف عجلات سيارتها لتثبيتها. يجب أن يكون ارتفاع الركائز ربع ارتفاع العجلات على الأقل لكي تثبت السيارة في مكانها. الركيزة الموضحة أدناه لها شكل مثلث قائم الزاوية. هل يمكن لركيزة كهذه أن تثبت السيارة في مكانها ؟ وضّح إجابتك.

تدرَّب على اختبار

26. صِل كل مجموعة من أطوال أضلاع المثلث بالوصف الأفضل للمثلث.

I. $\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{3}$	D	A. مثلث قائم الزاوية
II. $5, 3\sqrt{2}, \sqrt{43}$	A	B. مثلث 30°-60°-90°
III. $8, 8, 8\sqrt{2}$	C	C. مثلث 45°-45°-90°
IV. $11, 11\sqrt{3}, 22$	B	D. ليس مثلثًا قائم الزاوية

27. اختبار SAT/ACT ما GJ في الشكل أدناه ؟

Ⓐ 18.7 Ⓑ $18.7\sqrt{2}$
Ⓒ $18.7\sqrt{3}$ Ⓓ 74.8

28. مهمة أدائية صمّم حمد شراعين مثلثي الشكل لمركب شراعي.

الجزء A أوجد مساحة الشراع A.

الجزء B أوجد مساحة الشراع B.

الجزء C هل يمكن لحمد قص الشراعين من قطعة قماش مربعة الشكل طول ضلعها 9 أمتار ؟ ارسم مخططًا لتوضيح إجابتك.