شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج القطرية

مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة الثامنة درس مقاييس التشتت

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-05-01 14:44:08

التواصل الاجتماعي بحسب المستوى العاشر

اضغط هنا للحصول على جميع روابط "المستوى العاشر"

روابط مواد المستوى العاشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة الثامنة درس مقاييس النزعة المركزية
2	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السابعة درس ضرب المصفوفات
3	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السابعة درس العمليات على المصفوفات

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
4	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس العلاقات بين الزوايا والقطع المستقيمة في الدائرة
5	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس الزوايا المحيطية والأقواس المقابلة

عبّر عن **فهمك**|طبّق **فهمك**

خطأ شائع

التمرين 14 قد يلجأ بعض الطلاب إلى المقارنة بين أعمار العمال في المؤسستين استنادًا إلى قيمتي الوسطين الحسابيين، فيعتبرون أن أعمار العمال في المؤسسة الأولى أكبر من أعمار العمال في المؤسسة الثانية لأن $42 > 39$
الوسط الحسابي هو مقياس لا يبيّن مدى تشتت البيانات.

الإجابات

1. • المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة − الحد الأدنى للفئة الأولى
إذا كان المدى صغيرًا، يكون تشتت البيانات صغيرًا.
إذا كان المدى كبيرًا، يكون تشتت البيانات كبيرًا.

• التباين: الصيغة الأولى : $\sigma^2 = \frac{\Sigma[f \cdot (x - \bar{x})^2]}{\Sigma f}$

الصيغة الثانية : $\sigma^2 = \frac{\Sigma(f \cdot x^2)}{\Sigma f} - (\bar{x})^2$

حيث الوسط الحسابي هو $\bar{x} = \frac{\Sigma(f \cdot x)}{\Sigma f}$

• الانحراف المعياري : $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma[f \cdot (x - \bar{x})^2]}{\Sigma f}} = \sqrt{\frac{\Sigma(f \cdot x^2)}{\Sigma f} - (\bar{x})^2}$

كلما اقترب الانحراف المعياري من الصفر يكون تشتت البيانات قليلًا جدًّا، وتقترب قيم البيانات أكثر فأكثر من الوسط الحسابي.

2. لم تستعمل خولة مراكز الفئات بل قيم البيانات.
لم تستعمل خولة الوسط الحسابي للفرق أيضًا.
التباين هو الوسط الحسابي لمربعات الفرق بين مراكز الفئات ووسطها الحسابي.

3. الانحراف المعياري يساوي الجذر التربيعي الموجب لقيمة التباين.

4. الخطوة (1) إنشاء جدول يتضمن : الفئات، والتكرار (f) ومراكز الفئات (x) ونواتج ضرب $(x \cdot f)$ وإيجاد الوسط الحسابي : $\bar{x} = \frac{\Sigma(f \cdot x)}{\Sigma f}$
الخطوة (2) إكمال الجدول بإضافة : $(x - \bar{x})$ و $(x - \bar{x})^2$ و $f \cdot (x - \bar{x})^2$
أو بإضافة x^2 و $f \cdot x^2$
الخطوة (3) استعمال إحدى الصيغتين لإيجاد التباين :
$\sigma^2 = \frac{\Sigma[f \cdot (x - \bar{x})^2]}{\Sigma f}$ أو $\sigma^2 = \frac{\Sigma(f \cdot x^2)}{\Sigma f} - (\bar{x})^2$
الخطوة (4) إيجاد الانحراف المعياري σ بأخذ الجذر التربيعي الموجب لإحدى الصيغتين.

5. المدى : $10 = 30 - 40$، إذن، المدى يساوي 10 درجات مئوية.

6. إنشاء جدول :

الفئات	التكرار f	مركز الفئة x	$(x \cdot f)$	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$	$f \cdot (x - \bar{x})^2$
160 - 168	8	164	1312	−6	36	288
168 - 176	9	172	1548	2	4	36
176 - 184	3	180	540	10	100	300
المجموع ∑	20		3400			624

الوسط الحسابي : $\bar{x} = \frac{\Sigma(x \cdot f)}{\Sigma f} = \frac{3\,400}{20} = 170$
التباين : $\sigma^2 = \frac{\Sigma[f \cdot (x - \bar{x})^2]}{\Sigma f} = \frac{624}{20} = 31.2$
الانحراف المعياري : $\sigma = \sqrt{31.2} \approx 5.586$

تابع ملخص المفهوم

الخطوة 3 أوجد التباين.
الصيغة الأولى للتباين $\sigma^2 = \frac{\Sigma[f \cdot (x - \bar{x})^2]}{\Sigma f}$
عوّض $= \frac{316}{20}$
بسّط $= 15.8$
إذن، التباين يساوي 15.8.

الخطوة 4 أوجد الانحراف المعياري.
صيغة الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$
عوّض $= \sqrt{15.8}$
بسّط ≈ 4
إذن، الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات يساوي 4 دقائق تقريبًا.

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** كيف تحسب مقاييس التشتت لجداول تكرارية ذات فئات وتستعملها في مقارنة البيانات ؟
2. **حلل الخطأ** تقول خولة إن التباين لجدول تكراري ذي فئات هو مربع الفرق بين قيم البيانات ووسطها الحسابي. بيّن الخطأ في قول خولة وصحّحه.
3. **المصطلحات** ما العلاقة بين التباين والانحراف المعياري لبيانات مبوبة في جدول تكراري ذي فئات ؟
4. **تواصل بدقة** وضّح الخطوات المستعملة لإيجاد التباين والانحراف المعياري لجدول تكراري ذي فئات متساوية.

طبّق فهمك

5. يبيّن الجدول أدناه درجات الحرارة المسجلة (إلى أقرب درجة مئوية) عند الساعة العاشرة صباحًا في مدينة الدوحة خلال شهر يونيو.

الفئات	30 - 32	32 - 34	34 - 36	36 - 38	38 - 40
التكرار f	2	8	12	4	4

أوجد المدى لهذه البيانات.

6. يبيّن الجدول أدناه أطوال 20 طالبة في مدرسة إلى أقرب سنتمتر.

الفئات	160 - 168	168 - 176	176 - 184
التكرار f	8	9	3

أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

7. يبيّن الجدول أدناه أعمار 100 شخص.

الفئات	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80
التكرار f	15	35	40	10

a. أوجد الوسط الحسابي لهذه الأعمار.
b. أوجد قيمة الانحراف المعياري.

الدرس 8-2 مقاييس التشتت 207

7. إنشاء جدول :

الفئات	التكرار f	مركز الفئة x	$(x \cdot f)$	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$	$f \cdot (x - \bar{x})^2$
0 - 20	15	10	150	−29	841	12615
20 - 40	35	30	1050	−9	81	2835
40 - 60	40	50	2000	11	121	4840
60 - 80	10	70	700	31	961	9610
المجموع ∑	100		3900			29900

a. الوسط الحسابي : $\bar{x} = \frac{\Sigma(x \cdot f)}{\Sigma f} = \frac{3\,900}{100} = 39$
التباين : $\sigma^2 = \frac{\Sigma[f \cdot (x - \bar{x})^2]}{\Sigma f} = \frac{29\,900}{100} = 299$
الانحراف المعياري : $\sigma = \sqrt{299} \approx 17.292$

تدرَّب وحُل مسائل

دليل المهام

أساسي	متقدم
8-20	

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	12, 18	1
2	8, 9, 10, 13, 19	1
	15, 16, 20	2
3	8, 9, 10, 13, 19	1
	11, 15, 16, 20	2
4	14, 17	2

الإجابات

8. $\Sigma f = 60,\ \Sigma(x \cdot f) = 4\ 320$

$\bar{x} = \frac{4\ 320}{60} = 72$

إذن، الوسط الحسابي : $\bar{x} = 72$

يساوي الوسط الحسابي مركز الفئة 74 - 70، ويمكن الاستنتاج أن عدد نبضات القلب عند 33.3% من اللاعبين أقل من 72 نبضة وعند 25% من اللاعبين أكثر من 72 نبضة وعند 41.7% من اللاعبين 72 نبضة.

9. $\Sigma\left[f \cdot (x - \bar{x})^2\right] = 1\ 280$

التباين : $\sigma^2 = \frac{1\ 280}{60} = 21.33$

الانحراف المعياري : $\sigma = \sqrt{21.33} \approx 4.62$

10. إنشاء جدول :

$\Sigma f = 50,\ \Sigma(x \cdot f) = 1\ 000,\ \bar{x} = 20$

إكمال الجدول : $\Sigma\left[f \cdot (x - \bar{x})^2\right] = 2\ 850$

التباين : $\sigma^2 = \frac{2\ 850}{50} = 57$

الانحراف المعياري : $\sigma = \sqrt{57} \approx 7.55$

11. استعملت لطيفة الصيغة الثانية للتباين بطريقة غير صحيحة. كان عليها أن تكتب : $\sigma^2 = \frac{\Sigma(f \cdot x^2)}{\Sigma f} - (\bar{x})^2$

وبالتالي تكون النتيجة : $\sigma^2 = \frac{4\ 656}{20} - 225 = 7.8$

التباين الصحيح هو : $\sigma^2 = 7.8$

12. المدى : $60 - 20 = 40$

13. إنشاء جدول :

$\Sigma f = 40,\ \Sigma(x \cdot f) = 1\ 520,\ \bar{x} = 38$

إكمال الجدول : $\Sigma\left[f \cdot (x - \bar{x})^2\right] = 3\ 640$

التباين : $\sigma^2 = \frac{3\ 640}{40} = 91$

الانحراف المعياري : $\sigma = \sqrt{91} \approx 9.5$

14. **a.** إنشاء جدول : $\Sigma f = 40,\ \Sigma(x \cdot f) = 1\ 680$

$\bar{x} = 42$

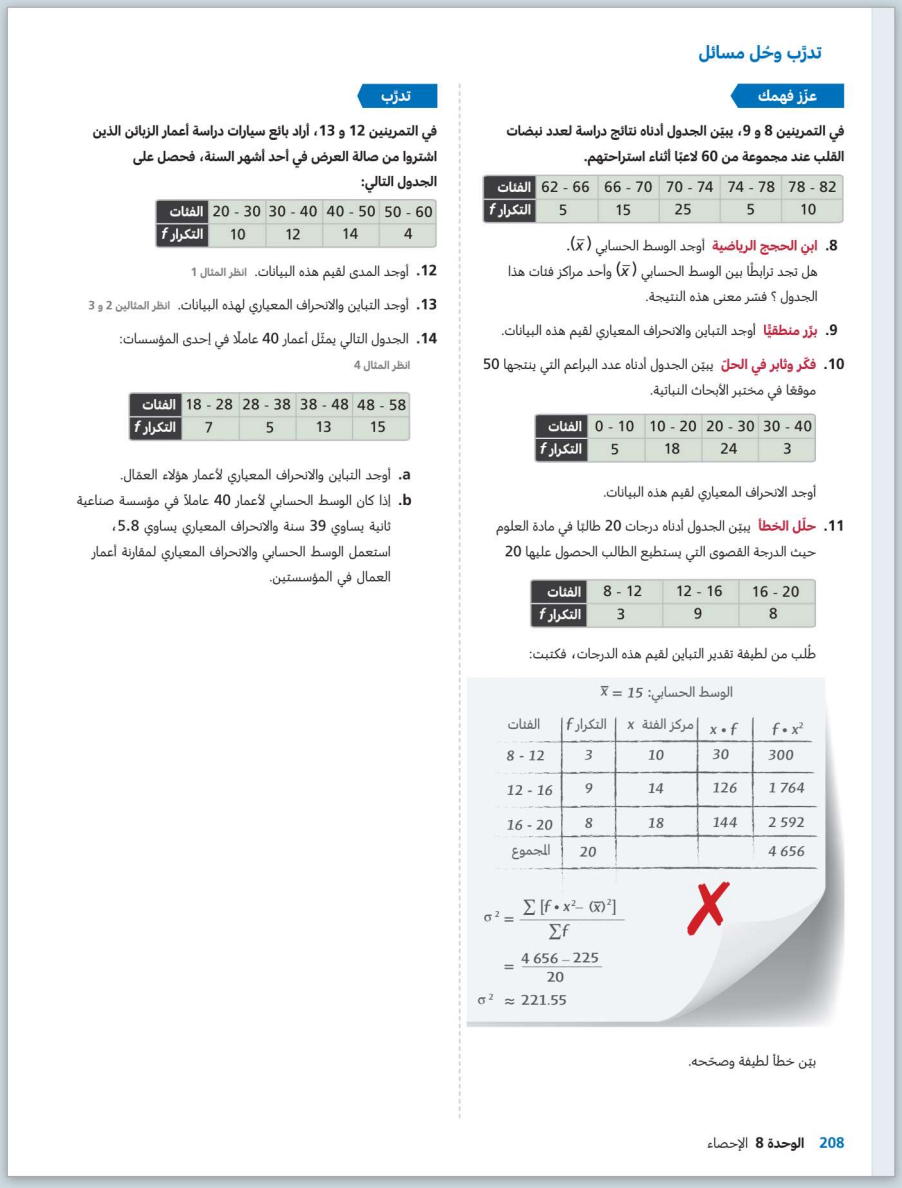
إكمال الجدول : $\Sigma(f \cdot x^2) = 75\ 320$

التباين : $\sigma^2 = \frac{\Sigma(f \cdot x^2)}{\Sigma f} - (\bar{x})^2$

$\sigma^2 = \frac{75\ 320}{40} - 1\ 764 = 119$

الانحراف المعياري : $\sigma = \sqrt{119} \approx 10.9$

b. الوسط الحسابي لأعمار العمال في المؤسسة الثانية هو 39 سنة وهو أصغر من الوسط الحسابي لأعمار العمال في المؤسسة الأولى الذي يساوي 42 سنة. لكن الانحراف المعياري لأعمار العمال في المؤسسة الثانية يساوي 5.8 وهو أصغر من الانحراف المعياري لأعمار العمال في المؤسسة الأولى. إذن، استنادًا إلى الانحراف المعياري، أعمار العمال في المؤسسة الثانية متقاربة أكثر بعضها من بعض وأقرب إلى الوسط الحسابي.



تدرَّب وحُل مسائل

عزِّز فهمك

في التمرينين 8 و 9، يبيّن الجدول أدناه نتائج دراسة لعدد نبضات القلب عند مجموعة من 60 لاعبًا أثناء استراحتهم.

الفئات	62 - 66	66 - 70	70 - 74	74 - 78	78 - 82
التكرار f	5	15	25	5	10

8. **ابن الحجج الرياضية** أوجد الوسط الحسابي $(\bar{x})$.
هل تجد ترابطًا بين الوسط الحسابي $(\bar{x})$ وأحد مراكز فئات هذا الجدول ؟ فسّر معنى هذه النتيجة.

9. **برّر منطقيًا** أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

10. **فكّر وثابر في الحل** يبيّن الجدول أدناه عدد البراعم التي ينتجها 50 موقعًا في مختبر الأبحاث النباتية.

الفئات	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40
التكرار f	5	18	24	3

أوجد الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

11. **حلّل الخطأ** يبيّن الجدول أدناه درجات 20 طالبًا في مادة العلوم حيث الدرجة القصوى التي يستطيع الطالب الحصول عليها 20

الفئات	8 - 12	12 - 16	16 - 20
التكرار f	3	9	8

طُلب من لطيفة تقدير التباين لقيم هذه الدرجات، فكتبت:

الوسط الحسابي: $\bar{x} = 15$

الفئات	التكرار f	مركز الفئة x	$x \cdot f$	$f \cdot x^2$
8 - 12	3	10	30	300
12 - 16	9	14	126	1 764
16 - 20	8	18	144	2 592
المجموع	20			4 656

$\sigma^2 = \frac{\sum [f \cdot x^2 - (\bar{x})^2]}{\sum f}$

$= \frac{4\ 656 - 225}{20}$

$\sigma^2 \approx 221.55$

بيّن خطأ لطيفة وصحّحه.

تدرَّب

في التمرينين 12 و 13، أراد بائع سيارات دراسة أعمار الزبائن الذين اشتروا من صالة العرض في أحد أشهر السنة، فحصل على الجدول التالي:

الفئات	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
التكرار f	10	12	14	4

12. أوجد المدى لقيم هذه البيانات. انظر المثال 1

13. أوجد التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات. انظر المثالين 2 و 3

14. الجدول التالي يمثّل أعمار 40 عاملًا في إحدى المؤسسات: انظر المثال 4

الفئات	18 - 28	28 - 38	38 - 48	48 - 58
التكرار f	7	5	13	15

a. أوجد التباين والانحراف المعياري لأعمار هؤلاء العمّال.
b. إذا كان الوسط الحسابي لأعمار 40 عاملًا في مؤسسة صناعية ثانية يساوي 39 سنة والانحراف المعياري يساوي 5.8، استعمل الوسط الحسابي والانحراف المعياري لمقارنة أعمار العمال في المؤسستين.

208 الوحدة 8 الإحصاء

الإجابات

15. a. إنشاء جدول :

$\Sigma f = 60,\ \Sigma(x \bullet f) = 1\ 200,\ \overline{x} = 20$

إكمال الجدول : $\Sigma(f \bullet x^2) = 28\ 500$

التباين : $\sigma^2 = \frac{28\ 500}{60} - 400 = 75$

الانحراف المعياري : $\sigma = \sqrt{75} \approx 8.66$

b. إنشاء جدول :

$\Sigma f = 60,\ \Sigma(x \bullet f) = 1\ 320,\ \overline{x} = 22$

إكمال الجدول : $\Sigma(f \bullet x^2) = 33\ 540$

التباين : $\sigma^2 = \frac{33\ 540}{60} - 484 = 75$

الانحراف المعياري : $\sigma = \sqrt{75} \approx 8.66$

يصبح الوسط الحسابي 22، أي بزيادة مقدارها 2، لكن التباين والانحراف المعياري لا يتغيران.

16. a. إنشاء جدول :

$\Sigma f = 20,\ \Sigma(x \bullet f) = 200,\ \overline{x} = 10$

إكمال الجدول : $\Sigma(f \bullet x^2) = 2\ 544$

التباين : $\sigma^2 = \frac{2\ 544}{20} - 100 = 27.2$

الانحراف المعياري : $\sigma = \sqrt{27.2} \approx 5.215$

b. الجدول بعد ضرب حدود الفئات في 2

الفئات	0 - 8	8 - 16	16 - 24	24 - 32	32 - 40
التكرار f	3	5	4	5	3

إنشاء جدول :

$\Sigma f = 20,\ \Sigma(x \bullet f) = 400,\ \overline{x} = 20$

إكمال الجدول : $\Sigma[f \bullet (x - \overline{x})^2] = 2\ 176$

التباين : $\sigma^2 = \frac{2\ 176}{20} = 108.8$

الانحراف المعياري : $\sigma = \sqrt{108.8} \approx 10.43$

الوسط الحسابي يصبح ضعف الوسط الحسابي السابق :

$20 = 2 \times 10$

التباين يصبح 4 أضعاف التباين السابق :

$108.8 = 4 \times 27.2$

الانحراف المعياري يصبح ضعف الانحراف المعياري السابق : $10.43 = 2 \times 5.215$

17. a. جدول الأسبوع الأول :

$\Sigma f = 20,\ \Sigma(x \bullet f) = 6\ 000,\ \overline{x_1} = 300$

جدول الأسبوع الثاني :

$\Sigma f = 20,\ \Sigma(x \bullet f) = 6\ 000,\ \overline{x_2} = 300$

الوسط الحسابي في الجدولين يساوي 300 mg/L، لذا لا يمكن المقارنة بين هذه النتائج استنادًا إلى قيم الوسط الحسابي.

b. جدول الأسبوع الأول :

$\Sigma[f \bullet (x - \overline{x})^2] = 8\ 400$

التباين : $\sigma_1^2 = 420$

الانحراف المعياري : $\sigma_1 \approx 20.5$

جدول الأسبوع الثاني :

$\Sigma[f \bullet (x - \overline{x})^2] = 5\ 200$

التباين : $\sigma_2^2 = 260$

الانحراف المعياري : $\sigma_2 \approx 16.125$

الانحراف المعياري لنتائج الأسبوع الثاني أصغر من الانحراف المعياري لنتائج الأسبوع الأول :

$16.125 < 20.5$

c. الانحراف المعياري هو المقياس الأفضل لأنه يعطينا فكرة أفضل عن تشتت البيانات من حيث قربها بعضها من بعض وقربها من الوسط الحسابي. نتائج الأسبوع الثاني أفضل من نتائج الأسبوع الأول.

تدرَّب وحُل مسائل

طبّق

15. روابط في الرياضيات يبيّن الجدول أدناه المسافات التي يجتازها 60 عاملًا للوصول إلى مركز عملهم في إحدى المؤسسات إلى أقرب كيلومتر.

الفئات	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40
التكرار f	10	15	30	5

a. أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

b. إذا أضفنا العدد 2 إلى الحدود العليا والحدود الدنيا لفئات الجدول بحيث يصبح الجدول كما يلي:

الفئات	2 - 12	12 - 22	22 - 32	32 - 42
التكرار f	10	15	30	5

أوجد في هذه الحالة التباين والانحراف المعياري.
ماذا تلاحظ ؟ فسّر النتيجة التي حصلت عليها.

16. مهارات التفكير العليا يُبيّن الجدول أدناه كتل 20 طفلًا إلى أقرب كيلوجرام.

الفئات	0 - 4	4 - 8	8 - 12	12 - 16	16 - 20
التكرار f	3	5	4	5	3

a. أوجد الانحراف المعياري للكتل.

b. ماذا يحدث للانحراف المعياري إذا ضربنا حدود الفئات في العدد 2 ؟ فسّر النتيجة التي حصلت عليها.

17. برّر منطقيًا تعتمد المختبرات على التحاليل المخبرية لدراسة وتصحيح الأخطاء، لذلك تمّ تحليل الأملاح في البول لـ 20 شخصًا على مدى أسبوعين متتاليين وكانت النتائج بالملّجرام في اللتر كما يبيّن الجدولان أدناه:

جدول الأسبوع الأول

الفئات	260 - 280	280 - 300	300 - 320	320 - 340
التكرار f	4	6	6	4

جدول الأسبوع الثاني

الفئات	260 - 280	280 - 300	300 - 320	320 - 340
التكرار f	2	8	8	2

a. أوجد الوسط الحسابي لكل جدول. ماذا تلاحظ ؟ وضّح إجابتك.

b. أوجد الانحراف المعياري لكل جدول. ماذا تلاحظ ؟ وضّح إجابتك.

c. هل سيكون الوسط الحسابي هو المقياس الأفضل أم الانحراف المعياري لتحقيق المقارنة وتصحيح الأخطاء ؟ ولماذا ؟

تدرّب على إختبار

18. يبيّن الجدول أدناه عدد الرسائل التي أرسلها 50 شخصًا إلى أصدقائهم.

الفئات	25 - 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65
التكرار f	10	16	18	6

المدى لقيم هذه البيانات يساوي:

A. 20

B. 40

C. 45

D. 90

19. اختبار SAT/ACT إذا كان الانحراف المعياري لقيم مجموعة بيانات يساوي 9 فإن التباين يساوي:

Ⓐ 3

Ⓑ 4.5

Ⓒ 18

Ⓓ 81

20. مهمة أدائية كوّن جدولًا يتضمّن أربع فئات ذات أطوال متساوية تمثّل كتل طلاب صفك إلى أقرب كيلوجرام على أن يكون مركز الفئات عددًا صحيحًا.

الجزء A أوجد الوسط الحسابي للكتل.

الجزء B أوجد التباين والانحراف المعياري. هل كتل الطلاب قريبة أم بعيدة عن الوسط الحسابي ؟ وضّح إجابتك.

الجزء C ماذا يحدث للتباين وللانحراف المعياري إذا أضفت العدد 2 إلى حدود الفئات ؟ فسّر النتيجة التي حصلت عليها.

الدرس 8-2 مقاييس التشتت 209

الإجابات

20. قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة :

الفئات	60 - 64	64 - 68	68 - 72	72 - 76
التكرار	4	5	8	3

الجزء A إنشاء جدول :

$\Sigma f = 20,\ \Sigma(x \bullet f) = 1\ 360,\ \overline{x} = 68$

الوسط الحسابي لكتل الطلاب يساوي : 68 kg

الجزء B $\Sigma\left[f \bullet (x - \overline{x})^2\right] = 304$

التباين : $\sigma^2 = \frac{304}{20} = 15.2$

الانحراف المعياري : $\sigma = \sqrt{15.2} \approx 3.9$

بما أن الانحراف المعياري يساوي 3.9 تقريبًا وهو صغير جدًّا، فإن البيانات قريبة جدًّا بعضها من بعض وقريبة من الوسط الحسابي $\overline{x} = 68$ الذي يمثل الحد الأدنى للفئة 68 - 72

الجزء C عند إضافة 2 إلى حدود الفئات يصبح الجدول كما يلي :

الفئات	62 - 66	66 - 70	70 - 74	74 - 78
التكرار	4	5	8	3

إنشاء جدول : $\Sigma f = 20,\ \Sigma(x \bullet f) = 1\ 400,$
$\overline{x} = 70$

إكمال الجدول : $\Sigma\left[f \bullet (x - \overline{x})^2\right] = 304$

التباين : $\sigma^2 = \frac{304}{20} = 15.2$

الانحراف المعياري : $\sigma = \sqrt{15.2} \approx 3.9$

يصبح الوسط الحسابي 70، أي أكبر بمقدار 2 من الوسط الحسابي السابق. لكن التباين والانحراف المعياري لا يتغيران.