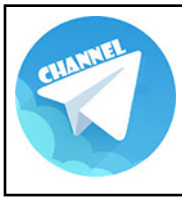
شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج القطرية

مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة الرابعة قانون الجيب

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-05-01 10:33:07

التواصل الاجتماعي بحسب المستوى العاشر



اضغط هنا للحصول على جميع روابط "المستوى العاشر"

روابط مواد المستوى العاشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	حل تدريبات الكتاب الوحدة الرابعة الدرس الثالث النسب المثلثية ومقلوباتها
2	حل تدريبات الكتاب الوحدة الرابعة الدرس الثاني النسب المثلثية
3	حل تدريبات الكتاب الوحدة الرابعة الدرس الأول
4	الخطة الفصلية

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
5	تدريبات ومراجعات في المصفوفات والعمليات عليها

ملخص المفهوم قانون الجيب

س: ما العلاقة بين قياس زاوية في مثلث وطول الضلع المقابل لها ؟

[نسبة جيب الزاوية إلى طول الضلع المقابل لها ثابتة لكل أضلاع وزوايا المثلث.]

س: متى يمكن تطبيق قانون الجيب ؟

[إذا كنا نعرف قياس زاويتين وطول ضلع في مثلث، أو إذا كنا نعرف طول ضلعين في المثلث وقياس إحدى الزاويتين المقابلتين لهذين الضلعين.]

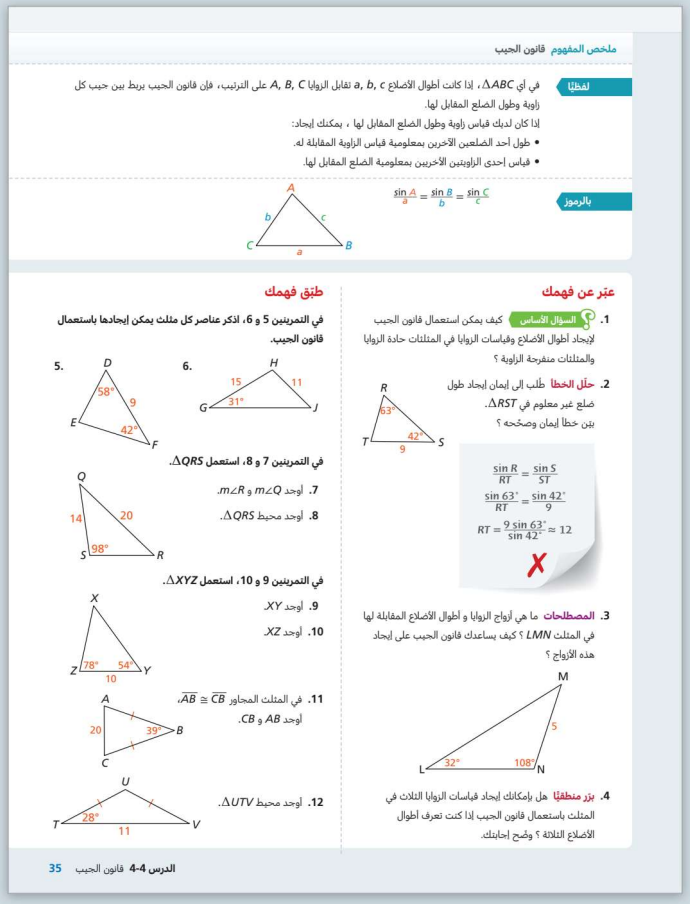
عبّر عن فهمك | طبّق فهمك

خطأ شائع

التمرين 11 قد لا يكون الطلاب قادرين على إيجاد $m\angle A$ أو $m\angle C$، أي غير قادرين على حل المسألة. اطلب من الطلاب تحديد نوع المثلث. اسأل الطلاب عن نوع زاويتي القاعدة في مثلث متطابق الضلعين، ثم اطلب منهم حساب قياس زاويتي القاعدة، وكتابة تناسب لإكمال حل المسألة. قد يكرر الطلاب نفس الخطأ في التمرين 12

الإجابات

1. ترتبط أطوال أضلاع المثلث وقياسات زواياه بقانون الجيب. ينص قانون الجيب على أن ناتج قسمة جيوب الزوايا الثلاث في مثلث على أطوال الأضلاع المقابلة لكل زاوية ثابت. إذن، يمكنك كتابة تناسب وحله لإيجاد طول الضلع المجهول أو قياس الزاوية المجهول باستعمال قانون الجيب.
2. استعملت إيمان الضلعين المجاورين للزاويتين بدلًا من الضلعين المقابلين لهما.
3. $\angle L$، MN؛ $\angle M$، LN؛ $\angle N$، LM؛ يمكن استعمال قانون الجيب لإيجاد طول LM باستعمال المعلومات المعطاة. باستعمال نظرية مجموع زوايا المثلث لإيجاد $m\angle M$، يمكن أيضًا إيجاد LN.
4. كلّا؛ لتطبيق قانون الجيب يجب أن تعرف على الأقل طول الضلع المقابل لزاوية قياسها معلوم.
5. EF, ED
6. $m\angle J$, GJ
7. $m\angle Q = 38.1°$, $m\angle R = 43.9°$
8. 46.5
9. 13.2
10. 10.9
11. 30
12. 23.5



ملخص المفهوم قانون الجيب

لفظيًا

في أي ΔABC، إذا كانت أطوال الأضلاع a, b, c تقابل الزوايا A, B, C على الترتيب، فإن قانون الجيب يربط بين جيب كل زاوية وطول الضلع المقابل لها.

إذا كان لديك قياس زاوية وطول الضلع المقابل لها ، يمكنك إيجاد:

- طول أحد الضلعين الآخرين بمعلومية قياس الزاوية المقابلة له.
- قياس إحدى الزاويتين الأخريين بمعلومية الضلع المقابل لها.

بالرموز

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

عبّر عن فهمك

1. السؤال الأساس كيف يمكن استعمال قانون الجيب لإيجاد أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا في المثلثات حادة الزوايا والمثلثات منفرجة الزاوية ؟
2. حلّل الخطأ طُلب إلى إيمان إيجاد طول ضلع غير معلوم في ΔRST. بيّن خطأ إيمان وصحّحه ؟

$$\frac{\sin R}{RT} = \frac{\sin S}{ST}$$
$$\frac{\sin 63°}{RT} = \frac{\sin 42°}{9}$$
$$RT = \frac{9 \sin 63°}{\sin 42°} \approx 12$$

3. المصطلحات ما هي أزواج الزوايا و أطوال الأضلاع المقابلة لها في المثلث LMN ؟ كيف يساعدك قانون الجيب على إيجاد هذه الأزواج ؟
4. برّر منطقيًا هل بإمكانك إيجاد قياسات الزوايا الثلاث في المثلث باستعمال قانون الجيب إذا كنت تعرف أطوال الأضلاع الثلاثة ؟ وضّح إجابتك.

طبّق فهمك

في التمرينين 5 و 6، اذكر عناصر كل مثلث يمكن إيجادها باستعمال قانون الجيب.

في التمرينين 7 و 8، استعمل ΔQRS.

7. أوجد $m\angle R$ و $m\angle Q$.
8. أوجد محيط ΔQRS.

في التمرينين 9 و 10، استعمل ΔXYZ.

9. أوجد XY.
10. أوجد XZ.
11. في المثلث المجاور، $\overline{AB} \cong \overline{CB}$، أوجد AB و CB.
12. أوجد محيط ΔUTV.

الدرس 4-4 قانون الجيب 35

تدرَّب وحُل مسائل

دليل المهام

أساسي	متقدم
13-31, 34-39	13-17, 20-39

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	18-20, 37	2
2	17, 21-23	2
	14, 16, 34	3
3	24-29, 38	2
	13	3
4	30-33	2
	15, 35, 36	3
	39	4

الإجابات

13. لم يجد أحمد معكوس جيب القيمة التي حسبها.
الإجابة الصحيحة:
$m\angle M = 60.6°$

14. كلّا؛ لأنك لا تعرف طول الضلع المقابل لأي من الزاويتين المعلومتين.

15. يمكن إيجاد قياس الزاوية الثالثة بطرح مجموع الزاويتين الأخريين من 180°، وبعد ذلك يمكن إيجاد طول ضلع أو الضلعين الباقيين باستعمال قانون الجيب.

16. باستعمال صيغة المسافة بين نقطتين، كان طول $\overline{AC}$ هو القيمة $\sqrt{18} = 4.2426...$، و باستعمال قانون الجيب، كانت القيمة $4.2429...$، يتطابق العددين حتى الأجزاء من ألف. يمكن أن تكون قياسات الزوايا في المخطط مقربة، وهذا يفسّر الفرق بين النتيجتين.

17. استعمل قانون الجيب للحصول على $QR = \frac{9 \sin 42°}{\sin 37°}$.
استعمل نظرية مجموع زوايا المثلث لتجد أن $m\angle Q = 101°$. بعد ذلك، استعمل قانون الجيب للحصول على $PR = \frac{9 \sin 101°}{\sin 37°}$. المقدار الذي يمثل المحيط هو $9 + \frac{9 \sin 42°}{\sin 37°} + \frac{9 \sin 101°}{\sin 37°}$

18. 5.8

19. 43.7

20. 4.3

21. 17.3

22. 12.4

23. 15.8

24. 42.4°

25. 18.3°

26. 57°

27. 36.2°

28. 34°

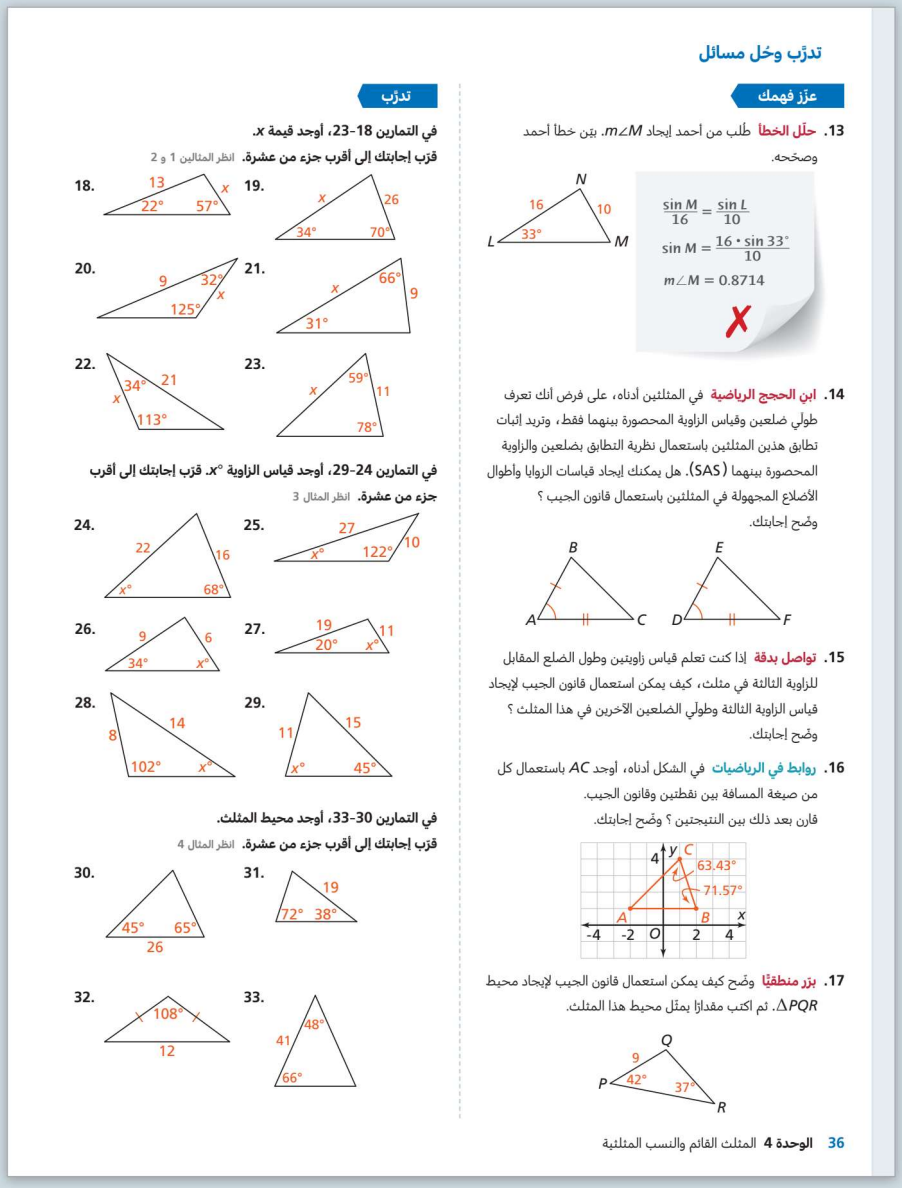
29. 74.6°

30. 70.6

31. 50.1

32. 26.8

33. 115.4



تدرَّب وحُل مسائل

عزِّز فهمك

13. حلّل الخطأ طُلب من أحمد إيجاد $m\angle M$. بيّن خطأ أحمد وصحّحه.

$\frac{\sin M}{16} = \frac{\sin L}{10}$

$\sin M = \frac{16 \cdot \sin 33°}{10}$

$m\angle M = 0.8714$

✗

14. ابن الحجج الرياضية في المثلثين أدناه، على فرض أنك تعرف طولي ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما فقط، وتريد إثبات تطابق هذين المثلثين باستعمال نظرية التطابق بضلعين والزاوية المحصورة بينهما (SAS). هل يمكنك إيجاد قياسات الزوايا وأطوال الأضلاع المجهولة في المثلثين باستعمال قانون الجيب ؟ وضّح إجابتك.

15. تواصل بدقة إذا كنت تعلم قياس زاويتين وطول الضلع المقابل للزاوية الثالثة في مثلث، كيف يمكن استعمال قانون الجيب لإيجاد قياس الزاوية الثالثة وطولي الضلعين الآخرين في هذا المثلث ؟ وضّح إجابتك.

16. روابط في الرياضيات في الشكل أدناه، أوجد AC باستعمال كل من صيغة المسافة بين نقطتين وقانون الجيب.
قارن بعد ذلك بين النتيجتين ؟ وضّح إجابتك.

17. برز منطقيًا وضّح كيف يمكن استعمال قانون الجيب لإيجاد محيط ΔPQR. ثم اكتب مقدارًا يمثّل محيط هذا المثلث.

تدرَّب

في التمارين 18-23، أوجد قيمة x.
قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة. انظر المثالين 1 و 2

18. 13, 22°, 57°, x
19. x, 26, 34°, 70°
20. 9, 32°, x, 125°
21. x, 66°, 9, 31°
22. 34°, 21, x, 113°
23. x, 59°, 11, 78°

في التمارين 24-29، أوجد قياس الزاوية x°. قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة. انظر المثال 3

24. 22, 16, x°, 68°
25. 27, x°, 122°, 10
26. 9, 6, 34°, x°
27. 19, 20°, 11, x°
28. 14, 8, 102°, x°
29. 11, 15, x°, 45°

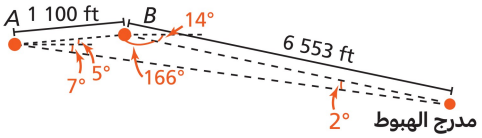
في التمارين 30-33، أوجد محيط المثلث.
قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة. انظر المثال 4

30. 45°, 65°, 26
31. 19, 72°, 38°
32. 108°, 12
33. 48°, 41, 66°

الإجابات

34. 23 ft

35. 6 553 ft



36. كلا؛ باستعمال قانون الجيب، المسافة بين النقطة Y والرصيف البحري تساوي 4.0293 mi تقريبًا. باستعمال تعريف نسبة الجيب، المسافة بين الرصيف البحري وخط السفر تساوي 3.8098 mi تقريبًا. سيقطع المركب أكثر من ميل خارج المنطقة المحظورة.

37. 4.6

39. الجزء A في المثلث CDE:

$$m\angle DCE = 180° - (99.4° + 29.0°) = 51.6°$$

في المثلث BCD:

$$\frac{\sin D}{BC} = \frac{\sin C}{BD}, \quad \frac{\sin 29.0°}{7.6} = \frac{\sin C}{15.2}$$

إذن $m\angle C = 75.8°$

أو $m\angle C = 180° - 75.8° = 104.2°$

الحالة الأولى: $m\angle C = 104.2°$

$m\angle BCA = 104.2° - 51.6° = 52.6°$

في المثلث ABC:

$$\frac{\sin A}{BC} = \frac{\sin C}{AB}, \quad \frac{\sin 19.8°}{7.6} = \frac{\sin 52.6°}{AB}$$

إذن، $AB \approx 17.8$ ft

الحالة الثانية: $m\angle C = 75.8°$

في حال اعتماد هذه الحالة، نجد أن:

$AB \approx 9.2$ ft

في المثلث ABC نجد أن:

$AC - BC = 21.4 - 7.6 = 13.8 > 9.2$

وهذا غير منطقي بالنسبة لمتباينة المثلث *Triangle inequality* حيث يجب أن يكون: $AC - BC < AB < AC + BC$

وهذا لم يتحقق في هذه الحالة.

إذن الحل الصحيح: $AB \approx 17.8$ ft

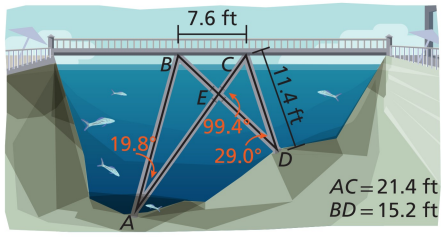
يمكن إيجاد AB بطريقة أخرى، بتطبيق قانون جيب الزاوية في ΔBCD لإيجاد $m\angle B = 46.7°$ ، ثم نحسب قياس الزاوية ECB وهو 52.7° ، ونطبق قانون جيب الزاوية في ΔABC فنحصل على الطول AB يساوي 17.8 ft

نلاحظ أنه في حال اعتماد الزاوية B منفرجة بقياس 133.3° ، سيكون قياس الزاوية ECB سالبًا وهذا غير صحيح.

إذن الحل الصحيح: $AB \approx 17.8$ ft

الجزء B ليس لدى المهندس معلومات كافية لإيجاد طول أي من العارضتين الجديدتين. بما أنه يعرف طول كل من $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ ، يمكنه حساب قياس كل من الزاويتين اللتين تكوّنهما هاتان العارضتان مع الجسر.

لذا عليه معرفة قياس أي زاوية أخرى أو طول أي ضلع آخر في المثلثين المكونين من العارضتين الجديدتين والعارضتين القديمتين.



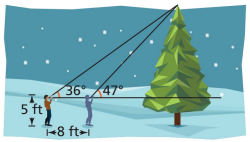
إذن، لإيجاد طولي العارضتين الجديدتين يجب عليه معرفة طول الجسر من النقطة B إلى طرف جسر العبور من جهة اليسار وطول الجسر من النقطة C إلى طرف جسر العبور من جهة اليمين، ومعرفة قياس كل من الزاويتين اللتين تكوّنهما العارضتان الجديدتان مع الجسر أو قياس الزاويتين اللتين تكوّنهما العارضتان الجديدتان مع الطرفين السفليين لكل من $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$.

تدرَّب وحُل مسائل

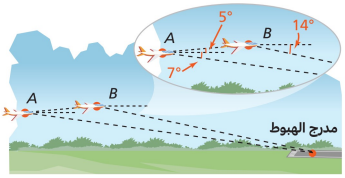
طبق

34. فكّر وثابر في الحل لإيجاد ارتفاع شجرة، استعمل موظف في محمية طبيعية جهاز قياس للزوايا. من مسافة معينة بعيدًا عن الشجرة، وجد أنّ قياس الزاوية التي يشكلها المستقيم الأفقي مع رأس الشجرة 47° ، ثم تراجع 8ft إلى الخلف وقاس نفس الزاوية من جديد فوجدها 36°.

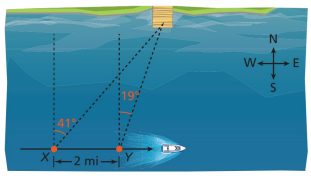
أوجد ارتفاع الشجرة مقربًا إجابتك إلى أقرب قدم.



35. روابط في الرياضيات عند النقطة A، عاين قائد طائرة شراعية مدرج الهبوط فوجد أن قياس زاوية اتجاه الطائرة مع مدرج الهبوط هو 7° ، ولكن بسبب هبوب عاصفة أُجبر الطيّار على الارتفاع بزاوية قياسها 5° ثمّ اجتاز مسافة 1 100 ft فوصل إلى النقطة B ، حيث عاين قياس زاوية اتجاه الطائرة مع مدرج الهبوط فوجدها 14° ، أوجد المسافة بين النقطة B ومدرج الهبوط مقربًا إجابتك إلى أقرب قدم.



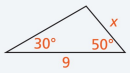
36. مهارات التفكير العليا أبحر أحد المراكب نحو الشرق. عند النقطة X وجد القبطان أن قياس الزاوية شرق شمال 41° مع الرصيف البحري، وبعد أن ابتعد في مساره مسافة 2 mi عن النقطة X وصل إلى النقطة Y. ثم قاس الزاوية شرق شمال فوجدها 19° مع الرصيف البحري. توجد منطقة محظور الدخول إليها، دائرية الشكل وطول نصف قطرها 2.5 mi ومركزها في نهاية الرصيف البحري. هل سيدخل المركب المنطقة المحظورة ؟ وضّح إجابتك.



تدرَّب على اختبار

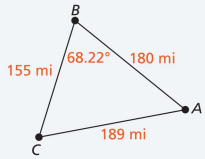
37. أوجد قيمة x في المثلث أدناه.

قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.



38. اختبار SAT/ACT إذا كانت A, B, C ثلاث مدن.

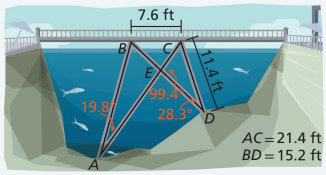
ما قياس الزاوية المحصورة بين الطريقين عند المدينة A ؟



Ⓐ 55.10° Ⓑ 49.60°

Ⓒ 72.28° Ⓓ 40.40°

39. مهمة أدائية أوكلت إلى أحد المهندسين مهمة تصميم جسر عبور، ولكن ليس لديه سوى بعض المعطيات المطلوبة لتنفيذ التصميم. ساعده على إيجاد بقية المعطيات.



الجزء A أوجد طول $\overline{AB}$ مقرّبًا إلى أقرب جزء من عشرة. وضّح إجابتك.

الجزء B وجد المهندس أنه بحاجة إلى بناء عارضة دعم بين النقطة A وطرف جسر العبور من جهة اليسار، وعارضة دعم بين النقطة D وطرف جسر العبور من جهة اليمين.

هل يوجد ما يكفي من المعطيات لإيجاد طولَي العارضتين ؟

إذا كانت الإجابة نعم، أوجد هذين الطولين.

أما إذا كانت لا، فوضّح نوع المعطيات التي يحتاج إليها المهندس.