شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج القطرية

مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس مماسات الدائرة

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-05-01 13:53:14

التواصل الاجتماعي بحسب المستوى العاشر

اضغط هنا للحصول على جميع روابط "المستوى العاشر"

روابط مواد المستوى العاشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة السادسة درس طول القوس ومساحة القطاع الدائري
2	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة الخامسة درس المعادلات الأسية
3	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة الخامسة درس خصائص الجذور

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
4	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة الخامسة درس الحذور النونية والأسس النسبية
5	مراجعة شاملة وحل تدريبات الوحدة الرابعة قانون الجيب

ملخص المفهوم مماسات الدائرة

س: هل كل مستقيم متعامد مع نصف قطر دائرة يكون مماسًا لها ؟

[لا ؛ يجب أن يمر هذا المستقيم المتعامد بنقطة التقاطع مع نصف القطر الواقعة على الدائرة.]

عبّر عن فهمك | طبّق فهمك

خطأ شائع

التمرين 6 الطلاب الذين اجاباتهم غير صحيحة ربما لم يدركوا أن $BQ = 4 + 3 = 7$. شجع الطلاب على كتابة طول كل نصف قطر على المخطط قبل البدء بحل المسألة.

الإجابات

1. يتعامد مماس الدائرة مع نصف قطرها عند نقطة التماس.

2. يبدو أن النقطة A هي نقطة التقاطع الوحيدة، ولكن باستعمال نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث، $m\angle A = 89°$، وبالتالي $\overline{AB}$ لا يتعامد مع $\overline{AG}$، و $\overline{AB}$ ليس مماسًا.

3. نعم؛ يمكن رسم نصف قطر من أي نقطة على الدائرة، ويمكن رسم مستقيم متعامد مع أي نصف قطر عند النقطة الواقعة على الدائرة.

4. بما أن $\angle QSB$, $\angle APQ$, $\angle QRB$ زوايا قائمة، فإن $\angle PAS$ و $\angle PQS$ متكاملتان، و $\angle RBS$ و $\angle RQS$ متكاملتان. وبما أن $\angle RQS$ و $\angle PQS$ تشكلان زوجًا خطيًا (أي تكون زاوية مستقيمة) فإنهما متكاملتان.
إذن، $\angle RQS \cong \angle PAS$ و $\angle PQS \cong \angle RBS$

5. لا؛ قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة:
$m\angle M = m\angle N + m\angle B$; $167 = m\angle N + 79$; $m\angle N = 88°$
أي أن $m\angle N$ لا يساوي $90°$، وبالتالي $\overline{MN}$ ليس متعامدًا على $\overline{BN}$. إذن، $\overline{MN}$ ليس مماسًا للدائرة B عند N.

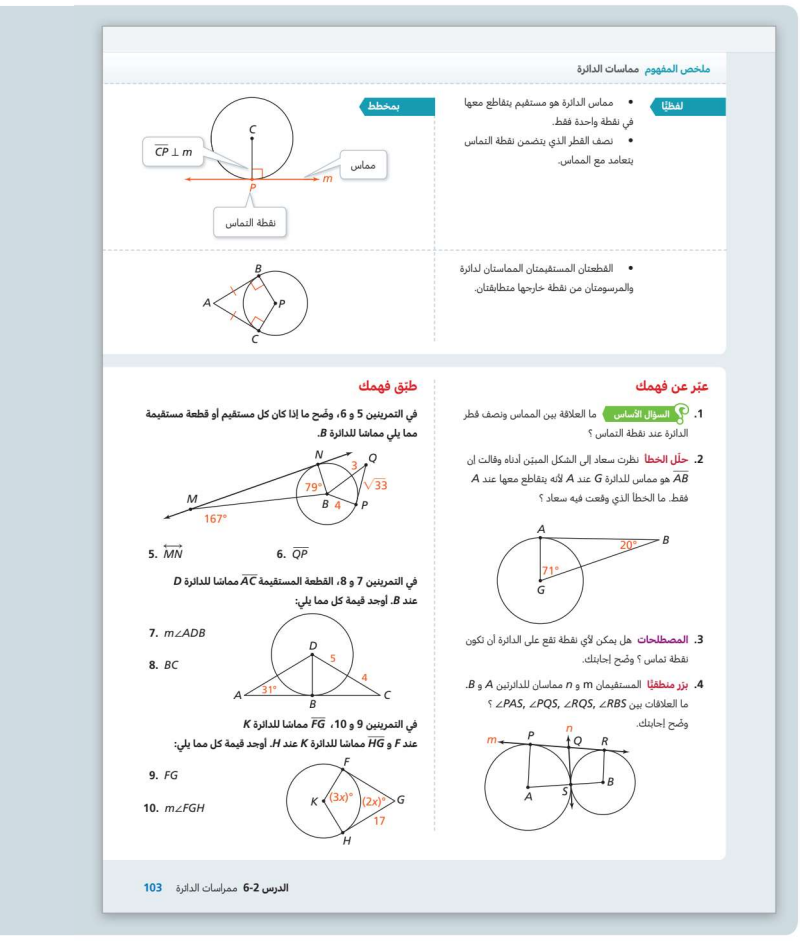
6. نعم؛ $BP^2 + PQ^2 = 4^2 + \sqrt{33}^2 = 49 = BQ^2$. إذن المثلث BPQ قائم الزاوية، بالتالي $\overline{PQ}$ متعامد على $\overline{BP}$.
إذن $\overline{PQ}$ مماس للدائرة B عند P.

7. $59°$

8. $2\sqrt{14}$ وحدة طول.

9. 17 وحدة طول.

10. $72°$



تدرّب وحُل مسائل

دليل المهام

أساسي	متقدم
11-21, 23-28	11-15, 17-28

تحليل التمارين

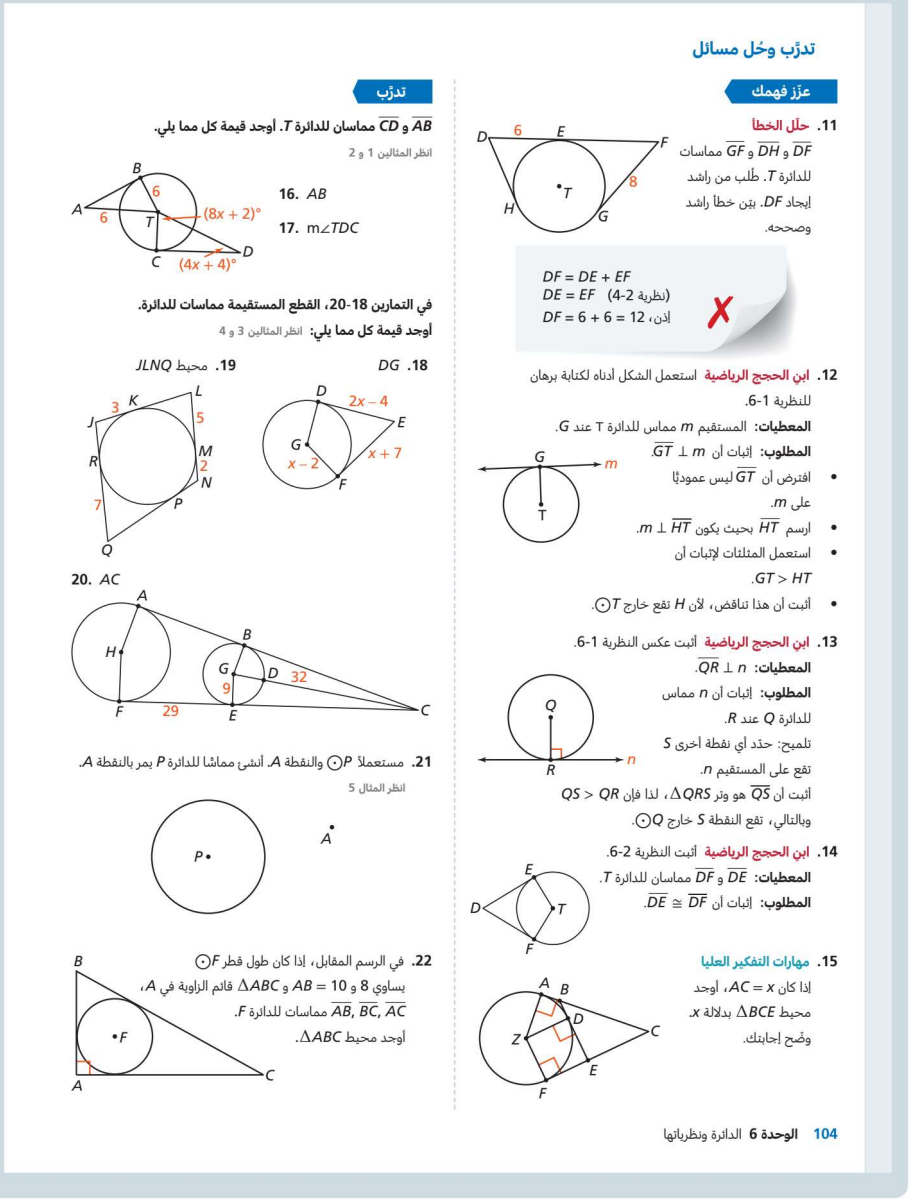
المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	27	2
	12, 13, 26	3
2	16, 17	2
	23	3
3	11, 18, 19	2
	14, 15, 20, 22	3
4	24, 25	3
	28	4
5	21	2

الإجابات

11. لم يطبق راشد النظرية 6-2 بطريقة صحيحة.
بحسب النظرية 6-2، $DE = DH$ و $EF = FG$،
إذن، $DF = 14$.

12. المعطى: المستقيم m مماس للدائرة T عند G.
المطلوب: إثبات أن $\overline{GT} \perp m$

البرهان: افترض أن $\overline{GT}$ ليس عموديًا على m.
ارسم قطعة مستقيمة متعامدة مع m من النقطة T،
وسمّ نقطة التقاطع H.
إذن، ΔGHT قائم الزاوية. $\overline{GT}$ هو الوتر في المثلث
القائم لأنه الضلع المقابل للزاوية القائمة.
إذن، $GT > HT$. ولكن بما أن G هي نقطة التقاطع
الوحيدة بين $\odot T$ والمستقيم m،
فإن H تقع خارج $\odot T$. بما أن $\overline{GT}$ نصف قطر،
فإن $GT < HT$. لكن هذا يتناقض مع حقيقة
أن $GT > HT$. إذن الفرضية خاطئة وبالتالي $\overline{GT} \perp m$.



تدرّب وحُل مسائل

عزّز فهمك

11. حلّل الخطأ
$\overline{DF}$ و $\overline{DH}$ و $\overline{GF}$ مماسات للدائرة T. طُلب من راشد إيجاد DF. بيّن خطأ راشد وصححه.

$DF = DE + EF$
$DE = EF$ (نظرية 4-2)
إذن، $DF = 6 + 6 = 12$ ✗

12. ابن الحجج الرياضية استعمل الشكل أدناه لكتابة برهان للنظرية 1-6.
المعطيات: المستقيم m مماس للدائرة T عند G.
المطلوب: إثبات أن $\overline{GT} \perp m$.
- افترض أن $\overline{GT}$ ليس عموديًا على m.
- ارسم $\overline{HT}$ بحيث يكون $\overline{HT} \perp m$.
- استعمل المثلثات لإثبات أن $GT > HT$.
- أثبت أن هذا تناقض، لأن H تقع خارج $\odot T$.

13. ابن الحجج الرياضية أثبت عكس النظرية 1-6.
المعطيات: $\overline{QR} \perp n$.
المطلوب: إثبات أن n مماس للدائرة Q عند R.
تلميح: حدّد أي نقطة أخرى S تقع على المستقيم n.
أثبت أن $\overline{QS}$ هو وتر ΔQRS، لذا فإن $QS > QR$
وبالتالي، تقع النقطة S خارج $\odot Q$.

14. ابن الحجج الرياضية أثبت النظرية 2-6.
المعطيات: $\overline{DE}$ و $\overline{DF}$ مماسان للدائرة T.
المطلوب: إثبات أن $\overline{DF} \cong \overline{DE}$.

15. مهارات التفكير العليا
إذا كان $AC = x$، أوجد محيط ΔBCE بدلالة x.
وضّح إجابتك.

تدرّب

$\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ مماسان للدائرة T. أوجد قيمة كل مما يلي.
انظر المثالين 1 و 2

16. AB

17. $m\angle TDC$

في التمارين 18-20، القطع المستقيمة مماسات للدائرة.
أوجد قيمة كل مما يلي: انظر المثالين 3 و 4

18. DG

19. محيط $JLNQ$

20. AC

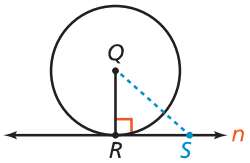
21. مستعملاً $\odot P$ والنقطة A. أنشئ مماسًا للدائرة P يمر بالنقطة A.
انظر المثال 5

22. في الرسم المقابل، إذا كان طول قطر $\odot F$ يساوي 8 و $AB = 10$ و ΔABC قائم الزاوية في A، $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ مماسات للدائرة F.
أوجد محيط ΔABC.

13. المعطيات: $\overline{QR} \perp n$

المطلوب: إثبات أن n مماس للدائرة Q عند R.

العمل: افترض أن S نقطة أخرى على المستقيم n وارسم قطعة مستقيمة $\overline{QS}$.



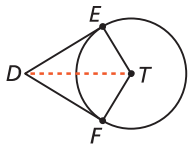
البرهان:

العبارات	الأسباب
1. $\overline{QR} \perp n$	1. معطى
2. ΔQRS مثلث قائم الزاوية	2. تعامد ضلعين في المثلث
3. $\overline{QS}$ هو وتر المثلث QRS	3. $\overline{QS}$ يقابل الزاوية القائمة في المثلث
4. $QS > QR$	4. الوتر أطول ضلع في المثلث قائم الزاوية
5. $\overline{QR}$ نصف قطر للدائرة	5. معطى
6. S تقع خارج الدائرة Q	6. كل أنصاف أقطار نفس الدائرة متطابقة
7. R هي نقطة التقاطع الوحيدة بين $\odot Q$ والمستقيم n.	7. S تقع خارج الدائرة Q
8. n مماس للدائرة Q عند النقطة R.	8. تعريف مماس الدائرة

14. المعطيات: $\odot T$ و $\overline{DE}$ مماس للدائرة عند النقطة E و $\overline{DF}$ مماس للدائرة عند النقطة F.

المطلوب: إثبات أن $\overline{DF} \cong \overline{DE}$.

العمل: ارسم $\overline{TD}$



البرهان:

العبارات	الأسباب
1. $\overline{TE}$ و $\overline{TF}$ نصفا قطر للدائرة T	1. معطيات
2. $\overline{TF} \cong \overline{TE}$	2. كل أنصاف أقطار نفس الدائرة متطابقة.
3. $\overline{DE}$ مماس للدائرة عند النقطة E	3. معطى
4. $\angle TED$ زاوية قائمة	4. النظرية 6-1
5. ΔTED مثلث قائم الزاوية	5. مثلث إحدى زواياه قائمة
6. $\overline{DF}$ مماس للدائرة عند النقطة F	6. معطى
7. $\angle TFD$ زاوية قائمة	7. النظرية 6-1
8. ΔTFD مثلث قائم الزاوية	8. مثلث أحد زواياه قائمة
9. $\Delta TED \cong \Delta TFD$	9. نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL)
10. $\overline{DE} \cong \overline{DF}$	10. نظرية تطابق الأجزاء المتناظرة في المثلثات المتطابقة

15. $2x$؛ بحسب النظرية 6-2:

$AC = FC$

$AB = BD$

$DE = EF$

إذن، $BD + BC = CA$

$DE + EC = FC$

16. $6\sqrt{3}$ وحدة

17. $32°$

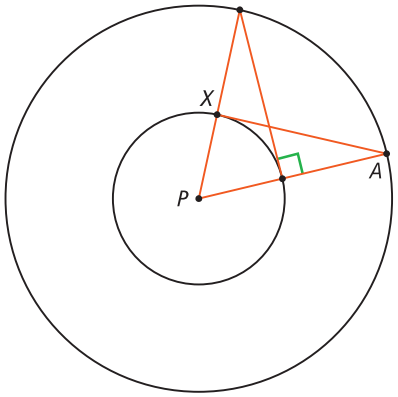
18. 9 وحدات

19. 34 وحدة

20. 69 وحدة

الإجابات

21.



إذن، مماس الدائرة P المار بالنقطة A هو $\overline{XA}$

22. 60

23. 6.1 in

24. 55.2 km تقريبًا

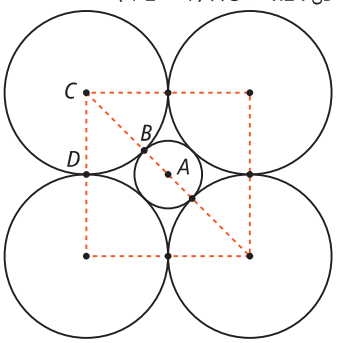
25. a. المساران هما مماسان للمنحنى، إذن قياس الزاوية عند النقطة P هو $74°$، كما أن النقطة P تقع على منصف الزاوية التي يكوّنها المساران. إذا كان x يمثل المسافة بين P ونقطة تقاطع المسارين، فإن $\cos 37° = \frac{450}{x}$، إذن $x \approx 563.5$ m. يجب أن يتبعوا منصف الزاوية من تقاطع المسارين مسافة 563.5 m لإيجاد P.

b. 8.4 km تقريبًا؛ طول المسار من المنحنى إلى تقاطع المسارين الموجودَين يساوي 339 m تقريبًا. طول المسار المنحنى 581 m تقريبًا.
$5 + 3.5 - 2(0.339) + 0.581 \approx 8.4$

28. الجزء A $(\sqrt{2} - 1)r$

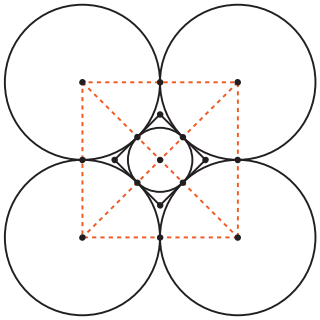
الجزء B قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة:

نعم؛ إذا كان طول نصف قطر الدائرة الكبيرة 3، فإن طول نصف قطر الدائرة الصغيرة 1.24 لأن $(\sqrt{2} - 1) \times 3 \approx 1.24$



$AB = 1.24$ cm
$CD = 3$ cm

الجزء C قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة:



تتعامد المماسات مع أنصاف أقطار الدوائر عند نقاط التماس. إذا تقاطع مماسان لنفس الدائرة، تكون المسافتان من نقطة التقاطع إلى نقطة التماس متساويتين.

تدرَّب وحُل مسائل

طبّق

23. فكّر وثابر في الحل تريد عائشة شراء حامل لكرة زجاجية مزخرفة طول قطرها 8 in وتفكّر في الحامل المبين جانبًا، وتريد معرفة الارتفاع h للجزء الذي سيكون مرئيًا من الكرة. أوجد قيمة h ؟

24. استعمل البنية ينظر جاسم من أعلى طابق في برج الشعلة على ارتفاع 238 m في يوم صافٍ. كم يبعد الأفق عن موقعه، علمًا أن طول نصف قطر الأرض حوالي 6 400 km ؟

25. روابط في الرياضيات يريد مخططو السكك الحديدية ربط مسارين مستقيمين بمسار منحنٍ كما هو في الشكل أدناه. يجب أن يكون طول نصف قطر المنحنى 450 m على الأقل.

a. اشرح كيف يستطيع المهندسون تحديد موقع النقطة P، مركز المقطع المنحني للمسار حيث يشكل المساران المستقيمان مماسين للدائرة التي تتضمن هذا المقطع المنحني.

b. بعد إنشاء المسار المنحني، ما المسافة التي ستقطعها القطارات بين المدينتين، حيث المسافة المعطاة إلى المدينة A أو B تبدأ من نقطة تقاطع المسارين المستقيمين؟ برّر إجابتك.

تدرَّب على اختبار

26. توصف الدائرة P بالمعادلة $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$. أي من المستقيمات التالية مماس للدائرة P ؟ اختر كل ما ينطبق.

Ⓐ $y = x + 3$ Ⓑ $y = 5$ Ⓒ $y = x$

Ⓓ $x = 2$ Ⓔ $y = -3$ Ⓕ $y = x - 3$

27. اختبار SAT/ACT المستقيم m مماس للدائرة A عند B. ما مساحة ΔABC ؟

Ⓐ 10 Ⓑ 18

Ⓒ $2\sqrt{65}$ Ⓓ $\frac{5\sqrt{65}}{2}$

28. مهمة أدائية يستند التصميم العربي أدناه إلى دوائر متماسة.

الجزء A إذا كان طول نصف قطر الدوائر الكبيرة هو r، فما طول نصف قطر الدوائر الصغيرة ؟

الجزء B اختر قيمة لطول نصف القطر الكبير وارسم النمط. قِس أطوال أنصاف أقطار الدوائر الصغيرة والكبيرة. هل ترتبط القيم بالطريقة التي وصفتها في الجزء A ؟

الجزء C في المخطط من الجزء B، عيّن النقاط التي تكون عندها الدوائر الصغيرة والكبيرة مماسة بعضها لبعض. اجمع المستقيمات التي تشكل مماسات للدوائر عند تلك النقاط. صِف كيف تؤكّد خطوط المماس التي رسمتها النظريتين 1-4 و 2-4