تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج القطرية

أوراق عمل الأستاذ أسامة منتصف الفصل

موقع المناهج ⇦ المناهج القطرية ⇦ المستوى العاشر ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ أوراق عمل ⇦ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-10-14 17:49:06

المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس

التواصل الاجتماعي بحسب المستوى العاشر

صفحة المناهج القطرية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الأول

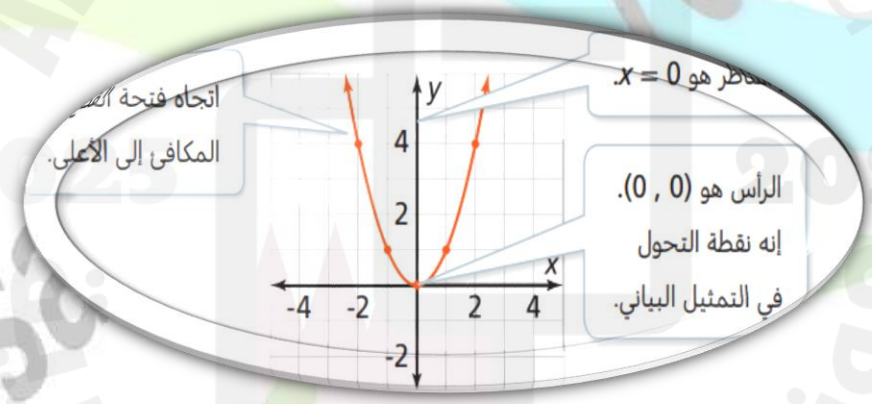
1	ورقة عمل حول الدوال التربيعية وخواصها
2	أسئلة وأوراق عمل منتصف الفصل في الدوال التربيعية
3	جدول مواصفات اختبار نهاية الفصل
4	كتاب الطالب
5	مراجعة اختبار نهاية الفصل الأول

الرياضيات

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

الصف العاشر

2024-2025



تدريبات إثرائية لا تغني عن الكتاب

سلسلة التَيّم في الرياضيات إعداد : أ.أسامة : 70529698

تدريبات إثرائية منتصف الفصل الأول -2024-2025

لا تنسونا من صالح الدعاء

الدروس المطلوبة في اختبار منتصف الفصل الأول

الوحدة الأولى : الدوال التربيعية
1-1 المميزات الأساسية للدالة التربيعية
1-2 الدوال التربيعية في صيغة الرأس
1-3 الدوال التربيعية في الصيغة القياسية
الوحدة الثانية: المعادلات والمتباينات التربيعية
2-1 حل المعادلات التربيعية باستعمال التمثيلات البيانية والجداول
2-2 حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى عوامل
2-3 إعادة كتابة المقادير الجذرية
2-5 إكمال المربع
2-6 القانون العام لحل المعادلات التربيعية والمميز

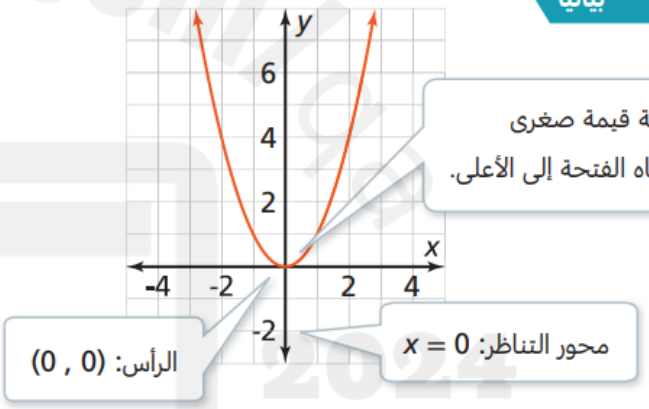
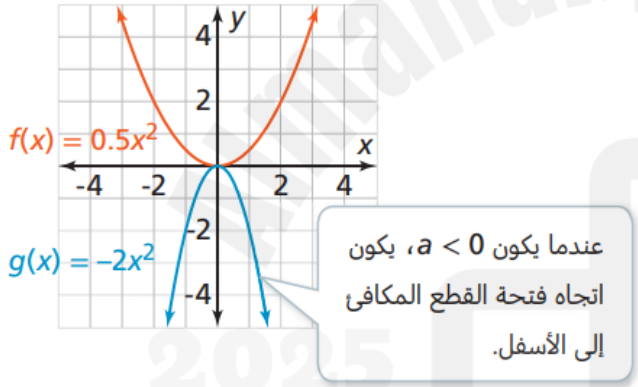
1-1 : المميزات الأساسية للدالة التربيعية

❖ **الدالة التربيعية الرئيسة هي :** $f(x) = x^2$

❖ **التمثل البياني لهذه الدلة هو منحنى يسمى قطع مكافئ**

أعظم سعة في الحياة أن تنجز شيئا قال عنه الآخرون مستحيل

ملخص المفهوم مميزات الدالة التربيعية $f(x) = ax^2$

$f(x) = x^2$	$f(x) = ax^2$
بيانيًا  	
■ تتناقص الدالة في الفترة $x < 0$ وتتزايد في الفترة $x > 0$	

ملاحظات:

أولا: كيف تؤثر قيمة a على التمثيل البياني؟

❖ عندما $0 < |a| < 1$، يكون شكل القطع المكافئ أكثر اتساعًا من القطع المكافئ للدالة الرئيسة.

عندما $|a| > 1$، يكون شكل القطع المكافئ أقل اتساعًا من القطع المكافئ للدالة الرئيسة.

ثانيا: كيف تؤثر إشارة a على التمثيل البياني؟

❖ عندما يكون $a > 0$، يكون اتجاه فتحة القطع المكافئ إلى الأعلى.

عندما يكون $a < 0$، يكون اتجاه فتحة القطع المكافئ إلى الأسفل.

المُلخص

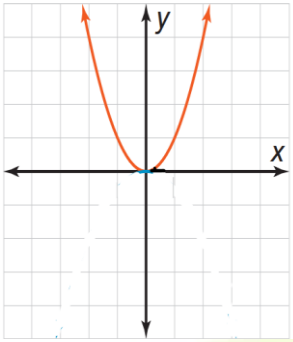
الدالة التربيعية : $f(x) = ax^2$

عندما : $a > 0$

عندما : $a < 0$

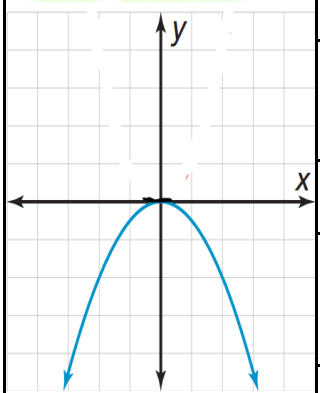
أولاً عندما : $a > 0$

1	محور التناظر	$x = 0$
2	اتجاه فتحة القطع المكافئ	نحو الأعلى
3	رأس القطع المكافئ (وهو أعلى أو أدنى نقطة في التمثيل البياني)	$(0,0)$ وهي قيمة صغرى هنا للقطع المكافئ
4	مجال الدالة	كل الأعداد الحقيقية
5	مدى الدالة	كل الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي الصفر
6	فترة التزايد	$x > 0$
7	فترة التناقص	$x < 0$



ثانياً عندما : $a < 0$

1	محور التناظر	$x = 0$
2	اتجاه فتحة القطع المكافئ	نحو الأسفل
3	رأس القطع المكافئ (وهو أعلى أو أدنى نقطة في التمثيل البياني)	$(0,0)$ وهي قيمة عظمى هنا للقطع المكافئ
4	مجال الدالة	كل الأعداد الحقيقية
5	مدى الدالة	كل الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي الصفر
6	فترة التزايد	$x < 0$
7	فترة التناقص	$x > 0$



السؤال 1

كيف تؤثر قيمة a على التمثيل البياني لكل دالة معطاة عند مقارنته بالتمثيل البياني للدالة التربيعية الرئيسة : $f(x) = x^2$ ؟

$h(x) = 0.8x^2$	$g(x) = 4x^2$
$k(x) = -0.4x^2$	$l(x) = -5x^2$

السؤال 2

لتكن الدالة $f(x) = 2\,x^2$ والمطلوب:

x	$f(x)$	(x, y)
0		

A) أكمل الجدول المجاور.

B) ما فترة التزايد؟

.....

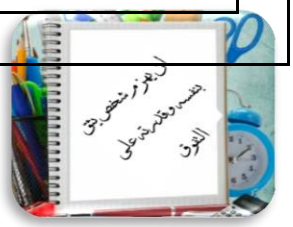
C) ما فترة التناقص؟

.....

السؤال 3

إذا كان اتجاه فتحة التمثيل البياني للدالة $f(x) = ax^2$ إلى الأسفل والتمثيل البياني أقل اتساعا من التمثيل البياني للدالة التربيعية الرئيسة ، أي مما يلي يمكن أن يكون قيمة a ؟

A	-2	C	-0.5
B	1	D	2



السؤال 4

في أي فترة تكون كل دالة متزايدة ؟ وفي أي فترة تكون متناقصة ؟

A)

x	$f(x) = -0.3x^2$	$(x\ ,\ y)$
−2	−1.2	(−2 , −1.2)
−1	−0.3	(−1 , −0.3)
0	0	(0 , 0)
1	−0.3	(1 , −0.3)
2	−1.2	(2 , −1.2)

B)

x	$f(x) = 13x^2$	$(x\ ,\ y)$
−2	52	(−2 , 52)
−1	13	(−1 , 13)
0	0	(0 , 0)
1	13	(1 , 13)
2	52	(2, 52)

السؤال 5

التمثيل البياني للدالة $f(x) = -0.3x^2$ مقارنة بالتمثيل البياني للدالة الرئيسة .

A	مفتوحا للأعلى وأقل اتساعا	C	مفتوحا للأعلى وأكثر اتساعا
B	مفتوحا للأسفل وأقل اتساعا	D	مفتوحا للأسفل وأكثر اتساعا

السؤال 6

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يلي :

في أي فترة تكون الدالة $f(x) = 0.7x^2$ متناقصة؟

A	$x > 0$	C	$y > 0$
B	$x < 0$	D	$y < 0$

في أي فترة تكون الدالة $g(x) = -4x^2$ متزايدة؟

A	$x > 0$	C	$y > 0$
B	$x < 0$	D	$y < 0$

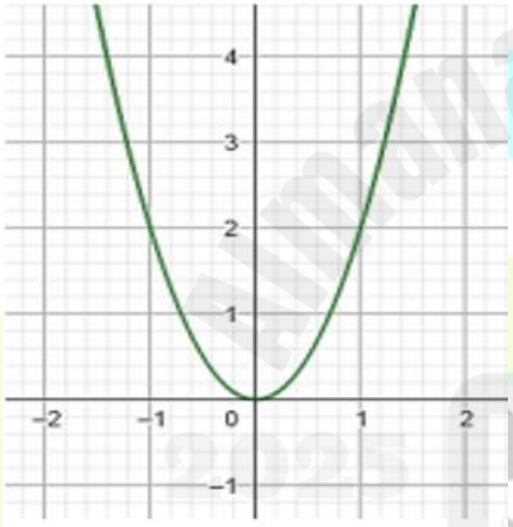
السؤال 7	

ما وجه المقارنة الصحيح بين التمثيل البياني للدالة التربيعية $f(x) = 3x^2$ والتمثيل البياني للدالة الرئيسة .

A	مفتوحا للأعلى وأقل اتساعا	C	مفتوحا للأعلى وأكثر اتساعا
B	مفتوحا للأسفل وأقل اتساعا	D	مفتوحا للأسفل وأكثر اتساعا

السؤال 8	

انظر إلى الشكل المجاور وأوجد ما يلي :



A) مجال الدالة.

.....

B) مدى الدالة.

.....

C) القيمة الصغرى أو العظمى.

.....

D) فترة التزايد.

.....

E) فترة التناقص.

.....

F) المقطع y

.....

G) معادلة محور التناظر

.....

H) اتجاه فتحة القطع المكافئ

.....

I) رأس القطع المكافئ.

.....

2-1 : الدوال التربيعية في صيغة الرأس

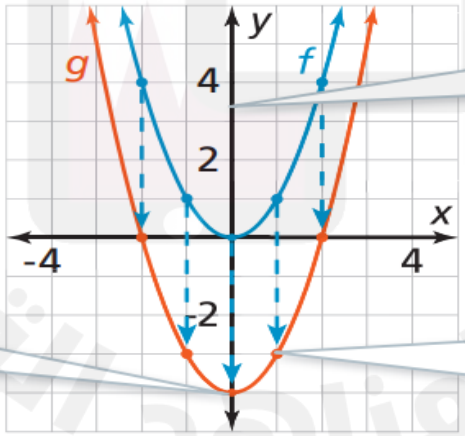
أولاً: التمثيل البياني للدالة : $f(x) = x^2 + k$

محور التناظر	$x = 0$
رأس القطع المكافئ	$(0, k)$
الإزاحة رأسية	إزاحة رأسية للأعلى إذا كانت $k > 0$
	إزاحة رأسية للأسفل إذا كانت $k < 0$

مثال 1 التمثيل البياني للدالة $g(x) = x^2 + k$

ما وجه المقارنة بين التمثيل البياني للدالة $g(x) = x^2 - 4$ والتمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2$؟

مثّل الدالة g والدالة الرئيسة f بيانيًا.



لكلا التمثيلين البيانيين محور التناظر نفسه وهو $x = 0$.

تمّت إزاحة كل نقطة من نقاط $(x\ ,\ f(x))$ 4 وحدات إلى الأسفل إلى النقطة المناظرة لها $(x\ ,\ g(x))$.

رأس التمثيل البياني للدالة g هو النقطة $(0\ ,\ -4)$.

تعمل قيمة k في $g(x) = x^2 + k$ على إزاحة التمثيل البياني للدالة الرئيسة f، k وحدات رأسيًا.
يقع رأس التمثيل البياني للدالة g عند النقطة $(0\ ,\ k)$ التي تساوي في هذه الحالة $(0\ ,\ -4)$،
علمًا بأن قيمة k لا تؤثر في محور التناظر.

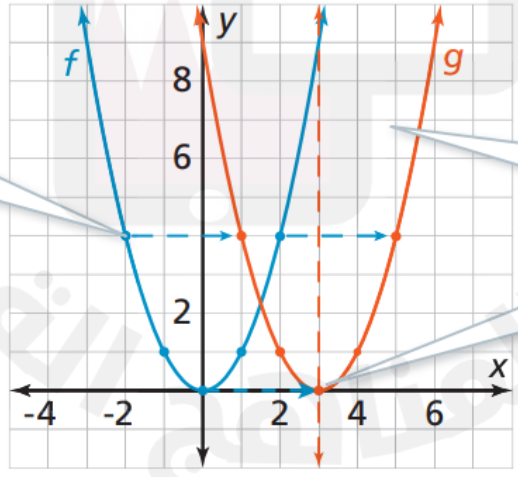
ثانياً: التمثيل البياني للدالة : $g(x) = (x - h)^2$

محور التناظر	$x = h$
رأس القطع المكافئ	$(h, 0)$
الإزاحة أفقية	إزاحة أفقية لليمين إذا كانت $h > 0$
	إزاحة أفقية لليسار إذا كانت $h < 0$

مثال 2 التمثيل البياني للدالة $g(x) = (x - h)^2$

ما وجه المقارنة بين التمثيل البياني للدالة $g(x) = (x - 3)^2$ والتمثيل البياني للدالة الرئيسة $f(x) = x^2$؟

مثّل الدالة g والدالة الرئيسة f بيانيًا.



تمّت إزاحة كل نقطة من نقاط $(x , f(x))$ 3 وحدات إلى اليمين إلى النقطة المناظرة لها $(x , g(x))$.

محور التناظر للتمثيل البياني للدالة g هو $x = 3$.

رأس التمثيل البياني للدالة g هو النقطة $(3 , 0)$.

تعمل قيمة h في $g(x) = (x - h)^2$ على إزاحة التمثيل البياني للدالة الرئيسة h وحدات أفقيًا.

يقع رأس التمثيل البياني للدالة g عند النقطة $(h , 0)$ التي تساوي في هذه الحالة $(3 , 0)$.

كما أن قيمة h أزاحت محور التناظر أفقيًا.

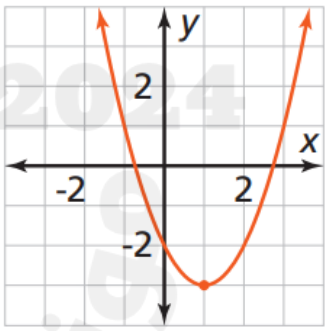
ثالثاً: التمثيل البياني للدالة : $f(x) = a(x-h)^2 + k$ تسمى هذه الصيغة صيغة الرأس

محور التناظر	$x = h$	
رأس القطع المكافئ	(h, k)	
الإزاحة	رأسية بمقدار k	للأعلى أو الأسفل حسب إشارة k كما وجدنا سابقا
	أفقية بمقدار h	لليمين أو اليسار حسب إشارة h كما وجدنا سابقا

مثال 3 التمثيل البياني للدالة $f(x) = a(x-h)^2 + k$

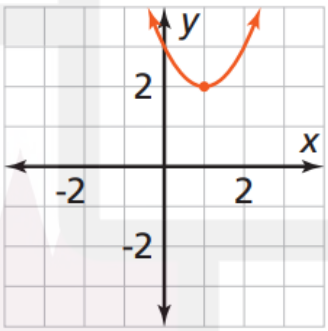
A. ما المعلومات التي توفرها قيمتا h و k عن التمثيل البياني للدالة $f(x) = (x-h)^2 + k$؟

مثّل عدة دوال بيانيًا بالصيغة $f(x) = (x-h)^2 + k$. انظر إلى موقع الرأس في كل تمثيل بياني.



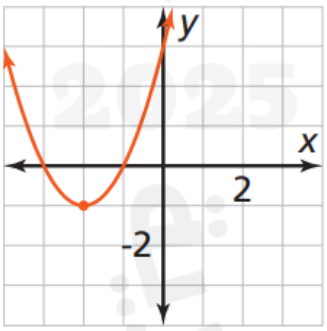
$f(x) = (x-1)^2 - 3$

الرأس: $(1, -3)$



$f(x) = (x-1)^2 + 2$

الرأس: $(1, 2)$



$f(x) = (x+2)^2 - 1$

الرأس: $(-2, -1)$

تحدّد قيمتا h و k موقع الرأس ومحور التناظر للقطع المكافئ.

يقع رأس التمثيل البياني للدالة $f(x) = (x-h)^2 + k$ عند النقطة (h, k).

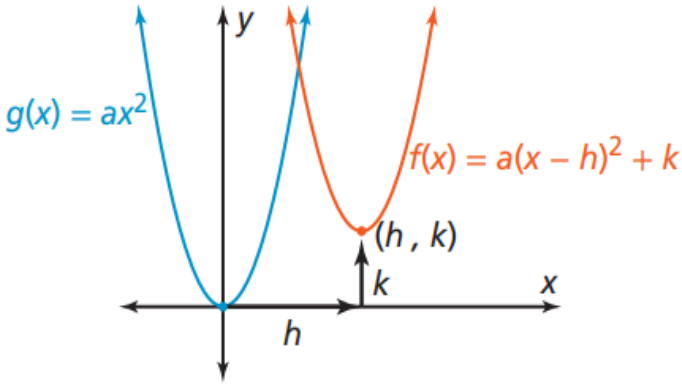
محور التناظر هو $x = h$.

ملخص المفهوم صيغة الرأس للدوال التربيعية

جبريًا

$f(x) = a(x - h)^2 + k$

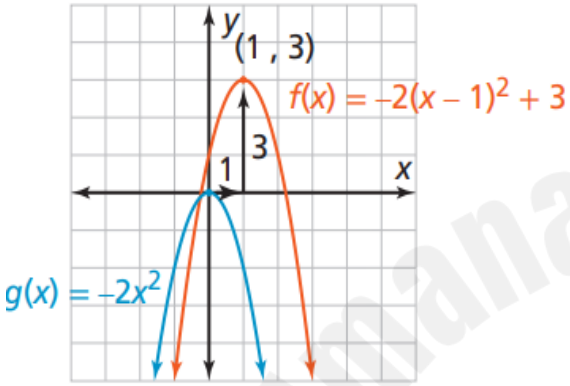
- التمثيل البياني للدالة f هو التمثيل البياني للدالة $g(x) = ax^2$ بعد إزاحته h وحدة أفقيًا و k وحدة رأسيًا.
- يقع الرأس عند النقطة (h , k).
- محور التناظر هو $x = h$.



عدديًا

$f(x) = -2(x - 1)^2 + 3$

- التمثيل البياني للدالة f هو التمثيل البياني للدالة $g(x) = -2x^2$ بعد إزاحته وحدة واحدة إلى اليمين و 3 وحدات إلى الأعلى.
- يقع الرأس عند النقطة $(1 , 3)$.
- محور التناظر هو $x = 1$.

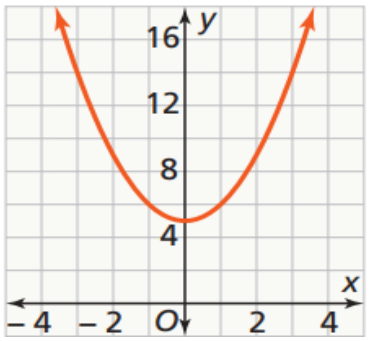


السؤال 1 | **أكمل الجدول التالي:**

الدالة	محور التناظر	الرأس	اتجاه التمثيل البياني	الإزاحة	القيمة الصغرى أو العظمى
$f(x) = x^2 - 4$					
$f(x) = x^2 + 3$					
$g(x) = (x - 7)^2$					
$g(x) = -(x + 0.5)^2$					
$g(x) = (x - 2)^2 + 5$					
$g(x) = (x + 2)^2 - 5$					
$g(x) = (x - 2)^2 - 5$					

السؤال 2

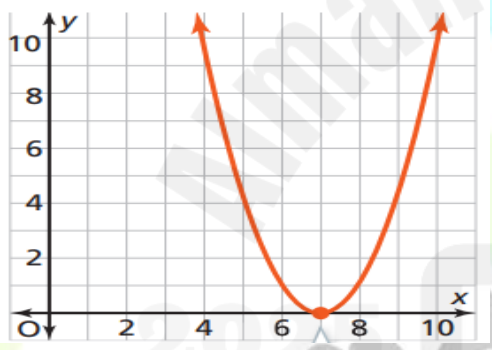
ما وجه المقارنة بين التمثيل البياني في المجاوروالتمثيل البياني للدالة : $f(x) = x^2$



A	إزاحة التمثيل البياني للدالة $f(x)$ 5 وحدات إلى الأسفل	C	إزاحة التمثيل البياني للدالة $f(x)$ 5 وحدات إلى اليمين
B	إزاحة التمثيل البياني للدالة $f(x)$ 5 وحدات إلى الأعلى	D	إزاحة التمثيل البياني للدالة $f(x)$ 5 وحدات إلى اليسار

السؤال 3

ما وجه المقارنة بين التمثيل البياني المجاور والتمثيل البياني للدالة : $f(x) = x^2$



A	إزاحة التمثيل البياني للدالة $f(x)$ 7 وحدات إلى الأسفل	C	إزاحة التمثيل البياني للدالة $f(x)$ 7 وحدات إلى اليمين
B	إزاحة التمثيل البياني للدالة $f(x)$ 7 وحدات إلى الأعلى	D	إزاحة التمثيل البياني للدالة $f(x)$ 7 وحدات إلى اليسار

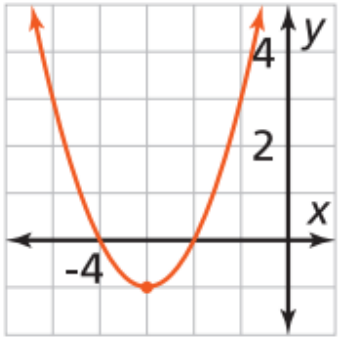
السؤال 4

ما وجه المقارنة بين التمثيل البياني للدالة : $g(x) = (x-5)^2$ والتمثيل البياني للدالة : $f(x) = x^2$

A	إزاحة التمثيل البياني للدالة $f(x)$ 5 وحدات إلى الأسفل	C	إزاحة التمثيل البياني للدالة $f(x)$ 5 وحدات إلى اليمين
B	إزاحة التمثيل البياني للدالة $f(x)$ 5 وحدات إلى الأعلى	D	إزاحة التمثيل البياني للدالة $f(x)$ 5 وحدات إلى اليسار

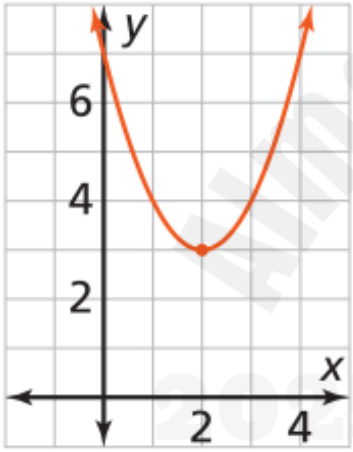
السؤال 5

التمثيل المجاور هو إزاحة للتمثيل البياني للدالة الرئيسة . اكتب دالة بصيغة الرأس.



السؤال 6

التمثيل المجاور هو إزاحة للتمثيل البياني للدالة الرئيسة .
اكتب دالة بصيغة الرأس تمثل الشكل المجاور.



السؤال 7

تدرَّب على اختبار

42. أي مما يلي ينطبق على التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2(x - 3)^2 + 9$ في المستوى الإحداثي؟

اختر كل ما ينطبق.

Ⓐ التمثيل البياني قطع مكافئ مفتوح إلى الأسفل.

Ⓑ يقع رأس التمثيل البياني عند النقطة $(3-, 9)$.

Ⓒ محور تناظر التمثيل البياني هو $x = 3$.

Ⓓ المقطع y للتمثيل البياني هو 9

Ⓔ القيمة الصغرى للدالة هي 9

السؤال 8

اختبار SAT/ACT تمّت إزاحة التمثيل البياني للدالة $g(x) = x^2$ وحدتين إلى اليمين و 10 وحدات إلى الأسفل.

أي من الدوال التالية تمثّل دالة التمثيل البياني الجديد؟

Ⓐ $f(x) = (x + 2)^2 - 10$

Ⓑ $f(x) = (x - 2)^2 - 10$

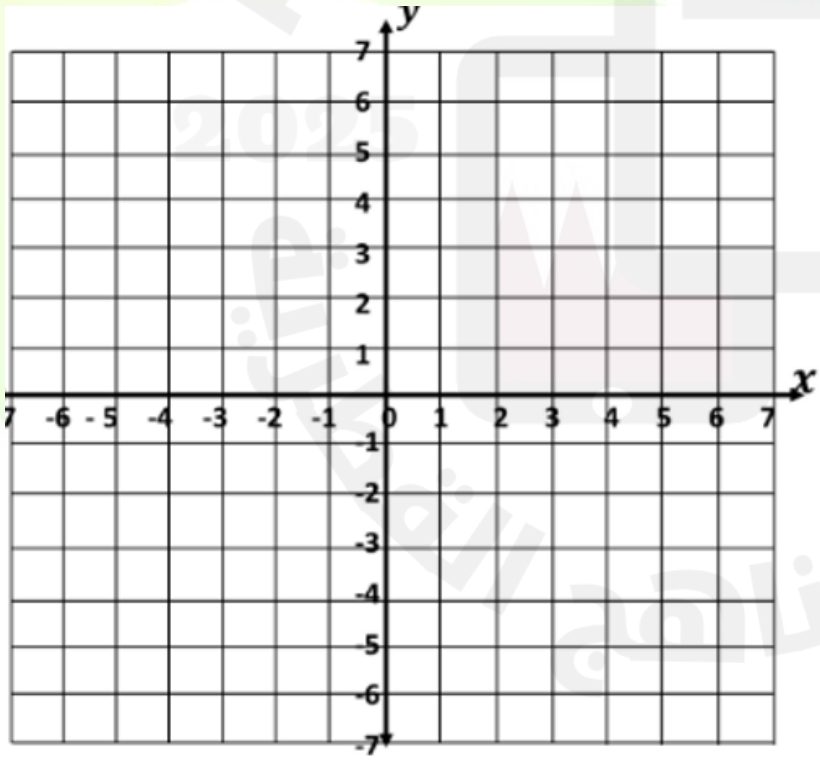
Ⓒ $f(x) = 2x^2 - 10$

Ⓓ $f(x) = -2x^2 - 10$

Ⓔ $f(x) = -2(x - 10)^2$

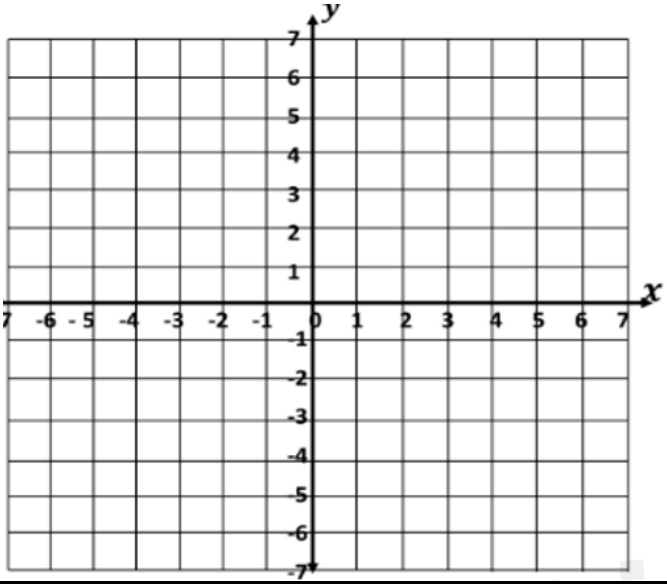
السؤال 9

مثل الدالة: $g(x) = x^2 + 5$ **بيانياً.**



السؤال 10

مثل الدالة: $f(x) = (x-2)^2$ بيانياً.



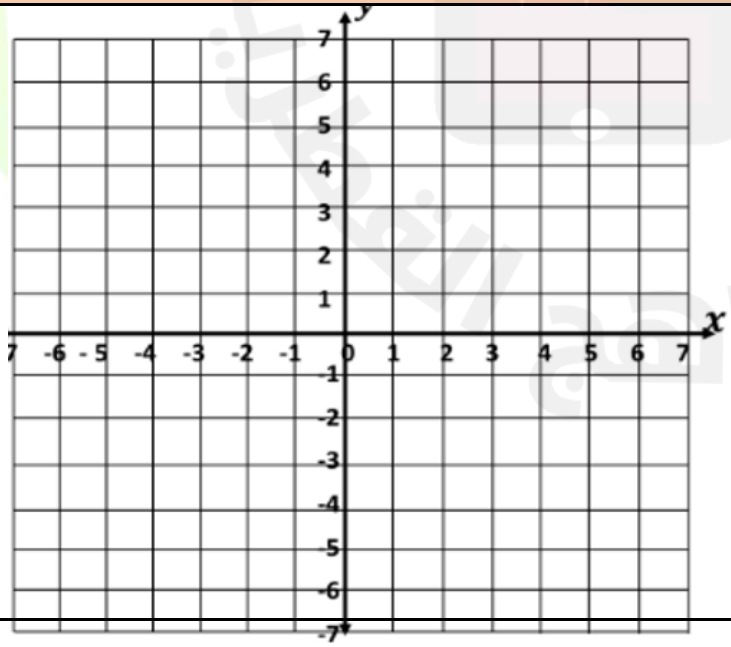
السؤال 11

معادلة محور التناظر للدالة : $f(x) = -2(x-1)^2 + 5$ هو :

A	$x = -2$	C	$x = -1$
B	$x = 1$	D	$x = 5$

السؤال 12

لتكن الدالة : $f(x) = (x-2)^2 - 1$
والمطلوب أجب عن الأسئلة التالية:



1. أوجد محور التناظر.

.....

2. أوجد احداثيات رأس القطع المكافئ.

.....

3. مثل الدالة بيانياً.

السؤال 13

حدد الرأس ومحور التناظر وجهة فتحة القطع المكافئ لكل مما يلي :

الدالة	رأس القطع المكافئ	محور التناظر	جهة فتحة القطع المكافئ
$f(x) = (x-3)^2$			
$f(x) = -(x+3)^2$			
$f(x) = x^2 + 1$			
$f(x) = x^2 - 1$			

السؤال 14

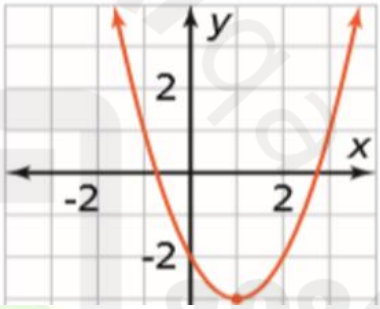
ما هي الدالة التي يعبر عنها التمثيل البياني أدناه؟

$f(x) = (x-1)^2 - 3$

$f(x) = (x+1)^2 + 3$

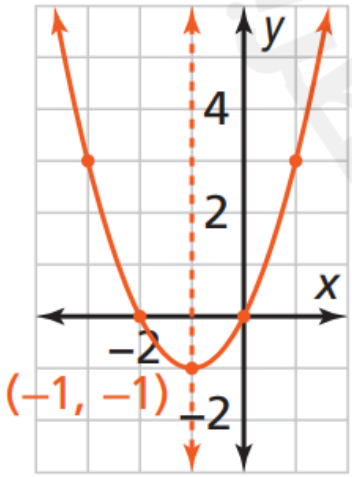
$f(x) = (x-3)^2 + 1$

$f(x) = (x+3)^2 - 1$



السؤال 15

أوجد الدالة التي يعبر عنها التمثيل البياني المجاور.

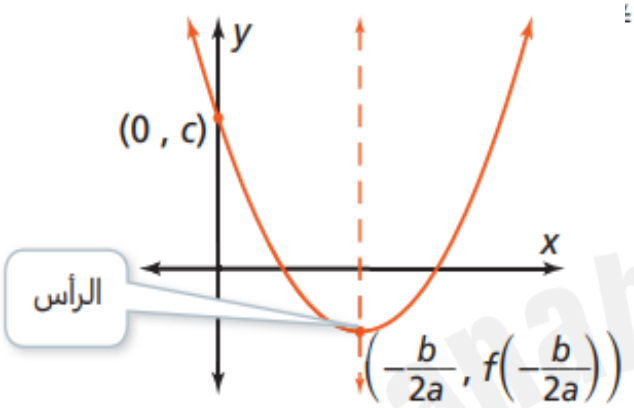


3-1 : الدوال التربيعية في الصيغة القياسية

ملخص المفهوم الصيغة القياسية للدالة التربيعية

جبريًا

الصيغة القياسية: $f(x) = ax^2 + bx + c$، حيث $a \neq 0$



المقطع y : c

محور التناظر: $x = -\frac{b}{2a}$

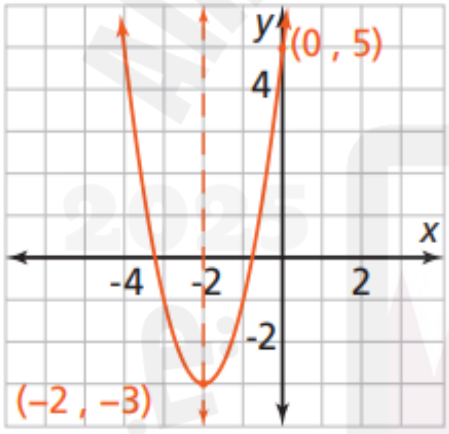
إحداثي x للرأس: $-\frac{b}{2a}$

إحداثي y للرأس: $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$

الرأس: $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

عدديًا

الصيغة القياسية: $f(x) = 2x^2 + 8x + 5$.



المقطع y : 5

محور التناظر: $x = -\frac{8}{2(2)} = -2$

إحداثي x للرأس: $-\frac{8}{2(2)} = -2$

إحداثي y للرأس: $f(-2) = -3$

الرأس: $(-2 , -3)$

مثال توضيحي:

أوجد كلًّا من محور التناظر وإحداثيي الرأس والمقطع y للدالة $f(x) = 2x^2 + 4x + 3$ ثم مثّلها بيانيًا.

الخطوة 1 أوجد محور التناظر.

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2(2)} = -1$$

الإحداثي x للرأس هو أيضًا -1

محور التناظر هو $x = -1$.

الخطوة 2 أوجد إحداثيي الرأس.

استعمل الإحداثي x للرأس لإيجاد الإحداثي y.

$$f(x) = 2x^2 + 4x + 3$$

عوّض $x = -1$

$$f(-1) = 2(-1)^2 + 4(-1) + 3$$

بسّط.

$$= 1$$

الإحداثي y للرأس هو 1، إذن، عيّن الرأس عند $(-1\ ,\ 1)$.

الخطوة 3 عيّن المقطع y وانعكاسه.

$$f(x) = 2x^2 + 4x + 3$$

تمثّل قيمة c المقطع y.

عيّن النقطة $(0\ ,\ 3)$ وانعكاسها حول محور التناظر $(-2\ ,\ 3)$.

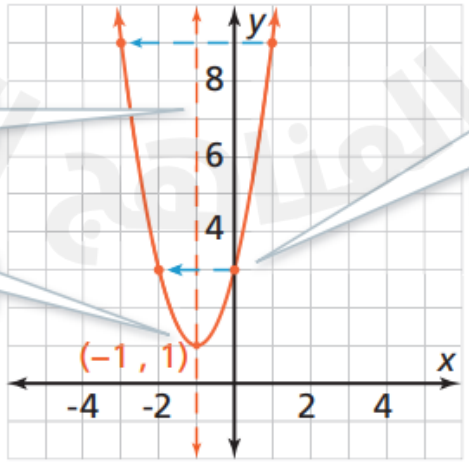
الخطوة 4 عيّن نقطة أخرى وانعكاسها.

أوجد قيمة الدالة عند قيمة أخرى للمتغير x. عندما $x = 1$ ، $f(1) = 9$.

انعكاس النقطة $(1\ ,\ 9)$ حول محور التناظر هو $(-3\ ,\ 9)$.

عيّن النقطتين $(1\ ,\ 9)$ و $(-3\ ,\ 9)$.

الخطوة 5 ارسم القطع المكافئ بيانيًا.



محور التناظر $x = -1$

المقطع y يساوي 3

الرأس $(-1\ ,\ 1)$

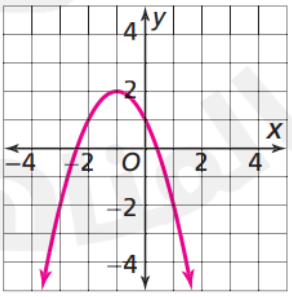
السؤال 1

أوجد معادلة محور التناظر والمقطع y والرأس لكل مما يلي :

الدالة	حدد a, b, c	المقطع y	محور التناظر	الرأس
$f(x) = 2x^2 + 8x - 1$				
$f(x) = -0.5x^2 + 2x + 3$				
$f(x) = -3x^2 - 6x - 5$				
$f(x) = 5x^2 + 5x + 12$				
$f(x) = x^2 - 6x + 12$				

السؤال 2

انظر إلى الرسم البياني لكل دالة وأجب عن الأسئلة :

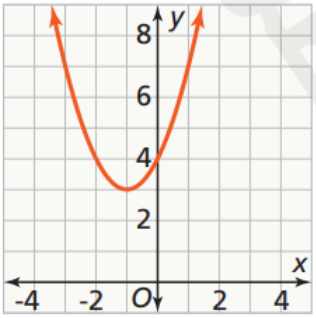


1) المقطع y .....

2) محور التناظر. .....

3) رأس القطع المكافئ. .....

4) القيمة العظمى للدالة. .....



1) المقطع y .....

2) محور التناظر. .....

3) رأس القطع المكافئ. .....

4) القيمة العظمى للدالة. .....

السؤال 3

اكتب كل دالة بالصيغة القياسية:

$f(x) = -2(x-9)^2 + 15$	$f(x) = 4(x+1)^2 - 3$

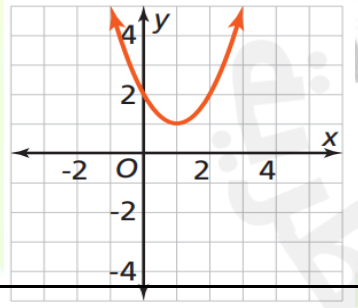
السؤال 4

حلّل الخطأ صِف خطأ أحد الطلاب عند كتابته الصيغة القياسية للدالة التربيعية $f(x) = 2(x+3)^2 - 4$، ثم صحّحه.

$$f(x) = 2(x+3)^2 - 4$$
$$f(x) = 2x^2 + 6x + 9 - 4$$
$$f(x) = 2x^2 + 6x + 5$$ ✗

السؤال 5

اكتب معادلة محور التناظر للتمثيل البياني المجاور



السؤال 6

اختبار SAT/ACT ما القيمة العظمى للدالة $f(x) = -4x^2 + 16x + 12$؟

Ⓐ 12 Ⓑ 16 Ⓒ 24 Ⓓ 28 Ⓔ 64

السؤال7	

تدرَّب على اختبار

40. أُطلق جسم في الهواء بسرعة 64 ft في الثانية من منصة مرتفعة. تمثّل الدالة $f(x) = -16x^2 + 64x + 6$ مسار الجسم بدلالة الزمن x. أي مما يلي صواب؟ اختر كل ما ينطبق.

Ⓐ ارتفاع المنصة 6 ft

Ⓑ يصل الجسم إلى أقصى ارتفاع له بعد ثانيتين.

Ⓒ الارتفاع الأقصى يصل إليه الجسم هو 70 ft

Ⓓ الارتفاع الذي يصل إليه الجسم بعد مرور ثانية واحدة أقل من 40 قدمًا.

Ⓔ يزداد ارتفاع الجسم ثم يتناقص.

السؤال 8	

ما معادلة محور التناظر للدالة : $f(x) = 2x^2 + 4x + 3$ ؟

A	$x = -2$	C	$x = -1$
B	$x = 1$	D	$x = -3$

السؤال 9	

ما احداثيات الرأس للدالة : $f(x) = 2x^2 + 4x + 3$ ؟

A	$(1, 1)$	C	$(1, -1)$
B	$(-1, 1)$	D	$(-1, 3)$

السؤال 10

أوجد احداثيات رأس الدالة : $f(x) = (x-3)^2 - 5$

A	$(-3,-5)$	C	$(3,-5)$
B	$(3,5)$	D	$(-3,5)$

السؤال 11

أوجد معادلة محور التناظر والمقطع y والرأس لكل مما يلي :

$f(x) = x^2 + 4x - 3$

1) المقطع y
.....

2) محور التناظر.
.....

3) رأس القطع المكافئ.
.....

$f(x) = -2x^2 + 8x + 2$

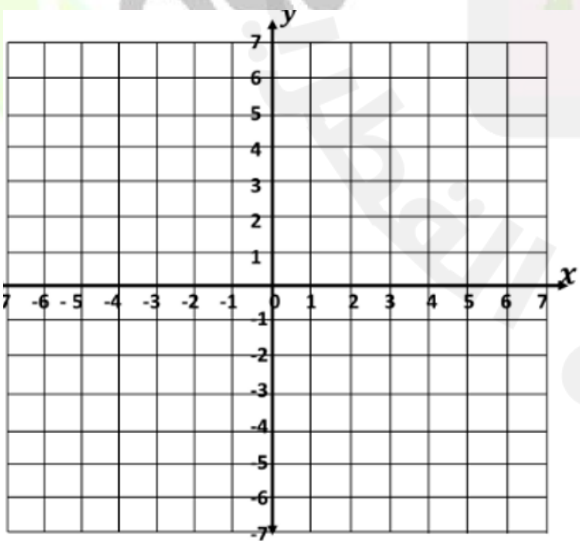
1) المقطع y
.....

2) محور التناظر.
.....

3) رأس القطع المكافئ.
.....

السؤال 12

لتكن الدالة : $f(x) = x^2 - 6x + 2$ والمطلوب: أوجد



1) المقطع y
.....

2) محور التناظر.
.....

3) رأس القطع المكافئ.
.....

4) مثل الدالة بيانياً.

الوحدة الثانية

2-1 : حل المعادلات التربيعية باستعمال التمثيلات البيانية والجداول

ملخص المفهوم حل المعادلات التربيعية باستعمال التمثيلات البيانية والجداول

لفظيًّا

يمكن كتابة المعادلة التربيعية بالصيغة القياسية $ax^2 + bx + c = 0$، حيث $a \neq 0$.

يمكن أن يكون للمعادلة التربيعية حل واحد حقيقي أو حلان حقيقيان أو لا يكون لها حل حقيقي.

أصفار الدالة التربيعية المرتبطة بالمعادلة التربيعية هي حلول المعادلة.

جبريًّا

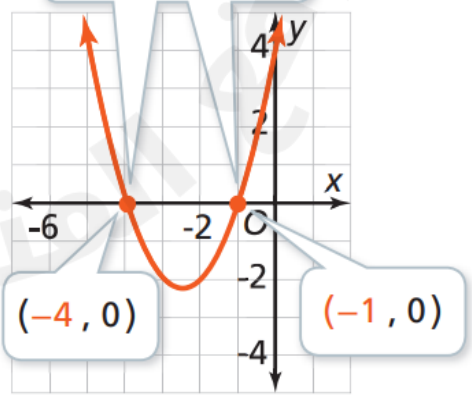
$x^2 + 5x + 4 = 0$

الحلان هما $x = -4$ و $x = -1$.

بيانيًّا

$f(x) = x^2 + 5x + 4$

مقطعا المحور x هما حلّا المعادلة.



بجدول

x	y
−5	4
−4	0
−3	−2
−2	−2
−1	0

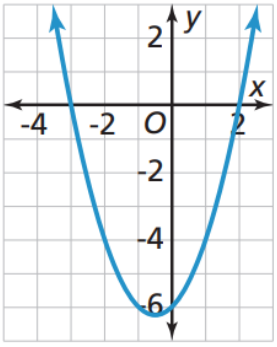
الحلول هي قيم x عندما قيم y تساوي الصفر.

1- حل المعادلة باستعمال التمثيل البياني

حلول المعادلة تسمى **أصفار الدالة**

أولاً :

للمعادلة حلان



يتقاطع الخط البياني للدالة مع المحور x

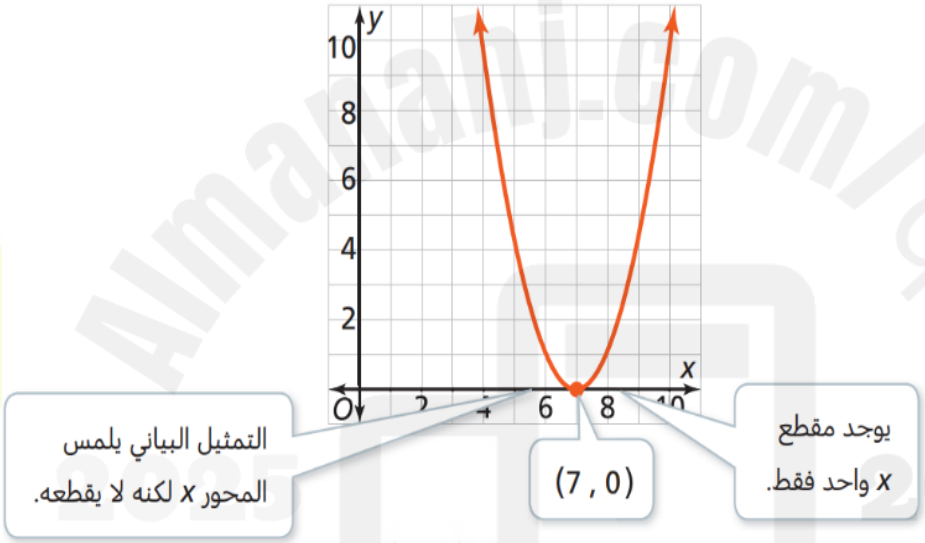
عندما : $x = 2$, $x = -3$

بالتالي للمعادلة حلان هما :

$x = -3$, $x = 2$

ثانياً:

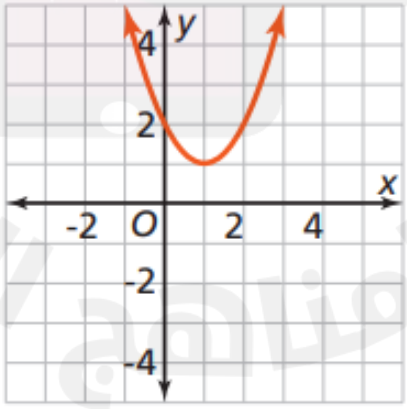
للمعادلة حل واحد فقط



للتمثيل البياني للدالة مقطع x واحد فقط. إذن، للمعادلة حل حقيقي واحد هو $x = 7$.

ثالثاً:

ليس للمعادلة حلول حقيقية



ليس للمعادلة حلول حقيقية لأن الخط البياني لا يتقاطع مع المحور x

1-إيجاد حل المعادلة باستعمال جدول

مثال توضيحي : أوجد حلول المعادلة : $x^2 + 5x + 4 = 0$
من خلال الجدول المجاور:

x	y
−5	4
−4	0
−3	−2
−2	−2
−1	0

الحلول هي قيم x عندما قيم y تساوي الصفر.

الحلول هي :

$x = -4$, $x = -1$

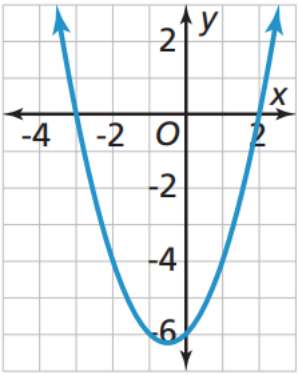
السؤال 1

حل المعادلة التربيعية : $x^2 - 7x + 6 = 0$ **باستعمال الجدول؟**

x	y
-1	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

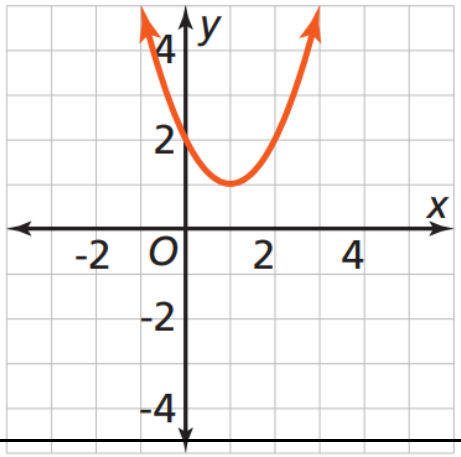
السؤال 2

استعمل التمثيل البياني المجاور لإيجاد حل المعادلة: $x^2 + x - 6 = 0$



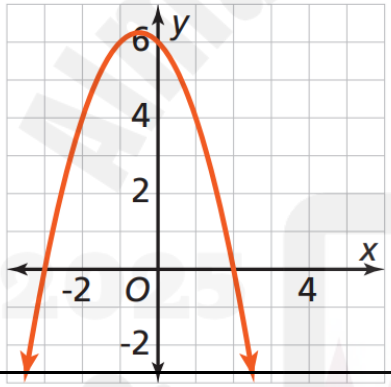
السؤال 3

استعمل التمثيل البياني المجاور لإيجاد حل المعادلة: $x^2 - 2x + 2 = 0$



السؤال 4

استعمل التمثيل البياني المجاور لإيجاد حل المعادلة: $-x^2 - x + 6 = 0$

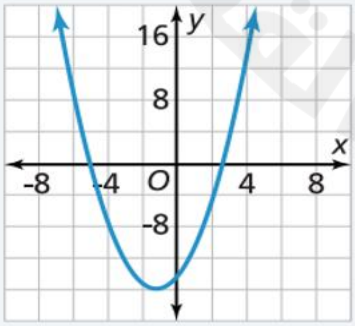


السؤال 5

هل لكل معادلة تربيعية أدناه حلّان؟ اختر نعم أو لا.

	نعم	لا
$2x^2 + 1 = 0$	❑	❑
$2x^2 + 5x + 1 = 0$	❑	❑
$2x^2 + 5x = 0$	❑	❑
$4x^2 - 4x + 1 = 0$	❑	❑
$4x^2 - 4x - 1 = 0$	❑	❑

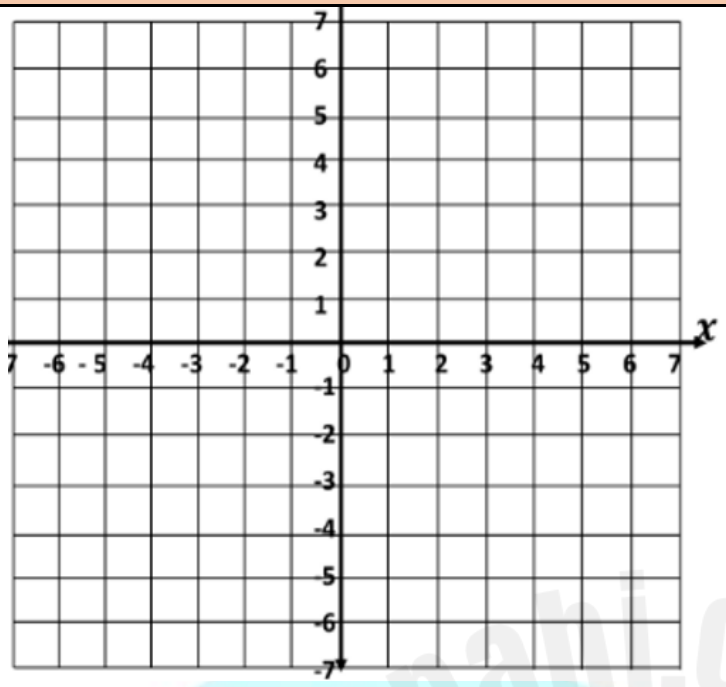
اختبار SAT/ACT ما حلول المعادلة $x^2 + 2x - 15 = 0$ باستعمال التمثيل البياني أدناه ؟



Ⓐ $-3 , 3$ Ⓑ $-5 , 3$

Ⓒ $-8 , 5$ Ⓓ $-16 , 0$

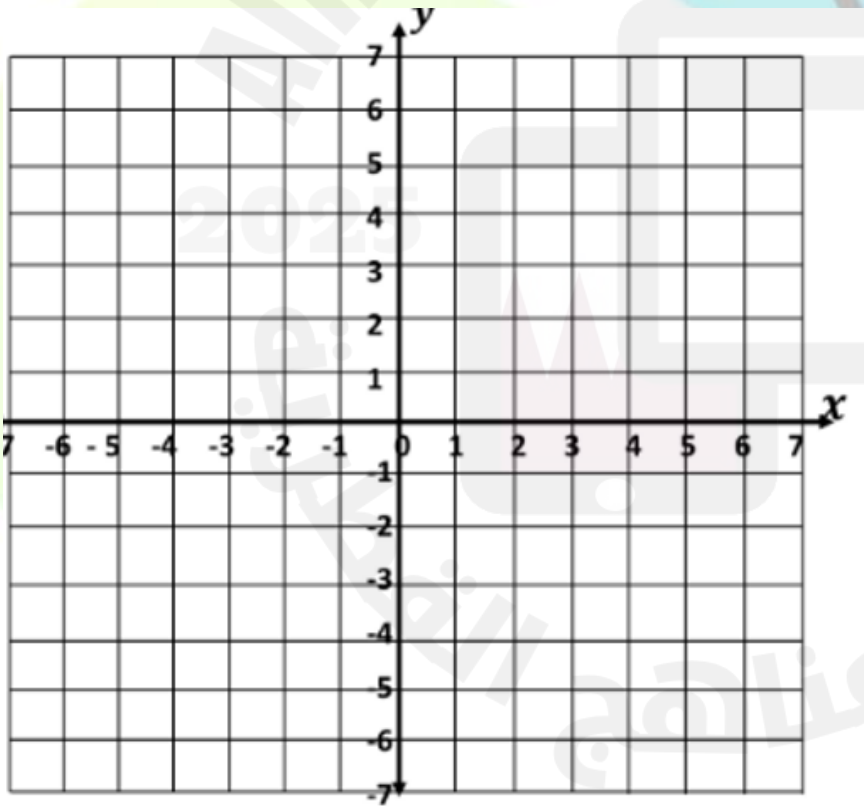
السؤال 6



1- حل المعادلة : $x^2 - 4x + 4 = 0$
باستعمال التمثيل البياني للدالة المرتبطة بها .

السؤال7

حل المعادلة : $-x^2 + 6x + 7 = 0$
باستعمال التمثيل البياني للدالة المرتبطة بها .



2-2 : حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى عوامل

ملخص المفهوم حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى العوامل

لفظيًا

تنص خاصية **ناتج الضرب الصفري** على أنه لجميع الأعداد الحقيقية a و b،
إذا كان $ab = 0$، فإما $a = 0$ أو $b = 0$. يمكنك تطبيق خاصية ناتج الضرب الصفري على معادلة تربيعية في الصيغة التحليلية لإيجاد المقطعين x للتمثيل البياني للدالة المرتبطة بالمعادلة التربيعية.

جبريًا

$x^2 + 2x - 3 = 5 \longrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$

اكتب المعادلة في الصيغة القياسية وحللها إلى العوامل.

$(x + 4)(x - 2) = 0$

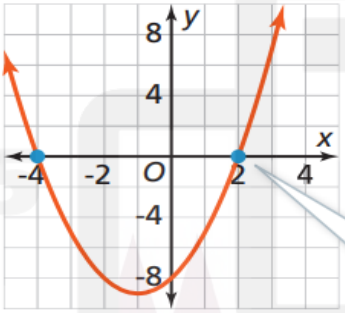
$(x + 4) = 0$ أو $(x - 2) = 0$

$x = -4$ $\quad x = 2$

للمعادلة التربيعية حلان حقيقيان هما $x = -4$ و $x = 2$.

بيانيًا

$f(x) = x^2 + 2x - 8$

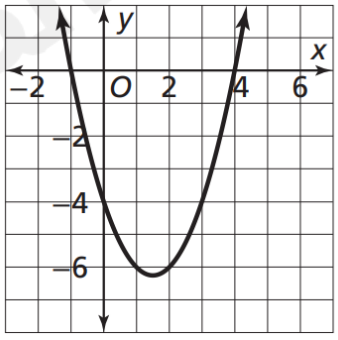


المقطعان x هما -4 و 2

يتطابق المقطعان x للتمثيل البياني مع أصفار الدالة.

السؤال 1

ما الصيغة التحليلية للدالة الممثلة بالتمثيل البياني أدناه؟



$(x + 4)(x - 1)$

$(x - 4)(x + 1)$

$(x - 4)(x - 1)$

$(x + 4)(x + 1)$

السؤال 2	

حل كل معادلة مما يلي :

$(x-4)(x+4)=0$	$(x-5)(x+2)=0$
$7(6x-3)(2x+1)=0$	$(2x-9)(3x+6)=0$
$(x-6)^2=0$	$(x-9)^2=0$

السؤال 3	

حل كل معادلة مما يلي بالتحليل إلى عوامل:

$x^2-4x-21=0$	$x^2+18x+32=0$
$x^2+7x=0$	$x^2-5x=14$

2-3 : إعادة كتابة المقادير الجذرية

تنصّ **خاصية ناتج ضرب الجذور التربيعية** على أن $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ عندما يكون كل من a و b أكبر من أو يساوي الصفر.

أمثلة:

$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

$\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = \sqrt{100} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

السؤال 1 — تذكر: خاصية ناتج ضرب الجذور التربيعية هي $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

حلل كل مجذور إلى عوامله الأولية باستعمال خاصية ناتج ضرب الجذور التربيعية.

$\sqrt{80} =$	$\sqrt{500} =$
$\sqrt{x^7} =$	$\sqrt{11x^5} =$

السؤال 2	

اكتب المقدار المكافئ لكل مما يلي:

$\sqrt{40x^2}$	$\sqrt{63x^9}$
$7\sqrt{x^7}$	$\sqrt{200x^3}$
$\sqrt{20x^6}$	$\sqrt{75\,m^{10}}$

السؤال 3	

قارن بين كل زوج من المقادير الجذرية.

$2\sqrt{21}$ و $4\sqrt{5}$	$6\sqrt{3}$ و $\sqrt{108}$
$\sqrt{68}$ و $3\sqrt{18}$	$\sqrt{96}$ و $3\sqrt{15}$

السؤال 4	

اكتب المقدار بحيث لايتضمن المجذور مربعات كاملة عدا العدد 1 ، إن أمكن .

$(\sqrt{25x^3})$	$\left(\sqrt{12x^4}\right)$
$\left(\sqrt{2x^3}\right)\left(\sqrt{25y\ x^2}\right)$	$\left(\sqrt{27m}\right)\left(\sqrt{6m^{20}}\right)$
$\sqrt{36x^3}$	$\sqrt{32x^4\ m^3}$

2-5 : إكمال المربع

ملخص المفهوم إكمال المربع

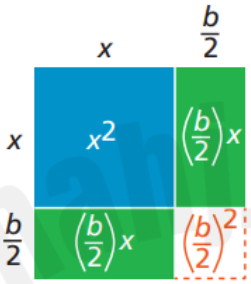
لفظيًا

لإكمال المربع، أضف مربع نصف معامل x إلى طرفي المعادلة التربيعية.

يكون إكمال المربع مفيدًا عند تحويل $ax^2 + bx + c$ إلى الصورة $a(x - h)^2 + k$.

جبريًا

$$x^2 + bx \longrightarrow x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$
$$= \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$



عدديًا

لإكمال مربع المعادلة $x^2 + 14x + 19 = 0$، اطرح أولًا 19 من طرفي المعادلة، ثم أضف $\left(\frac{14}{2}\right)^2 = 49$ إلى الطرفين.

$$x^2 + 14x = -19$$
$$x^2 + 14x + 49 = -19 + 49$$
$$(x + 7)^2 = 30$$
$$x + 7 = \pm\sqrt{30}$$
$$x = -7 \pm \sqrt{30}$$

الحلان الحقيقيان للمعادلة هما $x = -7 + \sqrt{30}$ و $x = -7 - \sqrt{30}$.

السؤال 1

أوجد قيمة C التي تجعل المقدار مربعاً كاملاً في كل مما يلي ثم اكتب المقدار في صورة مربع لثنائية حد.

$x^2 + 2x + C$	$x^2 - 26x + C$
$x^2 - 16x + C$	$x^2 + 18x + C$

السؤال 2

حل كل معادلة بإكمال المربع .

$x^2 - 4x = 30$	$x^2 + 6x = 144$
$x^2 + 10x = 6$	$2x^2 - 24x - 4 = 0$

مثال توضيحي لكتابة المعادلة في صيغة الرأس

مثال 4 استعمال إكمال المربع لكتابة دالة تربيعية بصيغة الرأس

كيف يمكنك استعمال إكمال المربع لإعادة كتابة الدالة التربيعية $y = x^2 - 8x + 11$ بصيغة الرأس ؟

تذكّر أن صيغة الرأس للدالة التربيعية هي $y = a(x - h)^2 + k$، حيث النقطة (h , k) هي نقطة الرأس. يُعد إكمال المربع مفيدًا من أجل تحديد $(x - h)^2$.

$$y = x^2 - 8x + 11$$

اعزل $x^2 + bx$.

$$y - 11 = x^2 - 8x$$

أكمل المربع.

$$y - 11 + 16 = x^2 - 8x + 16$$

$$y + 5 = (x - 4)^2$$

$$y = (x - 4)^2 - 5$$

إذن، صيغة الرأس لهذه الدالة التربيعية هي $y = (x - 4)^2 - 5$.

السؤال 3

أوجد صيغة الرأس لكل دالة مما يلي .

$y = x^2 + 6x + 25$	$y = x^2 - 2x + 3$

السؤال 4

أكتب الدالة التالية بصيغة الرأس $y = x^2 - 10x + 7$.

$y = (x - 5)^2 - 25$

$y = (x - 5)^2 - 18$

$y = (x - 5)^2 + 18$

$y = (x + 5)^2 - 18$

2-6 : القانون العام لحل المعادلات التربيعية والمميز

ملخص المفهوم استعمال القانون العام

	المعادلة	القانون العام	المميز
جبريًا	$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$b^2 - 4ac$
عدديًا	$2x^2 - 3x - 1 = 0$	$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-1)}}{2(2)}$ $x = \frac{3 + \sqrt{17}}{4} \approx 1.78$ أو $x = \frac{3 - \sqrt{17}}{4} \approx -0.28$	$(-3)^2 - 4(2)(-1) = 17$ $17 > 0$، إذن للمعادلة حلان حقيقيان.
	الدالة المرتبطة بالمعادلة التربيعية		
بيانيًا	$y = 2x^2 - 3x - 1$ هناك صفران (جذران) حقيقيان.		مميّز منحنى الدالة المرتبطة بالمعادلة التربيعية أكبر من صفر.

القانون العام لحل المعادلة التربيعية في الصيغة القياسية : $ax^2+bx+c=0\ ,\ a\neq 0$		
المميز	b^2-4ac ويرمز له بالرمز $\triangle$	
القانون العام	$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	
ملاحظات (تحديد عدد الحلول للمعادلة التربيعية)	1	إذا كان $b^2-4ac>0$ يكون للمعادلة حلان حقيقيان
	2	إذا كان $b^2-4ac=0$ يكون للمعادلة حل واحد حقيقي
	3	إذا كان $b^2-4ac<0$ لا تكون للمعادلة حلول حقيقية
	4	حلول المعادلة التربيعية تسمى جذور

السؤال 1	حدد $a\ ,\ b\ ,\ c$ في كل من المعادلات	
	$-x^2+4x=30$	$x^2+6x-14=0$
	$x^2+x-1=0$	$2x^2-24x=4$

السؤال2	حدد عدد الحلول الحقيقية لمعادلة تربيعية قيمة مميزها معطاة كما يلي :	
	0	7
	1	-2

السؤال 3	

حل المعادلات التالية باستخدام القانون العام وقرب إجابتك إلى أقرب جزء من مائة.

$4x^2 - 6x + 2 = 0$	$3x^2 + 18x - 27 = 0$
$x^2 - 2x = 24$	$x^2 - 14x + 16 = 0$

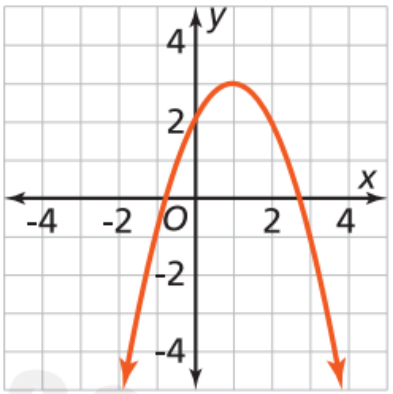
السؤال 4	تذكر : يعطى المميز بالصورة: $b^2 - 4ac$

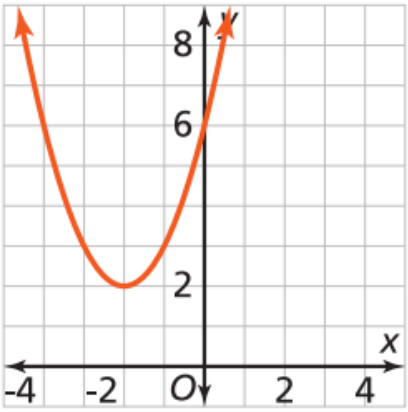
أوجد المميز لكل معادلة وحدد عدد الحلول (الجذور) لكل معادلة.

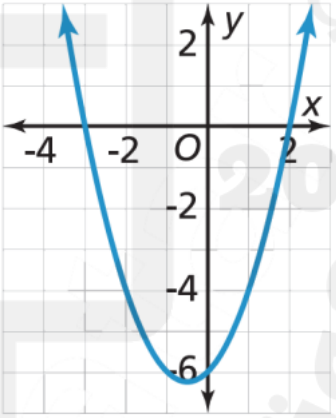
$x^2 + 8x = -16$	$5x^2 + 10x + 7 = 2$
$-x^2 + 4x - 4 = 0$	$x^2 - 4x + 5 = 0$

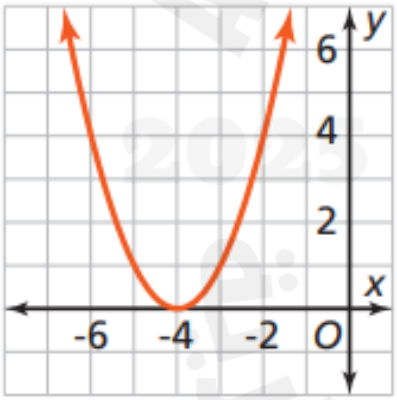
السؤال 5	

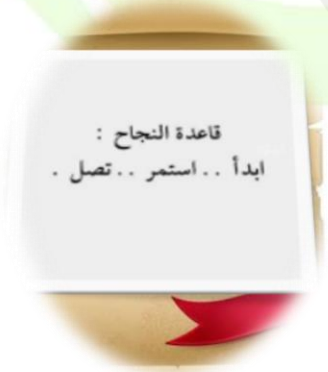
حدد عدد الجذور للمعادلة التربيعية المرتبطة بالدالة التربيعية الممثلة بيانياً .
ثم حدد ما إذا كان المميز أكبر من أو يساوي أو أقل من الصفر.











كل التوفيق لكم أعزائي