

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج القطرية



* للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/qa>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد المستوى الثاني عشر العلمي اضغط هنا

<https://almanahj.com/qa/17>

* للحصول على جميع أوراق المستوى الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/qa/17math>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد المستوى الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://almanahj.com/qa/17math2>

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للمستوى الثاني عشر العلمي اضغط هنا

<https://almanahj.com/qa/grade17>

* لتحميل جميع ملفات المدرس مجمع الفرقان اضغط هنا

للتحدث إلى بوت المناهج القطرية على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/qacourse_bot



المنهج

الأسئلة الموضوعية

alManahj.com/qa

الرياضيات

الصف الثاني عشر العلمي

الفصل الدراسي الثاني

2022 – 2023



مراجعة ليلة الاختبار (الأسئلة الاختيارية)

اختر الاجابة الصحيحة مما يلي:

1

أي من الدوال التالية يمثل الدالة المقابلة (الأصلية) للدالة $f(x) = e^{4x}$

- a) $F(x) = e^{4x} + 3$
- b) $F(x) = 4e^{4x} + 10$
- c) $F(x) = -4e^{4x} + 6$
- d) $F(x) = \frac{1}{4}e^{4x} - 8$

دالة متبادلة
نشتق الاختيارية
تقابل بدونه
 $F(x) = \frac{1}{4}e^{4x}$

2

إذا كان $\sqrt{9+x^2}$ دالة مقابلة للدالة $f(x)$ ، فأوجد قيمة $\int_0^4 f(x) dx$

- a) $\int_0^4 f(x) dx = 8$
- b) $\int_0^4 f(x) dx = 2$
- c) $\int_0^4 f(x) dx = -2$
- d) $\int_0^4 f(x) dx = -8$

دالة متبادلة يعني ناتج تكامل
 $\int_0^4 f(x) dx = [\sqrt{9+x^2}]_0^4$
 $= (\sqrt{9+16}) - (\sqrt{9+0})$
 $= 5 - 3 = 2$

3

إذا كانت $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$ وكانت $f(1) = 2$ ، أوجد $f(x)$

- a) $x^3 + x^2 + x$
- b) $x^3 + x^2 + x + 1$
- c) $x^3 + x^2 + x - 1$
- d) $x^3 + x^2 + x + 2$

تقابل وتكون له نفس لوغير
 $f(x) = x^3 + x^2 + x + c$
 $2 = 1^3 + 1^2 + 1 + c$
 $2 = 3 + c$
 $c = -1$
 $f(x) = x^3 + x^2 + x - 1$



4

أوجد : $\int (2x + 1) dx$

- a) $x^2 + x + c$
 b) $x^2 - x + c$
 c) $2x^2 + x + c$
 d) $x^2 + 1 + c$

$$\int (2x + 1) dx = x^2 + x + c$$

5

ما ناتج التكامل : $\int (5e^{-5x} + \frac{1}{x}) dx$

- a) $-e^{-5x} + \frac{x^{-2}}{-2} + c$
 b) $-e^{5x} + \frac{x^{-2}}{-2} + c$
 c) $-25e^{-5x} + \ln|x| + c$
 d) $-e^{-5x} + \ln|x| + c$

$$= \frac{5}{-5} e^{-5x} + \ln|x| + c$$

$$= -e^{-5x} + \ln|x| + c$$

6

أوجد : $\int \frac{6}{1-3x} dx$

دالة لوجاريتمية

- a) $2\ln|1-3x| + c$
 b) $-2\ln|1-3x| + c$
 c) $6\ln|1-3x| + c$
 d) $-6\ln|1-3x| + c$

$$= \frac{6}{-3} \ln|1-3x| + c$$

$$= -2 \ln|1-3x| + c$$

7

أوجد : $\int \tan^2 x dx$

- a) $\frac{1}{3} \tan^3 x + c$
 b) $\tan x + x + c$
 c) $\sec^2 x + c$
 d) $\tan x - x + c$

كفّف

$$\tan^2 x = \sec^2 x - 1$$

$$\int \tan^2 x dx = \int (\sec^2 x - 1) dx$$

$$= \tan x - x + c$$



8

دالة مثلثية

أوجد: $\int 2 \cos 2x \, dx$

- a) $4 \sin 2x + c$
 b) $\sin 2x + c$
 c) $-\sin 2x + c$
 d) $-4 \sin 2x + c$

$$= \frac{2}{2} \sin(2x) + c$$

$$= \sin(2x) + c$$

9

أي مما يأتي يكافئ: $\int_{-3}^4 3x^2 \, dx - \int_5^4 3x^2 \, dx$

- a) $\int_5^{-3} 3x^2 \, dx$
 b) $\int_{-3}^5 3x^2 \, dx$
 c) $-\int_5^{-3} x^2 \, dx$
 d) $-\int_{-3}^5 3x^2 \, dx$

نفس البتون

$$= \int_{-3}^4 3x^2 \, dx + \int_4^5 3x^2 \, dx$$

$$= \int_{-3}^5 3x^2 \, dx$$

10

إذا كان $\int_0^2 \frac{3g(x)}{3} \, dx = -\frac{12}{3}$ فما قيمة: $\int_2^0 g(x) \, dx$

- a) 12
 b) 4
 c) -4
 d) -12

$$\int_2^0 g(x) \, dx = -\int_0^2 g(x) \, dx$$

$$= -[-4] = 4$$

11

بالتحويض

أوجد التكامل التالي: $\int \frac{5x}{x^2 + 4} \, dx$

- a) $\ln|x^2 - 4| + c$
 b) $4\ln|x^2 + 4| + c$
 c) $\frac{2}{5}\ln|x^2 + 4| + c$
 d) $\frac{5}{2}\ln|x^2 + 4| + c$

$$u = x^2 + 4$$

$$\frac{du}{dx} = 2x \Rightarrow dx = \frac{du}{2x}$$

$$\int \frac{5x}{u} \cdot \frac{du}{2x} = \int \frac{5}{2} \frac{du}{u}$$

$$= \frac{5}{2} \ln|u| + c = \frac{5}{2} \ln|x^2 + 4| + c$$



12

أوجد: $\int \frac{(\ln x + 1)^4}{x} dx$

بالتعويض

a) $(\ln x + 1)^5 + c$

b) $4(\ln x + 1)^3 + c$

c) $\frac{1}{5}(\ln x + 1)^5 + c$

d) $\frac{1}{4}(\ln x + 1)^5 + c$

$$u = \ln x + 1$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{x} \rightarrow dx = x du$$

$$\int \frac{1}{x} \cdot x du = \int u^4 du$$

$$= \frac{1}{5} u^5 + c = \frac{1}{5} (\ln x + 1)^5 + c$$

13

استخدم التكامل بالتعويض لإعادة كتابة $\int_1^2 x(x+1)^5 dx$ بدلالة u

a) $\int_2^3 (u^6 - u^5) dx$

b) $\int_1^2 (u^6 - u^5) dx$

c) $\int_2^3 (u^6 + u^5) dx$

d) $\int_1^2 (u^6 + u^5) dx$

$$u = x + 1 \rightarrow x = u - 1$$

$$\frac{du}{dx} = 1 \rightarrow dx = du$$

$$\int x u^5 du$$

$$\int (u-1) u^5 du$$

$$\int_2^3 u^6 - u^5 du$$

$u = x + 1$	
$x = 1$	$x = 2$
$u = 2$	$u = 3$

14

أوجد التكامل التالي: $\int x e^x dx$

الجزء

a) $\frac{x^2}{2} e^x + c$

b) $x e^x - e^x + c$

c) $x e^x + e^x + c$

d) $e^x - x e^x + c$

	D	I
x	\times	\times
-	\times	\times
0	\times	\times

$$= x e^x - e^x + c$$



15

إذا كان $\frac{1}{x(x-1)} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$ فما قيمة $\int \frac{1}{x(x-1)} dx$

a) $\ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + c$

b) $\ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + c$

c) $\ln|x-1| + \ln|x| + c$

d) $\ln|x| - \ln|x+1| + c$

بحرر الكسار

$$= \int -\frac{1}{x} dx + \int \frac{1}{x-1} dx$$

$$= -\ln|x| + \ln|x-1| + c$$

$$= \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + c$$

16

أي من الإجابات التالية تمثل المساحة المظللة في الشكل المرسوم؟

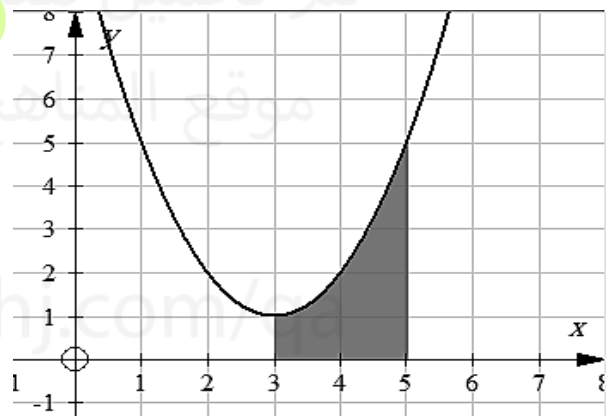
a) $\int_3^5 f(x) dx$

b) $-\int_3^5 f(x) dx$

c) $\int_1^5 f(x) dx$

d) $-\int_1^5 f(x) dx$

الاجابة هي
 هاتين كلاً
 $\int_3^5 f(x) dx$
 فوق محور x



17 انظر لبيان الدالة $f(x)$ الموضح أدناه، فأَي مما يلي هو قيمة $\int_0^8 |f(x)| dx$ لنفس المساحة

a) $\int_0^8 |f(x)| dx = 1.5\pi - 4$

b) $\int_0^8 |f(x)| dx = 1.5\pi + 4$

c) $\int_0^8 |f(x)| dx = 2.5\pi - 4$

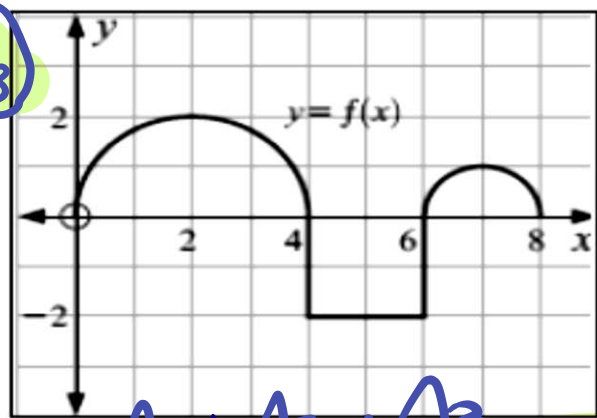
d) $\int_0^8 |f(x)| dx = 2.5\pi + 4$

$A_1 + A_2 + A_3$

$A_1 = \frac{1}{2}\pi r^2$
 $= \frac{1}{2}\pi(2)^2$
 $= 2\pi$

$A_2 = 2 \times 2$
 $= 4$

$A_3 = \frac{1}{2}\pi r^2$
 $= \frac{1}{2}\pi(1)^2$
 $= \frac{1}{2}\pi$



$A_1 + A_2 + A_3$
 $2\pi + 4 + \frac{1}{2}\pi = 2.5\pi + 4$



18

أيما مما يلي يمثل مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x) = 2 - \sqrt{x}$

ومحور x ومحور y من التقاطع بعدد في الفترة يكون ناتج صحيح

a) $\int_4^0 (2 - \sqrt{x}) dx$

$y = 0$

b) $\int_0^4 (2 - \sqrt{x}) dx$

$2 - \sqrt{x} = 0$

$2 = \sqrt{x}$

الربع

c) $\int_2^0 (2 - \sqrt{x}) dx$

$x = 4$

d) $\int_0^2 (2 - \sqrt{x}) dx$

محور y

مضاه

$x = 0$

19

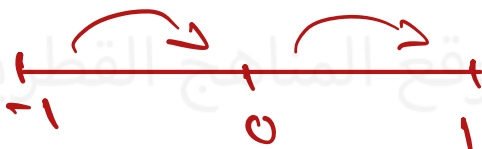
أيما مما يلي يمثل مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالتين $g(x) = x$ و $f(x) = x^3$

a) $\int_{-1}^1 x^3 - x dx$

b) $\left| \int_{-1}^1 x^3 - x dx \right|$

c) $\left| \int_{-1}^0 x^3 - x dx + \int_0^1 x^3 - x dx \right|$

d) $\left| \int_{-1}^0 x^3 - x dx \right| + \left| \int_0^1 x^3 - x dx \right|$



نكاملين

$y_1 = y_2$

$x^3 = x$

$x^3 - x = 0$

$x(x^2 - 1) = 0$

$x(x - 1)(x + 1) = 0$

$x = 0$

$x = -1$

$x = 1$

20

أيما مما يلي يمثل مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالتين $f(x) = 3x$ ومحور x

والمستقيمين $x = -2$, $x = 2$

a) $\int_{-2}^2 3x dx$

b) $\int_{-2}^0 3x dx - \int_0^2 3x dx$

c) $-\int_{-2}^0 3x dx + \int_0^2 3x dx$

d) $\int_{-2}^0 3x dx + \int_0^2 3x dx$



عند التحقق بعدد في كل فترة

من الفترة $[-2, 0]$ ← سالب

من الفترة $[0, 2]$ ← موجب

$y = 0$

$3x = 0$

$x = 0$



21

أيا مما يلي يمثل مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالتين

$$g(x) = x, f(x) = 2 - x^2$$

a) $\int_{-2}^1 g(x) - f(x) dx$

b) $\int_{-2}^1 f(x) - g(x) dx$

c) $\int_{-2}^1 f(x) + g(x) dx$

d) $\int_{-2}^0 g(x) - f(x) dx$

$$\int_{-2}^1 (f(x) - g(x)) dx$$

تحقق التعريف بالحد من مظهر الدالة

$$\begin{aligned} y_1 &= y_2 \\ x &= 2 - x^2 \\ x^2 + x - 2 &= 0 \\ (x+2)(x-1) &= 0 \\ x &= -2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

22

حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية والمحددة بالمنحنى $y = \sqrt{4 - x^2}$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 0$ و $x = 2$ دورة كاملة حول محور السينات يُساوي:

a) $\frac{3}{16}\pi$

b) $\frac{8}{3}\pi$

c) $\frac{16}{3}\pi$

d) 16π

إذا طبق حجم دوائر في x تكاين في طول

$$V = \pi \int_0^2 (\sqrt{4 - x^2})^2 dx$$

$$V = \pi \int_0^2 (4 - x^2) dx = \pi \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2$$

$$= \pi \left[\left(8 - \frac{8}{3} \right) - (0) \right] = \frac{16}{3}\pi$$

23

أوجد حجم الجسم الدوراني الناتج من دوران الدالة $y = x$ حول محور السينات في الفترة $0 \leq x \leq 3$

a) $9\pi \text{ unit}^3$

b) $27\pi \text{ unit}^3$

c) 9 unit^3

d) 27 unit^3

$$V = \pi \int_0^3 (x)^2 dx$$

$$= \pi \int_0^3 x^2 dx = \pi \left[\frac{1}{3}x^3 \right]_0^3$$

$$= \pi \left[\left(\frac{1}{3}(3)^3 \right) - 0 \right] = 9\pi$$



24

أي مما أدناه يمثل حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بين المخطط البياني للدالة $y = 2e^{2x} - 2$ والمستقيمين الرأسيين $x = -\ln 6$, $x = \ln 2$ دورة كاملة حول محور x

a) $\pi \int_{-\ln 6}^{\ln 2} (4e^{4x^2} - 8e^{2x} - 4) dx$

b) $\pi \int_{-\ln 6}^{\ln 2} (4e^{4x} - 8e^{2x} + 4) dx$

c) $\pi \int_{-\ln 6}^{\ln 2} (4e^{2x} - 8e^{2x} + 4) dx$

d) $\pi \int_{-\ln 6}^{\ln 2} (4e^{4x^2} + 4e^{2x} + 4) dx$

$$V = \pi \int_{-\ln 6}^{\ln 2} (2e^{2x} - 2)^2 dx$$

$$V = \pi \int_{-\ln 6}^{\ln 2} (4e^{4x} - 8e^{2x} + 4) dx$$

25

أي مما يلي يمثل الحل العام للمعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = \frac{4y}{x}$

a) $y = Ae^4$

b) $y = Ae^{2x^2}$

c) $y = Ae^{4x}$

d) $y = Ae^{\frac{x}{4}}$

$$\begin{aligned} dy &= 4y dx \\ \int \frac{dy}{y} &= \int 4 dx \\ \ln |y| &= 4x + c \\ |y| &= e^c \cdot e^{4x} \end{aligned}$$

متى، متى

$$y = \pm e^c \cdot e^{4x}$$

$$y = Ae^{4x}$$

26

أي مما يلي يمثل الحل العام للمعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{y}$ (متى، متى)

a) $y^2 = 3x + c$

b) $y^2 = 6x + c$

c) $y = -2\sqrt{6x + c}$

d) $y = 2\sqrt{6x + c}$

$$\int y dy = \int 3 dx$$

$$\frac{1}{2} y^2 = 3x + c$$

الـ 2 x

$$y^2 = 6x + c$$



27 أي مما يلي يمثل الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y' = xy$ علماً بأن $y(0) = 5$

a) $y = Ae^{\frac{x^2}{2}}$

b) $y = 5e^{\frac{x}{2}}$

c) $y = 5e^{\frac{x^2}{2}}$

d) $y = 5e^{2x^2}$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= xy \\ dy &= xy dx \\ \int \frac{dy}{y} &= \int x dx \\ \ln |y| &= \frac{1}{2} x^2 + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |y| &= e^c \cdot e^{\frac{1}{2}x^2} \\ y &= \pm e^c \cdot e^{\frac{1}{2}x^2} \\ y &= A e^{\frac{1}{2}x^2} \\ 5 &= A e^{\frac{1}{2}(0)^2} \\ A &= 5 \\ y &= 5 e^{\frac{1}{2}x^2} \end{aligned}$$

28 أوجد التكامل التالي $\int \frac{3 - \cos^2 x}{1 - \sin^2 x} dx$

a) $3 \sec^2 x + c$

b) $3 \tan x + c$

c) $3 \tan x - x + c$

d) $3 \tan^2 x + x + c$

$$\begin{aligned} \int \frac{3 - \cos^2 x}{\cos^2 x} dx & \text{ (كراوس)} \\ \int \left(\frac{3}{\cos^2 x} - \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} \right) dx \\ \int (3 \sec^2 x - 1) dx \\ &= 3 \tan x - x + c \end{aligned}$$

29 أوجد: $\int 3(3x+1)^7 dx$ بالتحريف

a) $\frac{1}{8} (3x+1)^8 + c$

b) $\frac{1}{6} (3x+1)^6 + c$

c) $\frac{3}{8} (3x+1)^8 + c$

d) $\frac{1}{3} (3x+1)^8 + c$

$$\begin{aligned} u &= 3x+1 \\ \frac{du}{dx} &= 3 \rightarrow dx = \frac{du}{3} \\ \int 3 u^7 \frac{du}{3} &= \int u^7 du \\ &= \frac{1}{8} u^8 + c = \frac{1}{8} (3x+1)^8 + c \end{aligned}$$

30 أي مما يلي يُعبّر عن الدالة $g(x)$ ، إذا علمت أن مشتقتها الأولى هي : $\frac{2}{x} - \sin(x)$

a) $2 \ln|x| - \cos x + c$

b) $\ln|2x| - \cos x + c$

c) $2 \ln|x| + \cos x + c$

d) $3x - \cos x + c$

$g'(x) = \frac{2}{x} - \sin x$

$g(x) = 2 \ln|x| + \cos x + c$

31 ما ناتج التكامل : $\int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + 2 \sin(2x) \right) dx$

a) $\tan(x) + \cos(2x) + c$

b) $\frac{1}{\sin^2 x} - \cos(2x) + c$

c) $\sin^2 x - \cos(2x) + c$

d) $\tan(x) - \cos(2x) + c$

$\int \sec^2 x + 2 \sin(2x) dx$
 $= \tan x - \frac{1}{2} \cos(2x) + c$
 $= \tan x - \cos(2x) + c$

32 ما قيمة التكامل : $\int_1^2 f(x) dx$ إذا كان $\int_1^3 f(x) dx = 4$ ، $\int_2^3 f(x) dx = -6$

a) -10

b) -2

c) 2

d) 10

$\int_1^2 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx$
 $= 4 - (-6)$
 $= 10$



33

بالقوي

ما ناتج التكامل: $\int x e^{x^2} dx$

a) $\frac{1}{2} e^{2x} + c$

b) $2 e^{x^2} + c$

c) $\frac{1}{2} e^{x^2} + c$

d) $x e^{x^2} + c$

$u = x^2$

$\frac{du}{dx} = 2x$

$dx = \frac{du}{2x}$

$\int x e^u \frac{du}{2x}$

$\int \frac{1}{2} e^u du$

$= \frac{1}{2} e^u + c$

$= \frac{1}{2} e^{x^2} + c$

34

يوضح الرسم البياني أدناه الدالة $y = f(x)$ ما قيمة $\int_{-1}^5 f(x) dx$

a) -3

b) 12

c) 14

d) 15

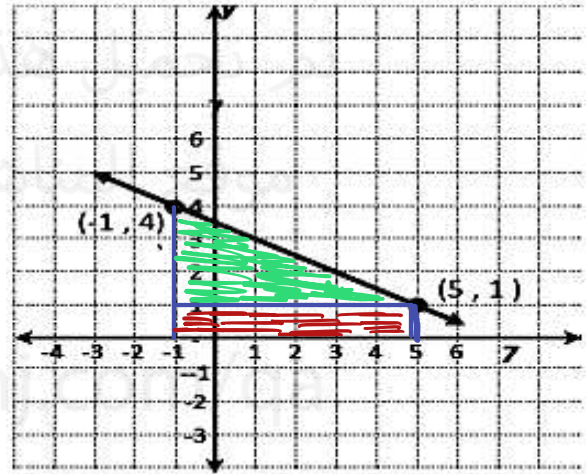
ازا طلب تقاطع هاتين

 $A_1 + A_2$ $Lw + \frac{1}{2}bh$

$(6 \times 1) + (\frac{1}{2} \times 6 \times 3)$

$= 6 + 9$

$= 15$



35

بالقوي

أوجد: $\int \frac{2x}{(x^2+1)^4} dx$

a) $\frac{1}{(x^2+1)^3} + c$

b) $-\frac{1}{3(x^2+1)^3} + c$

c) $\frac{2}{5} (x^2+1)^5 + c$

d) $(x^2+1)^{-5} + c$

$u = x^2 + 1$

$\frac{du}{dx} = 2x$

$dx = \frac{du}{2x}$

$\int \frac{2x}{u^4} \cdot \frac{du}{2x}$

$\int u^{-4} du$

$= -\frac{1}{3} u^{-3} + c$

$= -\frac{1}{3} (x^2+1)^{-3} + c$

$= -\frac{1}{3(x^2+1)^3} + c$



36

بالترتيب

أوجد التكامل الغير محدود التالي: $\int \sec^2(3x) e^{\tan(3x)} dx$

a) $e^{\tan(3x)} + c$

b) $\frac{1}{3} e^{\tan(3x)} + c$

c) $\frac{1}{3} e^{\tan(x)} + c$

d) $e^{\tan(x)} + c$

$$u = \tan(3x)$$

$$\frac{du}{dx} = 3 \sec^2(3x)$$

$$dx = \frac{du}{3 \sec^2(3x)}$$

$$\int \sec^2(3x) e^u \frac{du}{3 \sec^2(3x)}$$

$$\int \frac{1}{3} e^u du$$

$$\frac{1}{3} e^u + c$$

$$\frac{1}{3} e^{\tan(3x)} + c$$

37

إذا كان $\int_0^1 f(x) dx = 4$ ، $f(0) = -2$ ، $f(1) = 2$ أوجد $\int_0^1 x \cdot f'(x) dx$

a) 6

b) 4

c) -2

d) -4

$$[x f(x)] - \int f(x) dx$$

$$[(1 \cdot f(1)) - (0 \cdot f(0))] - 4$$

$$(1 \cdot 2) - 0 - 4$$

$$2 - 4 = -2$$

D	I
x	f'(x)
1	f(x)
0	f(x) dx

38

إذا كان $u \cdot v = \frac{-1}{2} x \cos 2x$ ، $v du = \frac{-1}{2} \cos 2x$ ، أوجد $\int u dv$

a) $\frac{-1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + c$

b) $\frac{-1}{2} x \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + c$

c) $\frac{-1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x + c$

d) $\frac{-1}{2} x \cos 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + c$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$= \frac{-1}{2} x \cos 2x - \int \frac{-1}{2} \cos 2x dx$$

$$= \frac{-1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{2} \int \cos 2x dx$$

$$= \frac{-1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \sin 2x + c$$

$$= \frac{-1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + c$$



39

بالآخوين

أوجد $\int \sin^2(3x) \cos(3x) dx$

a) $\sin^3(3x) + c$

b) $\frac{1}{3} \sin^3(3x) + c$

c) $\frac{1}{9} \sin^3(3x) + c$

d) $-\frac{1}{9} \sin^3(3x) + c$

$$\int (\sin 3x)^2 \cos 3x dx$$

$$u = \sin 3x$$

$$\frac{du}{dx} = 3 \cos 3x$$

$$dx = \frac{du}{3 \cos 3x}$$

$$\int u^2 \cos 3x \frac{du}{3 \cos 3x}$$

$$\int \frac{1}{3} u^2 du$$

$$= \frac{1}{9} u^3 + c$$

$$= \frac{1}{9} \sin^3 3x + c$$

40

فأوجد قيمة a إذا كان $\int_a^{a^2-5a} f(x) dx = 0$

a) $a = 0$, $a = -5$

b) $a = 0$, $a = -6$

c) $a = 0$, $a = 6$

d) $a = 0$, $a = 4$

أداة غير قابلة للتفاضل
تتمتع هذه التكامل المحدود

$$a^2 - 5a = a$$

$$a^2 - 5a - a = 0$$

$$a^2 - 6a = 0$$

$$a(a - 6) = 0$$

$$a = 0$$

$$a - 6 = 0$$

$$a = 6$$

41

أوجد التكامل التالي: $\int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - x\sqrt{x} \right) dx$

a) $\sqrt{x} - \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + c$

b) $2\sqrt{x} - \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + c$

c) $\sqrt{x} - \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + c$

d) $2\sqrt{x} - \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + c$

$$\int \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} - x \cdot x^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \int \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} x^{\frac{1}{2}} - \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + c$$

$$= x^{\frac{1}{2}} - \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + c$$

$$= \sqrt{x} - \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + c$$



42

أوجد التكامل التالي: $\int \frac{3(3x^6-5)}{x^4} dx$ تفك القوس ونحل كراسي

a) $-6x + c$

b) $3x^3 + \frac{5}{x^3} + c$

c) $9x^3 - \frac{15}{x^3} + c$

d) $3x^2 - \frac{5}{x^4} + c$

$$\int \frac{9x^6 - 15}{x^4} dx = \int \frac{9x^6}{x^4} - \frac{15}{x^4} dx$$

$$= \int 9x^2 - 15x^{-4} dx = 3x^3 + 5x^{-3} + c$$

$$= 3x^3 + \frac{5}{x^3} + c$$

43

أوجد التكامل التالي: $\int (10x - 3x^5)^4 \cdot (2 - 3x^4) dx$ بالتعويض

a) $(10x - 3x^5)^5 + c$

b) $\frac{1}{25} (10x - 3x^5)^5 + c$

c) $(10x - 3x^5)^4 + (-12x^3) + c$

d) $\frac{1}{5} (5x - \frac{1}{2}x^6)^5 + c$

$$u = 10x - 3x^5$$

$$\frac{du}{dx} = 10 - 15x^4 \rightarrow dx = \frac{du}{10 - 15x^4}$$

$$\int u^4 (2 - 3x^4) \frac{du}{(10 - 15x^4)}$$

$$\int \frac{1}{5} u^4 du = \frac{1}{5} u^5 + c = \frac{1}{5} (10x - 3x^5)^5 + c$$

44

إذا كان $\int_2^5 f(x) dx = 10$ ، $\int_5^2 g(x) dx = -8$ فأوجد: $\int_2^5 (f(x) + 2g(x)) dx$ نوزع

a) -6

b) 6

c) 18

d) 26

$$\int_2^5 f(x) dx + 2 \int_2^5 g(x) dx$$

$$= 10 + 2(8)$$

$$= 10 + 16 = 26$$

45

أوجد التكامل التالي: $\int 12x^3 \cos x^4 dx$ تعويض

a) $3 \sin x^4 + c$

b) $4 \sin x^4 + c$

c) $3 \cos x^4 + c$

d) $\frac{1}{4} \sin x^4 + c$

$$u = x^4$$

$$\frac{du}{dx} = 4x^3 \rightarrow dx = \frac{du}{4x^3}$$

$$\int 12x^3 \cos u \frac{du}{4x^3} = \int 3 \cos u du$$

$$= 3 \sin u + c$$

$$= 3 \sin x^4 + c$$



46 إذا علمت أن : $y = \int_2^x 12t \cos t \, dt$. فأوجد $\frac{dy}{dx}$ ← **قاعدة**

- a) $12 \sin x + c$
 b) $12 \cos x + c$
 c) $12x \cos x$
 d) $-12x \cos x$

$$y = \int_2^x 12t \cos t \, dt$$

$$\frac{dy}{dx} = 12x \cos x$$

47 إذا علمت أن : $y = \int_x^5 \frac{3}{u-1} du$. فأوجد $\frac{dy}{dx}$ ← **قاعدة**

- a) $\frac{3}{x-1}$
 b) $\frac{-3}{x-1}$
 c) $3 \ln|u-1| + c$
 d) $[3 \ln|5-1|] - [3 \ln|x-1|]$

$$y = \int_x^5 \frac{3}{u-1} du$$

$$y = -\int_5^x \frac{3}{u-1} du$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{3}{x-1}$$

48 إذا كان $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} f(x) dx = m$ ، $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(x) dx = n$ فما قيمة $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(x) dx$

- a) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(x) dx = m - n$
 b) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(x) dx = m + n$
 c) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(x) dx = n - m$
 d) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(x) dx = -m - n$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(x) dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} f(x) dx - \int_{\pi}^{2\pi} f(x) dx$$

$$= m - n$$

49 بالتعويض عن $u = x^2 + 9$ أي مما يلي يكافئ $\int_0^5 x\sqrt{x^2+9} dx$

- a) $\int_0^5 x\sqrt{x^2+9} dx = \int_0^5 \sqrt{u} du$
 b) $\int_0^5 x\sqrt{x^2+9} dx = \int_9^{34} \sqrt{u} du$
 c) $\int_0^5 x\sqrt{x^2+9} dx = \frac{1}{2} \int_0^5 \sqrt{u} du$
 d) $\int_0^5 x\sqrt{x^2+9} dx = \frac{1}{2} \int_9^{34} \sqrt{u} du$

$$u = x^2 + 9$$

$$\frac{du}{dx} = 2x$$

$$dx = \frac{du}{2x}$$

$$\int_0^5 x\sqrt{x^2+9} dx = \frac{1}{2} \int_9^{34} \sqrt{u} du$$

$$u = x^2 + 9$$

$$x=0 \rightarrow u=9$$

$$x=5 \rightarrow u=34$$



50

أوجد التكامل التالي: $\int \frac{7}{x-1} + 6 \cos(3x-2) dx$

- a) $\ln|x-1| + 2 \sin(3x-2) + c$
 b) $7 \ln|x-1| - 2 \sin(3x-2) + c$
 c) $7 \ln|x-1| + 2 \sin(3x+2) + c$
 d) $7 \ln|x-1| + 2 \sin(3x-2) + c$

$$\begin{aligned} & \rightarrow 7 \ln|x-1| + \frac{6}{3} \sin(3x-2) + c \\ & 7 \ln|x-1| + 2 \sin(3x-2) + c \end{aligned}$$

51

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

أوجد التكامل التالي: $\int \cot x \cdot \sin x dx$

- a) $\sin x + c$
 b) $-\sin x + c$
 c) $-\cos x + c$
 d) $\frac{1}{2}(\tan x - \cos x)^2 + c$

$$\begin{aligned} & \int \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \sin x dx \\ & \int \cos x dx = \sin x + c \end{aligned}$$

52

إذا كانت $\int v du = -\sin x + c$ ، $u \cdot v = -x \cos x$ ، فأوجد $\int u dv$

- a) $-x \cos x + \sin x + c$
 b) $-x \cos x - \sin x + c$
 c) $-x \cos x + \cos x + c$
 d) $-x \cos x - \cos x + c$

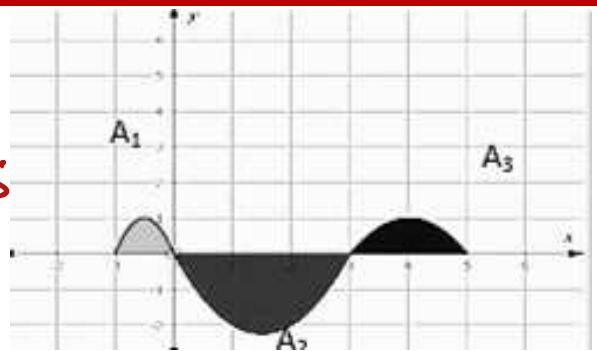
$$\begin{aligned} \int u dv &= uv - \int v du \\ &= -x \cos x - (-\sin x + c) \\ &= -x \cos x + \sin x + c \end{aligned}$$

53

من الشكل أدناه إذا كانت $A_1 = 0.75$ ، $A_3 = 1.5$ ، أوجد قيمة A_2 إذا كان: $\int_{-1}^5 f(x) dx = -2.25$

- a) -4.5
 b) 0
 c) 2.25
 d) 4.5

$$\begin{aligned} \int_{-1}^5 f(x) dx &= A_1 - A_2 + A_3 \\ -2.25 &= 0.75 - A_2 + 1.5 \\ -2.25 &= 2.25 - A_2 \\ A_2 &= 2.25 + 2.25 \\ A_2 &= 4.5 \end{aligned}$$



54

الشكل التالي يبين المخطط البياني للدالة $f(x)$ ، S_1 هي المساحة المشمولة بين المحور x والمستقيم $x = a$ والمنحنى $y = f(x)$ ، S_2 هي المساحة المشمولة بين المحور x والمستقيم $x = b$ والمنحنى $y = f(x)$. فما قيمة $\int_a^b f(x) dx$

a) $S_1 + S_2$

b) $|S_1 - S_2|$

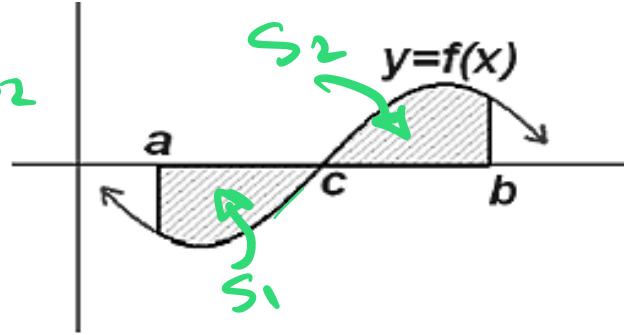
c) $S_1 - S_2$

d) $S_2 - S_1$

$$\int_a^b f(x) dx = -S_1 + S_2$$

تكون x ، S_1 ←
تكون x ، S_2 ←

$$= S_2 - S_1$$



55

أي من التكاملات التالية يستخدم في استنتاج الصيغة العامة لحجم الأسطوانة الدائرية القائمة التي طول نصف قطرها r وارتفاعها h ؟

a) $\pi \int_0^h r dx$

b) $\pi \int_0^r h dx$

c) $\pi \int_0^h r^2 dx$

d) $\pi \int_0^r h^2 dx$

$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

$$V = \pi \int_0^h (r)^2 dx$$

$$V = \pi \int_0^h r^2 dx$$

الأسطوانة

$y = r$ → الراديوس
[0, h] → الارتفاع
تقضي

56

طول المتجه $v = 6$ وطول $w = 3$ والزاوية بين المتجهين من نقطة بدايتهما هي 60° فأوجد $w \cdot v$

a) 9

b) 18

c) 36

d) 540

$$w \cdot v = |w| |v| \cos \theta$$

$$= 3 \times 6 \times \cos 60$$

$$= 9$$



57

إذا كان $a = \langle 1, -4 \rangle$, $b = \langle -3, -5 \rangle$, أي مما يلي يمثل $3a - b$

a) $\langle 6, -7 \rangle$

b) $\langle 0, -7 \rangle$

c) $\langle 6, 7 \rangle$

d) $\langle -6, -7 \rangle$

$$3a - b$$

$$3\langle 1, -4 \rangle - \langle -3, -5 \rangle$$

$$\langle 3, -12 \rangle - \langle -3, -5 \rangle$$

$$\langle 3+3, -12+5 \rangle = \langle 6, -7 \rangle$$

58

فرض القاس $u \cdot v = 0$

أي مما يلي يمثل متجهين متعامدين

a) $\langle 1, 0, -1 \rangle, \langle 0, 1, 1 \rangle \rightarrow (1 \times 0) + (0 \times 1) + (-1 \times 1) = -1 \neq 0 \times$

b) $\langle 0, 1, 0 \rangle, \langle 0, 1, -1 \rangle \rightarrow (0 \times 0) + (1 \times 1) + (0 \times -1) = 1 \neq 0 \times$

c) $\langle 1, 0, -1 \rangle, \langle 1, 1, 0 \rangle \rightarrow (1 \times 1) + (0 \times 1) + (-1 \times 0) = 1 \neq 0 \times$

d) $\langle 1, 1, 1 \rangle, \langle 0, 1, -1 \rangle \rightarrow (1 \times 0) + (1 \times 1) + (1 \times -1) = 0 \checkmark$

59

فرض التوازي $u = kv$

أي مما يلي يمثل متجهين متوازيين

a) $\langle 1, 2, -3 \rangle, \langle 2, 1, 1 \rangle \rightarrow \frac{1}{2} \neq \frac{2}{1} \neq \frac{-3}{1} \times$

b) $\langle 2, 8, 2 \rangle, \langle 4, 16, 1 \rangle \rightarrow \frac{2}{4} = \frac{8}{16} \neq \frac{2}{1} \times$

c) $\langle 3, -1, 5 \rangle, \langle 6, 2, 10 \rangle \rightarrow \frac{3}{6} \neq \frac{-1}{2} \neq \frac{5}{10} \times$

d) $\langle 12, 3, -15 \rangle, \langle 4, 1, -5 \rangle \rightarrow \frac{12}{4} = \frac{3}{1} = \frac{-15}{-5} = 3 \checkmark$

بالقسيم

60

إذا كان $a = \langle x, 2y - 1 \rangle$, $b = \langle 3y - 2, -1 \rangle$ ، إذا علمت أن $a = b$ أوجد x, y نسألي الملاحظات

a) $x = -2$, $y = 0$

b) $x = 2$, $y = 4$

c) $x = 4$, $y = 5$

d) $x = 4$, $y = 2$

$x = 3y - 2$

$x = 3(0) - 2$

$x = -2$

$2y - 1 = -1$

$2y = 0$

$y = 0$



61

ليكن $u = \langle -1, 3 \rangle$ ، $v = \langle 4, 7 \rangle$ فأوجد $|2u - v|$

a) $\sqrt{41}$

b) $\sqrt{37}$

c) 41

d) 37

$$2u - v = 2\langle -1, 3 \rangle - \langle 4, 7 \rangle$$

$$= \langle -2, 6 \rangle - \langle 4, 7 \rangle$$

$$= \langle -6, -1 \rangle$$

$$|2u - v| = \sqrt{(-6)^2 + (-1)^2} = \sqrt{37}$$

62

أوجد متجه الوحدة في نفس اتجاه المتجه $u = \langle 4, -3 \rangle$

a) $\langle \frac{-4}{5}, \frac{3}{5} \rangle$

b) $\langle \frac{4}{5}, \frac{3}{5} \rangle$

c) $\langle \frac{4}{5}, \frac{-3}{5} \rangle$

d) $\langle \frac{-4}{5}, \frac{-3}{5} \rangle$

$$\hat{u} = \frac{1}{\sqrt{(4)^2 + (-3)^2}} \langle 4, -3 \rangle$$

$$\hat{u} = \frac{1}{5} \langle 4, -3 \rangle$$

$$\hat{u} = \langle \frac{4}{5}, \frac{-3}{5} \rangle$$

63

إذا كان u, v متجهين في المستوي الإحداثي والزاوية بينهما θ وكانت $\theta = 60^\circ$ أوجد $|v|$ ، $|u| = 8$ ، $u \cdot v = 16$

a) 2

b) 4

c) 6

d) 8

$$u \cdot v = |u||v|\cos\theta$$

$$|v| = \frac{u \cdot v}{|u|\cos\theta} = \frac{16}{8\cos 60} = 4$$

64

إذا كانت B هي النقطة $(2, -3, 5)$ ، وكان $\overrightarrow{AB} = \langle 3, 0, -2 \rangle$ أوجد إحداثي النقطة A .

a) $\langle -1, -3, 7 \rangle$

b) $\langle 1, 3, -7 \rangle$

c) $\langle 1, -3, 7 \rangle$

d) $\langle -1, 3, -7 \rangle$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{B} - \overrightarrow{A}$$

$$\overrightarrow{A} = \overrightarrow{B} - \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{A} = \langle 2, -3, 5 \rangle - \langle 3, 0, -2 \rangle = \langle -1, -3, 7 \rangle$$

$$\overrightarrow{A} = \langle -1, -3, 7 \rangle$$



65

إذا كان المتجه $u = \langle -3, 1 \rangle$ عكس اتجاه المتجه $v = \langle k + 1, 2 \rangle$

أوجد قيمة الثابت K

على أي اتجاه ← توازي
نفس الاتجاه ← توازي

a) $k = -7$

b) $k = -6$

c) $k = 5$

d) $k = 7$

شرط التوازي $u = kv$

$$\frac{k+1}{-3} = \frac{2}{1}$$

$$k+1 = -6$$

$$k = -6 - 1$$

$$k = -7$$

تقسيم

66

باستعمال الشكل ادناه أوجد مركبتي المتجه v .

a) $\langle 4, 4\sqrt{3} \rangle$

b) $\langle 4\sqrt{3}, 4 \rangle$

c) $\langle -4\sqrt{3}, 4 \rangle$

d) $\langle 4\sqrt{3}, -4 \rangle$

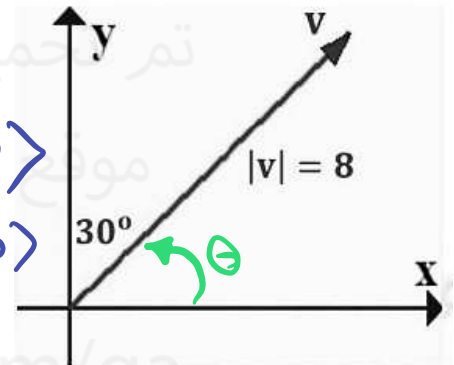
$$\theta = 90 - 30$$

$$\theta = 60$$

$$v = \langle |v| \cos \theta, |v| \sin \theta \rangle$$

$$v = \langle 8 \cos 60, 8 \sin 60 \rangle$$

$$v = \langle 4, 4\sqrt{3} \rangle$$



67

متجه وحدة معناه $|v| = 1$

أي من التالي ليس متجه وحدة ؟

a) $\langle \frac{1}{2}, \frac{-1}{2} \rangle$

$$\rightarrow |v| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1}{2}\right)^2} \neq 1$$

b) $\langle \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}} \rangle$

$$\rightarrow |v| = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1$$

c) $\langle \frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \rangle$

$$\rightarrow |v| = \sqrt{\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$$

d) $\langle \frac{3}{5}, -\frac{4}{5} \rangle$

$$\rightarrow |v| = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{-4}{5}\right)^2} = 1$$



68 أوجد قيمة الثابت m إذا كان $v = \langle 2, -1, 3 \rangle$, $u = \langle m, 2, m+4 \rangle$ متعامدين .

a) $m = -6$

b) $m = -4$

c) $m = -2$

d) $m = 0$

نشر الثامن $u \cdot v = 0$

$$(2 \times m) + (-1 \times 2) + (3 \times (m+4)) = 0$$

$$2m - 2 + 3m + 12 = 0$$

$$5m + 10 = 0 \rightarrow m = -2$$

69 أوجد قيمة الثابت t التي تجعل المتجه $v = \langle 2t, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}} \rangle$ متجه وحدة $\leftarrow |v| = 1$

a) $t = \frac{-\sqrt{3}}{4}$

b) $t = 0$

c) $t = \frac{\sqrt{3}}{4}$

d) $t = 1$

نبيع لإبراهيم $\sqrt{(2t)^2 + (\frac{1}{\sqrt{2}})^2 + (\frac{-1}{\sqrt{2}})^2} = 1$

$$4t^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$4t^2 + 1 = 1$$

$$4t^2 = 0$$

$$t^2 = 0 \rightarrow t = 0$$

70 أوجد الشغل اللازم بذله لتحريك جسم من النقطة $A = (0,0)$ إلى النقطة $B = (-2,3)$ بقوة مقدارها $20N$ في اتجاه المتجه $\langle 4, 3 \rangle$.

a) -6

b) -4

c) 4

d) 6

متجه القوة $F = \frac{20}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \langle 4, 3 \rangle$
 $F = 4 \langle 4, 3 \rangle$
 $= \langle 16, 12 \rangle$

متجه الزا $\vec{AB} = B - A = \langle -2, 3 \rangle$
 $W = F \cdot \vec{AB}$
 $(16 \times -2) + (12 \times 3) = 4$

71 اكتب المقدار $\sqrt{-100}$ في صورة bi حيث b عدد حقيقي .

a) $100i$

b) $50i$

c) $10i$

d) $-10i$

$$\sqrt{-100} = \sqrt{100} \sqrt{-1}$$

$$= 10 \sqrt{-1}$$

$$= 10i$$



72

إذا كانت α, β, γ هي الزوايا بين المتجه v والمحاور الإحداثية x, y, z على الترتيب .
أي مما يلي صحيح ؟

- a) $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 1$
- b) $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1$
- c) $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$
- d) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta + \tan^2 \gamma = 1$

تفط

73

أوجد العددين الحقيقيين x, y اللذين يحققان المعادلة: $x - 3yi = 6i$

- a) $x = 0$, $y = 6$
- b) $x = 0$, $y = 2$
- c) $x = 0$, $y = -2$
- d) $x = 1$, $y = -2$

$$x - 3yi = 0 + 6i$$

$$x = 0 \quad | \quad -3y = 6$$

$$y = \frac{6}{-3}$$

$$y = -2$$

74

أي الخيارات التالية قيمة المقدار $i + i^2 + i^3 + i^4$

- a) $-i$
- b) 0
- c) i
- d) \sqrt{i}

$$i + i^2 + i^3 + i^4$$

$$\cancel{i} - \cancel{1} - \cancel{i} + \cancel{1}$$

$$= 0$$

75

أي الخيارات التالية يمثل الصيغة القياسية للكسر $\frac{-1}{i}$ ؟

- a) $0 - i$
- b) $0 + 0i$
- c) $0 + i$
- d) $-1 + i$

$$\frac{-1}{i} = -i^{-1} = -i^{-1+4} = -i^3$$

$$= -(-i) = i$$

$$= 0 + i$$



76

أي الخيارات التالية يمثل الصيغة القياسية لنتاج ضرب $(2 + 3i)(2 - 3i)$ ؟a) i

$$= (2 + 3i)(2 - 3i)$$

b) $4 - 9i$

$$= (2)^2 + (3)^2$$

c) $13 + 0i$

$$= 13 + 0i$$

d) $-5 + 12i$

مترافق

$$z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$$

تُحذف

77

أي من التالي يمثل حلاً للمعادلة التربيعية $x^2 + 25 = 0$ في مجموعة الأعداد المركبة ؟a) $x = 5i$, $x = -5i$

$$x^2 + 25 = 0$$

b) $x = 25i$, $x = 25i$

$$x^2 = -25$$

c) $x = 5$, $x = -5$

$$x = \pm \sqrt{-25}$$

d) $x = 25$, $x = -25$

$$x = \pm 5i$$

78

إذا كان $\frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ أحد حلول المعادلة التربيعية $x^2 + x + 1 = 0$

أي مما يلي هو الحل الآخر للمعادلة ؟

a) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

العدد الآخر للمعادلة التربيعية مترافق العدد المعطى

b) $\frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

العدد الآخر

c) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

$$-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

d) $\frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 

79

أي الخيارات التالية يمثل مقياس العدد المركب $12 - 5i$ ؟

- a) -13
b) -5
c) 12
d) 13

$$|z| = \sqrt{(12)^2 + (-5)^2} = 13$$

80

أوجد المسافة بين النقطة التي تمثل العدد المركب $r = -7 + 3i$ والنقطة التي تمثل العدد المركب $s = 2 - 8i$.

- a) 202
b) $\sqrt{202}$
c) $\sqrt{147}$
d) $5\sqrt{2}$

المسافة ← المسافة بين النقطتين

$$r - s = (-7 + 3i) - (2 - 8i) = -7 + 3i - 2 + 8i = -9 + 11i$$

$$|r - s| = \sqrt{(-9)^2 + (11)^2} = \sqrt{202}$$

81

ما مقياس وسعة العدد المركب $z = -1 - \sqrt{3}i$ ؟

- a) $r = 2$, $\theta = 60^\circ$
b) $r = 2$, $\theta = 120^\circ$
c) $r = 2$, $\theta = 240^\circ$
d) $r = 2$, $\theta = 300^\circ$

$$r = \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2$$

$$\theta' = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{1}\right) = 60^\circ$$

$$\theta = 180^\circ + 60^\circ = 240^\circ$$

82

إذا كان $z_1 = 2 \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right)$, $z_2 = 3 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ فأوجد $z_1 \cdot z_2$

- a) $3(\cos \pi + i \sin \pi)$
b) $6(\cos \pi + i \sin \pi)$
c) $3(\cos 2\pi + i \sin 2\pi)$
d) $6(\cos 2\pi + i \sin 2\pi)$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 r_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2))$$

$$= 2 \times 3 \left(\cos\left(\frac{7\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) \right)$$

$$= 6 (\cos(2\pi) + i \sin(2\pi))$$



83 أي الخيارات التالية هو عدد الحلول المركبة المختلفة للمعادلة التالية $z^5 = 1 + i$ ؟

a) 0

b) 1

c) 4

d) 5

عدد حلول المعادلة تساوي درجة المعادلة

عدد حلول المعادلة = 5

84 أي الخيارات التالية ليس جذراً من الرتبة الرابعة للعدد المركب 1

a) $i^2 \rightarrow (i^2)^4 = i^8 = 1 \checkmark$

b) $-i^2 \rightarrow (-i^2)^4 = i^8 = 1 \checkmark$

c) $\sqrt{i} \rightarrow (\sqrt{i})^4 = i^2 = -1 \times$

d) $\sqrt{-1} \rightarrow (\sqrt{-1})^4 = i^4 = 1 \checkmark$

85 اكتب العدد المركب التالي في الصورة القياسية $\frac{2}{3-i}$

a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}i$

b) $\frac{6}{5} + \frac{2}{5}i$

c) $\frac{3}{8} + \frac{1}{8}i$

d) $\frac{3}{10} + \frac{1}{10}i$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3-i} \cdot \frac{3+i}{3+i} &= \frac{6+2i}{(3)^2 + (1)^2} \\ &= \frac{6+2i}{10} \\ &= \frac{6}{10} + \frac{2}{10}i = \frac{3}{5} + \frac{1}{5}i \end{aligned}$$

86 أوجد سعة العدد المركب $z = \sqrt{3} - i$

a) $\theta = 150^\circ$

b) $\theta = 210^\circ$

c) $\theta = 300^\circ$

d) $\theta = 330^\circ$

$$\theta' = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 30$$

$$\theta = 360 - 30$$

$$\theta = 330$$



87

إذا كان تباين المتغير العشوائي X هو $Var(X) = 5$ فأياً مما يلي يمثل قيمة الانحراف المعياري للمتغير العشوائي $Y = 2X - 1$

a) 3

b) $\sqrt{19}$ c) $2\sqrt{5}$ d) $\sqrt{24}$

$$Var(2x-1) = (2^2) Var(x)$$

$$= 4(5) = 20$$

$$الانحراف المعياري = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

88

إذا كان X متغير عشوائي منفصل وكان $E(X) = 4$ ، $E(X^2) = 22$ فأياً مما يلي يمثل قيمة $Var(X)$

a) 6

b) 18

c) 26

d) 88

$$\begin{aligned} Var(x) &= E(x^2) - E^2(x) \\ &= E(x^2) - (E(x))^2 \\ &= 22 - (4)^2 = 6 \end{aligned}$$

89

لمتغير عشوائي ذا حدين إذا كان التوزيع الاحتمالي له $X \sim B(20, 0.3)$. أوجد القيمة المتوقعة لهذا التوزيع

تذكر

a) 6

b) 4.2

c) 19.7

d) 20.3

$$\begin{aligned} X &\sim B(n, p) \\ n &= 20 \\ p &= 0.3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(x) &= np \\ E(x) &= 20 \times 0.3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

90

أي الخيارات التالية صحيح دائماً

a) $Var(X) > 1$ b) $Var(X) < 1$ c) $Var(X) \geq 0$ d) $Var(X) < 0$

$$Var(X) = (x - E(x))^2 \times p(x)$$

دائماً صحيح

$$Var(x) \geq 0 \quad \text{تحفظ}$$



للمتغير العشوائي X التوزيع الاحتمالي التالي :

X	1	2	3	4
$P(X)$	0.16	0.24	0.3	$3K$

91

توزيعات الاحتمال ← مجموعها يساوي 1

أوجد قيمة $P(X=1,4)$

a) 1

b) 0.33

c) 0.46

d) 0.54

$$0.16 + 0.24 + 0.3 + 3K = 1$$

$$0.7 + 3K = 1$$

$$3K = 0.3$$

$$K = 0.1$$

$$P(1) + P(4)$$

$$0.16 + 3(0.1)$$

$$= 0.46$$

92

نرمي مكعباً منتظماً مرقماً 6 مرات، وشرط نجاح التجربة هو الحصول على عدد أكبر من 4 في كل مرة. إذا قربنا الإجابة إلى أقرب نسبة مئوية، أي الخيارات التالية يمثل احتمال الحصول على محاولتين ناجحتين بالضبط؟

a) 2%

b) 8%

c) 23%

d) 33%

$$(6C2) \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$= 33\%$$

$$n = 6$$

$$p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$q = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$r = 2$$

93

تم تصميم قرص دوار يتألف من 4 أقسام مرقمة من 1 إلى 4 وأن كل قسم من الأقسام 2 و 1 يمثل ثلث دائرة والقسمين 3 و 4 يقسمان الثلث الباقي من الدائرة. أوجد القيمة المتوقعة لدورة واحدة للقرص

a) $\frac{11}{4}$

b) $\frac{11}{6}$

c) $\frac{13}{4}$

d) $\frac{13}{6}$

x	1	2	3	4
$P(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$E(x) = (1 \times \frac{1}{3}) + (2 \times \frac{1}{3}) + (3 \times \frac{1}{6}) + (4 \times \frac{1}{6})$$

$$= \frac{13}{6}$$



94

أياً من التالي يمثل متغير عشوائي منفصل

- a) درجة حرارة في فرن
- b) عدد الكتب في مكتبة
- c) الضغط الجوي عند قمة جبل
- d) المسافة التي يقطعها سائق سيارة بين مدينتين

95

أياً من التالي يمثل متغير عشوائي متصل

- a) عدد طلاب الصف الثالث عشر في مدرستك
- b) عدد الشعر في رأس فصيلة من الكلاب الأليفة
- c) مدة تأخر طالب عن حصة تعليمية
- d) معدل ضربات قلب فأر في مختبر

96

أسرة لديها ثلاثة أطفال إذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن عدد الأطفال الذكور في هذه الأسرة .أياً مما يلي يمثل قيم المتغير العشوائي X

- a) $X = \{0,1\}$
- b) $X = \{1,2\}$
- c) $X = \{1,2,3\}$
- d) $X = \{0,1,2,3\}$

أسرة لديها 3 أطفال ← $n = 3$
 $0 \leq r \leq n$
 $r = \{0, 1, 2, 3\}$

97

$$P(X = 2) = {}_6C_2 (0.7)^4 (0.3)^2$$

لتوزيع احتمالي ذو حدين إذا كان

أياً مما يلي صحيح لهذا التوزيع .

- a) $E(X) = 4.2$, $Var(X) = 1.26$
- b) $E(X) = 1.8$, $Var(X) = 2.16$
- c) $E(X) = 1.8$, $Var(X) = 1.26$
- d) $E(X) = 4.2$, $Var(X) = 2.16$

$$E(X) = np$$

$$Var(X) = npq$$

مع التركيز

$$n = 6$$

$$p = 0.3$$

$$q = 0.7$$



98

نرمي قطعة نقد 4 مرات ، أوجد قيمة احتمال أن لا نحصل على الصورة في كل مرة .

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{8}$

d) $\frac{1}{16}$

$$(4C_0) \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$= \frac{1}{16}$$

$$n = 4$$

$$p = \frac{1}{2}$$

$$q = \frac{1}{2}$$

$$r = 0$$

99

نرمي مكعباً منتظماً 3 مرات. أوجد قيمة احتمال أن تحصل على العدد 5 مرتين على الأقل .

a) $\frac{1}{216}$

b) $\frac{5}{72}$

c) $\frac{2}{27}$

d) $\frac{5}{6}$

$$(3C_2) \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^1$$

$$+ (3C_3) \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^0$$

$$= \frac{2}{27}$$

$$n = 3$$

$$p = \frac{1}{6}$$

$$q = \frac{5}{6}$$

$$r = 2, 3$$

100

إذا علمت أن $Var(X) = 3.2$ ، $E(X) = 16$. فأأي مما يلي صحيح ؟

a) $n = 20$ ، $p = 0.2$ ، $q = 0.8$

b) $n = 20$ ، $p = 0.8$ ، $q = 0.2$

c) $n = 100$ ، $p = 0.2$ ، $q = 0.8$

d) $n = 100$ ، $p = 0.8$ ، $q = 0.2$

$$E(X) = np = 16$$

$$Var(X) = npq = 3.2$$

بالنسبة

$$\frac{npq}{np} = \frac{3.2}{16}$$

$$np = 16$$

$$n = \frac{16}{p} = \frac{16}{0.8}$$

$$n = 20$$

$$q = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$p = 1 - 0.2 = 0.8$$

