

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج السعودية



مراجعة درس إثبات تطابق المثلثات

موقع المناهج ← المناهج السعودية ← الصف الأول الثانوي ← رياضيات ← الفصل الثاني ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 07:09:37 2025-02-05

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب الاختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الأول الثانوي



صفحة المناهج
السعودية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الأول الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

مراجعة محلولة لدرس المثلثات المتطابقة

1

مراجعة درس زوايا المثلثات

2

مراجعة درس تصنيف المثلثات

3

نماذج اختبار نهائي الفصل الثاني 1446هـ مع الإجابات

4

اختبار الباب الرابع العلاقات والدوال العكسية والجذرية بصيغة الورد

5



رياضيات 1-2

السنة الأولى المشتركة

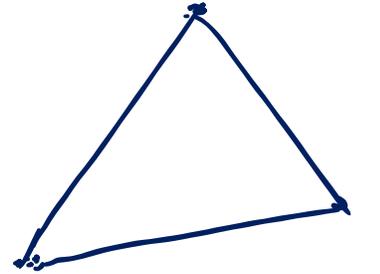
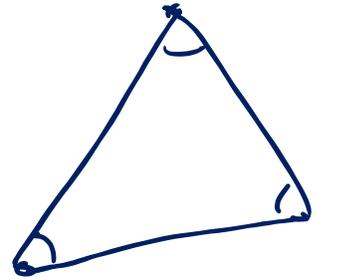
3-4 إثبات تطابق المثلثات SSS , SAS

Proving Triangles Congruent – SSS, SAS

يقدمه الأستاذ/

عبد الوهاب نوفيتو لعوهلي

6 مبر



رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS



وزارة التعليم
Ministry of Education

سنتعرف في هذا الدرس على ..

٢

اختبار معياري

١

استعمال المسلمة SSS
لإثبات تطابق مثلثين

S ضلع
A زاوية
Side
Angle

٤

استعمال تطابق المثلثين
بضلعين وزاوية SAS في
البراهين

٣

استعمال SAS لإثبات
تطابق المثلثات

$\underline{S} \underline{S} \underline{S}$
 $\underline{S} \underline{A} \underline{S}$
 $\underline{A} \underline{A} \underline{S}$
 $\underline{A} \underline{S} \underline{A}$

رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS



وزارة التعليم
Ministry of Education



لماذا؟

تُعدّ السبورة المزدوجة التي على شكل الحرف A طريقة مناسبة لعرض المعلومات، لأنها تُطوى عند التخزين فقط، ولكن لأنها تكون ثابتة تمامًا عند وضع الذراعين الجانبيين في موقعيهما. وعندما يكون للذراعين الطول نفسه، ويتم تثبيتهما على أبعاد متساوية من القمة على الجانبين، فإن السبورة المفتوحة تشكّل مثلثين متطابقين هما $\triangle ABC$, $\triangle XYZ$.

رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS



وزارة التعليم
Ministry of Education

مسلمة التطابق بثلاثة أضلاع SSS: في هذا الدرس ستكتشف أنه ليس من الضروري أن تبين تطابق الأضلاع المتناظرة وتطابق الزوايا المتناظرة في مثلثين لتثبت أنهما متطابقان. تبين السبورة المزدوجة أنه إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متساوية، فإن المثلثين متطابقان. وهذا ما تنص عليه المسلمة الآتية:

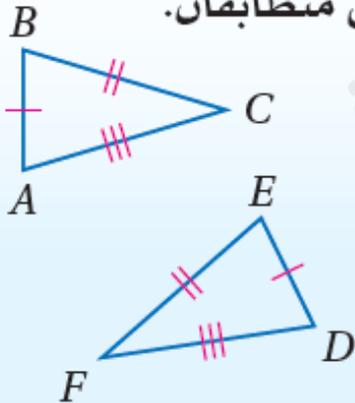
أضف إلى

مطوبتك

مسلمة 3.1

التطابق بثلاثة أضلاع (SSS)

إذا تطابقت أضلاع مثلث مع الأضلاع المتناظرة لها في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان.



مثال إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{DE}$,

$\overline{BC} \cong \overline{EF}$,

$\overline{AC} \cong \overline{DF}$

فإن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SSS , SAS



وزارة التعليم
Ministry of Education

مثال ١

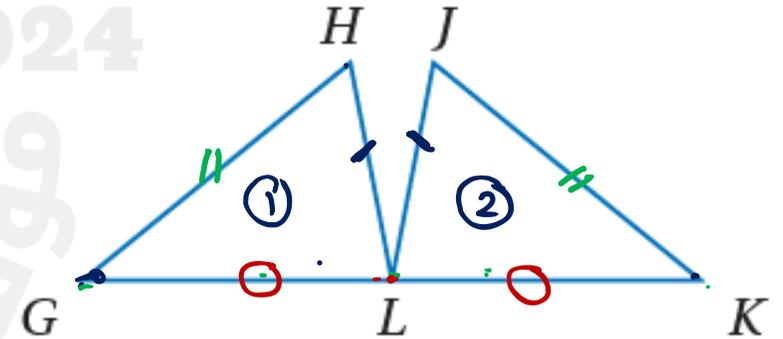
استعمال المسلمة SSS لإثبات تطابق مثلثين

اكتب برهاناً تسلسلياً.

المعطيات: L نقطة منتصف \overline{GK} ، $\overline{GH} \cong \overline{KJ}$ ، $\overline{HL} \cong \overline{JL}$

المطلوب: إثبات أن $\triangle \underline{GHL} \cong \triangle \underline{KJL}$

البرهان:



المبررات

العبارات

معطى
معطى

$$HL \cong JL \quad (S)$$

$$GH \cong KJ \quad (S)$$

$$GL \cong LK \quad (S)$$

$$\triangle GHL \cong \triangle KJL$$

لأن L نقطة منتصف GK

حسب المسلمة SSS

رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS



وزارة التعليم
Ministry of Education

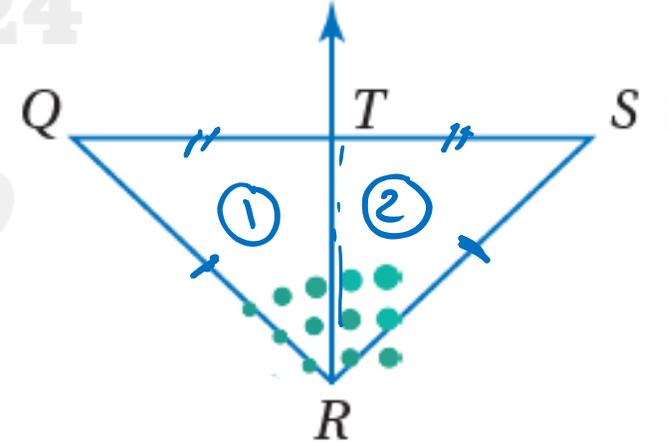
تحقق من فهمك ١

١) اكتب برهاناً تسلسلياً.

المعطيات: $\triangle QRS$ متطابق الضلعين، فيه، $\overline{QR} \cong \overline{SR}$.

\overline{RT} تنصّف \overline{QS} عند النقطة T .

المطلوب: إثبات أن $\triangle QRT \cong \triangle SRT$



المبررات

العبارات

معطى
لأن RT تنصّف QS
خاصية الانعكاس (ضد ذلك)

$$QR \cong SR \quad (S)$$

$$QT \cong TS \quad (S)$$

$$RT \cong RT \quad (S)$$

حسب الحالة SSS

$$\triangle QRT \cong \triangle SRT$$

رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SSS , SAS

البعد دائماً موجب



وزارة التعليم
Ministry of Education

أوجد البعد بين 2- و 8- على خط الأعداد

6

أوجد البعد بين 5 و 8- على خط الأعداد

13

أوجد البعد بين 3 و 5 على خط الأعداد

2

أوجد البعد بين 3- و 6 على خط الأعداد

9

أوجد البعد بين النقطتين: $A(1, 3), B(5, -2)$

$$d(AB) = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$$

أوجد البعد بين النقطتين: $A(0, -6), B(-1, -4)$

$$d(AB) = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

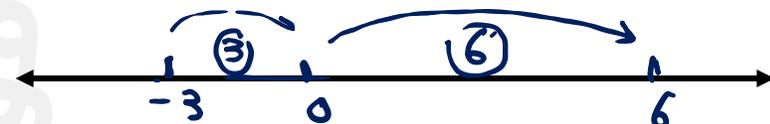
البعد بين نقطتين

إذا كان لدينا النقطتين $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ فإن البعد بينهما يعطى بالعلاقة (القانون المطول):

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ويمكن حساب البعد بـ (القانون المختصر):

$$d(AB) = \sqrt{x^2 + y^2}$$



$$3 = \sqrt{(3-0)^2 + (0-0)^2}$$

رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS



وزارة التعليم
Ministry of Education

مثال ٢

اختبار معياري

إجابة مطولة: إحداثيات رؤوس المثلث ABC هي: $A(1, 1), B(0, 3), C(2, 5)$.

ورؤوس المثلث EFG هي: $E(1, -1), F(2, -5), G(4, -4)$.

(a) مثل كلا المثلثين في مستوى إحداثي واحد.

(b) استعمل هذا التمثيل؛ لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. وفسر إجابتك.

(c) اكتب برهاناً منطقياً باستعمال الهندسة الإحداثية لتدعم تخمينك في الجزء b.

المثلثان غير متطابقين

$$d(AB) = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \quad d(EF) = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17} \checkmark$$

$$d(BC) = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} \quad d(FG) = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$d(AC) = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17} \quad d(GE) = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

برنامج التمثيل البياني

GeoGebra
Dynamic Mathematics for Everyone

رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS

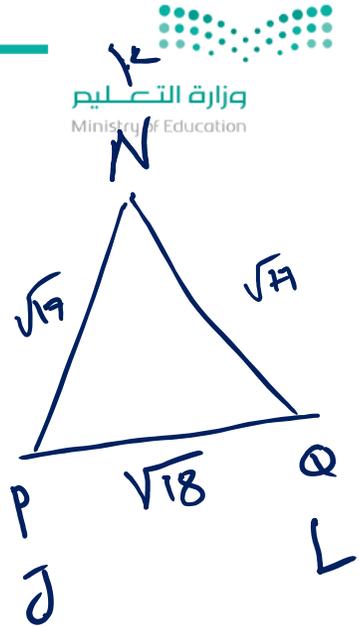
تحقق من فهمك ٢

إحداثيات رؤوس المثلث JKL هي $J(2, 5)$, $K(1, 1)$, $L(5, 2)$ ورؤوس المثلث NPQ هي $N(-3, 0)$, $P(-7, 1)$, $Q(-4, 4)$

(A) مثل كلا المثلثين في مستوى إحداثي واحد.

(B) استعمل هذا التمثيل؛ لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. وفسر إجابتك.

(C) اكتب برهاناً منطقياً باستعمال الهندسة الإحداثية لتدعم تخمينك في الجزء B.



$$d(JK) = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$d(KL) = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$$

$$d(JL) = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

$$d(NP) = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$$

$$d(PQ) = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

$$d(QN) = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$\triangle NPQ \cong \triangle KJL$$

SSS حسب سلمة

برنامج التمثيل البياني

رياضيات 2-1

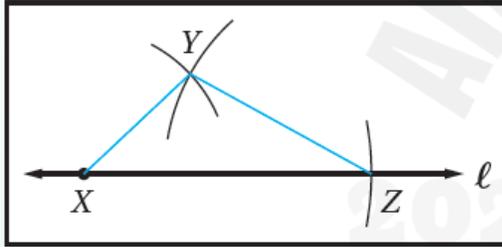
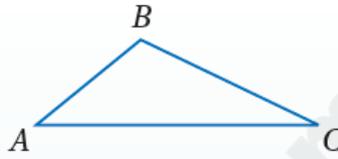
3-4 إثبات تطابق المثلثات SSS , SAS



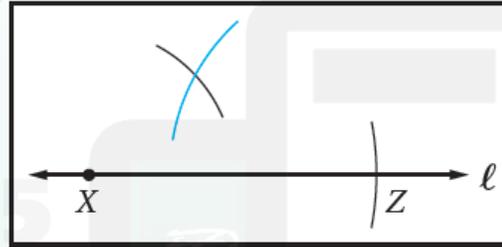
إنشاء هندسي

إنشاء مثلث يطابق مثلثاً مرسومًا باستعمال المسلّمة (SSS)

ارسم مثلثاً وسّمه $\triangle ABC$ ، ثم استعمل المسلّمة SSS لتنشئ $\triangle XYZ$ الذي يطابق $\triangle ABC$.



الخطوة 3 سمّ نقطة تقاطع القوسين Y . وارسم \overline{XY} , \overline{ZY} لتشكّل $\triangle XYZ$.



الخطوة 2 أنشئ قوساً طول نصف قطره AB ، ومركزه X ، وقوساً آخر طول نصف قطره BC ، ومركزه Z (مستعملاً الفرجار كما في الخطوة 1).



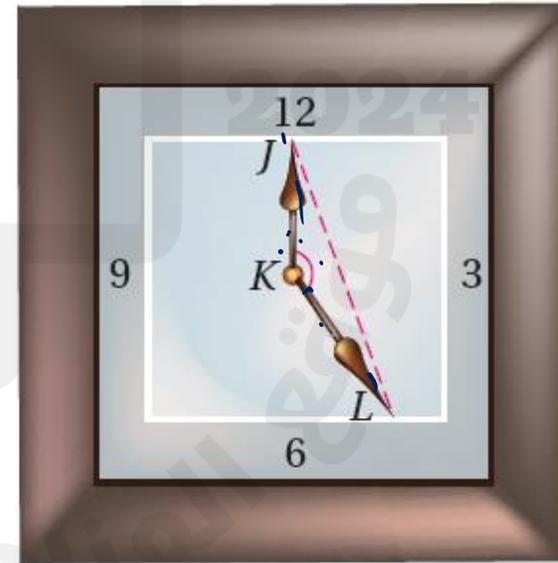
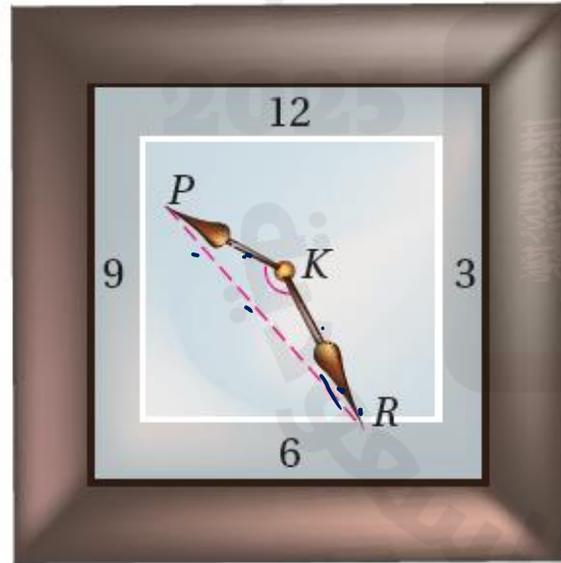
الخطوة 1 عيّن النقطة X على المستقيم l . ثم أنشئ $\overline{XZ} \cong \overline{AC}$ على l كما يأتي:

- ركز رأس الفرجار في النقطة A ، وافتحه حتى يصل القلم إلى النقطة C .
- باستعمال فتحة الفرجار نفسها، ركّز رأس الفرجار في X ، وارسم قوساً يقطع المستقيم l وسمّ نقطة التقاطع Z .

رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS

مسألة التطابق: ضلعان والزاوية المحصورة بينهما SAS: تُسمى الزاوية المتكونة من ضلعين متجاورين لمضلع **زاوية محصورة**، تأمل الزاوية المحصورة والمتكونة من عقربَي الساعة في كلا الوضعين الموضَّحين أدناه، ولاحظ أنه كلما شكَّلت العقربان زاويةً لها القياس نفسه، فستكون المسافتان بين طرفَي العقربين \overline{JL} , \overline{PR} متساويتين.



$$\triangle PKR \cong \triangle JKL$$



رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS

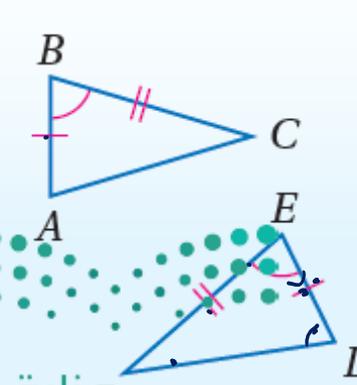


أيُّ مثلثين يتكونان من زوجين من الأضلاع المتساوية في الطول وزاويتين محصورتين متساويتين في القياس يكونان متطابقين. وهذا يوضح المسلمة الآتية:

أضف الى
مطوبتك

مسلمة 3.2

مسلمة التطابق: ضلعان وزاوية المحصورة بينهما (SAS)



التعبير اللفظي: إذا طابق ضلعان وزاوية محصورة بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان.

مثال: إذا كان،

$$\overline{AB} \cong \overline{DE},$$
$$\angle B \cong \angle E,$$
$$\overline{BC} \cong \overline{EF},$$

فإن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS



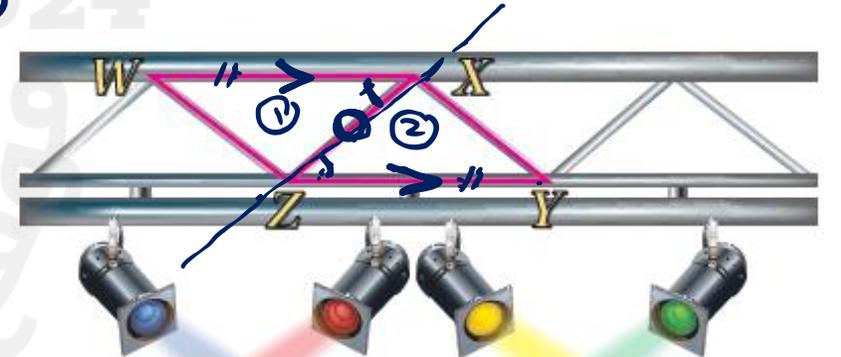
وزارة التعليم
Ministry of Education

مثال ٣

استعمال SAS لإثبات تطابق المثلثات

إضاءة: تبدو دعامات السقالة حاملة المصابيح الظاهرة في الصورة وكأنها مكونة من مثلثات متطابقة. فإذا كان $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$, $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$ ، فكتب برهاناً إذا عمودين لإثبات أن: $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$.

البرهان:



المبررات

العبارات

محطى

$$\overline{WX} \cong \overline{ZY} \quad (S)$$

لأنهما متباركان داخلياً

$$\angle WXZ \cong \angle YZX \quad (A)$$

خاصية الانعكاس

$$\overline{XZ} \cong \overline{XZ} \quad (S)$$

حبيبة SAS

$$\triangle WXZ \cong \triangle YZX$$

رياضيات 2-1

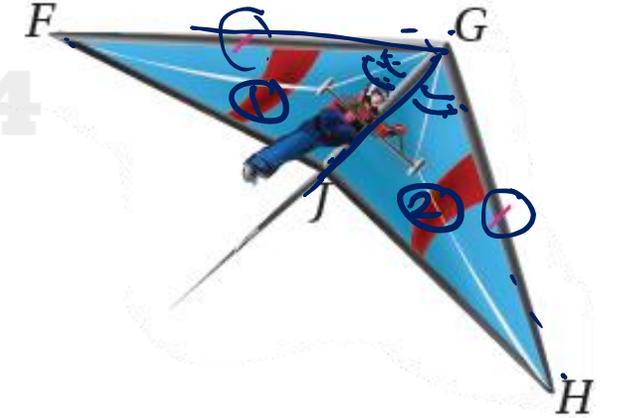
3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS



وزارة التعليم
Ministry of Education

تحقق من فهمك ٣

(3) **طيران شراعي:** في الصورة المجاورة يبدو جناحا الطائرة الشراعية أنهما مثلثان متطابقان. فإذا كانت $\overline{FG} \cong \overline{GH}$ ، \overline{JG} تنصّف $\angle FGH$ ، فأثبت أن $\triangle FGJ \cong \triangle HGJ$.



المبررات	العبارات
معطى	$\overline{FG} \cong \overline{GH}$ (S)
لأن \overline{JG} ينصف $\angle FGH$	$\angle FGJ \cong \angle HGJ$ (A)
خاصية التقاطع	$\overline{GJ} \cong \overline{GJ}$ (S)
حسب قاعدة SAS	$\triangle FGJ \cong \triangle HGJ$

رياضيات 2-1

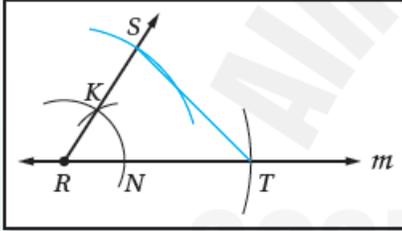
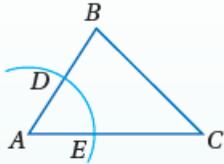
3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS



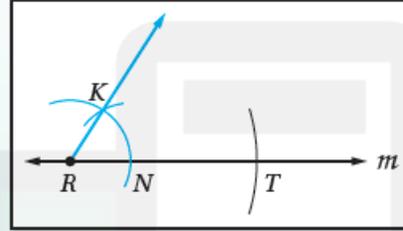
إنشاء هندسي

إنشاء مثلث يطابق مثلثاً مرسومًا باستعمال مسلمة التطابق "ضلعان والزاوية المحصورة بينهما" (SAS)

ارسم مثلثاً وسمّه $\triangle ABC$ ، ثم استعمل المسلمة SAS لتنشئ $\triangle RST$ الذي يطابق $\triangle ABC$.

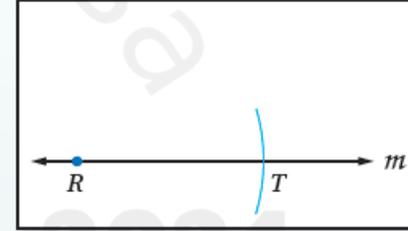


الخطوة 3: أنشئ $\overline{RS} \cong \overline{AB}$ ، ثم ارسم \overline{ST} لتشكّل $\triangle RST$.



الخطوة 2: أنشئ $\angle R \cong \angle A$ ، باستعمال \overline{RT} ضلعًا للزاوية، والنقطة R رأسًا لها كما يأتي:

- ضع رأس الفرجار على النقطة A ، وارسم قوسًا يقطع ضلعي $\angle A$. سمّ نقطتي التقاطع D, E .
- باستعمال فتحة الفرجار نفسها، ضع رأس الفرجار عند R وارسم قوسًا يبدأ فوق المستقيم m ويقطعه، سمّ نقطة التقاطع N .
- ضع رأس الفرجار عند E وعدّل الفتحة حتى يصل رأس القلم إلى D .
- دون تغيير فتحة الفرجار، ضع رأس الفرجار عند النقطة N ، وارسم قوسًا يقطع القوس الذي رسمته سابقًا في النقطة K ، ثم ارسم \overline{RK} .



الخطوة 1: عيّن النقطة R على المستقيم m . ثم أنشئ $\overline{RT} \cong \overline{AC}$ على m .



رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS



وزارة التعليم
Ministry of Education

مثال ٤

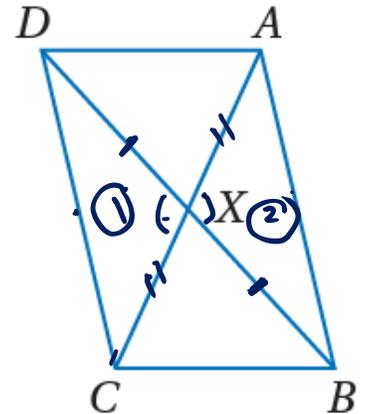
استعمال تطابق المثلثين بضلعين وزاوية SAS في البراهين

اكتب برهاناً تسلسلياً لما يأتي.

المعطيات: X منتصف \overline{DB}

و X منتصف \overline{AC}

المطلوب: $\triangle DXC \cong \triangle BXA$



المبررات

لأن X منتصف DB

$$DX \cong XB \quad (S)$$

مقابلتان بالرأس

$$\angle DXC \cong \angle BXA \quad (A)$$

لأن X منتصف AC

$$CX \cong XA \quad (S)$$

حسب قاعدة SAS

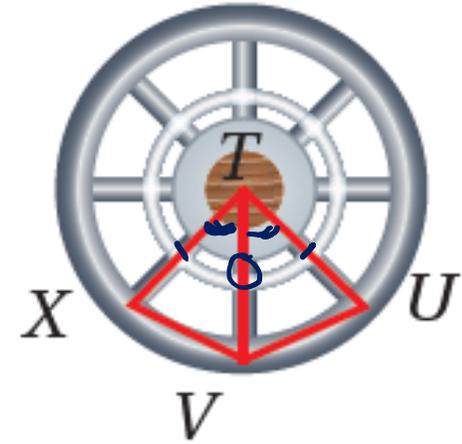
$$\triangle DXC \cong \triangle BXA$$

رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS

تحقق من فهمك ٤

قضبان الإطار الداخلية تقسمه إلى ثمانية أجزاء. إذا كان:
 $\overline{TU} \cong \overline{TX}$ و $\angle XTV \cong \angle UTV$ ، فبين أن $\triangle XTV \cong \triangle UTV$.



المبررات	العبارات
معطى	$\overline{TU} \cong \overline{TX} \quad (S)$
معطى	$\angle XTV \cong \angle UTV \quad (A)$
خاصية الالتصاق	$\overline{TV} \cong \overline{TV} \quad (S)$
حسب البرهان SAS	$\triangle XTV \cong \triangle UTV$

رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS



وزارة التعليم
Ministry of Education

تعرفنا على..

٢

اختبار معياري

١

استعمال المسلمة SSS
لإثبات تطابق مثلثين

٤

استعمال تطابق المثلثين
بضلعين وزاوية SAS في
البراهين

٣

استعمال SAS لإثبات
تطابق المثلثات

رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SSS , SAS



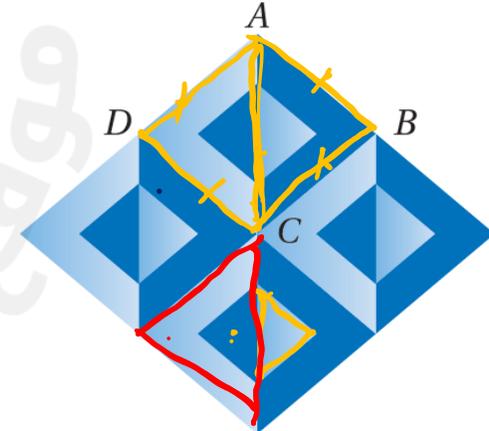
وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد

(1) **الخداع البصري:** في الشكل المقابل المربع $ABCD$ يطابق المربعات الثلاثة الأخرى التي تشكل النمط.

(a) ما عدد المثلثات المختلفة القياس التي استعملت لعمل هذا النمط؟ **مثلثين**

(b) استعمل مسطرة التطابق SSS لإثبات أن $\triangle ABC \cong \triangle CDA$.



لأنه لكل مربع
لأنه لكل مربع
خاصةً لأنهما AS

$$AB \cong DC \quad (S)$$

$$BC \cong AD \quad (S)$$

$$AC \cong AC \quad (S)$$

$$\triangle ABC \cong \triangle CDA$$

حسب المسطرة SSS

رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SSS , SAS



وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد

(2) **إجابة مطولة:** إحداثيات رؤوس $\triangle ABC$ هي:

$A(-3, -5), B(-1, -1), C(-1, -5)$ ورؤوس $\triangle XYZ$ هي

$X(5, -5), Y(3, -1), Z(3, -5)$

(c) اكتب برهاناً منطقياً باستعمال الهندسة الإحداثية يدعم تخمينك في الفرع b.

$$d(AB) = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

$$d(xy) = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

$$d(BC) = \sqrt{0^2 + 4^2} = \sqrt{0+16} = \sqrt{16} = 4$$

$$d(yz) = \sqrt{0^2 + 4^2} = \sqrt{0+16} = \sqrt{16} = 4$$

$$d(CA) = \sqrt{2^2 + 0^2} = \sqrt{4+0} = \sqrt{4} = 2$$

$$d(zx) = \sqrt{2^2 + 0^2} = \sqrt{4+0} = \sqrt{4} = 2$$

$$\triangle ABC \cong \triangle XYZ \quad \checkmark$$

رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS



وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد



(3) **رياضة:** في الشكل المجاور، إذا كان:

$\triangle MOP$ ، $\overline{LP} \cong \overline{NO}$ ، $\angle LPM \cong \angle NOM$ متطابق الأضلاع، فكتب برهاناً
حرّاً لإثبات أن $\triangle LMP \cong \triangle NMO$.

معطى
معطى
دونه لثبات MOP منطبقاً للأضلاع

$$\begin{aligned} LP &\cong NO & (S) \\ \angle LPM &\cong \angle NOM & (A) \\ MP &\cong MO & (S) \end{aligned}$$

حسب قاعدة SAS

$$\triangle LMP \cong \triangle NMO$$

رياضيات 2-1

3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS



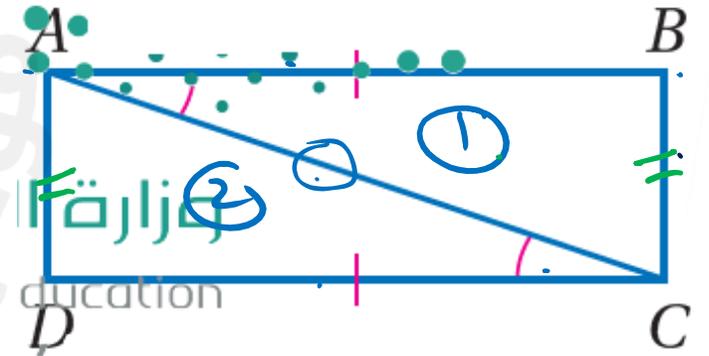
وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد

(4) اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $\overline{BA} \cong \overline{DC}$, $\angle BAC \cong \angle DCA$

المطلوب: $\overline{BC} \cong \overline{DA}$



المبررات	العبارات
عطي	$\overline{BA} \cong \overline{DC}$ (S)
عطي	$\angle BAC \cong \angle DCA$ (A)
ضع مشترك (خاصة الأضلاع)	$\overline{AC} \cong \overline{AC}$ (S)
حسب طريقة SAS	$\triangle BAC \cong \triangle DCA$
من تطابق المثلثين	$\overline{BC} \cong \overline{DA}$
حسب المطلوب	



وزارة التعليم
Ministry of Education

نسعد بلقائكم في الدروس القادمة

2025 بإذن الله تعالى 2024

أخوكم

عبد الوهاب نوفيتو العوهلي

FOLLOW UP!



WahabOhali