

روابط مجموعات المناهج السعودية

كل ما يحتاجه الطالب في جميع الصفوف من أوراق عمل واختبارات ومذكرات, يجده هنا في الروابط التالية لأفضل مواقع المناهج السعودية:

القناة الرسمية لموقع المناهج السعودية : www.almanahj.com/sa

روابط مجموعات الواتساب

[الصف الأول الابتدائي](#)

[الصف الثاني الابتدائي](#)

[الصف الثالث الابتدائي](#)

[الصف الرابع الابتدائي](#)

[الصف الخامس الابتدائي](#)

[الصف السادس الابتدائي](#)

[الصف الأول متوسط](#)

[الصف الثاني متوسط](#)

[الصف الثالث متوسط](#)

[الصف الأول الثانوي](#)

[الصف الثاني الثانوي العلمي](#)

[الصف الثاني الثانوي الأدبي](#)

[الصف الثالث الثانوي العلمي](#)

[الصف الثالث الثانوي الأدبي](#)

[مجموعة أخبار التربية](#)

روابط مجموعات التلغرام

[الصف الأول](#)

[الصف الثاني](#)

[الصف الثالث](#)

[الصف الرابع](#)

[الصف الخامس](#)

[الصف السادس](#)

[الصف الأول متوسط](#)

[الصف الثاني متوسط](#)

[الصف الثالث متوسط](#)

[الصف الأول الثانوي](#)

[الصف الثاني الثانوي الأدبي](#)

[الصف الثاني الثانوي العلمي](#)

[الصف الثالث الثانوي الأدبي](#)

[الصف الثالث الثانوي العلمي](#)

[المناهج السعودية](#)

5.5

المعين والمربع

RHOMBUS AND SQUARE

almanahj.com/sa

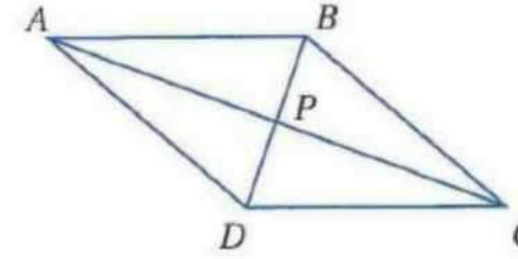
برهان نظرية 5.15

أكتب برهاناً حراً لنظرية 5.15

المعطيات ABCD معين

المطلوب $AC \perp BD$

البرهان



بما أن ABCD معين فإن $AB \cong BC$ حسب التعريف
بما أن المعين متوازي أضلاع فإن قطراه ينصف كل منهما الآخر لذا فإن

$AP \cong PC$ كذلك $BP \cong PB$ حسب خاصية الانعكاس

لذا فإن $\triangle APB \cong \triangle CPB$ حسب الحالة SSS

لذا فإن العناصر المتناظرة تكون متطابقة

لذا فإن $\angle APB \cong \angle CPB$ وهما متجاورتان على مستقيم وبالتالي قائمتين

لذا فإن $AC \perp BD$ حسب تعريف التعامد

المعين هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة

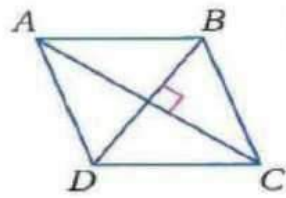
خواص المعين له جميع خواص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى

الخاصيتين الواردتين في النظريتين الآتيتين

نظرية 5.15

إذا كان متوازي الأضلاع معيناً فإن قطراه متعامدان

مثال إذا كان متوازي الأضلاع ABCD معيناً فإن $AC \perp BD$



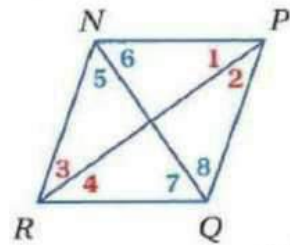
نظرية 5.16

إذا كان متوازي الأضلاع معيناً فإن كل قطر فيه

ينصف كلاً من الزاويتين الواصل بين رأسيهما

مثال إذا كان متوازي الأضلاع NPQR معيناً فإن

$\angle 1 \cong \angle 2, \angle 3 \cong \angle 4, \angle 5 \cong \angle 6, \angle 7 \cong \angle 8$



تحقق من فهمك

استعن بالمعين FGHI المبين جانباً

(1A) إذا كان $FG=13, FK=5$ فأوجد KJ

قطرا المعين FGHI متعامدان $FH \perp JG$

تعريف التعامد $m\angle FKI = 90^\circ$

أضلاع المعين متطابقة $FG \cong FJ$

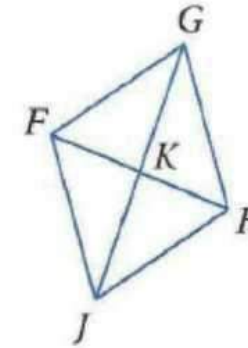
نظرية فيثاغورث $(JK)^2 = (FJ)^2 - (FK)^2$

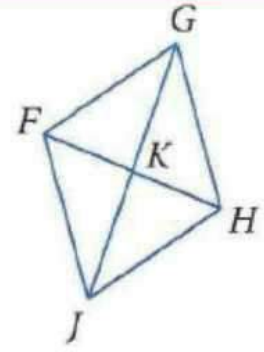
بالتعويض $(JK)^2 = 169 - 25$

بالتبسيط $(JK)^2 = 144$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين $JK = \sqrt{144}$

بالتبسيط $JK = 12$





ص - 45

(2B) إذا كان $m\angle KFG = (9y-5)^\circ$ فابحث قيمة y $m\angle JFK = (6y+7)^\circ$

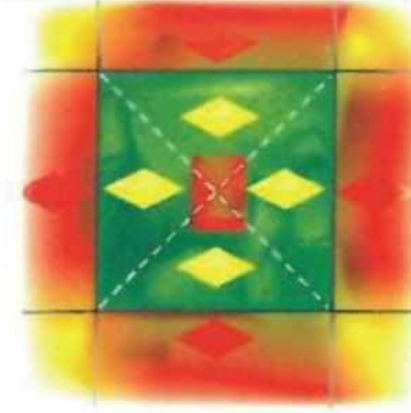
$m\angle JFK = m\angle KFG$ قطر المعين ينصف الزاويتين الواصل بين رأسيهما

بالتعويض $6y+7=9y-5$

$$7+5=9y-6y \quad \text{الجمع والطرح}$$

$$12=3y \quad \text{بالتبسيط}$$

$$4=y \quad \text{القسمة}$$



تحقق من فهمك

خاطت كوثر غطاء طاولة باستعمال قطع ملونة من القماش كما في الرسم المجاور

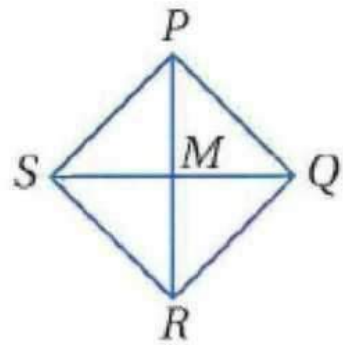
(A) رسمت كوثر قطري كل من القطع الصفراء فوجدت أنهما متعامدان هل يمكن استنتاج أن كل قطعة صفراء تمثل معينا

ليس بالضرورة أن تمثل معينا لأن القطران قد يتعامدا ولكن لا ينصف كل منهما الآخر

(B) إذا كانت الزوايا الأربع للقطعة الخضراء متساوية القياس والضلعان الأيسر والسفلي متساويي الطول هل يمكن استنتاج أن القطعة الخضراء تمثل مربعا

تطابق الزوايا الأربع يعني أن الشكل مستطيل وتطابق ضلعين متتاليين يعني أن هذا المستطيل مربعا

ص - 47



تحقق من فهمك

المعطيات: \overline{SQ} عمود منصف ل \overline{PR}

\overline{PR} عمود منصف ل \overline{SQ}

و ΔRMS متطابق الضلعين

المطلوب: $PQRS$ مربع

بما أن \overline{SQ} و \overline{PR} ينصف كل منهما الآخر فإن $PQRS$ متوازي أضلاع
بما أن \overline{SQ} و \overline{PR} يعامد كل منهما الآخر فإن $PQRS$ معين

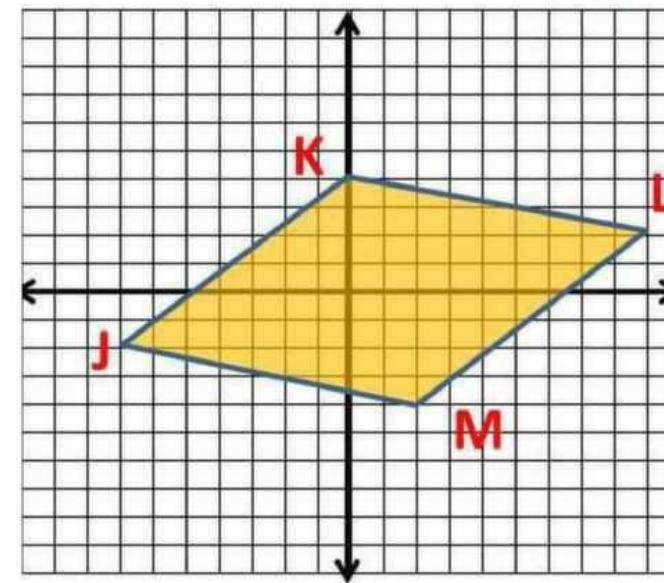
بما أن ΔRMS متطابق الضلعين فإن $RS=RM$ وبالتالي $RP=SQ$ أي أن القطران متطابقان فإن $PQRS$ مستطيل

بما أن $PQRS$ مستطيل ومعين فإنه يكون مربعا حسب نظرية 5.20

ص - 46

مثال 4

حدد ما إذا كان متوازي الأضلاع JKLM الذي إحداثيات رؤوسه $J(-7,-2)$, $K(0,4)$, $L(9,2)$, $M(2,-4)$ معينا أو مستطيلا أو مربعا، أكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه



نوجد طول القطرين

$$KM = \sqrt{(2-0)^2 + (-4-4)^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$$

$$JL = \sqrt{(9-(-7))^2 + (-4-(-2))^2} = \sqrt{272} = 4\sqrt{17}$$

القطران غير متطابقان وبالتالي الشكل لا يمثل مستطيلا ولا يمثل مربع

نوجد ميل القطرين

$$\frac{-4-4}{2-0} = -4 \quad \text{ميل } \overline{KM}$$

$$\frac{2-(-2)}{9-(-7)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \quad \text{ميل } \overline{JL}$$

حاصل ضرب الميلين يساوي -1 أي أن القطران متعامدان وبالتالي الشكل يمثل معين

تحقق من فهمك

حدد ما إذا كان متوازي الأضلاع JKLM الذي إحداثيات رؤوسه $J(5, 0)$, $K(8, -11)$, $L(-3, -14)$, $M(-6, -3)$

معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً ، أكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه

نوجد طولاً القطرين

$$KM = \sqrt{(8 - (-6))^2 + (-11 - (-3))^2} = \sqrt{320}$$

$$JL = \sqrt{(5 - (-3))^2 + (0 - (-14))^2} = \sqrt{320}$$

القطران متطابقان وبالتالي

الشكل يمثل مستطيلاً

نوجد ميل القطرين

$$\frac{-11 - (-3)}{8 - (-6)} = \frac{-8}{14} = \frac{-4}{7} \quad \text{ميل } \overline{KM}$$

$$\frac{0 - (-14)}{5 - (-3)} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4} \quad \text{ميل } \overline{JL}$$

حاصل ضرب الميلين يساوي -1 أي أن القطران متعامدان وبالتالي الشكل يمثل معين

الشكل يمثل مستطيلاً ويمثل معيناً فهو يمثل مربعاً

ص - 48

هندسة إحداثية: حدّد ما إذا كان $QRST$ المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضح إجابتك.

مستطيل ومعين ومربع؟

لأن الضلعين المتتاليين

متطابقان ومتعامدان.

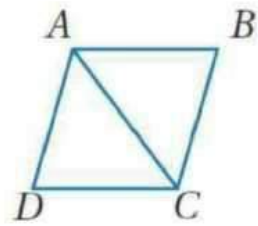
$$Q(1, 2), R(-2, -1), S(1, -4), T(4, -1) \quad (5)$$

$$Q(-2, -1), R(-1, 2), S(4, 1), T(3, -2) \quad (6)$$

لا شيء؛ لأن قطريه غير

متعامدين وغير متطابقين.

ص - 49

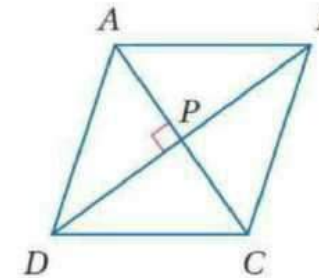


جبر: استعن بالمعين ABCD المبيّن جانباً.

(1) إذا كان $m\angle BCD = 114^\circ$ ، فأوجد $m\angle BAC$. 57

(2) إذا كان $AB = 2x + 3$, $BC = x + 7$ ، فأوجد CD . 11

جبر: استعن بالمعين ABCD المبيّن جانباً.



(7) إذا كان $AB = 14$ ، فأوجد BC . 14

(8) إذا كان $m\angle BCD = 118^\circ$ ، فأوجد $m\angle BAC$. 59

(9) إذا كان $AP = 3x - 1$ و $PC = x + 9$ ، فأوجد AC . 28

(10) إذا كان $m\angle ABC = (2x - 7)^\circ$ و $m\angle BCD = (2x + 3)^\circ$ ، فأوجد $m\angle DAB$. 95

(11) إذا كان $m\angle DPC = (3x - 15)^\circ$ ، فأوجد قيمة x . 35

ص - 49

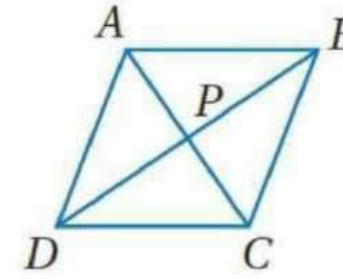


(14) **طرق:** يتقاطع طريقان كما في الشكل. إذا كانت ممرات المشاة لها الطول نفسه، فصنّف الشكل الرباعيّ المكوّن من هذه الممرات. ووضّح تبريرك.

معين؛ إجابة ممكنة: قياس الزاوية المتكونة بين الشارعين 60° ، والزاويتان المتقابلتان بالأس متطابقتان، لذلك فقياس إحدى زوايا الشكل الرباعيّ 29° . وبما أن لممرَي المشاة الطول نفسه فإن أضلاع الشكل الرباعيّ متطابقة، لذلك فإنها تشكل معيناً.

almanahj.com/sa

في المعين $ABCD$ ، إذا كان $PB = 12, AB = 15, m\angle ABD = 24^\circ$ ، فأوجد كلّاً مما يأتي:



9 CP (21)
66 $m\angle ACB$ (23)

9 AP (20)
90 $m\angle BDA$ (22)

ص - 50

هندسة إحداثية: حدّد ما إذا كان $\square JKLM$ المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. ووضّح إجابتك.

(16) $J(-4, -1), K(1, -1), L(4, 3), M(-1, 3)$

معين؛ لأن قطريه متعامدان وغير متطابقين.

(17) $J(-3, -2), K(2, -2), L(5, 2), M(0, 2)$

معين؛ لأن قطريه متعامدان وغير متطابقين.

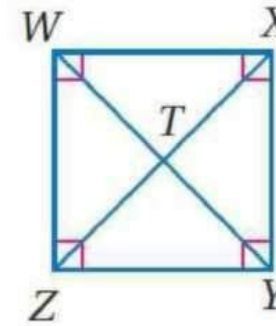
(18) $J(-2, -1), K(-4, 3), L(1, 5), M(3, 1)$

لا شيء؛ لأن قطريه غير متطابقين وغير متعامدين.

(19) $J(-1, 1), K(4, 1), L(4, 6), M(-1, 6)$

مربع ومستطيل ومعين؛ لأن جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه قوائم.

في المربع $WXYZ$ ، إذا كان $WT = 3$ ، فأوجد كلّاً مما يأتي:

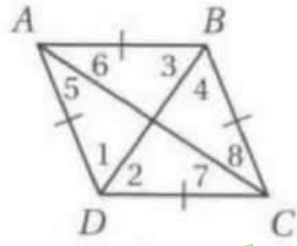


$3\sqrt{2}$ XY (25)
 45° $m\angle WYX$ (27)

6 ZX (24)
 90° $m\angle WTZ$ (26)

برهان: اكتب برهانًا حرًا لكل مما يأتي :

(28) النظرية 5.16



المعطيات: $ABCD$ معين.

المطلوب: إثبات أن كل قطر ينصف زاويتين متقابلتين.

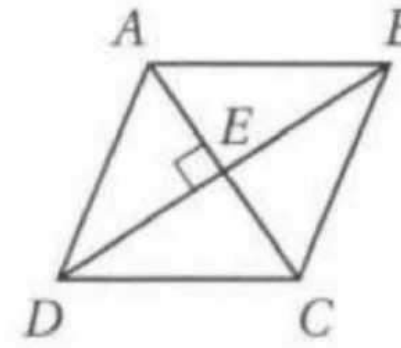
almanahj.com/sa

(29) النظرية 5.17

المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع؛

$$\overline{AC} \perp \overline{BD}$$

المطلوب: $ABCD$ معين.



البرهان: نعلم أن $ABCD$ متوازي أضلاع، وبما أن قطري

متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر، فإن $\overline{AE} \cong \overline{EC}$.

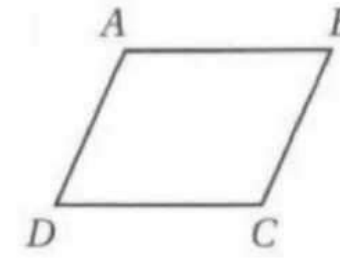
وكذلك $\overline{BE} \cong \overline{DE}$ ؛ لأن تطابق القطع المستقيمة يحقق خاصية

الانعكاس.

ص - 50

البرهان: نعلم أن $ABCD$ معين. وحسب تعريف المعين يكون $ABCD$ متوازي أضلاع. وبما أن الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة، فإن $\angle ABC \cong \angle ADC$ و $\angle BAD \cong \angle BCD$. ولأن جميع أضلاع المعين متطابقة فإن $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{DA}$ وحسب SAS يكون $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ إذن $\angle 5 \cong \angle 6$ و $\angle 7 \cong \angle 8$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة. وكذلك $\triangle BAD \cong \triangle BCD$ حسب SAS. ولذا $\angle 3 \cong \angle 4$, $\angle 1 \cong \angle 2$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة. ومن تعريف منصف الزاوية، فإن كل قطر ينصف زاويتين متقابلتين.

ونعلم أيضًا أن $\overline{AC} \perp \overline{BD}$. إذن $\angle AEB$ و $\angle BEC$ قائمتان حسب تعريف المستقيمين المتعامدين. إذن $\angle AEB \cong \angle BEC$ لأن جميع الزوايا القائمة متطابقة، لذلك $\triangle AEB \cong \triangle CEB$ بحسب SAS. إذن $\overline{AB} \cong \overline{CB}$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة. وبما أن الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة. فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ إذن $\overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{BC} \cong \overline{AD}$ لأن تطابق القطع المستقيمة يحقق خاصية التعدي. وبما أن جميع أضلاع الشكل $ABCD$ متطابقة، فإنه معين حسب التعريف.



المعطيات: متوازي أضلاع $ABCD$ ؛

$$\overline{AB} \cong \overline{BC}$$

المطلوب: $ABCD$ معين.

البرهان: بما أن الأضلاع المتقابلة في

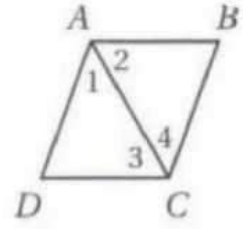
متوازي الأضلاع متطابقة، فإن

$$\overline{AB} \cong \overline{CD} \text{ و } \overline{BC} \cong \overline{AD} \text{ ونعلم أيضًا أن } \overline{AB} \cong \overline{BC} \text{ . وحسب}$$

$$\text{خاصية التعدي تكون } \overline{BC} \cong \overline{CD} \text{ . إذن } \overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{AB} \cong \overline{AD} \text{ ؛}$$

لذلك $ABCD$ معين حسب التعريف.

ص - 50



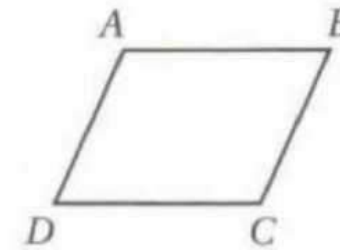
المعطيات: متوازي أضلاع $ABCD$ ،

القطر \overline{AC} ينصف كلًا من

$$\angle BCD \text{ و } \angle DAB$$

المطلوب: $ABCD$ معين.

almanahj.com/sa



المعطيات: $ABCD$ مستطيل ومعين.

المطلوب: $ABCD$ مربع.

البرهان: نعلم أن $ABCD$ مستطيل ومعين.

إذن $ABCD$ متوازي أضلاع أيضًا لأن جميع

المستطيلات والمعينات متوازيات أضلاع. وحسب تعريف المستطيل

فإن $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ جميعها قوائم. وحسب تعريف المعين، جميع

الأضلاع متطابقة، لذلك $ABCD$ مربع لأنه متوازي أضلاع أضلاعه

الأربعة متطابقة وزواياه الأربع قوائم.

البرهان: نعلم أن $ABCD$ متوازي أضلاع، وبما أن الأضلاع

المتقابلة في متوازي الأضلاع متوازية، فإن $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

وحسب التعريف $\angle 2$ و $\angle 3$ متبادلتان داخليًا بالنسبة للضلعين

المتوازيين \overline{AB} و \overline{DC} . وبما أن الزاويتين المتبادلتين داخليًا

متطابقتان، فإن $\angle 2 \cong \angle 3$ ، ولأن تطابق الزوايا يحقق خاصية التماثل،

فإن $\angle 2 \cong \angle 3$ ونعلم أن \overline{AC} تنصف كل من $\angle BCD$ و $\angle DAB$ ،

إذن $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 4$ حسب التعريف. ومن خاصية التعدي

$\angle 1 \cong \angle 3$ و $\angle 2 \cong \angle 4$ ولأن الأضلاع المقابلة للزوايا المتطابقة في

مثلث تكون متطابقة، فإن

$\overline{AD} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{BC}$. إذن ولأن ضلعين متجاورين في متوازي

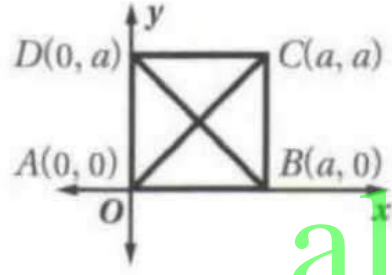
الأضلاع متطابقان فإن $ABCD$ معين.

برهان: اكتب برهانًا إحدائيًا للعبارة في كل من السؤالين الآتيين :

(33) قطرا المربع متعامدان.

المعطيات: مربع $ABCD$.

المطلوب: $\overline{AC} \perp \overline{DB}$.



البرهان: almanahj.com/sa

$$m = \frac{0-a}{a-0} = -1 : \overline{DB} \text{ ميل}$$

$$m = \frac{0-a}{0-a} = 1 : \overline{AC} \text{ ميل}$$

بما أن ميل \overline{AC} يساوي سالب مقلوب ميل \overline{DB} ، فإنهما متعامدان.

البرهان:

إحداثيا نقطة المنتصف Q هي:

$$\left(\frac{0+0}{2}, \frac{b+0}{2}\right) = \left(0, \frac{b}{2}\right)$$

إحداثيا نقطة المنتصف R هي:

$$\left(\frac{a+0}{2}, \frac{b+b}{2}\right) = \left(\frac{a}{2}, \frac{2b}{2}\right) = \left(\frac{a}{2}, b\right)$$

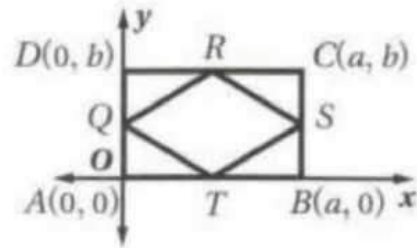
إحداثيا نقطة المنتصف S هي:

$$\left(\frac{a+a}{2}, \frac{b+0}{2}\right) = \left(\frac{2a}{2}, \frac{b}{2}\right) = \left(a, \frac{b}{2}\right)$$

إحداثيا نقطة المنتصف T هي:

$$\left(\frac{a+0}{2}, \frac{0+0}{2}\right) = \left(\frac{a}{2}, 0\right)$$

(34) تشكّل القطع المستقيمة الواصلة بين منتصفات أضلاع مستطيل معينًا.



المعطيات: مستطيل $ABCD$.

Q, R, S, T منتصفات أضلاع

المستطيل.

المطلوب: $QRST$ معين.

بما أن $QR = RS = ST = QT$

فإن $\overline{QR} \cong \overline{RS} \cong \overline{ST} \cong \overline{QT}$

إذن $QRST$ معين.

$$QR = \sqrt{\left(\frac{a}{2}-0\right)^2 + \left(b-\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

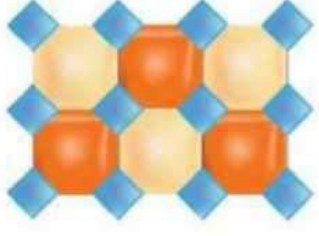
$$RS = \sqrt{\left(a-\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}-b\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(-\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$ST = \sqrt{\left(a-\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}-0\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

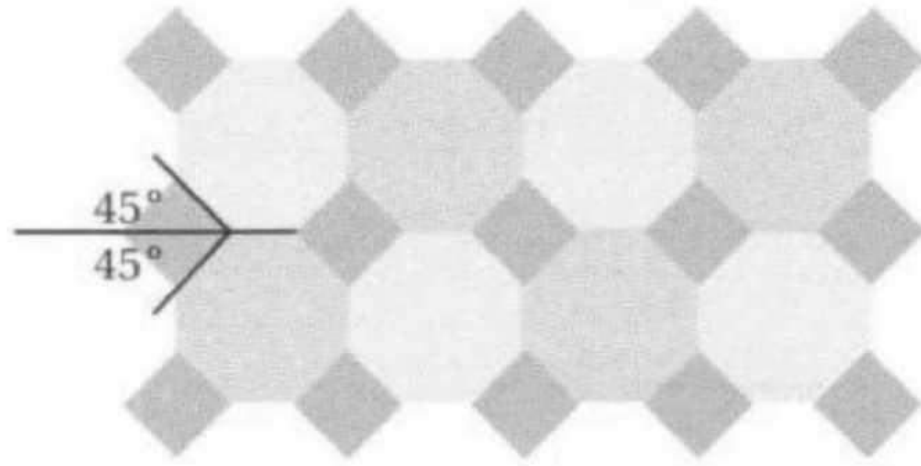
$$QT = \sqrt{\left(\frac{a}{2}-0\right)^2 + \left(0-\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(-\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

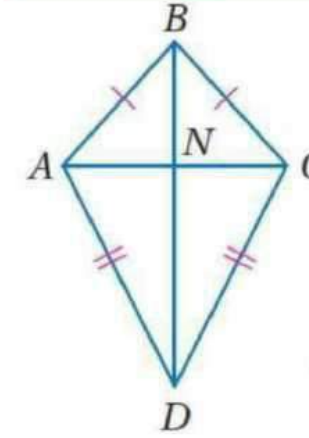


(35) تصميم: يتكون نمط الفسيفساء المبيّن جانبًا من قطع ثمانية منتظمة وأخرى رباعية. صنّف الأشكال الرباعية في النمط، ووضّح تبريرك.

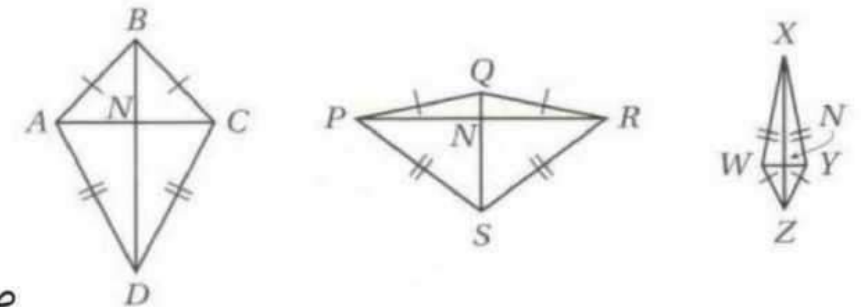
مربّعات؛ إجابة ممكنة: بما أن الثمانيات منتظمة فإن الاضلاع متطابقة، وتشارك الأشكال الرباعية مع الثمانيات في أضلاع، لذا فإن الأشكال الرباعية معينة أو مربّعات. وزوايا رؤوس الأشكال الرباعية تتكون من الزوايا الخارجية لأضلاع الثمانيات المجاورة للرؤوس. ومجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع يساوي 360° دائمًا، ولأن الثماني المنتظم له 8 زوايا خارجية متطابقة فإن قياس كل منها يساوي 45° وكما هو مبيّن في الشكل فإن قياس كل زاوية للأشكال الرباعية في النمط يساوي $45^\circ + 45^\circ$ أو 90° لذلك فالشكل الرباعي يكون مربّعًا.



(36) تمثيلات متعدّدة: سوف تستقصي في هذه المسألة إحدى خصائص شكل الطائرة الورقية، وهو شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة والمتطابقة.



(a) هندسيًا: ارسم قطعة مستقيمة، ثم افتح الفرجار وثبته عند أحد طرفيها وارسم قوسًا فوقها، ومن دون تغيير فتحة الفرجار، ثبت رأس الفرجار عند الطرف الآخر للقطعة المستقيمة، وارسم قوسًا يقطع القوس السابق. غير فتحة الفرجار وارسم قوسين أسفل القطعة المستقيمة كما فعلت سابقًا. استعمل المستطرة وصل بين طرفي القطعة والأقواس، وسينتج لك شكل طائرة ورقية سمّتها $ABCD$. ثم كرّر ذلك مرتين، وسمّ شكلي الطائرة الورقيتين $PQRS$ و $WXYZ$ ، ثم ارسم قطري كل منهما، ولتكن نقطة تقاطع قطري كل منها N .



(b) جدولياً: استعمل مسطرة لقياس المسافة من N إلى كل رأس. وسجل النتائج في جدول على النحو الآتي.

الشكل	المسافة من N إلى كل رأس على القطر الأقصر	المسافة من N إلى كل رأس على القطر الأطول
ABCD	0.8 cm	0.9 cm
PQRS	1.2 cm	0.3 cm
WXYZ	0.2 cm	1.1 cm

(c) لفظياً: اكتب تخميناً حول قطري شكل الطائرة الورقية.

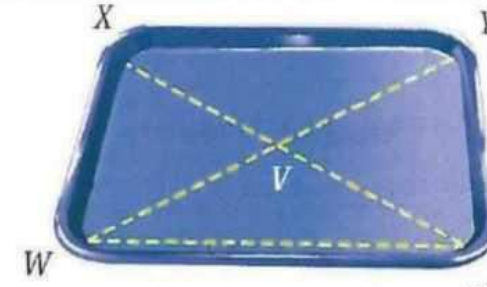
القطر الأطول في شكل الطائرة الورقية يتصف بالآخر.

5.6

شبه المنحرف والطائرة الورقية Trapezoid and kite

تحقق من فهمك

لإستغلال مساحة الطاولة المربعة في مطعم تستعمل أطباق على شكل شبه منحرف متطابق الساقين كما في الشكل إذا كان



$$m\angle YZW = 85^\circ, WV = 15\text{ cm}, \text{ و } ZV = 10\text{ cm}$$

فأوجد كلاً من

$$m\angle XWZ = m\angle YZW = 85^\circ \quad m\angle XWZ \text{ (a)}$$

$$m\angle WXY = 180 - 85 = 95^\circ \quad m\angle WXY \text{ (b)}$$

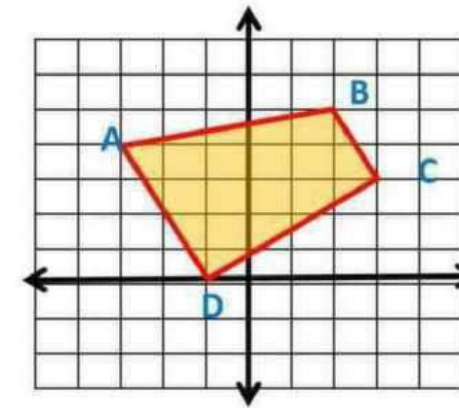
$$XZ = WY \quad XZ \text{ (c)}$$

$$XZ = WV + VY$$

$$XZ = 15 + 10 = 25$$

ص - 53

مثال 2 رؤوس الشكل الرباعي ABCD هي $A(-3,4)$, $B(2,5)$, $C(3,3)$, $D(-1,0)$ بين أن ABCD شبه منحرف وحدد ما إذا كان متطابق الساقين أم لا



$$\frac{3-5}{3-2} = -2 \quad \overline{BC} \text{ ميل}$$

$$\frac{0-4}{-1-(-3)} = -2 \quad \overline{AD} \text{ ميل}$$

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

$$\frac{5-4}{2-(-3)} = \frac{1}{5} \quad \overline{BA} \text{ ميل}$$

$$\frac{0-3}{-1-3} = \frac{3}{4} \quad \overline{CD} \text{ ميل}$$

إذن ABCD شبه منحرف \overline{AB} و \overline{DC} غير متوازيين

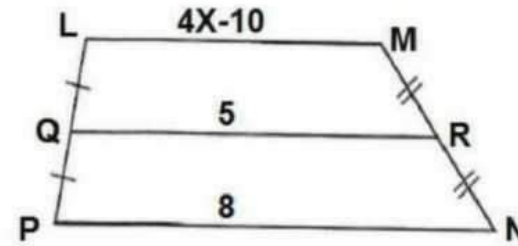
$$AB = \sqrt{(-3-2)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{26}$$

$$DC = \sqrt{(-1-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

إذن ABCD ليس متطابق الساقين

تحقق من فهمك

في الشكل المجاور إذا كانت \overline{QR} قطعة متوسطة لشبه المنحرف $LMNP$ فما قيمة X



نظرية $QR = \frac{1}{2}(LM + PN)$

بالتعويض $5 = \frac{1}{2}(4X - 10 + 8)$

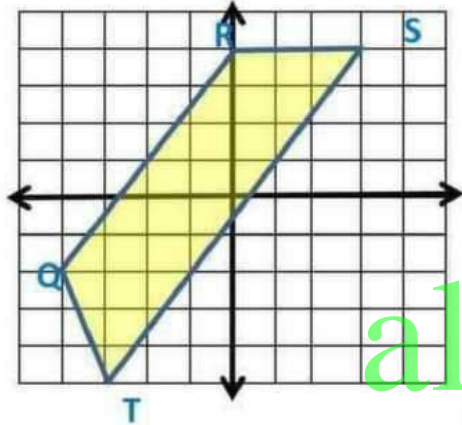
بالضرب في ٢ $10 = 4X - 2$

بجمع ٢ $12 = 4X$

بالقسمة على ٤ $3 = X$

ص - 55

تحقق من فهمك (2)
رؤوس الشكل الرباعي QRST هي $Q(-8,-4)$, $R(0,8)$, $S(6,8)$, $T(-6,-)$ (بين أن QRST شبه منحرف وحدد ما إذا كان متطابق الساقين أم لا)



ميل $\overline{QR} = \frac{8+4}{0+8} = \frac{3}{2}$

ميل $\overline{ST} = \frac{-10-8}{-6-6} = \frac{3}{2}$

$\overline{QR} \parallel \overline{ST}$

ميل $\overline{QT} = \frac{-10+4}{-6+8} = -3$

ميل $\overline{RS} = \frac{8-8}{6-0} = 0$

إذن QRST شبه منحرف \overline{QT} و \overline{RS} غير متوازيين

ص - 54

$QT = \sqrt{(-6+8)^2 + (-10+4)^2} = \sqrt{40}$

إذن QRST ليس متطابق الساقين $RS = \sqrt{(0-6)^2 + (8-8)^2} = \sqrt{36} = 6$

تحقق من فهمك 14A

إذا كان $ABCD$ شكل طائرة ورقية فيه

$m\angle BCD = 50^\circ$, $m\angle BAD = 38^\circ$

فاوجد $m\angle ADC$

بما أن $ABCD$ شكل طائرة ورقية فإن

نظرية 5.26 $\angle ABC \cong \angle ADC$

بما أن $ABCD$ شكل رباعي فإن

نظرية مجموع زوايا المضلع $m\angle ADC + m\angle ABC + m\angle BAD + m\angle BCD = 360^\circ$

بالتعويض $m\angle ADC + m\angle ADC + 38 + 50 = 360^\circ$

بالتبسيط $2m\angle ADC + 88 = 360^\circ$

ص - 56

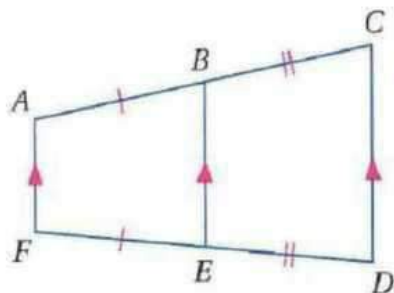
بالطرح $2m\angle ADC = 272^\circ$

بالقسمة $m\angle ADC = 136^\circ$

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف هي قطعة مستقيمة تصل بين منتصفى ساقيه



نظرية القطعة المتوسطة لشبه المنحرف

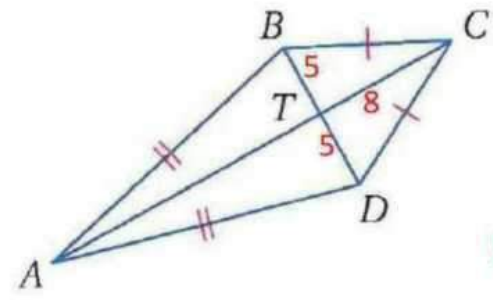


القطعة المتوسطة توازي كل من قاعدتي شبه المنحرف وطولها يساوي نصف مجموع طولى القاعدتين

مثال إذا كانت \overline{BE} قطعة متوسطة لشبه المنحرف $ACDF$

فإن $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$, $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$

$BE = \frac{1}{2}(AF + CD)$



(4B)

إذا كان $TC=8, BT=5$ فأوجد CD

بما أن شكل طائرة ورقية فإن

$$\overline{AC} \perp \overline{BD}$$

نظرية 5.25

نظرية فيثاغورس $(DC)^2 = (TC)^2 + (TD)^2$

بالتعويض $(DC)^2 = (8)^2 + (5)^2$

بالتبسيط $(DC)^2 = 64 + 25$

بالتبسيط $(DC)^2 = 89$

باخذ الجذر التربيعي $DC = \sqrt{89}$

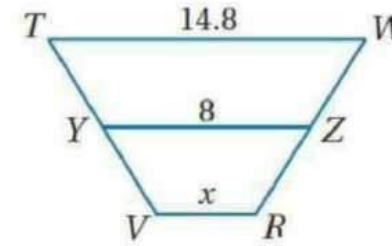
هندسة إحداثية: رؤوس الشكل الرباعي $ABCD$ هي $A(-4, -1), B(-2, 3), C(3, 3), D(5, -1)$

(3) بين أن $ABCD$ شبه منحرف. $\overline{BC} \parallel \overline{AD}, \overline{AB} \nparallel \overline{CD}$ إذن شبه منحرف.

(4) حدّد ما إذا كان $ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين؟ وضح إجابتك.

شبه منحرف متطابق الساقين؛ لأن $AB = \sqrt{20} = CD$

(5) إجابة قصيرة: في الشكل المجاور: قطعة متوسطة \overline{YZ} لشبه المنحرف $TWRV$. أوجد قيمة x .



1.2

ص - 57

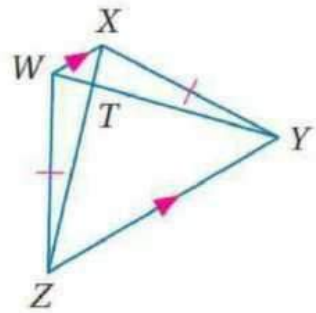
أوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

تأكد

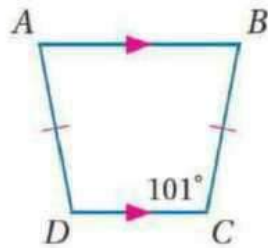
5

(2) WT ، إذا كان:

$$ZX = 20, TY = 15$$



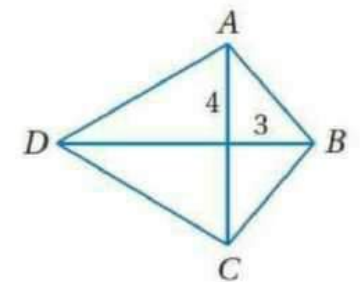
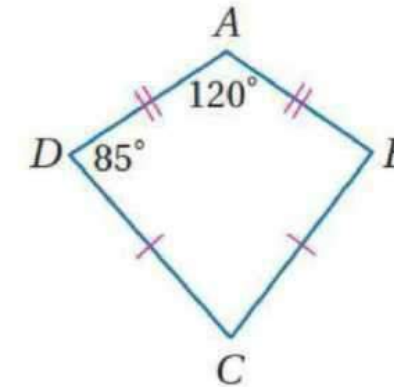
(1) $m\angle D = 101^\circ$



إذا كان $ABCD$ على شكل طائرة ورقية، فأوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

(6) $AB = 5$

(7) $m\angle C = 70^\circ$



ص - 57

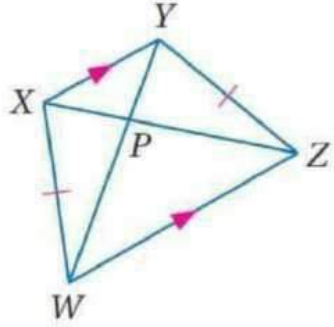
أوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

ثوب و حل
المسائل

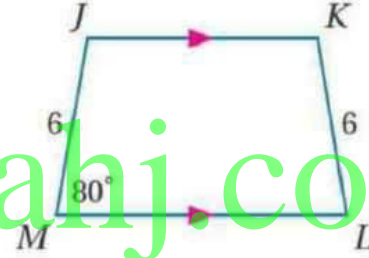
15

(9) PW ، إذا كان:

$$XZ = 18, PY = 3$$



(8) $m\angle K$ 100°



ص - 57
almanahj.com/sa

(12) $Q(2, 5), R(-2, 1), S(-1, -6), T(9, 4)$

شبه $QRST$; $\overline{QR} \parallel \overline{ST}, \overline{RS} \parallel \overline{QT}$
لأن $RS = \sqrt{50} = QT$

(13) $W(-5, -1), X(-2, 2), Y(3, 1), Z(5, -3)$

شبه $WXYZ$; $\overline{XY} \parallel \overline{WZ}, \overline{WX} \parallel \overline{YZ}$
لأن $YZ = \sqrt{20}, WX = \sqrt{18}$

هندسة إحداثية: بين أن الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي شبه منحرف، وحدد ما إذا كان متطابق الساقين؟

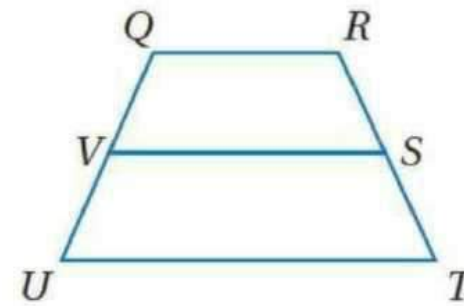
(10) $A(-2, 5), B(-3, 1), C(6, 1), D(3, 5)$

شبه $ABCD$; $\overline{BC} \parallel \overline{AD}, \overline{AB} \parallel \overline{CD}$
لأن $AB = \sqrt{17}, CD = 5$

(11) $J(-4, -6), K(6, 2), L(1, 3), M(-4, -1)$

شبه $JKLM$; $\overline{JK} \parallel \overline{LM}, \overline{KL} \parallel \overline{JM}$
لأن $KL = \sqrt{26}, JM = 5$

في الشكل المجاور، S, V نقطتا منتصفي الساقين لشبه المنحرف $QRTU$.



(14) إذا كان $QR = 12, UT = 22$ ، فأوجد VS . 17

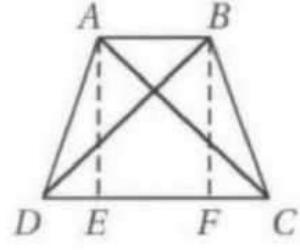
(15) إذا كان $VS = 9, UT = 12$ ، فأوجد QR . 6

(16) إذا كان $RQ = 5, VS = 11$ ، فأوجد UT . 17

ص - 57

ص - 57

(21) النظرية 5.23



المعطيات: شبه منحرف $ABCD$ ؛

$$\overline{AC} \cong \overline{BD}$$

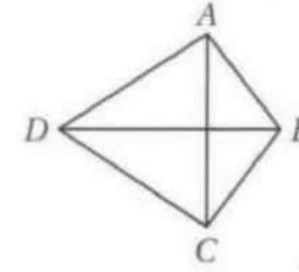
المطلوب: إثبات أن شبه المنحرف $ABCD$

متطابق الساقين.

البرهان: نعلم أن $ABCD$ شبه منحرف فيه $\overline{AC} \cong \overline{BD}$. ارسم

القطعتين المساعدةتين \overline{AE} و \overline{BF} بحيث تكون $\overline{AE} \perp \overline{DC}$

(22) النظرية 5.25



المعطيات: شكل طائرة ورقية فيه

$$\overline{AD} \cong \overline{DC} \text{ و } \overline{AB} \cong \overline{BC}$$

المطلوب: $\overline{BD} \perp \overline{AC}$

البرهان: تعلم أن $\overline{AD} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{BC}$

إذن D و B كلاهما على بعدين متساويين من A و C . وإذا كانت نقطة

على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة، فإنها تقع على العمود

المنصف لتلك القطعة. إذن فالمستقيم الذي يحوي النقطتين D و B

عمود منصف لـ \overline{AC} ، لأنه لا يوجد إلا مستقيم واحد فقط يمر في

نقطتين مختلفتين. لذلك

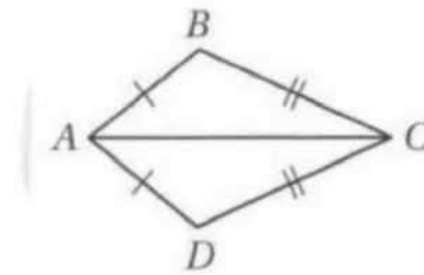
$$\overline{BD} \perp \overline{AC}$$

(23) النظرية 5.26

المعطيات: شكل طائرة ورقية $ABCD$

المطلوب: $\angle B \cong \angle D$

$$\angle BAD \cong \angle BCD$$



و $\overline{BF} \perp \overline{DC}$ وبما أن المستقيمين المتعامدين يشكلان زوايا قائمة،

فإن $\angle AEF$ و $\angle BFE$ قائمتان، لذلك $\triangle AEC$ و $\triangle BFD$ قائما الزاوية

حسب التعريف. وبما أن $\overline{AE} \parallel \overline{BF}$ لأن المستقيمين اللذين يقعان

في نفس المستوى والعموديين على مستقيم واحد يكونان متوازيين،

فإن $\overline{AE} \cong \overline{BF}$ لأن الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة.

ومن ذلك يكون $\triangle AEC \cong \triangle BFD$ حسب حالة التطابق (HL)

و $\angle ACD \cong \angle BDC$ لأن العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين

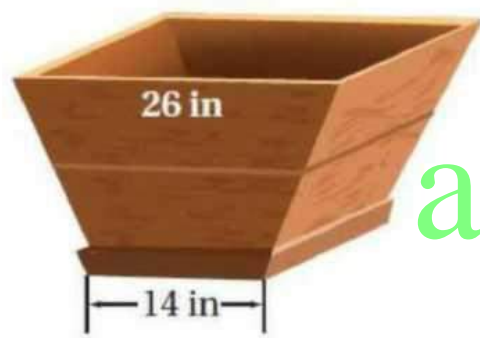
متطابقة. كذلك $\overline{DC} \cong \overline{DC}$ حسب خاصية الانعكاس للتطابق. إذن

$\triangle ADC \cong \triangle BCD$ حسب حالة التطابق (SAS). وبما أن العناصر

المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة فإن $\overline{AD} \cong \overline{BC}$. لذلك شبه

المنحرف $ABCD$ متطابق الساقين.

(24) نباتات: اشترى مشاري أصيصًا زراعيًا أوجهه الأربعة على شكل شبه منحرف أبعاده كما في الشكل المجاور. إذا أراد مشاري وضع رف أفقي عند منتصف الأصوص؛ لتستند إليه النبتة، فكم يكون عرض هذا الرف؟

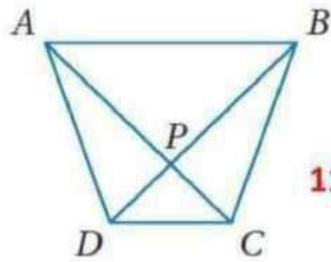


17 in

almanahj.com/sa

ص - 58

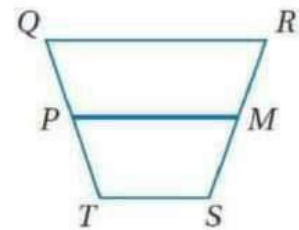
جبر: في الشكل المجاور، $ABCD$ شبه منحرف. أوجد قيمة x بحيث يكون متطابق الساقين في كل ممّا يأتي:



(27) إذا كان $AC = 3x - 7$, $BD = 2x + 8$ 15

(28) إذا كان $m\angle ABC = (4x + 11)^\circ$, $m\angle DAB = (2x + 33)^\circ$ 11

جبر: في الشكل المجاور، M, P نقطتا منتصف الساقين لشبه المنحرف $QRST$



(29) إذا كان $QR = 16$, $PM = 12$, $TS = 4x$ ، فأوجد قيمة x . 2

(30) إذا كان $TS = 2x$, $PM = 20$, $QR = 6x$ ، فأوجد قيمة x . 5

(31) إذا كان $PM = 2x$, $QR = 3x$, $TS = 10$ ، فأوجد PM . 20

(32) إذا كان $TS = 2x + 2$, $QR = 5x + 3$, $PM = 13$ ، فأوجد TS . 8

تسوق: الوجه الجانبي لحقيبة التسوق المبيّنة جانبًا على شكل شبه منحرف متطابق الساقين. إذا كان $EC = 9$ in, $DB = 19$ in، فأوجد كلًا مما يأتي:



19 in AC (34)

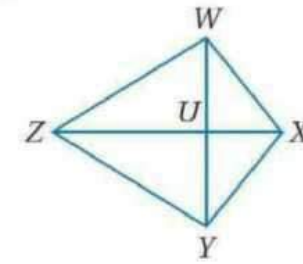
10 in AE (33)

40° $m\angle EDC$ (36)

105° $m\angle BCD$ (35)

ص - 58

جبر: في الشكل المجاور، $WXYZ$ شكل طائرة ورقية.



(37) إذا كان $m\angle WXY = 120^\circ$, $m\angle WZY = (4x)^\circ$ ، فأوجد $m\angle ZYX = (10x)^\circ$

$\angle ZWX \cong \angle ZYX$ (يوجد زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة، نظرية 5.26)؛ لذا

$$10x + 120 + 10x + 4x = 360$$

$$24x + 120 = 360$$

$$x = 10$$

وعليه فإن: $m\angle ZWX + m\angle WXY = 10x + 120$
 $+ m\angle ZYX + m\angle WZY = 360$
 (مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الرباعي)، وبالتعويض ينتج:

$$m\angle ZYX = 10x \quad \text{لذا}$$

$$= 10(10) = 100^\circ$$

ص - 59

105° (38) إذا كان $m\angle WXY = (13x + 24)^\circ$ ، $m\angle WZY = 35^\circ$ ، فأوجد $m\angle ZWX = (13x + 14)^\circ$.

almanahj.com/sa

العبارات (المبررات)

(1) $\overline{WZ} \cong \overline{ZV}$ ، \overline{XY} تنصف كلا من \overline{WZ} و \overline{ZV} . (معطيات)

(2) $\frac{1}{2} WZ = \frac{1}{2} ZV$ (خاصية الضرب)

(3) $WX = VY$ (تعريف نقطة المنتصف)

(4) $\overline{WX} \cong \overline{VY}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

(5) $\angle W \cong \angle ZXY$ (معطى)

(6) $\overline{XY} \parallel \overline{WV}$ (إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة فإن المستقيمين

متوازيان)

(7) $WXYZ$ شبه منحرف متطابق الساقين. (تعريف شبه المنحرف

متطابق الساقين)

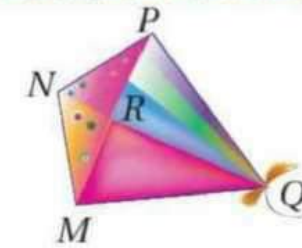
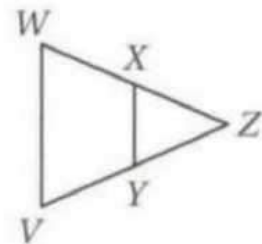
برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.

(39) المعطيات: $\overline{WZ} \cong \overline{ZV}$ ، \overline{XY} تنصف كلا من \overline{WZ} و \overline{ZV} .
المطلوب: $WXYZ$ شبه منحرف متطابق الساقين.

المعطيات: $\overline{WZ} \cong \overline{ZV}$ ، \overline{XY} تنصف كل من \overline{WZ} و \overline{ZV} ،

$\angle W \cong \angle ZXY$.

المطلوب: $WXYZ$ شبه منحرف متطابق الساقين.



(40) طائرة ورقية: استعن بالطائرة الورقية في الشكل المجاور اكتب باستعمال خصائص شكل الطائرة الورقية برهاناً ذا عمودين لبيان أن $\triangle MNR \cong \triangle PNR$.

المعطيات: شكل طائرة ورقية
المطلوب: $\triangle MNR \cong \triangle PNR$

البرهان: (1) $MNPQ$ شكل طائرة ورقية. (شكل الطائرة الورقية)

(2) $\overline{NM} \cong \overline{NP}$ ، $\overline{MQ} \cong \overline{PQ}$ (تعريف شكل الطائرة الورقية)

(3) $\overline{QN} \cong \overline{QN}$ (خاصية الانعكاس)

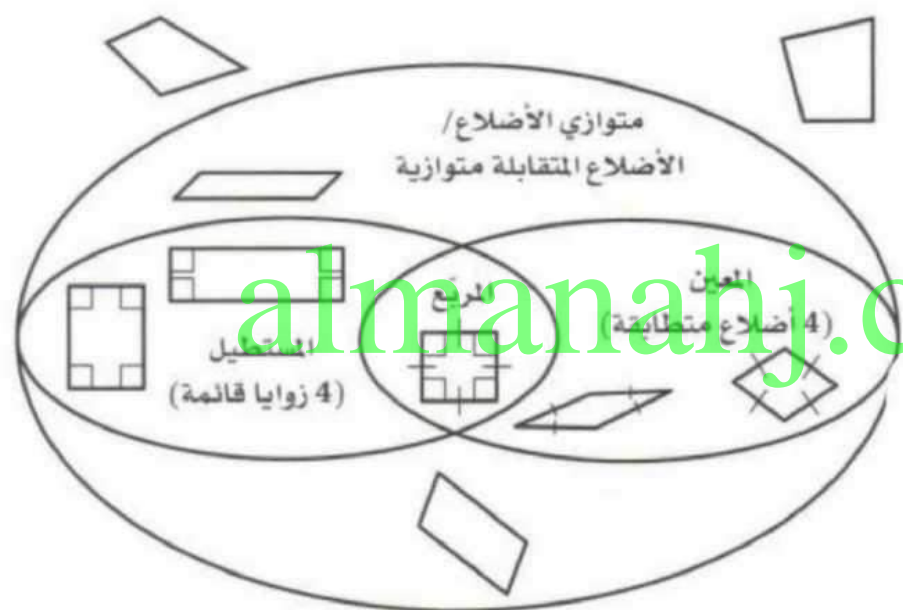
(4) $\triangle NMQ \cong \triangle NPQ$ (SSS)

(5) $\angle MNR \cong \angle PNR$ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)

(6) $\overline{NR} \cong \overline{NR}$ (خاصية الانعكاس)

(7) $\triangle MNR \cong \triangle PNR$ (SAS)

(41) أشكال فن: ارسم شكل فن يوضح جميع الأشكال الرباعية متضمنًا شبه المنحرف المتطابق الساقين، وشكل الطائرة الورقية وعموم الأشكال الرباعية التي لا أسماء خاصة لها.



almanahj.com/sa

هندسة إحداثية: حدد ما إذا كان الشكل المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي شبه منحرف، أم متوازي أضلاع، أم مستطيلًا، أم مربعًا، أم معينًا، أم هو شكل رباعي فحسب؟ اختر أكثر المسميات تحديدًا، ووضّح إجابتك.

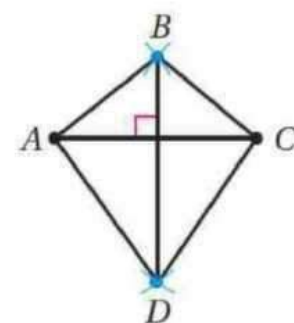
(42) $A(-1, 4), B(2, 6), C(3, 3), D(0, 1)$ (43) $W(-3, 4), X(3, 4), Y(5, 3), Z(-5, 1)$

متوازي أضلاع، لأن
أضلاعه المتقابلة متطابقة ولا
يوجد زوايا قوائم، وأضلاعه
المتتالية غير متطابقة.

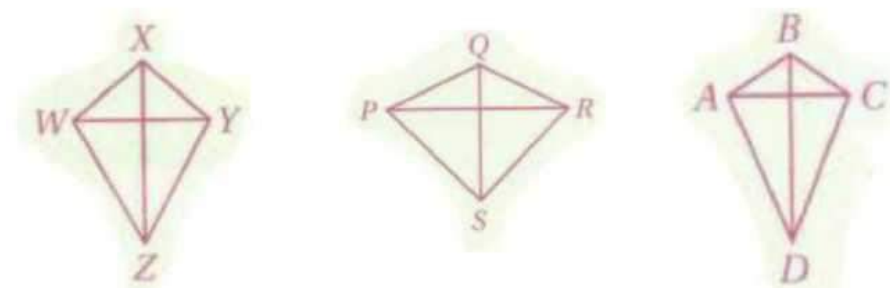
شكل رباعي ليس فيه
أضلاع متوازية.

ص - 59

(44) تمثيلات متعددة: سوف تستقصي في هذه المسألة إحدى خصائص شكل الطائرة الورقية



(a) هندسيًا: ارسم قطعة مستقيمة. وأنشئ عمودًا منصفًا لها لا تنصفه القطعة المستقيمة ولا تساويه طولًا. ثم صل أطراف القطعتين المستقيمتين لتكوّن الشكل الرباعي ABCD كما في الشكل المجاور. كرّر هذه العملية مرتين، وسمّ الشكلين الرباعيين الجديدين PQRS, WXYZ.



(b) جدولياً: انقل الجدول الآتي وأكمله.

الشكل	الضلع	الطول	الضلع	الطول	الضلع	الطول	الضلع	الطول
ABCD	\overline{AB}	0.8 cm	\overline{BC}	0.8 cm	\overline{CD}	1.6 cm	\overline{DA}	1.6 cm
PQRS	\overline{PQ}	1.4 cm	\overline{QR}	1.4 cm	\overline{RS}	1.8 cm	\overline{SP}	1.8 cm
WXYZ	\overline{WX}	0.4 cm	\overline{XY}	0.4 cm	\overline{YZ}	1.5 cm	\overline{ZW}	1.5 cm

(c) لفظياً: اكتب تخميناً حول الشكل الرباعي الذي قطراه متعامدان وغير متطابقين، وأحدهما فقط ينصف الآخر.

إذا كان قطراً رباعي متعامدين و ليسا متطابقين و أحدهما فقط ينصف الآخر ، فإن الشكل الرباعي هو شكل طائرة ورقية .

البرهان:

$$DB = \sqrt{(a-b)^2 + (0-c)^2}$$

$$= \sqrt{(a-b)^2 + c^2}$$

$$AC = \sqrt{((a-b)-0)^2 + (c-0)^2}$$

$$= \sqrt{(a-b)^2 + c^2}$$

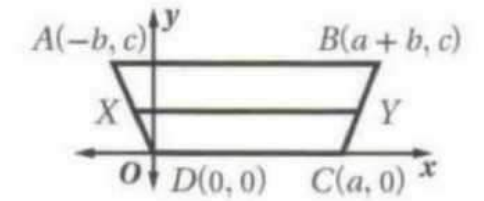
إذن $BD = AC$ ومن ذلك $\overline{BD} \cong \overline{AC}$

almanahj.com/sa

(46) القطعة المتوسطة لشبه المنحرف المتطابق الساقين توازي كلاً من القاعدتين.

المعطيات: $ABCD$ شبه منحرف فيه \overline{XY} قطعة متوسطة.

المطلوب: $\overline{XY} \parallel \overline{AB}$, $\overline{XY} \parallel \overline{DC}$

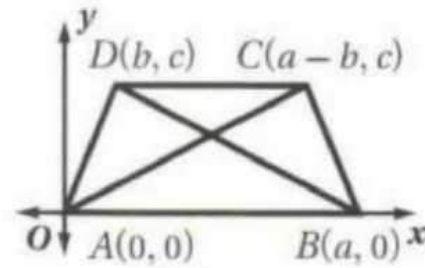


برهان: اكتب برهاناً إحدائياً لكل من العبارتين:

(45) قطراً شبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقان.

المعطيات: $ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين فيه $\overline{AD} \cong \overline{BC}$

المطلوب: $\overline{BD} \cong \overline{AC}$



البرهان:

X نقطة منتصف \overline{AD} ، وإحداثياتها $\left(\frac{-b}{2}, \frac{c}{2}\right)$

Y نقطة منتصف \overline{BC} وإحداثياتها $\left(\frac{2a+b}{2}, \frac{c}{2}\right)$.

وبما أن ميل \overline{AB} يساوي صفر، وميل \overline{XY} يساوي صفر، وميل \overline{DC}

يساوي صفر فإن $\overline{XY} \parallel \overline{AB}$ ، $\overline{XY} \parallel \overline{DC}$.

almanahj.com/sa

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية في كل من المضلعين
المحددتين الآتيين:

(1) السداسي

(2) ذو 16 ضلعًا

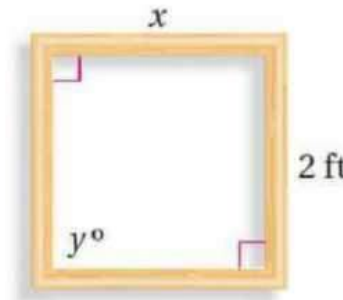
2520°

720°

ص - 65

(46) القطعة المتوسطة لشبه المنحرف المتطابق الساقين توازي كلاً من القاعدتين.

(3) فن: تصنع جمانة إطارًا لتبسط عليه قطعة قماش وترسم عليها
بالوان زيتية. ثبتت جمانة أربع قطع من الخشب بعضها ببعض
واعتقدت أنها ستمثل مربعًا.

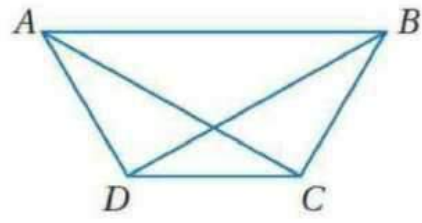


(a) كيف يمكنها التحقق من أن الإطار مربع؟

يجب أن تقيس الزوايا
عند الرؤوس لترى فيما إذا كان قياس
كل منها 90° ، أو يمكنها التحقق مما
إذا كان القطران متطابقين ومتعامدين

(b) إذا كانت أبعاد الإطار كما في الشكل، فأوجد القياسات
المجهولة.

$y = 90$; $x = 2 \text{ ft}$



الشكل الرباعي $ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين.

(4) ما الزاوية التي تطابق $\angle C$ ؟ $\angle D$

(5) ما الضلع الذي يوازي \overline{AB} ؟ \overline{DC}

(6) ما القطعة المستقيمة التي تطابق \overline{AC} ؟ \overline{BD}

almanahj.com/sa

ص - 65

أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى مجموع قياسات زواياه في كل مما يأتي:

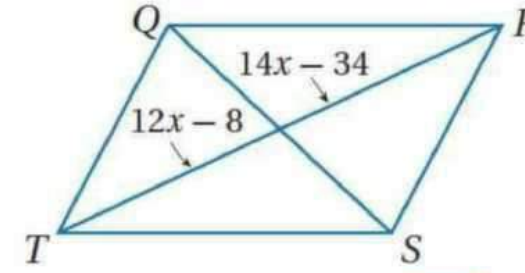
(8) 1980° **13**

(7) 900° **7**

(10) 5400° **32**

(9) 2880° **18**

(11) اختيار من متعدد: إذا كان $QRST$ متوازي أضلاع، فما قيمة x ؟



C 13

D 14

A 11

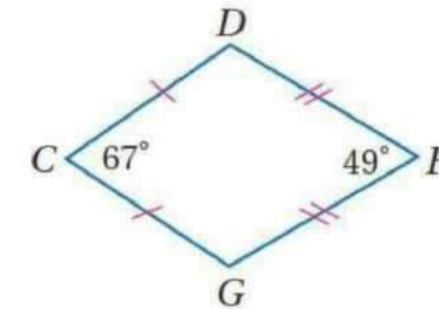
B 12

ص - 65

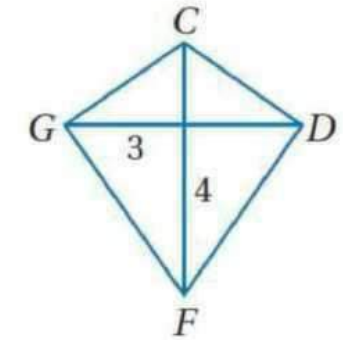
إذا كان $CDFG$ على شكل طائرة ورقية، فأوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

(13) $m\angle D$

(12) GF

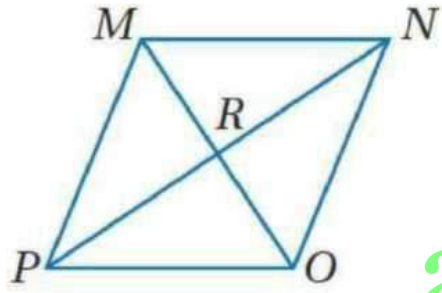


122°



5

جبر: استعن بالمعين $MNOP$ ، للإجابة عن الأسئلة الآتية:



(14) $m\angle MRN = 90^\circ$

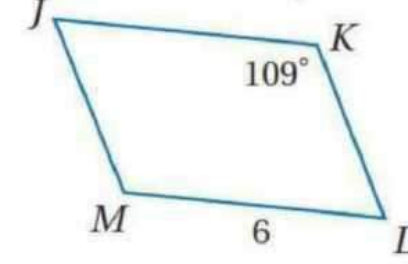
(15) إذا كان $PR = 12$ ، فأوجد RN . 12

(16) إذا كان $m\angle PON = 124^\circ$ ،

فأوجد $m\angle POM$. 62°

almanahj.com/sa

استعمل $\square JKLM$ المبيّن جانبًا لإيجاد كل مما يأتي:



(18) $m\angle JML = 109^\circ$

(19) $JK = 6$

(20) $m\angle KLM = 71^\circ$

(17) **إنشاءات:** تبني عائلة صالح ملحقا للمنزل، وتركت فتحة لنافذة

جديدة. فإذا قاس صالح الأضلاع المتقابلة فوجدها متطابقة.

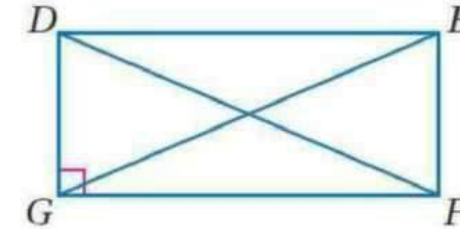
وقاس القطرين فوجدهما متطابقين، فهل يمكنه القول: إن فتحة

النافذة تمثل مستطيلاً؟ وضّح إجابتك.

نعم، إذا كان مستطيلاً

فإن القطرين متطابقان.

جبر: استعن بالمستطيل $DEFG$ للإجابة عن الأسئلة الآتية:



(21) إذا كان $DF = 2(x + 5) - 7$ ، $EG = 3(x - 2)$ ، فأوجد EG . 21

(22) إذا كان $m\angle EDF = (5x - 3)^\circ$ ، $m\angle DFG = (3x + 7)^\circ$ ،

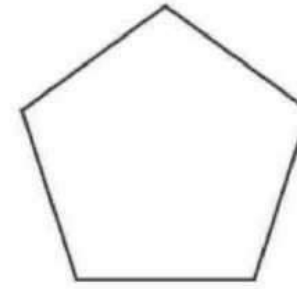
فأوجد $m\angle EDF$. 22°

(23) إذا كان $DE = 14 + 2x$ ، $GF = 4(x - 3) + 6$ ، فأوجد GF . 34

اختبار معياري

ص - 68

ما قياس الزوايا الداخلية في الخماسي المنتظم؟



120° H

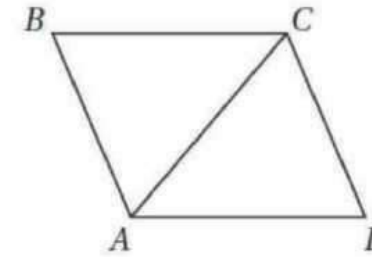
96° F

135° J

108°

(5) الشكل الرباعي ABCD معيناً

فيه $m\angle BCD = 120^\circ$ ، أوجد $m\angle DAC$.



90° C

30° A

120° D

60°

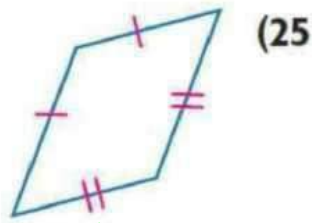


التالي

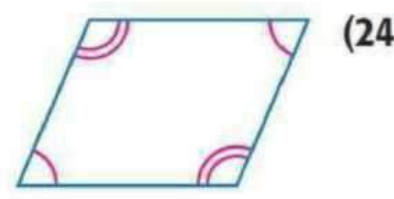
الصفحة الرئيسية

السابق

حدّد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا في كل مما يأتي.
برّر إجابتك.



(25)



(24)

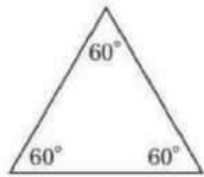
لا؛ الأضلاع المتقابلة ليست متطابقة. نعم؛ الزوايا المتقابلة متطابقة.

ص - 65

اختبار معياري

ص - 68

(1) إذا كان $a \parallel b$ ، فأَيّ العبارات الآتية ليست صحيحة؟
(2) صنّف المثلث أدناه تبعاً لقياسات زواياه. اختر المصطلح الأنسب.

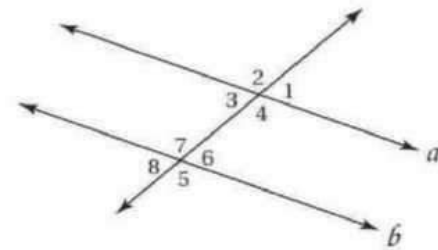


H منفرج الزاوية

F حادّ الزوايا

J قائم الزاوية

G متطابق الزوايا



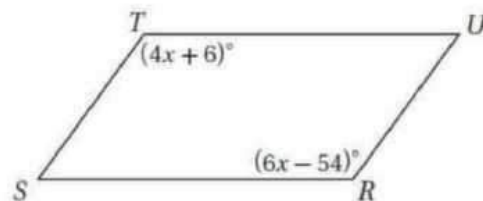
C $\angle 2 \cong \angle 5$

A $\angle 1 \cong \angle 3$

D $\angle 8 \cong \angle 5$

B $\angle 4 \cong \angle 7$

(3) أوجد قيمة x في متوازي الأضلاع RSTU.



C 25

A 12

D 36

B 18



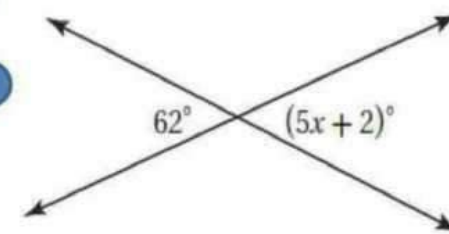
(6) ما قيمة x في الشكل أدناه؟

H 14

F 10

J 15

12



(7) أيّ العبارات الآتية صحيحة؟

A جميع المستطيلات مربعة.

B جميع المعينات مربعة.

جميع المستطيلات متوازيات الأضلاع.

D جميع متوازيات الأضلاع مستطيلات.



التالي

الصفحة الرئيسية

السابق



التالي

الصفحة الرئيسية

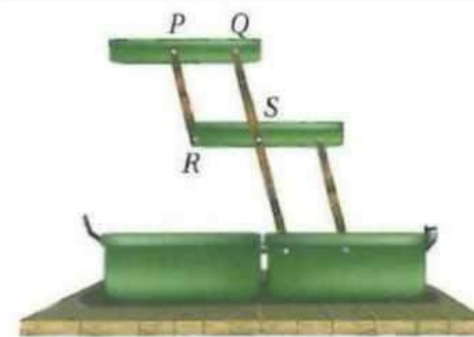
السابق

١-٣

تمييز متوازي الأضلاع

Distinguishing parallelogram

almanahj.com/sa



مثال ٢

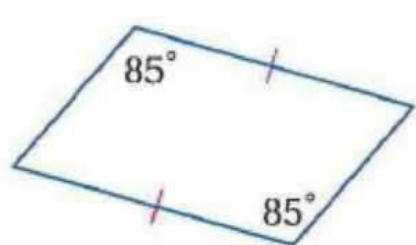
في الشكل المجاور إذا كان $PQ=RS, PR=QS$ فبين لماذا تبقى الطبقتان العلوية والوسطى متوازيتان عند أي ارتفاع

لأنه في الشكل PQRS كل ضلعين متقابلين متطابقين فإنه متوازي أضلاع فيكون $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$

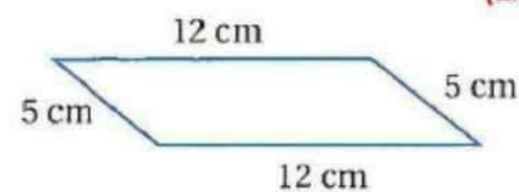
أي أن الطبقتان متوازيتان بصرف النظر عن ارتفاعيهما ص - 30

تحقق من فهمك

حدد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع أم لا . برر إجابتك



(1B)



(1A)

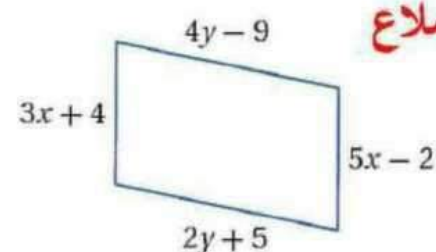
الشكل ليس متوازي أضلاع لأنه لا يحقق أي من شروطه

الشكل متوازي أضلاع لأن كل ضلعين متقابلين متطابقين

ص - 30

تحقق من فهمك

أوجد قيمتي X, Y بحيث يكون الشكل متوازي أضلاع



كل ضلعان متقابلان متطابقان

$$5X-2=3X+4$$

بالجمع والطرح

$$2X=6$$

بالقسمة على 2

$$X=3$$

ص - 31

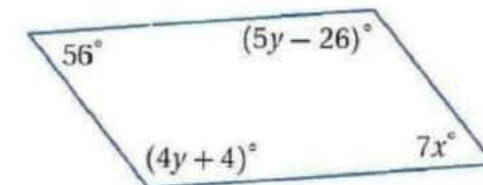
$$4Y-9=2Y+5$$

بالجمع والطرح

$$2Y=14$$

بالقسمة على 2

$$Y=7$$



كل زاويتان متقابلتان متطابقتان

$$5Y-26=4Y+4$$

بالجمع والطرح

$$Y=30$$

$$7X=56$$

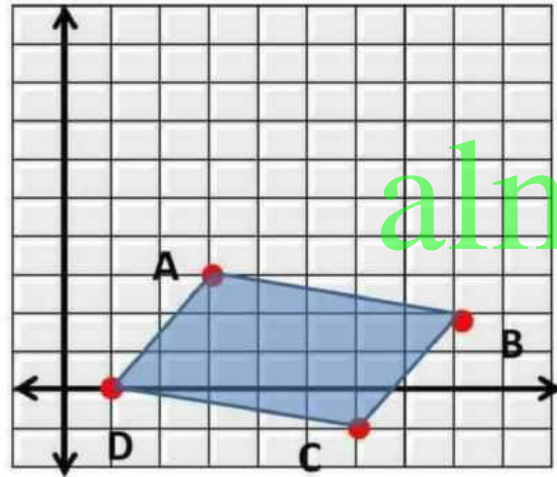
بالقسمة على 7

$$X=8$$

تحقق من فهمك

4A مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي ABCD الذي رؤوسه $A(3,3), B(8,2), C(6,-1), D(1,0)$

وحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا برر إجابتك مستخدماً صيغة المسافة



$$AB = \sqrt{(8-3)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

$$DC = \sqrt{(6-1)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

$$AD = \sqrt{(3-1)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$CB = \sqrt{(8-6)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

نلاحظ أن الأضلاع المتقابلة لها نفس الطول
لذا فالشكل الرباعي KLMN متوازي أضلاع

ص-32

4B مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي FGHI الذي رؤوسه $F(-2,4), G(4,2), H(4,-2), I(-2,-1)$

وحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا برر إجابتك مستخدماً صيغة نقطة المنتصف

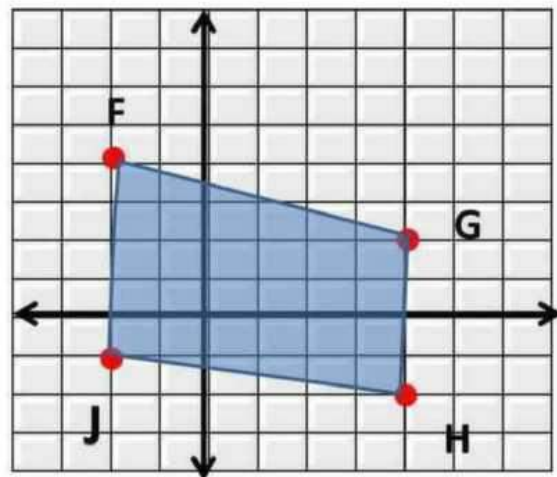
نقطة منتصف \overline{FH}

$$\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{4+(-2)}{2} \right) = (1,1)$$

نقطة منتصف \overline{GI}

$$\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{4+(-2)}{2} \right) = (1,1)$$

القطران لا ينصف كل منهما الآخر

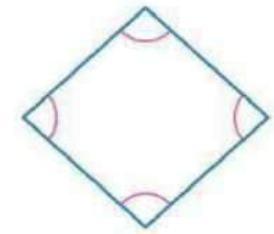


لذا فالشكل الرباعي FGHI ليس متوازي أضلاع

حدد ما إذا كان كل شكل رباعي فيما يأتي متوازي أضلاع أم لا. برر إجابتك.

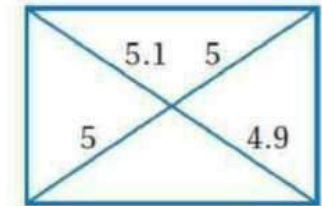
تأكد

نعم ؛ لأن كل زاويتين متقابلتين متطابقتين .



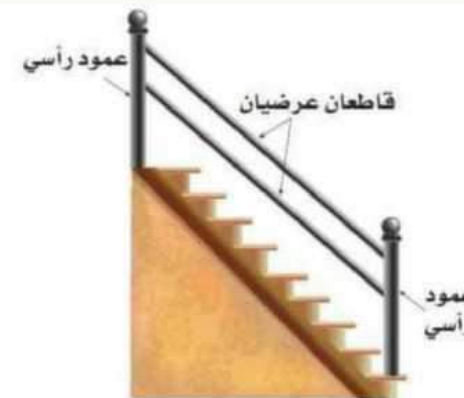
(1)

لا ؛ لأنه لا يحقق أي شرط من شروط متوازي الأضلاع .



(2)

ص-33



3 نجارة: صنع نجار درزينا لدرج يتكوّن من عمودين رأسيين؛ الأول مثبت فوق الدرجة الأولى، والثاني مثبت فوق الدرجة الأخيرة، ويصل بينهما قاطعان خشبيان كما في الشكل المجاور. كيف يمكن للنجار التحقق من أن القاطعين الخشبيين العرضيين متوازيان، وذلك بأقل عدد من مرات القياس، إذا علمت بأن الدرجتين الأولى والأخيرة مستويتان مع الأرض.

$$AP = CP$$

$$BP = DP \text{ ؛ إجابة ممكنة:}$$

إذا كان قطرا شكل رباعي

ينصف كل منهما الآخر

فيكون الشكل الرباعي

متوازي أضلاع. فإذا كان

$$AP = CP, BP = DP$$

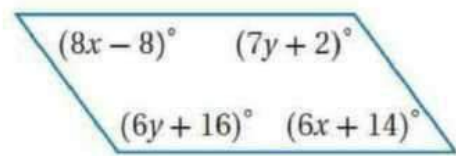
فإن الخيط يشكّل متوازي

أضلاع

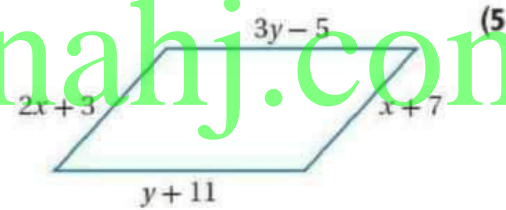
ص-33

جبر: أوجد قيمتي x, y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

$X = 11,$
 $Y = 14$



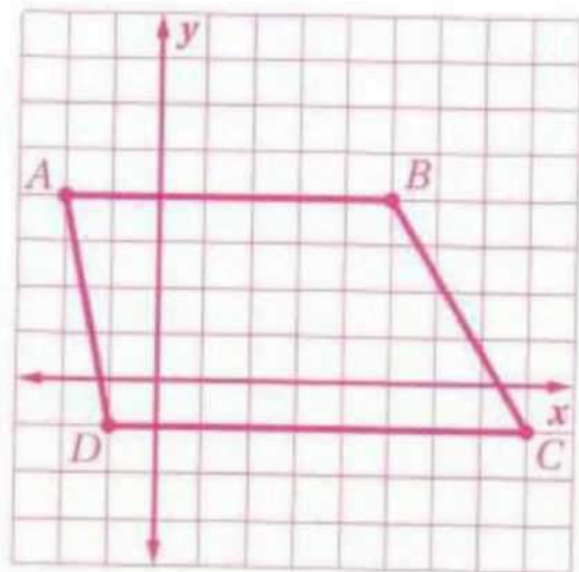
$X = 4,$
 $Y = 8$



almanahj.com/sa

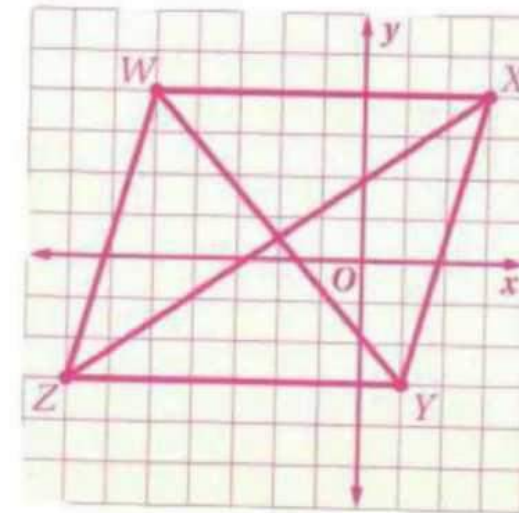
هندسة إحدائية: مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه فيما يأتي. وحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال.

(6) $A(-2, 4), B(5, 4), C(8, -1), D(-1, -1)$ ، صيغة الميل.



لا؛ يجب أن يكون كل ضلعين متقابلين متوازيان. وبما أن ميل $\overline{BC} \neq$ ميل \overline{AD} فإن $ABCD$ ليس متوازي أضلاع.

(7) $W(-5, 4), X(3, 4), Y(1, -3), Z(-7, -3)$ ، صيغة نقطة المنتصف.

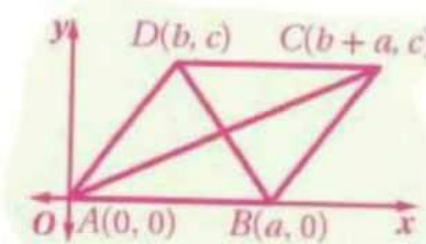


نعم؛ نقطة منتصف كل من \overline{WY} و \overline{XZ}

هي $(-2, \frac{1}{2})$.

وبما أن القطرين ينصف كل منهما الآخر، فإن الشكل $WXYZ$ متوازي أضلاع.

(8) اكتب برهاناً إحدائياً للعبارة الآتية: إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه ينصف كل منهما الآخر.



المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع.

المطلوب: AC و DB ينصف كل منهما الآخر.

البرهان:

نقطة منتصف \overline{AC}

$$= \left(\frac{0 + (a + b)}{2}, \frac{0 + c}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{a + b}{2}, \frac{c}{2} \right)$$

ونقطة منتصف \overline{DB}

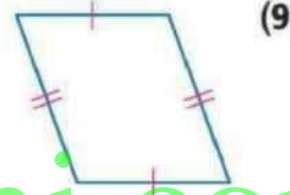
$$= \left(\frac{a + b}{2}, \frac{0 + c}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{a + b}{2}, \frac{c}{2} \right)$$

إذن، \overline{AC} و \overline{DB} ينصف كل منهما الآخر.

تدريب و حل المسائل

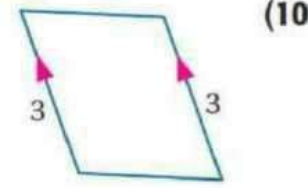
حدّد ما إذا كانت المعطيات في كل مما يأتي كافية ليكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.



(9)

نعم ؛ لأن كل ضلعين متقابلتين متطابقتان .

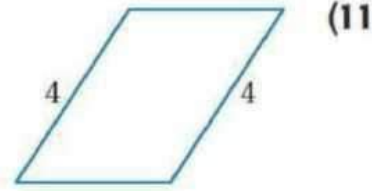
almanahj.com/sa



(10)

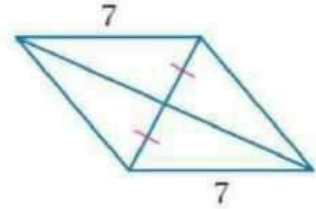
نعم ؛ لأن فيه ضلعين متقابلتين متوازيان و متطابقان .

لا ؛ لأنه لا يحقق أي شرط من شروط متوازي الأضلاع



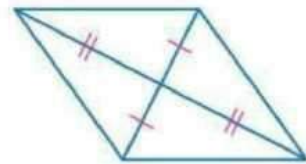
(11)

لا ؛ لأنه لا يحقق أي شرط من شروط متوازي الأضلاع



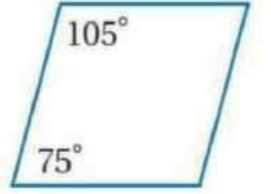
(12)

نعم ؛ لأن قطريه ينصف كل منهما الآخر .



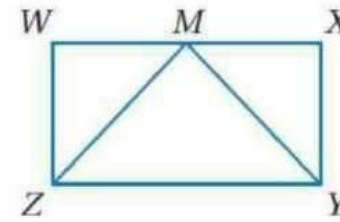
(13)

(14)



لا ؛ لأنه لا يحقق أي شرط من شروط متوازي الأضلاع .

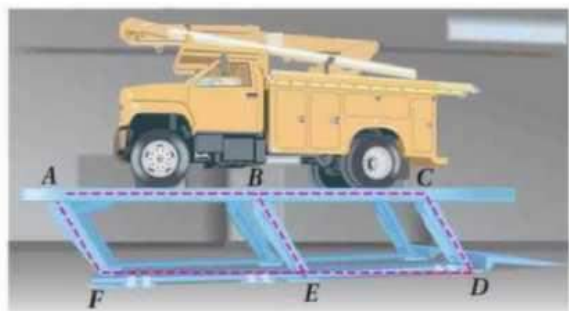
(15) برهان: إذا كان $WXYZ$ متوازي أضلاع، حيث $\angle W \cong \angle X$ ، M نقطة منتصف \overline{WX} ، فاكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن $\triangle ZMY$ متطابق الضلعين.



المعطيات: $WXYZ$ متوازي أضلاع فيه $\angle W \cong \angle X$ و M نقطة منتصف \overline{WX} .

المطلوب: ZMY مثلث متطابق الضلعين.

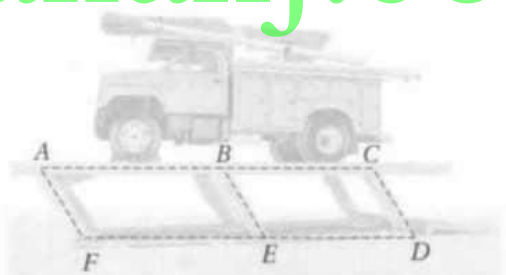
البرهان: بما أن $WXYZ$ متوازي أضلاع، فإن $\overline{WZ} \cong \overline{XY}$. وبما أن M نقطة منتصف \overline{WX} ، فإن $\overline{WM} \cong \overline{MX}$. ومعطى أن $\angle W \cong \angle X$ ، لذلك وحسب SAS فإن $\triangle ZWM \cong \triangle YXM$. ولأن العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين متطابقة، فإن $\overline{ZM} \cong \overline{YM}$. إذن ZMY مثلث متطابق الضلعين بحسب تعريف المثلث متطابق الضلعين.



16) رافعات: تستعمل رافعات متوازيات الأضلاع لرفع المركبات الثقيلة عند صيانتها. ففي الشكل أدناه: $ABEF$, $BCDE$ متوازي أضلاع. اكتب برهاناً إذا عمودين لإثبات أن $ACDF$ متوازي أضلاع أيضاً.

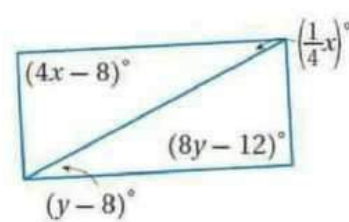
المعطيات: $ABEF$ متوازي أضلاع؛ $BCDE$ متوازي أضلاع.

المطلوب: $ACDF$ متوازي أضلاع

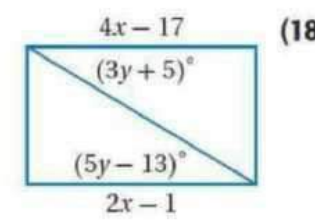


almanahj.com/sa

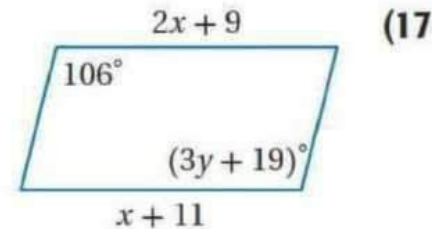
جبر: أوجد قيمتي x, y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



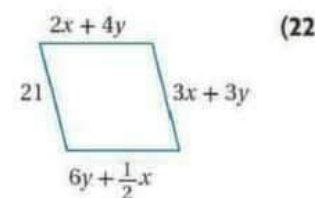
$$x = 30, y = 15.5$$



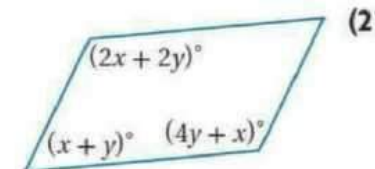
$$x = 8, y = 9$$



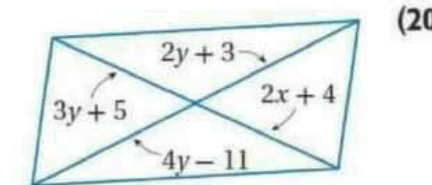
$$x = 2, y = 29$$



$$x = 4, y = 3$$



$$x = 40, y = 20$$

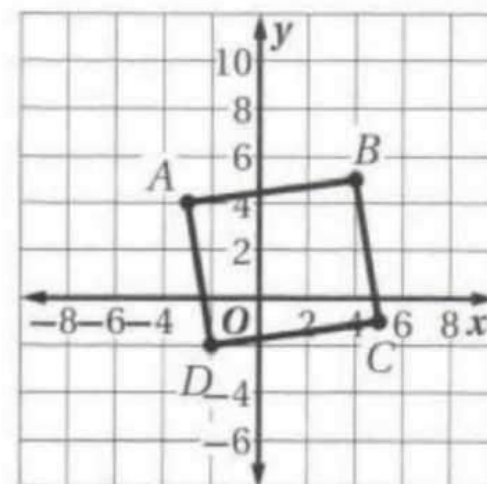


$$x = 11, y = 7$$

ص-34

هندسة إحدائية: مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه فيما يأتي. وحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال.

(23) $A(-3, 4)$, $B(4, 5)$, $C(5, -1)$, $D(-2, -2)$ ، صيغة الميل.



نعم؛ ميل \overline{AB} يساوي ميل \overline{CD} ويساوي $\frac{1}{7}$ لذلك $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$.
وبما أن ميل \overline{BC} يساوي ميل \overline{AD} ويساوي -6 ، فإن $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$.
ولأن كل ضلعين متقابلين متوازيان فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

ص-35

البرهان:

العبارات (المبررات)

(1) $ABEF$ متوازي أضلاع؛ $BCDE$ متوازي أضلاع (معطيات)

(2) $\overline{AF} \cong \overline{BE}$, $\overline{BE} \cong \overline{CD}$, $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$, $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ (تعريف متوازي الأضلاع)

(متوازي الأضلاع)

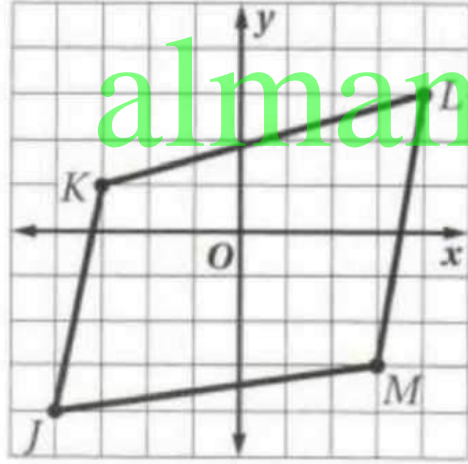
(3) $\overline{AF} \cong \overline{CD}$, $\overline{AF} \parallel \overline{CD}$ (خاصية التعدي)

(4) $ACDF$ متوازي أضلاع. (إذا كان ضلعان في شكل رباعي

متطابقين ومتوازيين فإنه متوازي أضلاع)

24) $J(-4, -4)$ ، $K(-3, 1)$ ، $L(4, 3)$ ، $M(3, -3)$ ، صيغة المسافة بين نقطتين.

لا؛ يجب أن يكون كل ضلعين متقابلين متطابقين. والمسافة بين K و L تساوي $\sqrt{53}$. والمسافة بين M و L تساوي $\sqrt{37}$. والمسافة بين J و M تساوي $\sqrt{50}$. والمسافة بين K و J تساوي $\sqrt{26}$. وبما أن كل ضلعين متقابلين ليسا متطابقين، فإن $JKLM$ ليس متوازي أضلاع.

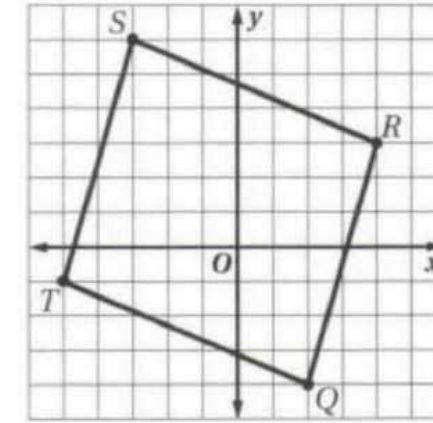


almanahj.com/sa

26) $Q(2, -4)$ ، $R(4, 3)$ ، $S(-3, 6)$ ، $T(-5, -1)$ ، صيغة الميل والمسافة بين نقطتين.

نعم؛ يجب أن يكون فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين. وبما أن

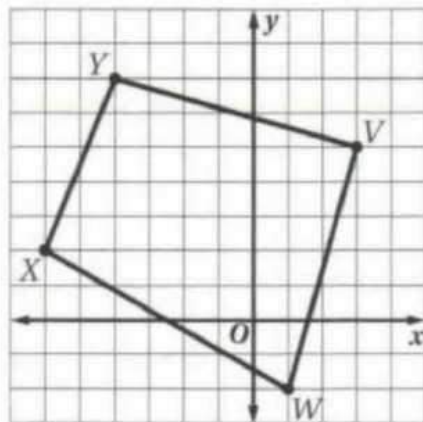
ميل \overline{QR} يساوي ميل \overline{ST} ويساوي $\frac{7}{2}$ ، فإن $\overline{QR} \parallel \overline{ST}$ ولأن $QR = ST = \sqrt{53}$ فإن $\overline{QR} \cong \overline{ST}$. إذن، $QRST$ متوازي أضلاع.



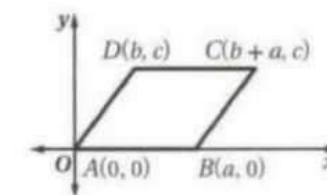
25) $V(3, 5)$ ، $W(1, -2)$ ، $X(-6, 2)$ ، $Y(-4, 7)$ ، صيغة الميل.

لا؛ يجب أن يكون فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين.

ميل \overline{YV} يساوي $-\frac{2}{7}$ ، وميل \overline{XW} يساوي $-\frac{4}{7}$ ، وميل \overline{YX} يساوي $\frac{5}{2}$ ، وميل \overline{VW} يساوي $\frac{7}{2}$. وبما أن ميل \overline{YV} لا يساوي ميل \overline{XW} ، وميل \overline{YX} لا يساوي ميل \overline{VW} ، فإن $VWXY$ ليس متوازي أضلاع.



27) اكتب برهاناً إحدائياً للعبارة: إذا كان كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي متطابقين، فإنه متوازي أضلاع.



المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، $\overline{AD} \cong \overline{BC}$
المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.

البرهان:

$$m = \frac{c-0}{b-0} = \frac{c}{b} : \overline{AD} \text{ ميل}$$

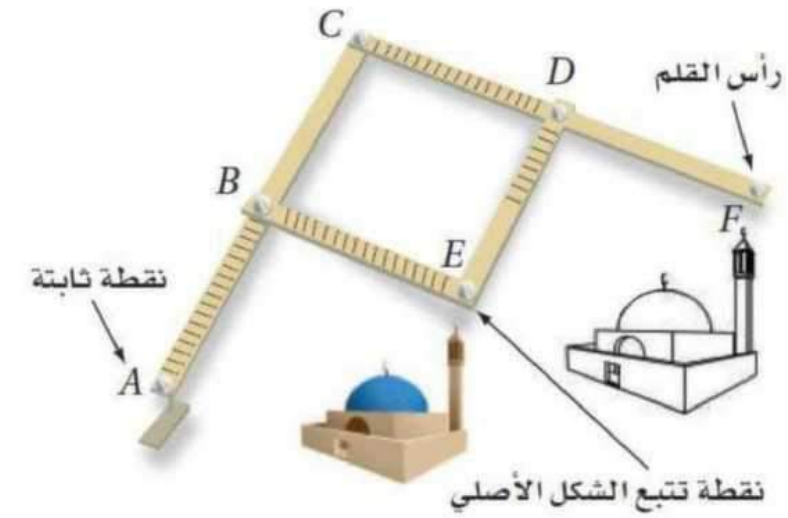
$$m = \frac{0-0}{a-0} = 0 : \overline{AB} \text{ ميل}$$

$$m = \frac{c-0}{b+a-a} = \frac{c}{b} : \overline{BC} \text{ ميل}$$

$$m = \frac{c-c}{b+a-b} = 0 : \overline{CD} \text{ ميل}$$

لذلك $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ و $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. إذن وحسب تعريف متوازي الأضلاع يكون $ABCD$ متوازي أضلاع.

(30) المنسّاخ: استعن بمعلومات الربط مع الحياة إلى اليمين والشكل أدناه.



ص-35

(28) اكتب برهاناً إحدائياً للعبارة: إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن جميع زواياه قوائم.

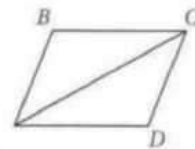
المعطيات: متوازي أضلاع $ABCD$.
 $\angle A$ زاوية قائمة.

المطلوب: $\angle B, \angle C, \angle D$ قوائم.

البرهان:
 ميل \overline{BC} : $m = \frac{b-b}{a-0} = 0$ ميل \overline{CD} : غير معرّف
 ميل \overline{AD} : $m = \frac{0-0}{a-0} = 0$ ميل \overline{AB} : غير معرّف
 لذلك $\overline{BC} \perp \overline{CD}, \overline{CD} \perp \overline{AD}, \overline{AB} \perp \overline{BC}$
 إذن، $\angle D, \angle C, \angle B$ قوائم.

almanahj.com/sa

(29) برهان: اكتب برهاناً حرّاً للنظرية 5.10.



المعطيات: $\angle A \cong \angle C, \angle B \cong \angle D$
المطلوب: متوازي أضلاع $ABCD$.

البرهان: ارسم \overline{AC} لتشكيل مثلثين.
 وبما أنّ مجموع قياسات زوايا أي مثلث يساوي 180° فإن مجموع قياسات زوايا المثلثين يساوي 360° . إذن
 $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^\circ$ وبما أنّ
 $m\angle A = m\angle C$ و $m\angle B = m\angle D$ فإنّ $m\angle A = m\angle C$ و $m\angle B = m\angle D$
 وبالتعويض $m\angle A + m\angle A + m\angle B + m\angle B = 360^\circ$
 إذن $2(m\angle A) + 2(m\angle B) = 360^\circ$ وبقسمة كلا الطرفين على 2 يتج
 $m\angle A + m\angle B = 180^\circ$ لذا فإنّ الزاويتين المتحالفتين متكاملتان
 و $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. وبالمثل $2(m\angle A) + 2(m\angle D) = 360^\circ$
 أو $m\angle A + m\angle D = 180^\circ$ إذن، هاتان الزاويتان المتحالفتان متكاملتان
 و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. إذن الأضلاع المتقابلة متوازية، لذلك فالشكل $ABCD$
 متوازي أضلاع.

(a) إذا كان $\overline{DE} \cong \overline{DF}, \overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{BE}, \overline{AC} \cong \overline{CF}$ ، فاكتب برهاناً حرّاً لإثبات أنّ $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$.

المعطيات: $\overline{AC} \cong \overline{CF}, \overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{BE}, \overline{DF} \cong \overline{DE}$
المطلوب: $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$.

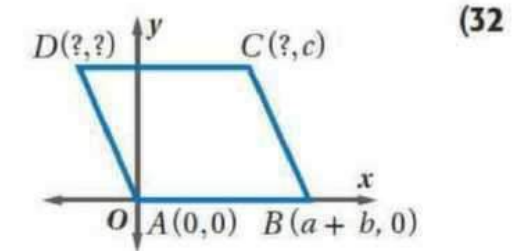
البرهان: نعلم أنّ $\overline{AC} \cong \overline{CF}, \overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{BE}, \overline{DF} \cong \overline{DE}$
 إذن $AC = CF$ حسب تعريف التطابق، $AC = AB + BC$
 و $CF = CD + DF$ حسب مسلمة جمع القطع المستقيمة. وبالتعويض،
 يكون $AB + BC = CD + DF$ ، وباستعمال التعويض مرّة أخرى يكون
 $AB + BC = AB + DF$ وحسب خاصية الطرح $BC = DF$.
 إذن $\overline{BC} \cong \overline{DF}$ حسب تعريف التطابق، و $\overline{BC} \cong \overline{DE}$ حسب خاصية
 التعدي. وإذا كان كل ضلعين متقابلين لشكل رباعي متطابقين فإن
 الشكل الرباعي متوازي أضلاع. إذن $BCDE$ متوازي أضلاع ومن
 تعريف متوازي الأضلاع يكون $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$.

(b) مقياس الرسم للشكل المنسوخ بالنسبة للشكل الأصلي هو نسبة CF إلى BE ، فإذا كان $AB = 12 \text{ in}$, $DF = 8 \text{ in}$ ، وطول الشكل الأصلي 5.5 in ، فما طول صورة الشكل المنسوخ؟

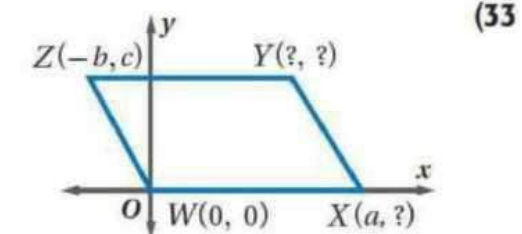
9.2 in تقريباً

almanahj.com/sa

أوجد الإحداثيات المجهولة لرؤوس كل من متوازي الأضلاع الآتين:

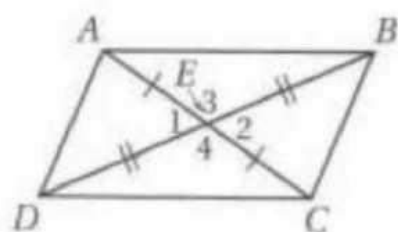


$C(a, c), D(-b, c)$



$Y(a-b, c), X(a, 0)$

(31) **برهان:** اكتب برهاناً ذا عمودين للنظرية 5.11



المعطيات: $\overline{DE} \cong \overline{EB}$, $\overline{AE} \cong \overline{EC}$

المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.

العبارات (المبررات)

(1) $\overline{AE} \cong \overline{EC}$, $\overline{DE} \cong \overline{EB}$ (معطيات)

(2) $\angle 1 \cong \angle 2$, $\angle 3 \cong \angle 4$ (الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان)

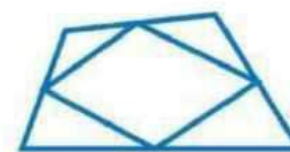
(3) $\triangle ABE \cong \triangle CDE$, $\triangle ADE \cong \triangle CBE$ (SAS)

(4) $\overline{AB} \cong \overline{DC}$, $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ (العناصر المتناظرة في المثلثين

المتطابقين متطابقة)

(5) $ABCD$ متوازي أضلاع (إذا كان كل ضلعين متقابلين في شكل

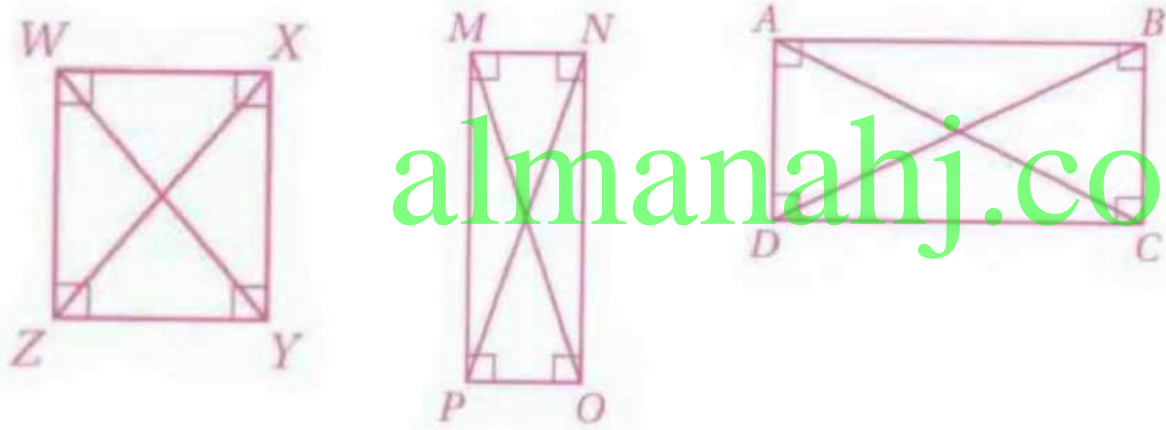
رباعي متطابقين فإنه متوازي أضلاع)



(34) **برهان:** اكتب برهاناً إحدائياً لإثبات أن القطع المستقيمة الواصلة بين منتصفات أضلاع أي شكل رباعي تشكل متوازي أضلاع.

35) تمثيلات متعددة: في هذه المسألة سوف تستقصي إحدى خصائص المستطيل.

(a) هندسيًا: ارسم ثلاثة مستطيلات بأبعاد مختلفة وسمّها $ABCD$, $MNOP$, $WXYZ$ ، ثم ارسم قطري كل منها.

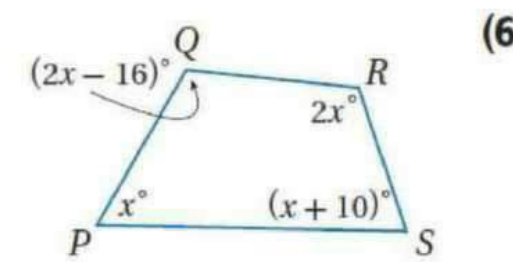


ص -35

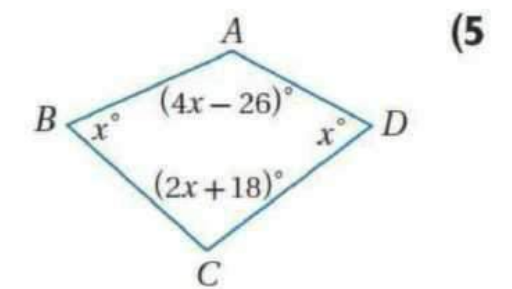
أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية في كل من المضلعات المحدبة الآتية: (الدرس 5-1)

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| (1) الخماسي 540° | (2) السباعي 900° |
| (3) ذو 18 ضلعًا 2880° | (4) ذو 23 ضلعًا 3780° |

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية في كل من المضلعين الآتيين:



$$m\angle P = 61^\circ, m\angle Q = 106^\circ, \\ m\angle R = 122^\circ, m\angle S = 71^\circ$$

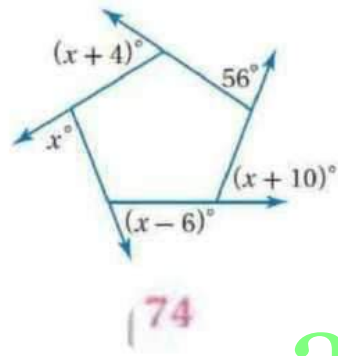


$$m\angle A = 158^\circ, m\angle B = 46^\circ, \\ m\angle C = 110^\circ, m\angle D = 46^\circ$$

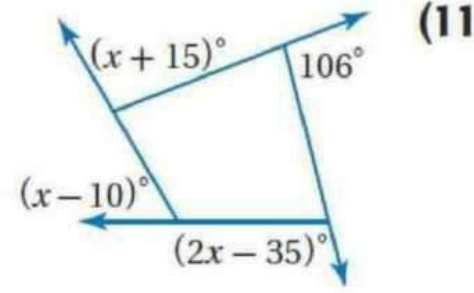
أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى مجموع قياسات زواياه الداخلية في كل مما يأتي:

- | | |
|------------------|-------------------|
| (7) 720° | (8) 1260° |
| (9) 1800° | (10) 4500° |

أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين :



(12)



(11)

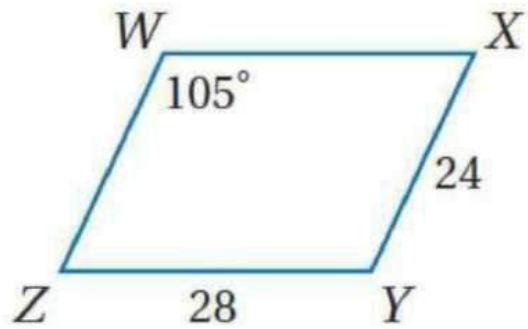
almanahj.com/sa

(16) إنارة: استعمل مقبض الإنارة العلوي الذي يشكل متوازي أضلاع في إيجاد $m\angle p$ في $\square PQRS$.



ص - 37

استعمل $\square WXYZ$ لإيجاد كل مما يأتي :

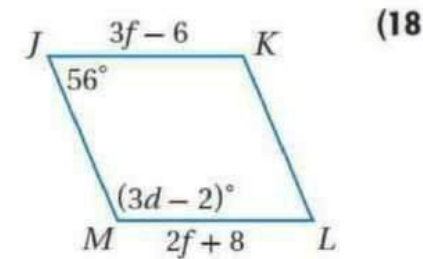


(13) $m\angle WZY = 75^\circ$

(14) $WZ = 24$

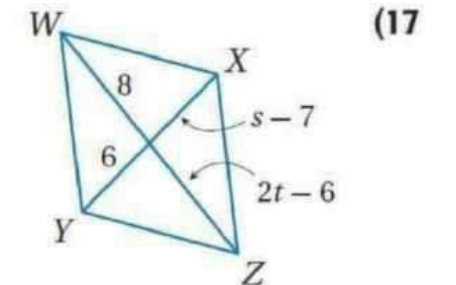
(15) $m\angle XYZ = 105^\circ$

جبر: أوجد قيم المتغيرات في كل من متوازي الأضلاع الآتيين :



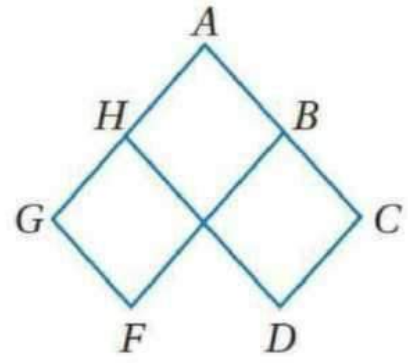
(18)

$d = 42, f = 14$



(17)

$s = 13, t = 7$



(19) **برهان:** اكتب برهاناً ذا عمودين.
المعطيات: $\square GFBA$, $\square HACD$
المطلوب: $\angle F \cong \angle D$

البرهان:

العبارات (المبررات)

(1) $\square GFBA$, $\square HACD$ (معطيات)

(2) $\angle F \cong \angle A$, $\angle A \cong \angle D$ (الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة)

(3) $\angle F \cong \angle D$ (خاصية التعدي)

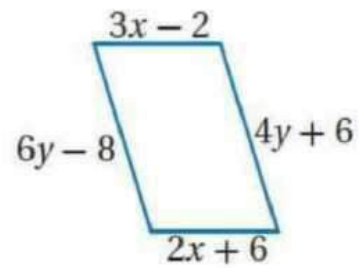
almanahj.com/sa

(22) **طاولات:** لماذا يبقى سطح طاولة كي الثياب في الصورة أدناه موازياً لأرضية الغرفة دائماً؟ (الدرس 5-3)



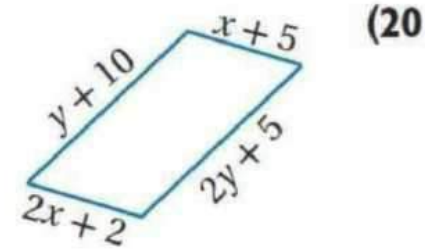
عمل الساقان بحيث ينصف كل منهما الآخر، إذن فالشكل الرباعي المتكون من أطراف الساقين يكون دائماً متوازي الأضلاع. لذلك فسطح الطاولة العلوي يبقى موازياً لسطح الأرض.

أوجد قيمتي x, y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع:



(21)

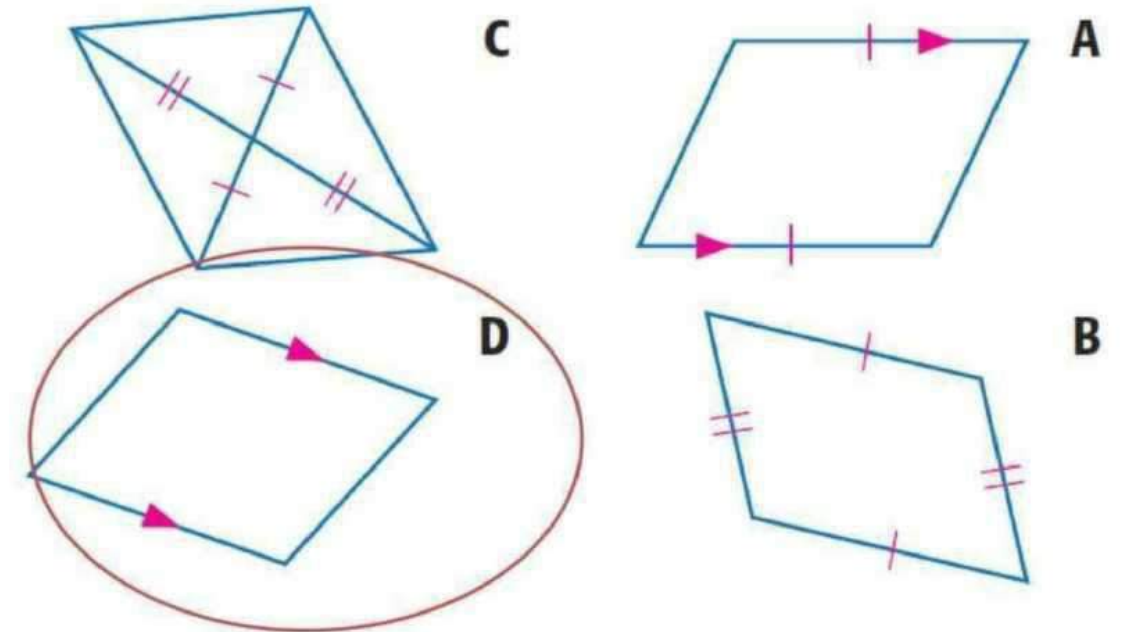
$$x = 8, y = 7$$



(20)

$$x = 3, y = 5$$

(23) **اختيار من متعدد:** أي الأشكال الرباعية الآتية ليس متوازي أضلاع؟ (الدرس 5-3)



هندسة إحداثية: حدّد ما إذا كان الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي متوازي أضلاع. برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال.

(24) $A(-6, -5), B(-1, -4), C(0, -1), D(-5, -2)$
صيغة المسافة بين نقطتين.

نعم؛ يجب أن يكون كل ضلعين متقابلين متطابقين. المسافة بين A و B تساوي $\sqrt{26}$. والمسافة بين B و C تساوي $\sqrt{10}$. والمسافة بين C و D تساوي $\sqrt{26}$. والمسافة بين D و A تساوي $\sqrt{10}$. وبما أن كل ضلعين متقابلين متطابقان، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

ص - 37

(25) $Q(-5, 2), R(-3, -6), S(2, 2), T(-1, 6)$
صيغة الميل.

لا؛ يجب أن يكون كل ضلعين متقابلين متوازيين، وبما أنّ ميل $\overline{QR} \neq$ ميل \overline{TS} ، فإن $QRST$ ليس متوازي أضلاع.

ص - 37

(b) قس طولَي قطري كل مستطيل، ثم أكمل الجدول المجاور.

المستطيل	القطر	الطول
ABCD	\overline{AC}	3.3 cm
	\overline{BD}	3.3 cm
MNOP	\overline{MO}	2.8 cm
	\overline{NP}	2.8 cm
WXYZ	\overline{WY}	2.0 cm
	\overline{XZ}	2.0 cm

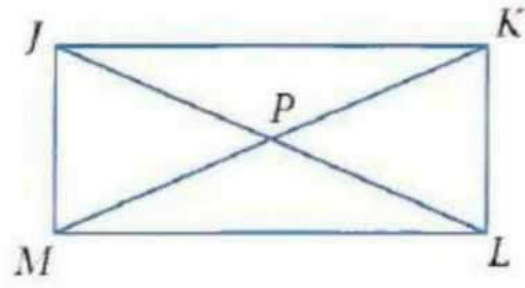
(c) لفظياً: اكتب تخميناً حول قطري المستطيل. **قطرا المستطيل متطابقان**



المستطيل

RECTANGLE

تحقق من فهمك



٢) استعن بالشكل المجاور

إذا كان $JK=5y+1$, $JP=3y-5$
فأوجد قيمة y

$JL=2JP$ لأن القطران ينصف كل منهما الآخر في المستطيل

بالتعويض $JL=2(3Y-5)$

بالتوزيع $JL=6Y-10$

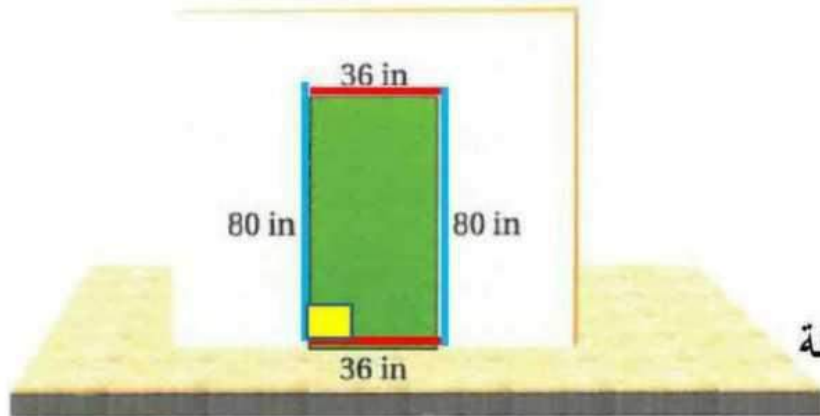
$JL=MK$ لأن القطران متطابقان في المستطيل

بالتعويض $6Y-10=5Y+1$

بالجمع والطرح $Y=11$

ص - 39

تحقق من فهمك



قاس أحمد أبعاد المنطقة التي قام بطلانها كما في الشكل المقابل وكذلك تحقق من أن الزاوية عند الركن الأيسر السفلى قائمة هل يمكن استنتاج أن المنطقة مستطيلة

لاحظ الشكل

أي أن كل ضلعين متقابلين متطابقان فيكون الشكل متوازي أضلاع

لاحظ الشكل أيضاً

إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة فيكون مستطيلاً

ص - 40

تأكد



زراعة: الشكل المجاور يبين بوابة مخزن حبوب مستطيلة الشكل، فيها الدعامتان المتقاطعتان تقويان دفة البوابة، وتحفظانها من الالتواء مع مرور الزمن.

إذا كان $PS = 7$ ft, $ST = 3\frac{13}{16}$ ft, $m\angle PTQ = 67^\circ$

فأوجد كلاً مما يأتي:

$7\frac{5}{6}$ ft SQ (2)

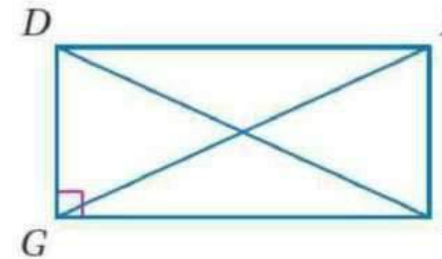
7 ft QR (1)

56.5° $m\angle TSR$ (4)

33.5° $m\angle TQR$ (3)

ص - 41

جبر: استعن بالمستطيل $DEFG$ المبين جانباً.



(5) إذا كان $EG = x + 5$, $FD = 3x - 7$, فأوجد EG .

11

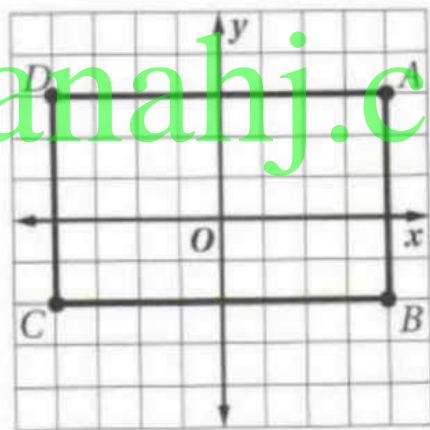
(6) إذا كان $m\angle DFG = (x + 12)^\circ$, $m\angle EFD = (2x - 3)^\circ$

فأوجد $m\angle EFD$.

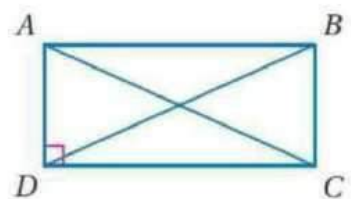
51°

(9) $A(4, 3), B(4, -2), C(-4, -2), D(-4, 3)$ ، صيغة المسافة.

نعم؛ بما أن $AB = 5 = CD, BC = 8 = AD$ فإن $ABCD$ متوازي أضلاع. وبما أن $BD = \sqrt{89} = AC$ فإن القطرين متطابقان. لذلك فالشكل $ABCD$ مستطيل.



ص - 41



برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين في كل مما يأتي:

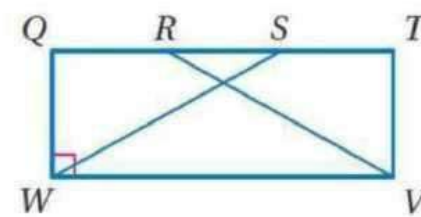
(20) المعطيات: $ABCD$ مستطيل.

المطلوب: $\triangle ADC \cong \triangle BCD$

البرهان:

العبارات (المبررات)

- (1) $ABCD$ مستطيل. (معطى)
- (2) $ABCD$ متوازي أضلاع. (تعريف المستطيل)
- (3) $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة)
- (4) $\overline{DC} \cong \overline{CD}$ (خاصية الانعكاس)
- (5) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (قطر المستطيل متطابقان)
- (6) $\triangle ADC \cong \triangle BCD$ (SSS)



(21) المعطيات: $QTVW$ مستطيل.

$$\overline{QR} \cong \overline{ST}$$

المطلوب: $\triangle SWQ \cong \triangle RVT$

العبارات (المبررات)

- (1) $QTVW$ مستطيل؛ $\overline{QR} \cong \overline{ST}$. (معطيات)
- (2) $QTVW$ متوازي أضلاع. (تعريف المستطيل)
- (3) $\overline{WQ} \cong \overline{VT}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة)
- (4) $\angle T$ و $\angle Q$ قائمتان. (تعريف المستطيل)
- (5) $\angle Q \cong \angle T$ (جميع الزوايا القائمة متطابقة)
- (6) $QR = ST$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

ص - 42

$$\overline{RS} \cong \overline{RS} \text{ (خاصية الانعكاس) } (7)$$

$$RS = RS \text{ (تعريف تطابق القطع المستقيمة) } (8)$$

$$QR + RS = RS + ST \text{ (خاصية الإضافة) } (9)$$

$$QS = QR + RS, RT = RS + ST \text{ (مسلمة جمع القطع المستقيمة) } (10)$$

$$QS = RT \text{ (بالتعويض) } (11)$$

$$\overline{QS} \cong \overline{RT} \text{ (تعريف تطابق القطع المستقيمة) } (12)$$

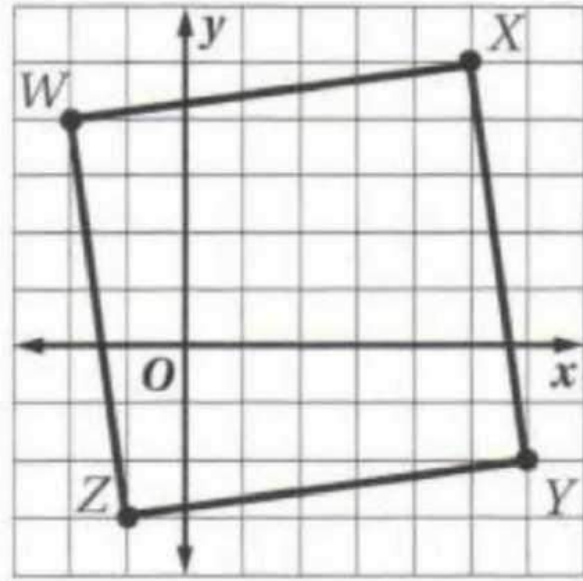
$$\triangle SWQ \cong \triangle RVT \text{ (SAS) } (13)$$

هندسة إحداثية: مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي، وحدد ما إذا كان مستطيلاً أم لا. برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال.

(22) $W(-2, 4), X(5, 5), Y(6, -2), Z(-1, -3)$ ، صيغة الميل.

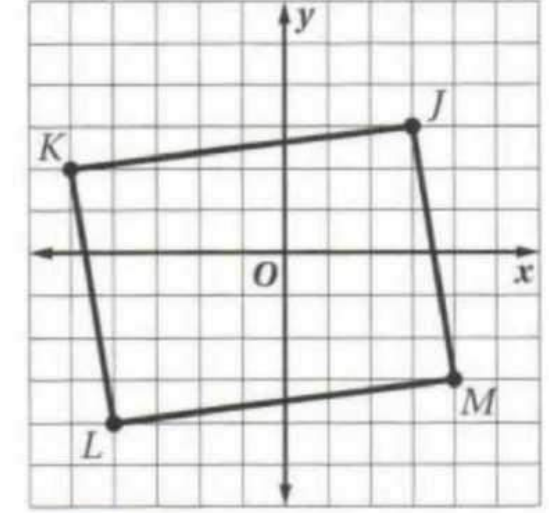
نعم؛ بما أن ميل \overline{WX} يساوي ميل \overline{YZ} ويساوي $\frac{1}{7}$ ،
وميل \overline{XY} يساوي ميل \overline{ZW} ويساوي -7 . فإن $WXYZ$ متوازي أضلاع.
وبما أن حاصل ضرب ميلي كل ضلعين متجاورين يساوي -1 ، فإن
الأضلاع المتجاورة متعامدة وتشكل زوايا قائمة. لذلك فالشكل
 $WXYZ$ مستطيل.

ص - 42



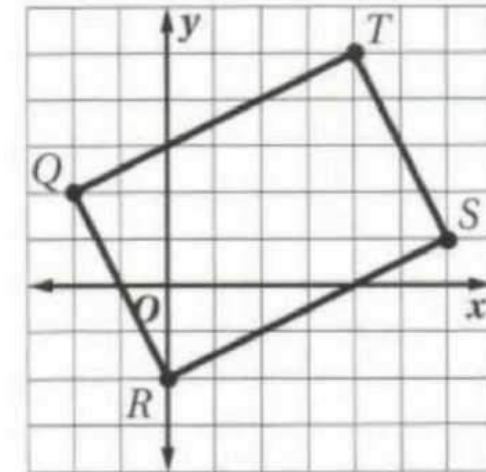
(23) $J(3, 3), K(-5, 2), L(-4, -4), M(4, -3)$ ، صيغة المسافة بين نقطتين.

لا؛ بما أن $JK = \sqrt{65} = LM$ ، $KL = \sqrt{37} = MJ$ فإن $JKLM$
متوازي أضلاع، وبما أن $JL = \sqrt{98}$ ، $KM = \sqrt{106}$. فإن $JL \neq KM$ ،
إذن فالقطران غير متطابقين. لذلك فالشكل $JKLM$ ليس مستطيلاً.



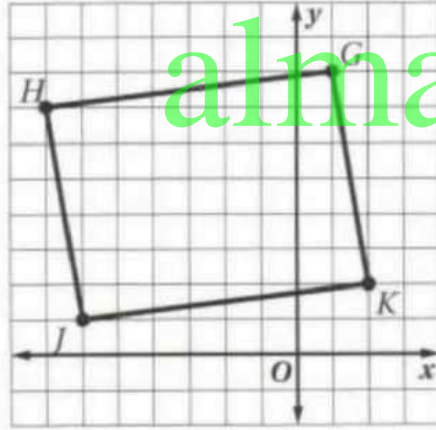
(24) $Q(-2, 2), R(0, -2), S(6, 1), T(4, 5)$ ، صيغة المسافة بين نقطتين.

نعم؛ بما أن $QR = \sqrt{20} = ST$ ، $RS = \sqrt{45} = TQ$ فإن $QRST$
متوازي أضلاع. وبما أن $QS = \sqrt{65} = RT$ ، فإن القطرين متطابقان.
إذن فالشكل $QRST$ مستطيل.



(25) $G(1, 8), H(-7, 7), J(-6, 1), K(2, 2)$ ، صيغة الميل .

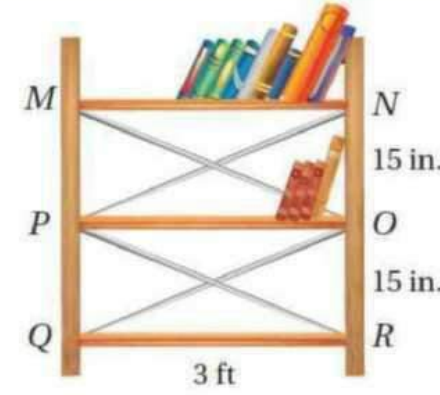
لا؛ بما أن ميل \overline{GH} يساوي ميل \overline{JK} ويساوي $\frac{1}{8}$ وميل \overline{HJ} يساوي ميل \overline{KG} ويساوي -6 ، فإن الشكل $GHJK$ متوازي أضلاع. وبما أن حاصل ضرب ميلي كل ضلعين متجاورين لا يساوي -1 ، فإن الأضلاع المتجاورة ليست متعامدة. لذلك فالشكل $GHJK$ ليس مستطيلاً.



ص - 42

almanahj.com/sa

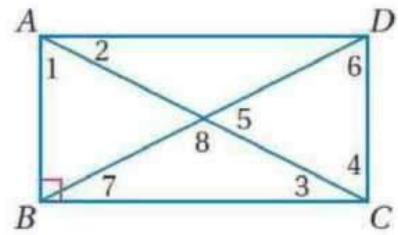
(32) **مكتبات:** أضاف زيد رفًا جديدًا لمكتبته ودعائم معدنية متقاطعة كما في الشكل المجاور . كم يجب أن يكون طول كل من الدعائم المعدنية بحيث تكون الرفوف عمودية على الجانبين؟ وضح إجابتك. (إرشاد: $12 \text{ in} = 1 \text{ ft}$)



3 in و 3 ft

إجابة ممكنة : حتى تكون الزوايا قوائم يجب أن تكون أطوال الدعائم الحديدية متساوية . وبما أن طول الرف معلوم والمسافة بين الرفوف معلومة، فيمكن استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الدعامة الحديدية، وقد وجد أن طول الدعامة 3 in و 3 ft.

ص - 42



في المستطيل $ABCD$ ، إذا كان $m\angle 2 = 40^\circ$ ، فأوجد كلاً مما يأتي :

(28) $m\angle 3 = 40^\circ$

(27) $m\angle 7 = 40^\circ$

(26) $m\angle 1 = 50^\circ$

(31) $m\angle 8 = 100^\circ$

(30) $m\angle 6 = 50^\circ$

(29) $m\angle 5 = 80^\circ$

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات النظرية في كل من السؤالين الآتيين :

(33) النظرية 5.13

المعطيات: مستطيل قطراه $WXYZ$ مستطيل قطراه \overline{XZ} و \overline{WY}

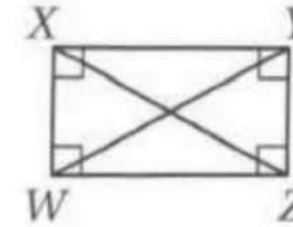
المطلوب: $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$

البرهان:

(1) $WXYZ$ مستطيل قطراه \overline{WY} و \overline{XZ} . (معطيات)

(2) $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$ الأضلاع المتقابلة للمستطيل متطابقة.

(3) $\overline{WZ} \cong \overline{WZ}$ (خاصية الانعكاس)



(4) $\angle YZW$ و $\angle XWZ$ قائمتان. (تعريف المستطيل)

(5) $\angle XWZ \cong \angle YZW$ (جميع الزوايا القائمة متطابقة)

(6) $\triangle XWZ \cong \triangle YZW$ (SAS)

(7) $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)

almanahj.com/sa

(4) $\angle ZWX \cong \angle YXW$ (العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين متطابقة).

(5) $m\angle ZWX = m\angle YXW$ (تعريف الزوايا المتطابقة)

(6) $\angle YXW$ و $\angle ZWX$ متكاملتان. (الزوايا المتحالفة في متوازي الأضلاع متكاملة)

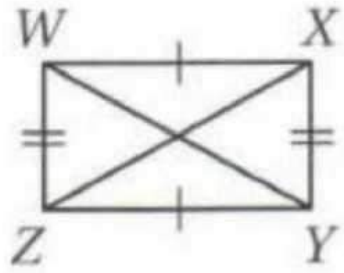
(7) $m\angle ZWX + m\angle YXW = 180^\circ$ (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

(8) $\angle YXW$ و $\angle ZWX$ قائمتان. (إذا كانت زاويتان متطابقتين ومتكاملتين فإن كلاً منهما قائمة)

(9) $\angle XYZ$ و $\angle WZY$ قائمتان. (إذا كانت إحدى زوايا متوازي أضلاع قائمة فإن زوايا الأربعة قائمة)

(10) $WXYZ$ مستطيل (تعريف المستطيل)

34 النظرية 5.14



المعطيات: $WXYZ$ متوازي أضلاع

و $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$

المطلوب: $WXYZ$ مستطيل.

البرهان:

(1) $WXYZ$ متوازي أضلاع و $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ (معطيات)

(2) $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$, $\overline{XY} \cong \overline{WZ}$ (كل ضلعين متقابلين في متوازي

الأضلاع متطابقان)

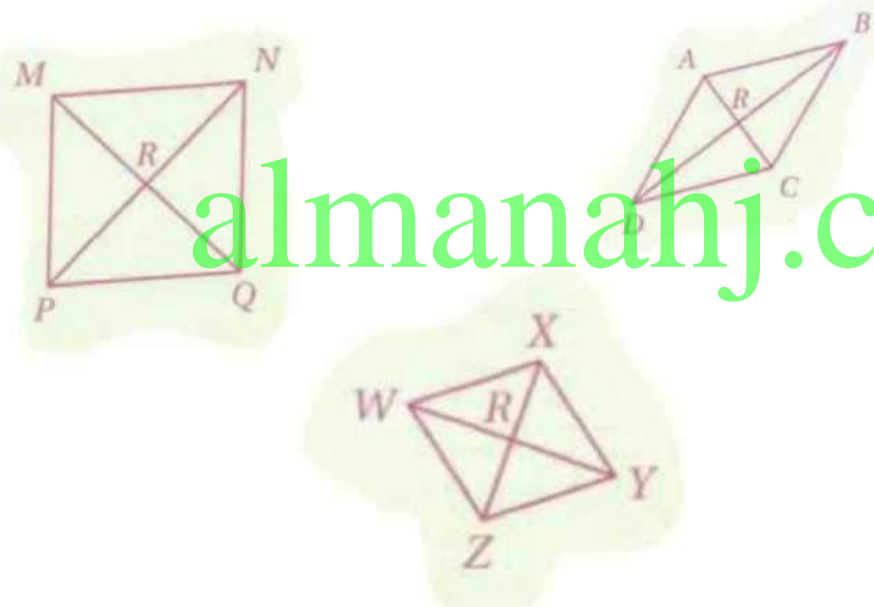
(3) $\triangle WZX \cong \triangle XYW$ (SSS)

(35) **رياضة:** قام سلمان بعمل التخطيط الخارجي لملاعب كرة قدم. وضح كيف يمكنه التحقق من أن الملعب مستطيل الشكل باستعمال شريط القياس فقط.

يجب أن يقيس قطري الملعب والأضلاع. فإذا كان القطران متطابقين وكل ضلعين متقابلين متطابقين فإن الملعب مستطيل الشكل.

(36) تمثيلات متعددة: سوف تستقصي في هذه المسألة خصائص متوازيات أضلاع خاصة.

(a) هندسيًا: ارسم ثلاثة متوازيات أضلاع كل منها أضلاعه الأربعة متطابقة وسمّها $ABCD$, $MNOP$, $WXYZ$. ثم ارسم قطري كل منها وسمّ نقطة تقاطعها R .



almanahj.com/sa

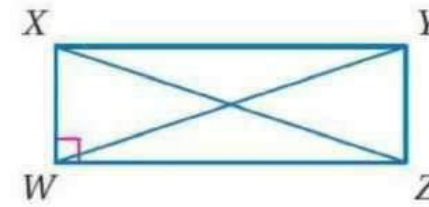
(b) جدوليًا: استعمل المنقلة لقياس الزوايا وأكمل الجدول الآتي

WXYZ		MNOP		ABCD	
$\angle XRY$	$\angle WRX$	$\angle NRO$	$\angle MRN$	$\angle BRC$	$\angle ARB$
90°	90°	90°	90°	90°	90°

(c) لفظيًا: اكتب تخمينًا حول قطري متوازي الأضلاع المتطابق الأضلاع.

إذا كانت الأضلاع الأربعة في متوازي الأضلاع متطابقة فإن قطريه متعامدان.

جبر: استعن بالمستطيل $WXYZ$ المبين جانبًا.



(37) إذا كان $XW = 3$, $WZ = 4$, فأوجد YW . 5

(38) إذا كان $ZY = 6$, $XY = 8$, فأوجد WY . 10



زوايا المضلع

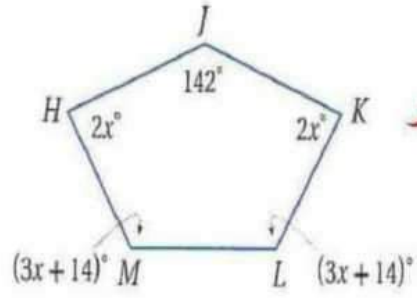
Angles of polygon

تحقق من فهمك

(1A) أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للثماني المحدب

$$n=8 \quad (8-2) \cdot 180 = 1080^\circ$$

(1B) أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للخماسي المجاور



$$n=5 \quad (5-2) \cdot 180 = 540^\circ$$

$$m\angle H + m\angle J + m\angle K + m\angle L + m\angle M = 360^\circ$$

$$2x + 142 + 2x + 3x + 14 + 3x + 14 = 540^\circ$$

$$10x + 170 = 540^\circ$$

$$10x = 370^\circ$$

$$x = 37$$

$$m\angle K = 2(37) = 74^\circ \quad m\angle L = 3(37) + 14 = 125^\circ$$

$$m\angle H = 2(37) = 74^\circ \quad m\angle M = 3(37) + 14 = 125^\circ$$

$$m\angle J = 142^\circ$$

تحقق من فهمك

(2A) أوجد قياس الزاوية الداخلية لسجادة على شكل ثماني منتظم

نوجد أولاً مجموع قياسات زوايا الثماني

$$n=8 \quad (8-2) \cdot 180 = 1080^\circ$$

وبما أن الشكل منتظم

إذن زواياه تكون متطابقة

قياس كل زاوية =

مثال 2 من واقع الحياة

الشكل المجاور يمثل مظلة أعمدتها رؤوس سداسي منتظم
أوجد قياس الزاوية المتشكلة عند كل رأس من رؤوسه

$$n=6 \quad (6-2) \cdot 180 = 720^\circ$$

أي أن مجموع قياسات زوايا السداسي =



وبما أن الشكل منتظم

إذن زواياه تكون متطابقة

$$\text{قياس كل زاوية} = \frac{720}{6} = 120^\circ$$

(2B) أوجد قياس الزاوية الداخلية لنافورة على شكل تساعي منتظم

نوجد أولاً مجموع قياسات زوايا التساعي

$$n=9 \quad (9-2) \cdot 180 = 1260^\circ$$

وبما أن الشكل منتظم

إذن زواياه تكون متطابقة

$$\text{قياس كل زاوية} = \frac{1260}{9} = 140^\circ$$

تحقق من فهمك

أوجد عدد أضلاع مضلع منتظم قياس زاويته الداخلية 144°

نفرض عدد أضلاعه n

فيكون عدد زواياه أيضاً n

مجموع قياسات زواياه الداخلية $n \cdot 144 =$

$$n \cdot 144 = (n-2) \cdot 180$$

$$n \cdot 144 = 180n - 360$$

$$360 = 180n - 144n$$

$$360 = 36n$$

$$n = 10$$

almanahj.com/sa

(4B) أوجد قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم له 12 ضلع

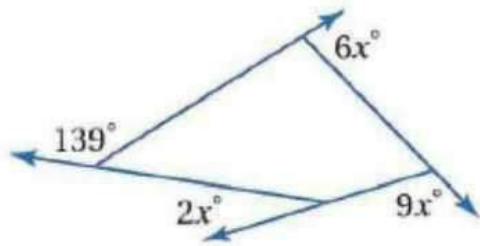
بما أن المضلع منتظم فتكون زواياه الداخلية متطابقة وكذلك زواياه الخارجية تكون متطابقة

نفرض قياس زاويته الخارجية $n =$

نظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع $n = 360$

بقسمة كلا الطرفين على 12 $0 = 3n$

تحقق من فهمك



(4A) أوجد قيمة x في الشكل المجاور

نستخدم نظرية 1.2

$$6x + 9x + 2x + 139 = 360^\circ$$

$$17x = 360 - 139$$

$$17x = 221$$

$$x = \frac{221}{17} = 13$$

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل من المضلعين المحدبين الآتيين:

تأكد

(2) الخماسي

$$S = 180 (n - 2)$$

$$S = 180 (5 - 2)$$

$$S = 180 (3) = 540$$

(1) العشاري

$$S = 180 (n - 2)$$

$$S = 180 (10 - 2)$$

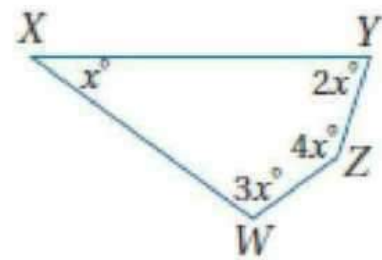
$$S = 180 (8) = 1440$$

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعين الآتيين :

$$S = 180 (n - 2)$$

$$S = 180 (5 - 2)$$

$$S = 180 (3) = 540$$



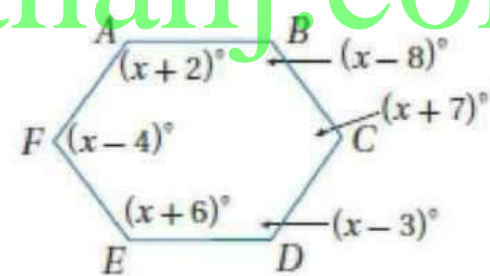
(3)

almanahj.com/sa

$$S = 180 (n - 2)$$

$$S = 180 (6 - 2)$$

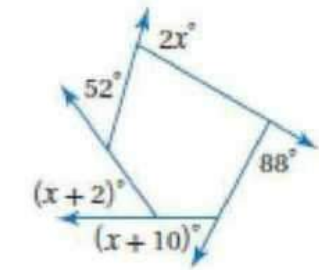
$$S = 180 (4) = 720$$



(4)

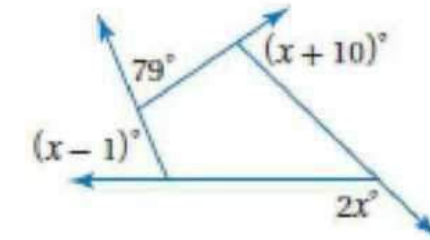
أوجد قياس X في كل من الشكلين الآتيين :

52



(8)

68



(9)

5 عجلة دوارة : العجلة الدوارة في الصورة المجاورة على شكل مضلع منتظم عدد أضلاعه ١٥ ضلعا. أوجد قياس الزاوية الداخلية له.



156

إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلية لمضلع منتظم معطى ، فأوجد عدد الأضلاع في كل مما يأتي:

36 170° (7)

12 150° (6)

أوجد قياس الزاوية الخارجية لكل من المضلعين المنتظمين الآتيين:

45° (11) ثماني

90° (10) رباعي

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل من المضلعات المحدبة الآتية:

تكرار

(13) ذو 20 ضلعاً

$$S = 2880$$

(15) ذو 32 ضلعاً

$$S = 5400$$

(12) ذو 12 ضلعاً

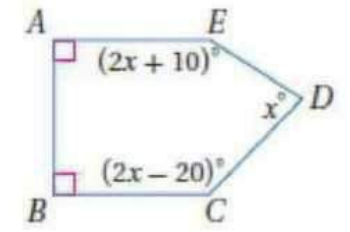
$$S = 1800$$

(14) ذو 29 ضلعاً

$$S = 4860$$

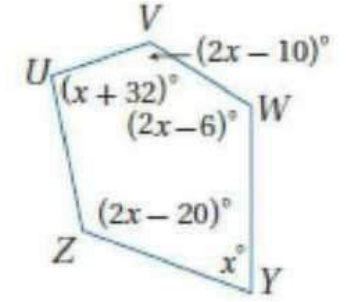
almanahj.com/sa

$$\begin{aligned} x &= 38 \\ D &= 38 \\ C &= 54, E = 64 \end{aligned}$$



(16)

$$\begin{aligned} x &= 52 \\ R &= 52, M = 96 \\ Q &= 62, S = 166 \end{aligned}$$

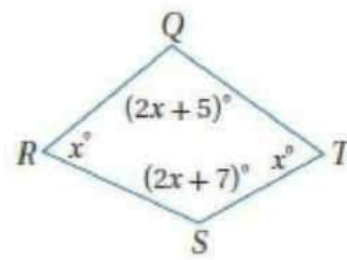


(17)

ص - 17

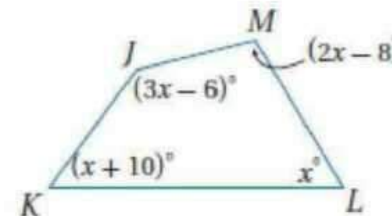
أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعات الآتية:

$$\begin{aligned} x &= 58 \\ R &= T = 58 \\ Q &= 111, S = 109 \end{aligned}$$



(16)

$$\begin{aligned} x &= 52 \\ R &= 52, M = 96 \\ Q &= 62, S = 166 \end{aligned}$$



(17)

ص - 17

(20) ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع في الشكل المجاور؟



$$540^\circ$$

أوجد قياس زاوية داخلية لكل من المضلعات المنتظمة الآتية:

108° (22) الخماسي

150° (21) الاثنا عشري

140° (24) التساعي

144° (23) العشاري

إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلية لمضلع منتظم معطى، فأوجد عدد الأضلاع في كل مما يأتي:

- (25) 60° 3
 (26) 90° 4
 (27) 120° 6
 (28) 156° 15

أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين:



أوجد قياس زاوية خارجية وزاوية داخلية للمضلع المنتظم المعطى عدد أضلاعه في كل مما يأتي، وقرب إجابتك إلى أقرب عشر:

- (36) $51.4^\circ, 128.6^\circ$ 7
 (37) $27.7^\circ, 152.3^\circ$ 13

(38) أثبت أن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع الثماني يساوي 1080° ، دون استعمال صيغة مجموع الزوايا الداخلية للمضلع.

ص- 18

أوجد قياس زاوية خارجية لكل من المضلعات المنتظمة الآتية:

- (31) العشاري 36° (32) الخماسي 72°
 (33) العشاري 60° (34) التساعي 24°

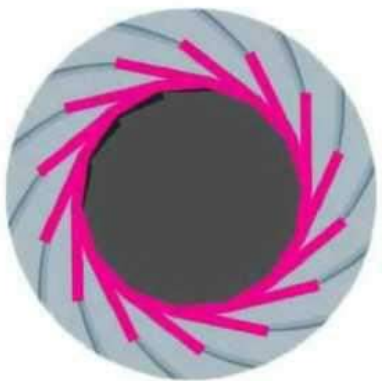
(35) تشكل الفتحة التي ينفذ منها الضوء إلى عدسة آلة التصوير في الشكل المجاور مضلعاً منتظماً ذا ١٤ ضلعاً.

(a) أوجد قياس الزاوية الداخلية مقربة إلى أقرب عُشر.

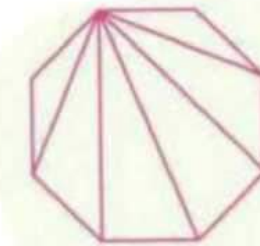
154.3 تقريباً

(b) أوجد قياس الزاوية الخارجية مقربة إلى أقرب عُشر.

25.7 تقريباً



(38) أثبت أن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع الثماني يساوي 1080° ، دون استعمال صيغة مجموع الزوايا الداخلية للمضلع.



ارسم جميع الأقطار لمضلع ثماني محدب من أحد رؤوسه.

$$(8-2) \cdot 180^\circ = 6 \cdot 180^\circ = 1080^\circ$$

أو $(n-2) \cdot 180$ حيث n يساوي عدد أضلاع المضلع.

لاحظ أن المضلع قُسم إلى 6 مثلثات وبما أن مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مثلث 180° ، فإن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للثماني يساوي

(39) برهان : استعمل الجبر لإثبات نظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع.

افرض أن N تساوي مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع عدد أضلاعه n .

N تساوي مجموع قياسات الأزواج الخطية مطروحا منه مجموع قياسات الزوايا الداخلية

$$= 180n - 180(n - 2)$$

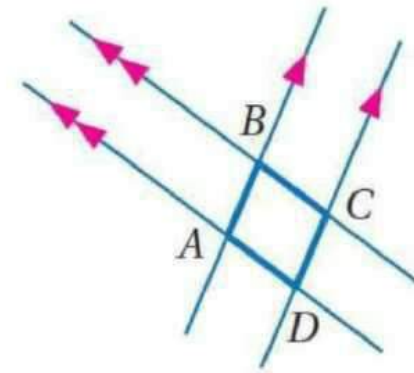
$$= 180n - 180n + 360$$

$$= 360$$

لذا، فإن مجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع محدب يساوي 360° .

almanahj.com/sa

(42) تمثيلات متعددة : سوف تستقصي في هذه المسألة العلاقات بين الزوايا والأضلاع في متوازي أضلاع.



(a) هندسياً : ارسم زوجين من المستقيمتين المتوازيين تتقاطع كما في الشكل المجاور، وسمّ الشكل الرباعي الناتج $ABCD$. ثم كرر هذه الخطوات لتكوين شكلين آخرين: $FGHJ$, $QRST$.

جبر : أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعين الآتيين : ص - 18

(40) عشاري قياسات زواياه الداخلية:

$$(x+5)^\circ, (x+10)^\circ, (x+20)^\circ, (x+30)^\circ, (x+35)^\circ, (x+40)^\circ, (x+60)^\circ,$$

$$(x+70)^\circ, (x+80)^\circ, (x+90)^\circ$$

$$105^\circ, 110^\circ, 120^\circ, 130^\circ, 140^\circ, 160^\circ, 170^\circ, 180^\circ, 190^\circ$$

(41) الخماسي $ABCDE$ الذي قياسات زواياه الداخلية :

$$6x, (4x+13)^\circ, (x+9)^\circ, (2x-8)^\circ, (4x-1)^\circ$$

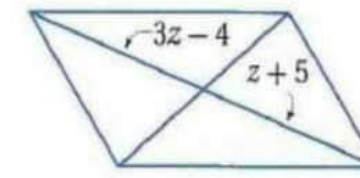
$$m\angle A=108^\circ, m\angle B=137^\circ, m\angle C=40^\circ, m\angle D=54^\circ, m\angle E=123^\circ,$$

(42) جدولياً : أكمل الجدول الآتي :

أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا								الشكل الرباعي
101	$m\angle D$	101	$m\angle C$	79	$m\angle B$	101	$m\angle A$	ABCD
0.6cm	DA	0.6cm	CD	0.6cm	BC	0.6cm	AB	
104	$m\angle J$	76	$m\angle H$	104	$m\angle G$	76	$m\angle F$	FGHJ
0.9cm	JF	1cm	HJ	0.9cm	GH	1cm	FG	
59	$m\angle T$	121	$m\angle S$	59	$m\angle R$	121	$m\angle Q$	QRST
1.2cm	TQ	0.5cm	ST	1.2cm	RS	0.5cm	QR	

تحقق من فهمك

أوجد قيمة z كلاً من في متوازي الأضلاع



(2B)

$$3Z - 4 = Z + 5$$

القطران ينصف كل منهما الآخر

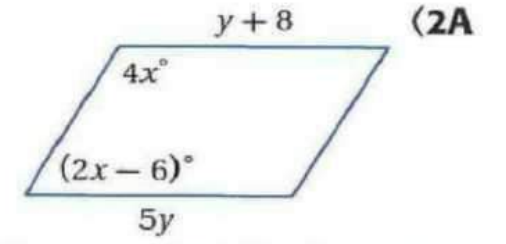
$$2Z = 9$$

بالجمع والطرح

$$Z = 4.5$$

بالقسمة

ص - 23



(2A)

من تطابق الضلعين المتقابلين

بالطرح

بالقسمة

الزاويتان المتحالفتان متكاملتان

بالتعويض

بالقسمة

(c) لفظياً : خمن العلاقة بين كل زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي الناتج عن زوجين من المستقيمتان المتوازيات .

في الشكل الرباعي المتكون من زوجين من المستقيمتان المتوازيات تكون الزاويتان المتقابلتان متطابقتين .

(d) لفظياً : من العلاقة بين كل زاويتين متحالفتين في الشكل الرباعي الناتج عن زوجين من المستقيمتان المتوازيات .

في الشكل الرباعي من زوجين من المستقيمتان المتوازيات تكون الزاويتان المتحالفتان متكاملتين .

(e) لفظياً : خمن العلاقة بين كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي الناتج عن زوجين من المستقيمتان المتوازيات .

في الشكل الرباعي المتكون من زوجين من المستقيمتان المتوازيات يكون المستقيمتان المتوازيات يكون الضلعان المتقابلان متطابقين .

ص - 18

تحقق من فهمك

(1) مرآيا: تستعمل في مرآة الحائط المبينة جانباً متوازيات أضلاع

يتغير شكلها كلما مد الذراع. في $\square JKLM$ ،

إذا كان و $m\angle J = 47^\circ$

فأوجد كلاً من

$$LK = MJ = 8cm \quad \square LK$$

لأن كل ضلعين متقابلين متطابقين في متوازي الأضلاع

$$m\angle L = m\angle J = 47^\circ \quad \square m\angle L$$

لأن كل زاويتين متقابلتين متطابقتين في متوازي الأضلاع

إذا مد الذراع حتى أصبح $m\angle J = 90^\circ$ فكم يصبح قياس كل من $\angle K$ ، $\angle L$ ، $\angle M$

حسب نظرية سيصبح قياس كل منها ٩٠°

ص - 22

تحقق من فهمك

ص - 24

أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع $RSTU$ الذي إحداثيات رؤوسه $R(-8, -2)$ ، $S(-6, 7)$ ، $T(6, 7)$ ، $U(4, -2)$

نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع $RSTU$ هي منتصف أي منهما

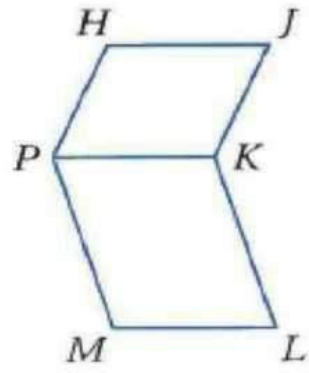
منتصف \overline{RT} هي

$$\left(\frac{-8+6}{2}, \frac{-2+7}{2} \right) = (-1, 2.5)$$

منتصف \overline{SU} هي

$$\left(\frac{-6+4}{2}, \frac{7+(-2)}{2} \right) = (-1, 2.5)$$

تحقق من فهمك



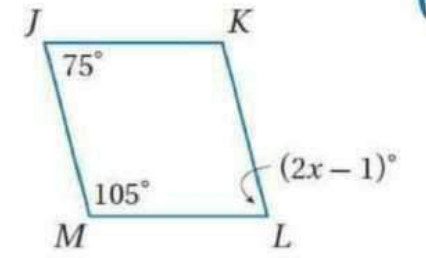
(٤) أكتب برهاناً إذا عمودين
المعطيات: $HJKP$, $PKLM$ متوازي أضلاع
المطلوب: $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$

المبررات	العبارات
كل ضلعين متقابلين متطابقين في $PKLM$ متوازي الأضلاع	$\overline{PK} \cong \overline{ML}$
كل ضلعين متقابلين متطابقين في $HJKP$ متوازي الأضلاع	$\overline{HJ} \cong \overline{PK}$
خاصية التعدى	$\overline{HJ} \cong \overline{ML}$

ص - 24

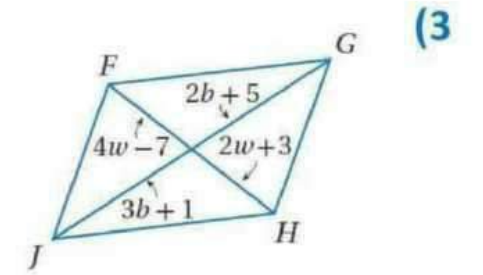
جبر : أوجد قيمة المتغير في كل من متوازي الأضلاع الآتيين :

(2)



38

w=5
b=4



(3)

ص - 25

(4) هندسة إحداثية : أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري $ABCD$ الذي رؤوسه .

$A(-4,6), B(5,6), C(4,-2), D(-5,-2)$

(0,2)

تأكد



ملاحظة : يستعمل البحارة مسطرتين متوازيتين، يصل بينهما ذراعان متساويين الطول لتحديد اتجاه إبحارهم، فيضعون حافة إحدى المسطرتين بمحاذاة مسار الإبحار، ثم يحركون المسطرة الأخرى حتى تصل إلى قرص بوصلة مرسوم على الخريطة. تشكل المسطرتان والذراعان الواصلتان

بينهما $\square MNPQ$

(a) إذا كان $MQ = 2in$ ، فأوجد NP . $2in$

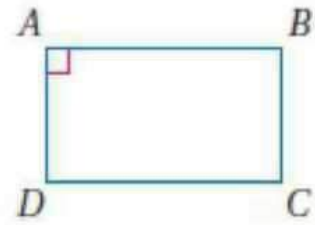
(b) إذا كان $\angle NMQ = 38^\circ$ ، فأوجد $\angle MNQ = 32^\circ$

(c) إذا كان $\angle MQP = 55^\circ$ ، فأوجد $\angle MNP = 55^\circ$

ص - 25

ص - 25

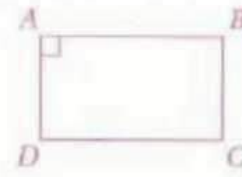
برهان : اكتب برهاناً من النوع المحدد في كل من السؤالين الآتيين :
5) برهاناً حراً .



المعطيات : ABCD متوازي أضلاع ، $\angle A$ قائمة .
المطلوب : $\angle B, \angle C, \angle D$ قوائم .

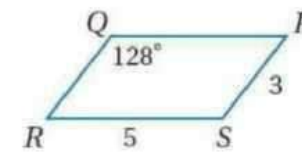
البرهان : حسب تعريف متوازي الأضلاع $AD \parallel BC$ ولأن $\angle A$ قائمة فإن $AD \perp AB$ وحسب نظرية القاطع العمودي يكون $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ إذن $\angle B$ قائمة لأن المستقيمين المتعامدين يشكلان زاوية قائمة، وكذلك $\angle B \cong \angle D$ و $\angle A \cong \angle C$ لأن الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة. إذن $\angle C$ و $\angle D$ قائمتان لأن لجميع الزوايا المتطابقة القياس نفسه.

المعطيات : متوازي $ABCD$ متوازي أضلاع فيه $\angle A$ قائمة .
المطلوب : $\angle B, \angle C, \angle D$ قوائم .
(النظرية 5.6)



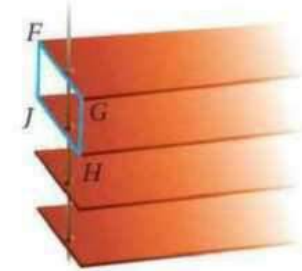
ص - 25

استعمل $\square PQRS$ المبيّن جانباً لإيجاد كل مما يأتي :



(7) $m\angle R = 52^\circ$
(8) $QR = 3$
(9) $QP = 5$
(10) $m\angle S = 128^\circ$

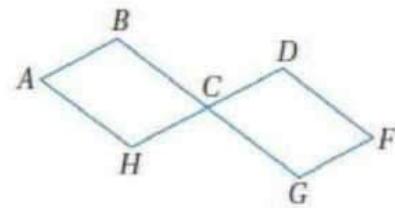
ستائر: في الشكل المقابل صورة لشرائح ستائر النوافذ المتوازية دائماً؛ لتسمح بدخول أشعة الشمس. في $\square FGHI$ ، إذا كان



(a) $JH = 1$ in
(b) $GH = \frac{3}{4}$ in
(c) $m\angle JFG = 62^\circ$
(d) $m\angle FJH = 118^\circ$

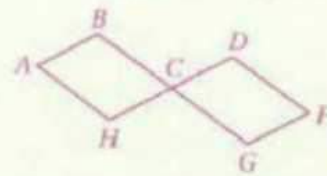
ص - 25

6) برهاناً ذا عمودين .



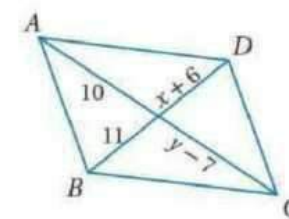
المعطيات : $ABCH, DCGF$ متوازي أضلاع.
المطلوب : $\angle A \cong \angle F$.

المعطيات : $\square ABCH, \square DCGF$ متوازي أضلاع.
المطلوب : $\angle A \cong \angle F$.



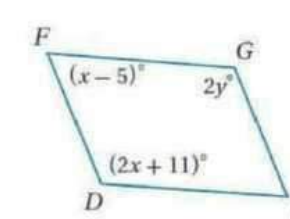
البرهان :
العبارات (المبررات)
(1) $ABCH$ و $DCGF$ متوازي أضلاع. (معطى)
(2) $\angle BCH \cong \angle DCG$ (الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقتان)
(3) $\angle A \cong \angle BCH$ و $\angle DCG \cong \angle F$ (الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة)
(4) $\angle A \cong \angle F$ (خاصية التعدي)

جبر: أوجد قيمتي x, y في كل من متوازيات الأضلاع الآتية :



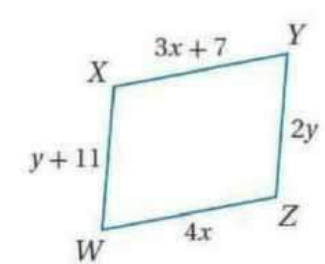
(14)

$$x=5, y=17$$



(13)

$$x=58, y=63.5$$



(12)

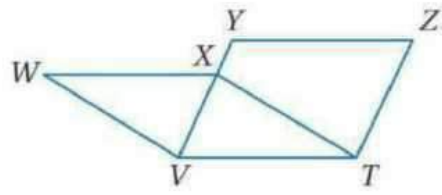
$$x=7, y=11$$

هندسة إحداثية: أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري $\square WXYZ$ المعطاة رؤوسه في كل من السؤالين الآتيين :

(15) $(2.5, 2.5)$ $W(-1, 7), X(8, 7), Y(6, -2), Z(-3, -2)$

(16) $(0, 1.5)$ $W(-4, 5), X(5, 7), Y(4, -2), Z(-5, -4)$

ص - 26



برهان: اكتب برهانا إذا عمودين فيما يأتي :

(17) المعطيات: $\square WXTV, \square ZYVT$

المطلوب: $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

(1) $\square WXTV, \square ZYVT$ (معطى)

(2) $\overline{WX} \cong \overline{VT}, \overline{VT} \cong \overline{YZ}$

(الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة)

(3) $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$ (خاصية التعدي)

almanahj.com/sa

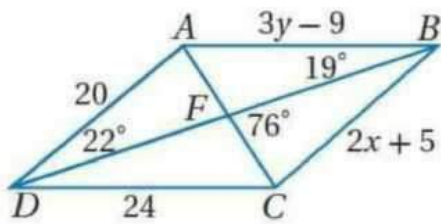
(24) **هندسة إحداثية:** إذا كانت $A(-2, 5), B(2, 2), C(4, -4)$ رؤوسًا في $\square ABCD$ ، فأوجد إحداثيات الرأس D . وبيّر إجابتك.

(0, -1)؛ إجابة ممكنة: الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متوازية، وبما أن ميل \overline{BC} يساوي $-\frac{6}{2}$ فإن ميل \overline{AD} يساوي $-\frac{6}{2}$ أيضًا. ولتعيين الرأس D ، ابدأ من الرأس A وتحرك إلى الأسفل 6 وحدات وإلى اليمين وحدتين.

ص - 26

ص - 26

جبر: استعمل $\square ABCD$ المبيّن جانبًا لإيجاد كل مما يأتي :



(18) x (19) y (6)

(20) $m\angle AFB$ (21) $m\angle DAC$ (72°)

(22) $m\angle ACD$ (23) $m\angle DAB$ (101°)

ص - 26

برهان: اكتب برهانا من النوع المحدد في كل مما يأتي :
(25) برهانا إذا عمودين.

المعطيات: $\square GKLM$ متوازي أضلاع،
المطلوب: اثبات أن كل زاويتين في الأزواج التالية متكاملتان $\angle G$ و $\angle K$ ، $\angle K$ و $\angle L$ ،
 $\angle L$ و $\angle M$ ، $\angle M$ و $\angle G$.

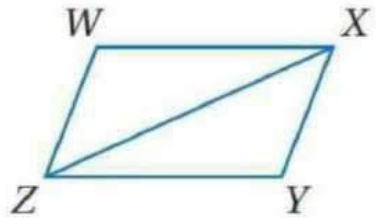
(النظرية 5.5)

(1) $\square GKLM$ (معطى)

(2) $\overline{GK} \parallel \overline{ML}, \overline{GM} \parallel \overline{KL}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متوازية)

(3) $\angle G$ و $\angle K$ متكاملتان، $\angle K$ و $\angle L$ متكاملتان، $\angle L$ و $\angle M$ متكاملتان، $\angle M$ و $\angle G$ متكاملتان، (الزاويتان المتحالفتان متكاملتان)

ص - 26



(26) برهانا إذا عمودين.

المعطيات: متوازي أضلاع WXYZ،

المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$

(النظرية 5.8)

العبارات (المبررات)

(1) $\square WXYZ$ (معطى)

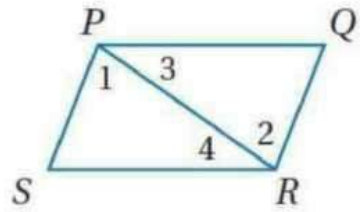
(2) $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$, $\overline{WZ} \cong \overline{XY}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي

الأضلاع متطابقة)

(3) $\angle ZWX \cong \angle XYZ$ (الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة)

(4) $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$ (SAS)

ص - 26



(27) برهانا إذا عمودين.

المعطيات: متوازي أضلاع PQRS،

المطلوب: $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$, $\overline{QR} \cong \overline{SP}$

(النظرية 5.3)

العبارات (المبررات)

(1) $\square PQRS$ (معطى)

(2) ارسم قطعة مستقيمة مساعدة \overline{PR} (قطر PQRS) وسم الزوايا

1، 2، 3، 4 كما هو مبين.

(3) $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$, $\overline{PS} \parallel \overline{QR}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي

الأضلاع متوازية)

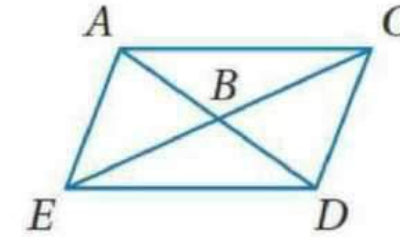
(4) $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 4$ (نظرية الزوايا المتبادلة داخلياً)

(5) $\overline{PR} \cong \overline{RP}$ (خاصية الانعكاس)

(6) $\triangle QPR \cong \triangle SRP$ (ASA)

(7) $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$, $\overline{QR} \cong \overline{SP}$ (العناصر المتناظرة في مثلثين

متطابقين متطابقة)



(28) برهانا حراً.

المعطيات: متوازي أضلاع ACDE،

المطلوب: القطران \overline{AD} و \overline{AC} ينصف كل

منهما الآخر.

(النظرية 5.7)

البرهان: معطى أن متوازي أضلاع ACDE. بما أن الأضلاع

المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة، فإن $\overline{EA} \cong \overline{DC}$. ومن

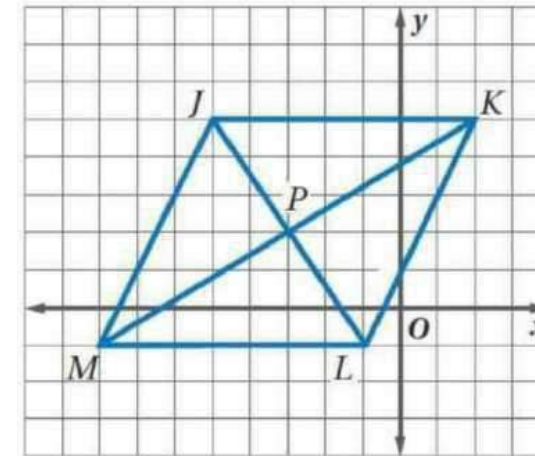
تعريف متوازي الأضلاع $\overline{EA} \parallel \overline{DC}$. ويكون $\angle AEB \cong \angle DCB$

و $\angle EAB \cong \angle CDB$ لأن الزوايا المتبادلة داخلياً متطابقة. إذن

$\triangle EBA \cong \triangle CBD$ حسب ASA. و $\overline{EB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{BD}$ لأن

العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة ومن تعريف منصف

القطعة المستقيمة فإن \overline{EC} تنصف \overline{AD} و \overline{AD} تنصف \overline{EC} .



(29) هندسة إحداثية: استعن بالشكل المجاور

في كل مما يأتي:

(a) استعمل صيغة المسافة بين نقطتين لتحديد ما إذا كان قطراً JKLM ينصف كل منهما الآخر. وضح إجابتك.

(29) $JP = \sqrt{13}$, $LP = \sqrt{13}$, $MP = \sqrt{34}$, $KP = \sqrt{3}$ بما أن $JP = LP$, $MP = KP$ فإن القطرين JK و LM ينصف كل منهما الآخر.

(b) حدّد ما إذا كان قطراً JKLM متطابقين. وضح إجابتك.

لا، $JP + LP \neq MP + KP$

ص - 27

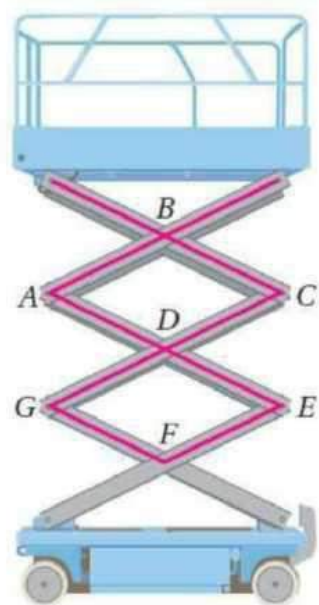
(c) استعمل صيغة الميل لتحديد ما إذا كانت الأضلاع المتتالية متعامدة أم لا. وضح إجابتك.

(29) لا؛ ميل \overline{JK} يساوي 0 ،
ميل \overline{JM} يساوي 2؛ أحدهما لا
ساوي سالب معكوس الآخر.

almanahj.com/sa

(b) حدّد القطع المستقيمة التي تطابق \overline{BC} . وضح تبريرك.

$\overline{AD}, \overline{DE}, \overline{GF}$ ؛ إجابة ممكنة:
 \overline{AD} تطابق \overline{BC} لأن الأضلاع المتقابلة
في متوازي الأضلاع متطابقة. \overline{DE}
تطابق \overline{BC} لأن متوازي الأضلاع
متطابقان، \overline{GF} تطابق \overline{DE} لأن الأضلاع
المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة
وتطابق \overline{BC} حسب خاصية التعدي.



(30) رافعات: في الشكل المجاور: $ABCD, GDEF$
متوازي أضلاع متطابقان.

(a) حدّد الزوايا التي تطابق $\angle A$. وضح تبريرك.

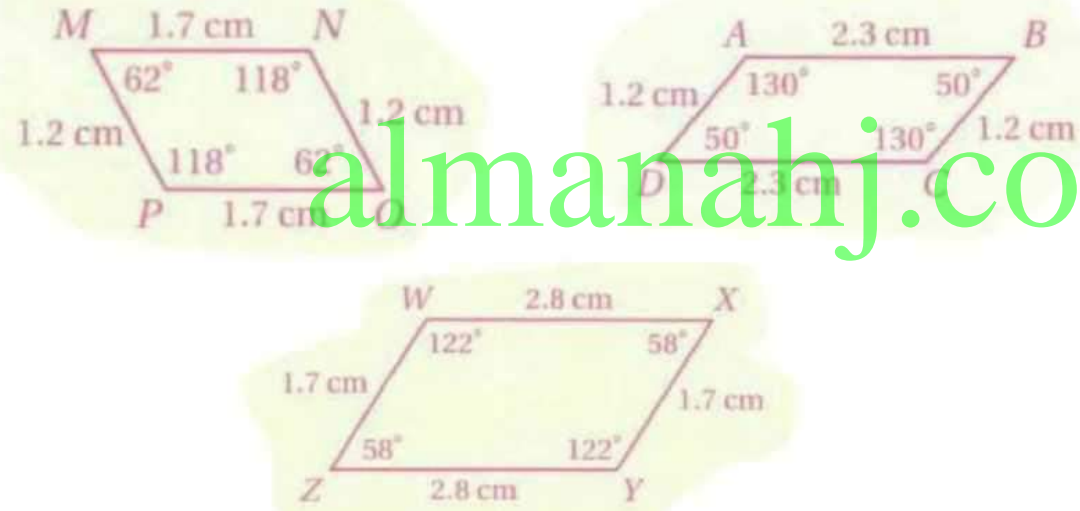
$\angle C, \angle E, \angle G$ ؛ إجابة ممكنة: $\angle C$
تطابق $\angle A$ لأن الزوايا المتقابلة في
متوازي الأضلاع متطابقة. $\angle E$ تطابق
 $\angle A$ لأن متوازي الأضلاع متطابقان،
 $\angle G$ تطابق $\angle E$ لأن الزوايا المتقابلة
في متوازي الأضلاع متطابقة وتطابق
 $\angle A$ حسب خاصية التعدي.

(c) حدّد الزوايا المكمل للزاوية C . وضح تبريرك.

$\angle ABC, \angle ADC, \angle EDG, \angle EFG$
إجابة ممكنة: الزاويتان ABC و
 ADC مكملتان لـ $\angle C$ ؛ لأن الزوايا
المتحالفة في متوازي الأضلاع
متكاملة. $\angle EDG$ مكمل لـ $\angle C$
لأنها تطابق $\angle ADC$ حسب نظرية
الزوايا المتقابلة بالرأس ومكملة
لـ $\angle C$ بالتعويض، $\angle EFG$ تطابق
 $\angle EDG$ لأن الزوايا المتقابلة في
متوازي الأضلاع متطابقة، ومكملة لـ
 $\angle C$ بالتعويض.

31) **تمثيلات متعددة:** سوف تستقصي في هذه المسألة اختبارات لتمييز متوازي الأضلاع.

(a) **هندسيًا:** ارسم ثلاثة أزواج من القطع المستقيمة المتطابقة والمتوازية. صل الأطراف لتكون أشكالاً رباعية، وسمّها $ABCD$, $MNOP$, $WXYZ$. ثم قس أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا لكل منها.



26 -

(b) **جدوليًا:** أكمل الجدول الآتي:

هل الشكل متوازي أضلاع؟	هل الزوايا المتقابلة متطابقة؟	هل الأضلاع المتقابلة متطابقة؟	الشكل الرباعي
نعم	نعم	نعم	$ABCD$
نعم	نعم	نعم	$MNOP$
نعم	نعم	نعم	$WXYZ$

(c) **لفظيًا:** ضع تخمينًا حول الأشكال الرباعية التي لها ضلعان متطابقان ومتوازيان.

متوازي الأضلاع مضلع له أربعة أضلاع كل ضلعين متقابلين فيه متطابقان، وكل زاويتين متقابلتين متطابقتان، وتعرف الأشكال الرباعية على أنها مضلعات لها أربعة أضلاع. وبما أن متوازي الأضلاع له أربعة أضلاع فهو شكل رباعي. ويكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع عندما تكون الأضلاع المتقابلة متوازية.

27