

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج السعودية



## مراجعة درس القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

موقع المناهج ← المناهج السعودية ← الصف الأول الثانوي ← رياضيات ← الفصل الثاني ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 07:25:30 2025-02-05

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب الاختبارات الكترونية الاختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل  
منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي للمدرس

المزيد من مادة  
رياضيات:

## التواصل الاجتماعي بحسب الصف الأول الثانوي



صفحة المناهج  
السعودية على  
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

## المزيد من الملفات بحسب الصف الأول الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

مراجعة درس المنصفات في المثلث

1

مراجعة درس المثلثات والبرهان الإحداثي

2

مراجعة الدرس السادس المثلثات المتطابقة الضلعين و المثلثات المتطابقة الأضلاع

3

مراجعة الدرس الخامس إثبات تطابق المثلثات

4

مراجعة درس إثبات تطابق المثلثات

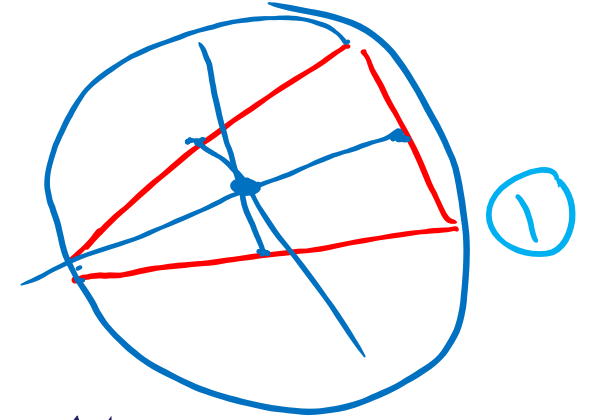
5



وزارة التعليم  
Ministry of Education

# رياضيات 2-1

السنة الأولى المشتركة

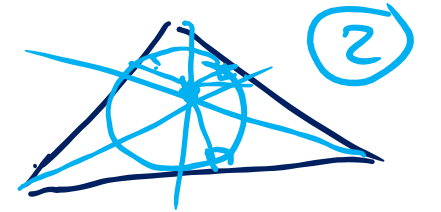


## 4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

Medians and Altitudes of Triangle

يقدمه الأستاذ/

عبد الوهاب نوفيتو لعوهلي



## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسطه والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education

سنتعرف في هذا الدرس على ..

١

استعمال نظرية مركز  
المثلث

٢

إيجاد المركز في المستوي  
الإحداثي

٣

إيجاد ملتقى الارتفاعات  
في المستوي الإحداثي

## رياضيات 2-1

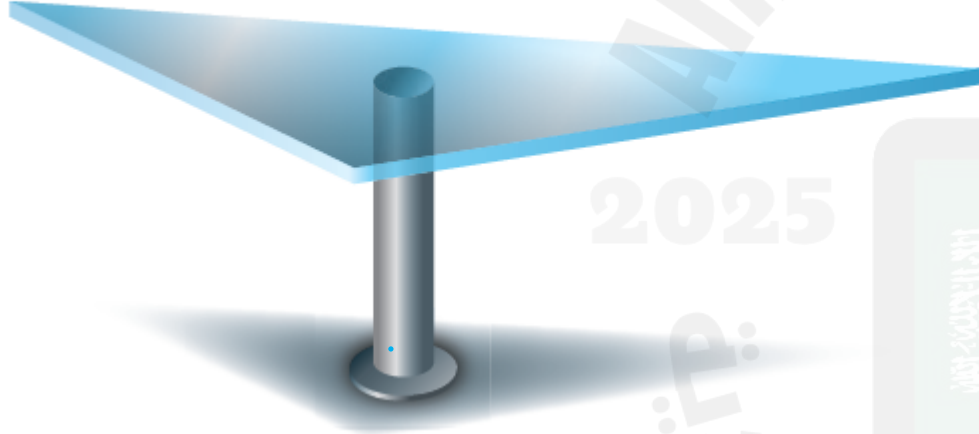
### 4-2 القطع المتوسط والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education

#### لماذا؟

صمّم مهندس طاولة خاصة لأحد الزبائن، يتكون سطحها من لوح زجاجي مثلث الشكل يرتكز على دعامة واحدة، ولتحقيق ذلك فهو في حاجة إلى إيجاد النقطة التي يضع عندها الدعامة لكي يحافظ على اتزانها، ويمكن إيجاد هذه النقطة برسم القطع المتوسط، وتعيين نقطة تقاطعها.

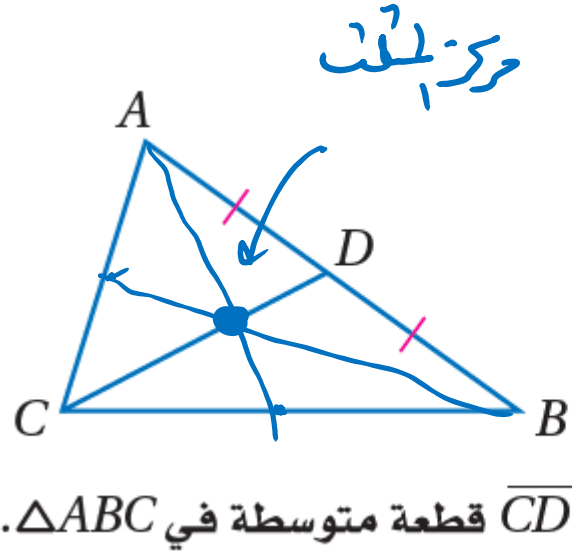


## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education



**القطع المتوسطة:** القطعة المتوسطة لمثلث قطعة

مستقيمة طرفها أحد رؤوس

المثلث ونقطة منتصف الضلع المقابل لذلك الرأس.

ولكل مثلث ثلاث قطع متوسطة تتلاقى في نقطة تُسمى **مركز المثلث**،

وتقع داخله دائماً.

## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education

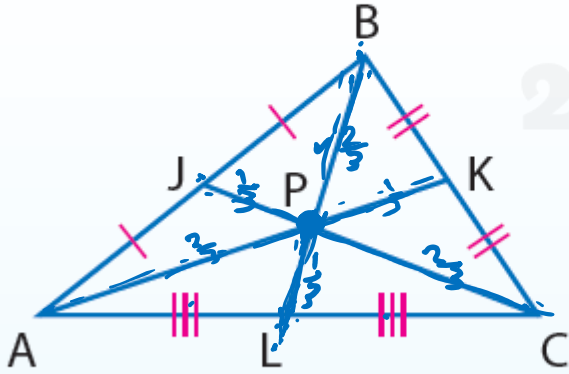
#### نظرية 4.7

#### نظرية مركز المثلث

يبعد مركز المثلث عن كل رأس من رؤوس المثلث ثلثي طول القطعة المستقيمة الواصلة بين ذلك الرأس ومنتصف الضلع المقابل له.

مثال: إذا كانت  $P$  مركز  $\triangle ABC$ ، فإن

$$AP = \frac{2}{3}AK, BP = \frac{2}{3}BL, CP = \frac{2}{3}CJ$$



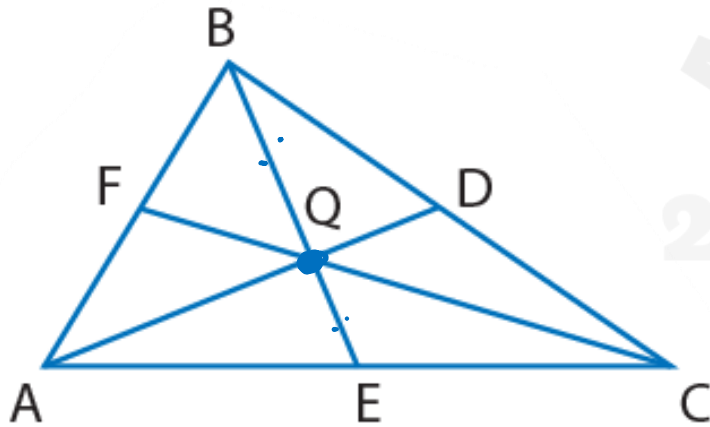
أضف إلى  
مطوبتك

## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education



استعمال نظرية مركز المثلث

مثال ١

إذا كانت النقطة  $Q$  مركز  $\triangle ABC$ ،  $BE = 9$ .  
فأوجد كلاً من  $BQ$ ،  $QE$ .

②  $BQ = \frac{2}{3} BE$  من مركز المثلث

$= \frac{2}{3} \times 9 = \frac{18}{3} = 6$

①  $QE = \frac{1}{3} BE$  من مركز المثلث

$= \frac{1}{3} \times 9 = 3$

## رياضيات 2-1

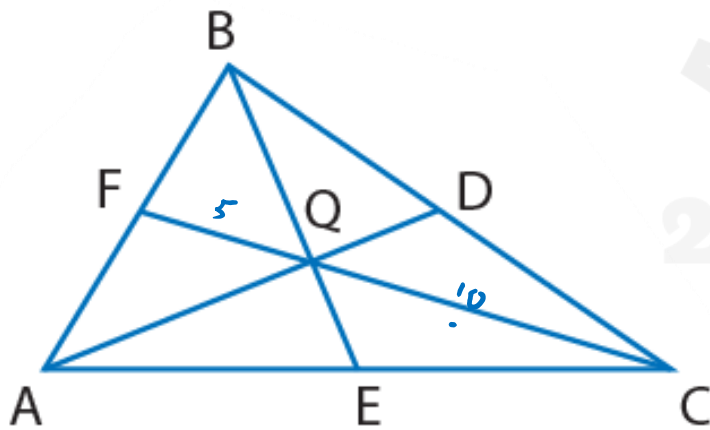
### 4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education

تحقق من فهمك ١

في  $\triangle ABC$  أعلاه، إذا كان  $FC = 15$ ، فأوجد طولَي القطعتين الآتيتين:



QC (1B)

10

FQ (1A)

5

$$\begin{aligned} FQ &= \frac{1}{3} FC \\ &= \frac{1}{3} (15) \\ &= 5 \end{aligned}$$

2025

2024

موقع المناهج السعودية



## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education

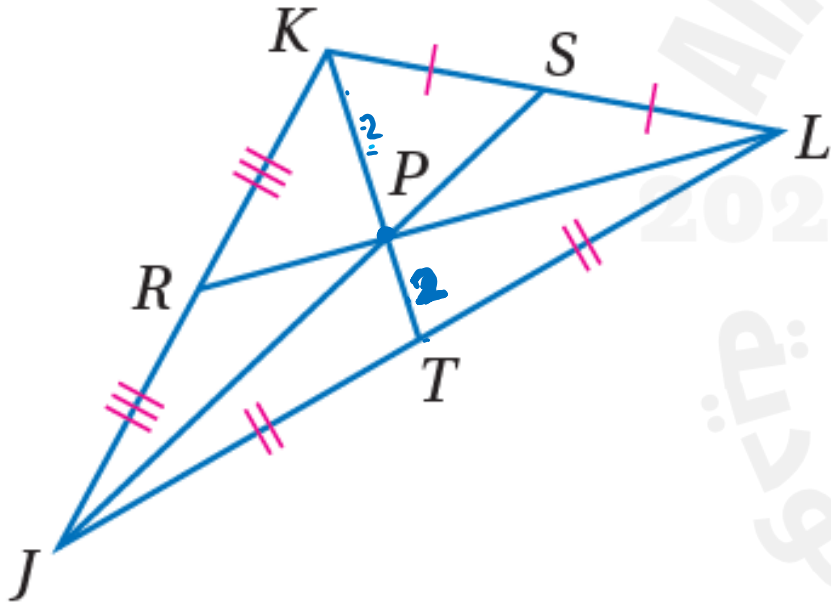
مثال ٢

استعمال نظرية مركز المثلث

في  $\triangle JKL$ ، إذا كان  $PT = 2$ ، فأوجد  $KP$ .

$$k_P = 4$$

$$\begin{aligned} k_P &= \frac{2}{\cancel{3}} \quad k_T \\ &= \frac{2}{\cancel{3}} \quad (\cancel{3}PT) \\ &= 2 PT \\ &= 2 \times 2 = 4 \end{aligned}$$



## رياضيات 2-1

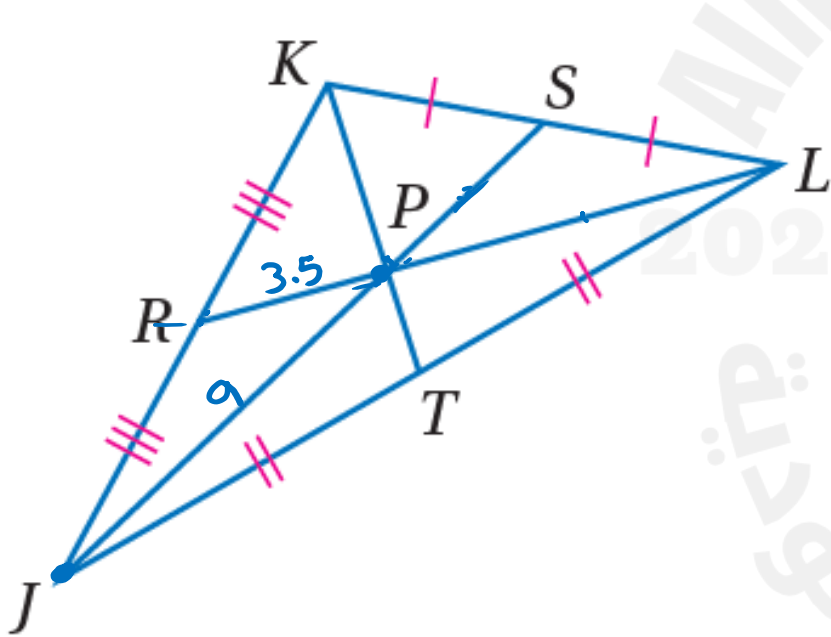
### 4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education

تحقق من فهمك ٢

في  $\triangle JKL$  أعلاه، إذا كان  $JP = 9$ ,  $RP = 3.5$ ، فأوجد طولَي القطعتين الآتيتين:



PS (2B)

4.5

PL (2A)

7

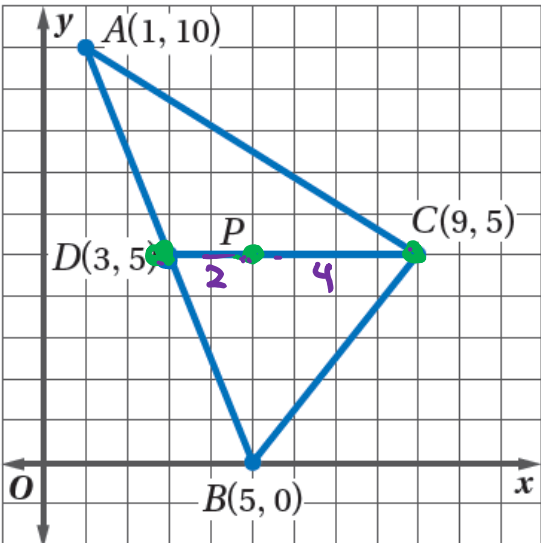
موقع المناهج السعودية

## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسطه والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education



مثال ٣

إيجاد المركز في المستوي الإحداثي

**فن الأداء:** في مهرجان رياضي يُخطط عبدالعزيز لاتزان قطع مثلثية من المعدن كما في الشكل المجاور، وعندما وُضع مثلث على مستوى إحداثي كانت رؤوسه عند النقاط  $(1, 10)$ ,  $(5, 0)$ ,  $(9, 5)$ . ما إحداثيات النقطة التي يجب على عبدالعزيز أن يثبت المثلث عندها حتى يحفظه متوازناً؟ وضح إجابتك.

③ حسب مركز المثلث  
 $(5, 5)$

④ حسب المسافة بين D و C

$$\begin{aligned}d(CD) &= \sqrt{6^2 + 0^2} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6\end{aligned}$$

①  $AB = \left( \frac{1+9}{2}, \frac{10+0}{2} \right)$  منتصف

$$D = (3, 5)$$

$$C = (9, 5)$$

## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسطه والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education

تحقق من فهمك ٣

(مركز ثقل)

تقع رؤوس مثلث آخر عند النقاط  $A(0, 4)$ ,  $B(6, 11.5)$ ,  $C(12, 1)$ ، فما إحداثيات النقطة التي يتزن عندها هذا المثلث؟ وضح إجابتك.

مركز ثقل

$$(6, 2.5 + 3)$$
$$= (6, 5.5)$$

إحداثيات B و D

$$\sqrt{0^2 + 9^2} = 9$$

نقطة بياض

نقطة منتصف AC

$$= \left( \frac{0+12}{2}, \frac{4+1}{2} \right)$$

$$D = (6, 2.5)$$

$$B = (6, 11.5)$$

## رياضيات 2-1

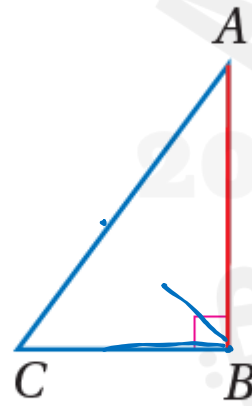
### 4-2 القطع المتوسطه والارتفاعات في المثلث



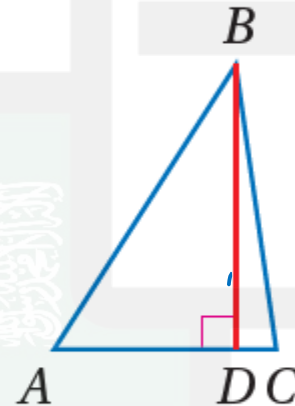
وزارة التعليم  
Ministry of Education



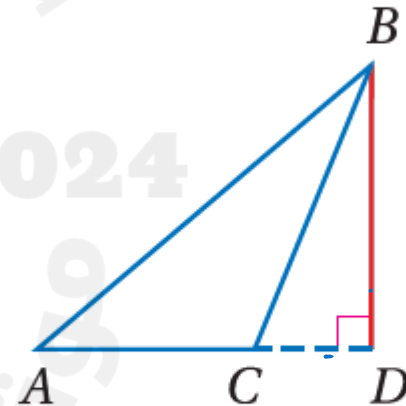
**ارتفاعات المثلث:** ارتفاع المثلث هو القطعة المستقيمة العمودية النازلة من أحد الرؤوس إلى المستقيم الذي يحوي الضلع المقابل لذلك الرأس، ويمكن أن يقع الارتفاع داخل المثلث أو خارجه أو على أحد أضلاعه.



$\overline{AB}$  هو الارتفاع إلى  $\overline{CB}$ .



$\overline{BD}$  هو الارتفاع من B إلى  $\overline{AC}$ .



ولكل مثلث ثلاثة ارتفاعات، تتلاقى المستقيمت التي تحويها في نقطة مشتركة.

## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education

#### مفهوم أساسي



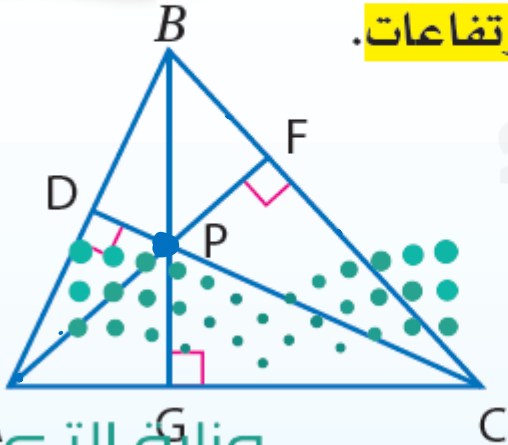
#### ملتقى الارتفاعات

تتقاطع المستقيمات التي تحوي ارتفاعات أيّ مثلث في نقطة تُسمى **ملتقى الارتفاعات**.

مثال:

تتقاطع المستقيمات التي تحوي الارتفاعات

للمثلث  $ABC$  عند النقطة  $P$ ، وهي ملتقى الارتفاعات  
التي تحوي الارتفاعات  $\overline{AF}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{BG}$ .



وزارة التعليم  
Ministry of Education

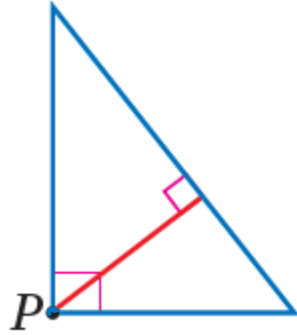
## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

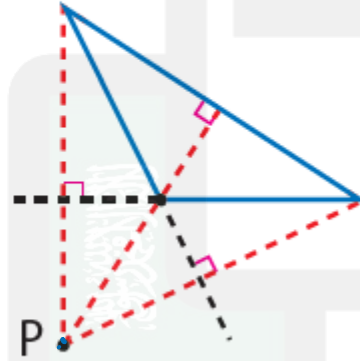


وزارة التعليم  
Ministry of Education

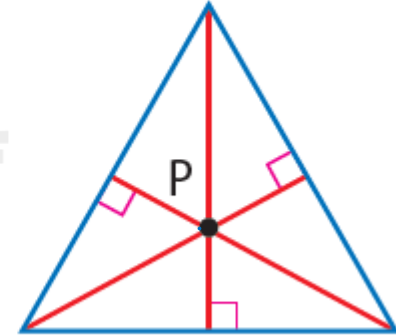
يمكن أن تلتقي الارتفاعات في مثلث داخله أو خارجه أو على أحد أضلاعه.



مثلث قائم الزاوية



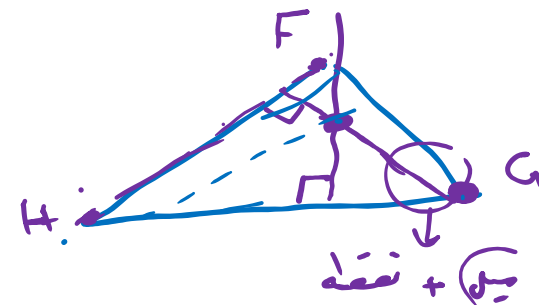
مثلث منفرج الزاوية



مثلث حاد الزوايا

## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسط والارتفاعات في المثلث



مثال ٤

إيجاد ملتقى الارتفاعات في المستوى الإحداثي

هندسة إحداثية: إذا كانت رؤوس  $\triangle FGH$  هي  $F(-2, 4)$ ,  $G(4, 4)$ ,  $H(1, -2)$ ، فأوجد إحداثيات ملتقى ارتفاعاته.

نقطة التقاطع

قيمة  $x$

$$\frac{1}{2}x + 2 = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x = 3 - 2$$

$$x = 1$$

قيمة  $y$

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$= \frac{1}{2}(1) + 2$$

$$y = 2.5$$

ملتقى الارتفاعات

$$(1, 2.5)$$

$HG \rightarrow F$

الارتفاع الثاني

نوجد الميل العمودي

$$m(HG) = \frac{-2-4}{1-4} = \frac{-6}{-3} = 2$$

$$m = -\frac{1}{2}$$

نوجد المقطع  $y$

$$b = y - mx$$

$$= 4 - (-\frac{1}{2})(-2)$$

$$= 4 - 1 = 3$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 3$$

الارتفاع الثاني

$FH \rightarrow G$

الارتفاع الأول

نوجد الميل العمودي

$$m = \frac{4-(-2)}{-2-1} = \frac{6}{-3} = -2$$

$$m = +\frac{1}{2}$$

نوجد المقطع  $y$

$$b = y - mx$$

$$= 4 - \frac{1}{2}(4)$$

$$= 4 - 2 = 2$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

الارتفاع الأول



## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

$$A(4, 0) \quad B(-2, 4) \quad C(0, 6)$$

تحقق من فهمك ٤

أوجد إحداثيات ملتقى ارتفاعات  $\triangle ABC$  في الشكل المجاور.

نقطة التقاطع

قيمة  $x$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2}x + 6 &= \frac{2}{3}x + \frac{16}{3} \\ \frac{3}{2}x - \frac{2}{3}x &= \frac{16}{3} - 6 \\ \frac{9}{6}x - \frac{4}{6}x &= \frac{16}{3} - \frac{12}{3} \\ \frac{5}{6}x &= \frac{4}{3} \rightarrow x = \frac{-12}{15} = \frac{-4}{5} \end{aligned}$$

قيمة  $y$

$$y = \frac{3}{2} \left( \frac{-4}{5} \right) + 6 = \frac{24}{5}$$

ملتقى الارتفاعات

$$\left( -\frac{4}{5}, \frac{24}{5} \right)$$

$AC \rightarrow B$

الارتفاع الثاني

نوجد الميل العمودي

$$m(AC) = \frac{0 - 6}{4 - 0} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$$

$$m = +\frac{2}{3}$$

نوجد المقطع  $y$

$$\begin{aligned} b &= y - mx \\ &= 4 - \frac{2}{3}(-2) \\ &= 4 + \frac{4}{3} = \frac{16}{3} \end{aligned}$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{16}{3}$$

$AB \rightarrow C$

الارتفاع الأول

نوجد الميل العمودي

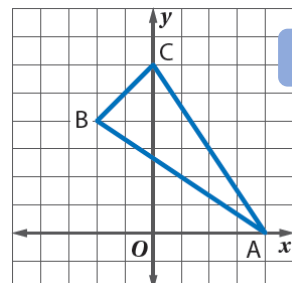
$$m(AB) = \frac{0 - 4}{4 - (-2)} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$

$$m = +\frac{3}{2}$$

نوجد المقطع  $y$

$$\begin{aligned} b &= y - mx \\ &= 6 - \frac{3}{2}(0) = 6 \end{aligned}$$

$$y = \frac{3}{2}x + 6$$



## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education

أضف إلى مطوبتك		ملخص المفاهيم قطع مستقيمة ونقاط خاصة في المثلث		
المفهوم	مثال	نقطة التلاقي	الخاصية	مثال
العمود المنصف		مركز الدائرة الخارجية للمثلث	$P$ مركز الدائرة الخارجية لـ $\triangle ABC$ ، وتقع على أبعاد متساوية من رؤوس المثلث.	
منصف الزاوية		مركز الدائرة الداخلية للمثلث	$Q$ مركز الدائرة الداخلية في $\triangle ABC$ ، وتقع على أبعاد متساوية من أضلاع المثلث.	
القطعة المتوسطة		مركز المثلث	$R$ مركز $\triangle ABC$ ، وتبعد عن كل رأس ثلثي طول القطعة الواصلة بين ذلك الرأس ومنصف الضلع المقابل له.	
الارتفاع		ملتقى الارتفاعات	تلتقي المستقيمات التي تحوي ارتفاعات $\triangle ABC$ عند النقطة $S$ ، وتسمى ملتقى الارتفاعات.	

4-1

4-2

## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسطه والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education

تعرفنا على..

١

استعمال نظرية مركز  
المثلث

٢

إيجاد المركز في المستوي  
الإحداثي

٣

إيجاد ملتقى الارتفاعات  
في المستوي الإحداثي

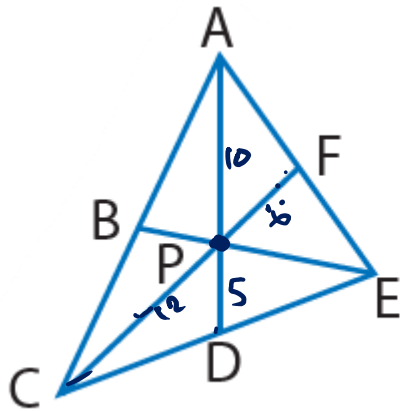
## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسطه والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education

تأكد



إذا كانت النقطة  $P$  مركز  $\triangle ACE$  ،  $AD = 15$  ،  $PF = 6$  .  
فأوجد كل طول مما يأتي:

$$PC = 12 \quad (1)$$

$$AP = 10 \quad (2)$$

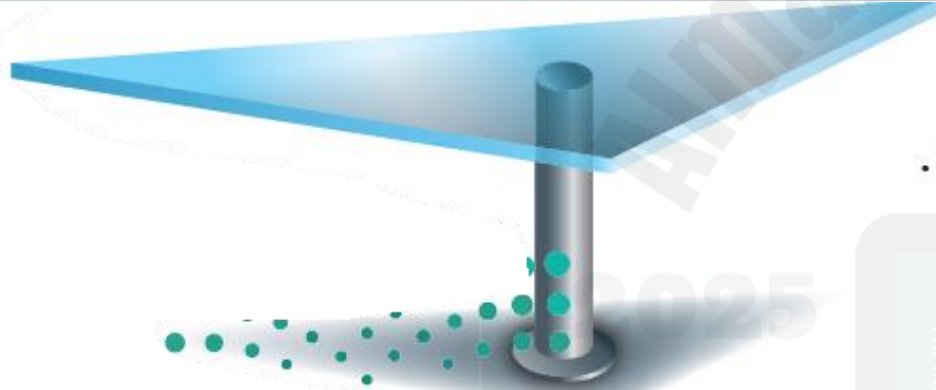
## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسطه والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education

تأكد



(3) **تصميم داخلي:** بالعودة إلى فقرة "لماذا؟"، إذا كانت إحداثيات رؤوس المثلث عند النقاط  $A(3, 6)$ ,  $B(5, 2)$ ,  $C(7, 10)$ .

فعد أي نقطة ستوضع الدعامة؟

$$AC = \left( \frac{3+7}{2}, \frac{6+10}{2} \right) \text{ منتصف}$$

$$D = (5, 8)$$

$$B = (5, 2)$$

$$d(DB) = 6$$

$$= 2$$

مرکز المثلث

(5 و 6)



## رياضيات 2-1

### 4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث



وزارة التعليم  
Ministry of Education

تأكد

(4) هندسة إحداثية: أوجد إحداثيات ملتقى ارتفاعات  $\triangle ABC$  الذي رؤوسه:

$$A(-3, 3), B(-1, 7), C(3, 3)$$

نذهب  $x$

$$x + 6 = -\frac{1}{2}x + 4.5$$

$$x + \frac{1}{2}x = 4.5 - 6$$

$$\frac{1.5x}{1.5} = \frac{-1.5}{1.5}$$

$$x = -1$$

$$y = x + 6 = -1 + 6 = 5$$

ملتقى الارتفاعات:  $(-1, 5)$

الارتفاع  $\text{BC} \rightarrow \text{A}$

$$m(\text{BC}) = \frac{7-3}{-1-3} = \frac{4}{-4} = -1$$

$$m_2 = 4$$

$$b = y - mx = 3 - (-1)(-3) = 6$$

$$y = x + 6$$

الارتفاع  $\text{AB} \rightarrow \text{C}$

$$m(\text{AB}) = \frac{3-7}{-3-(-1)} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$m_1 = -\frac{1}{2}$$

$$b = y - mx = 3 - (-\frac{1}{2})(3) = 4.5$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 4.5$$



وزارة التعليم  
Ministry of Education

نسعد بلقائكم في الدروس القادمة

2025 بإذن الله تعالى 2024

أخوكم

عبد الوهاب نوفيتو العوهلي

FOLLOW UP!



WahabOhali