التبرير والبرهان

التبرير الاستقرائي

يستعمل عند افتراض استمرار نمط على نفس الوتيرة، وتسمي العبارة النهائية التي توصلت إليها تخميناً.

المنطق

العبارة	التعبير اللفظي	الرموز
نفي العبارة	عبارة تفيد معنى مضاداً لمعنى العبارة الأصلية، وقيمة الصواب لها عكس قيمة صواب العبارة الأصلية.	$\sim p$، وتُقرأ ليس p
عبارة الوصل	عبارة مركبة ناتجة عن ربط عبارتين أو أكثر باستعمال (و).	$p \wedge q$، وتُقرأ p و q
عبارة الفَصْل	عبارة مركبة ناتجة عن ربط عبارتين أو أكثر باستعمال (أو).	$p \vee q$، وتقرأ p أو q

العبارات الشرطية

التعبير اللفظي	الرموز	أمثلة
العبارة الشرطية هي العبارة التي يمكن كتابتها على صورة إذا كان p، فإن q .	$p \longrightarrow q$	إذا كان $m\angle A = 35°$، فإن $\angle A$ حادة.
ينتج العكس من تبديل الفرض مع النتيجة في العبارة الشرطية.	$q \longrightarrow p$	إذا كانت $\angle A$ حادة، فإن $m\angle A = 35°$.
ينتج المعكوس من نفي كل من الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية.	$\sim p \longrightarrow \sim q$	إذا كان $m\angle A \neq 35°$، فإن $\angle A$ ليست حادة.
ينتج المعاكس الإيجابي من نفي كل من الفرض والنتيجة في عكس العبارة الشرطية.	$\sim q \longrightarrow \sim p$	إذا لم تكن $\angle A$ حادة، فإن $m\angle A \neq 35°$.

التبرير الإستنتاجي

قانون الفصل المنطقي: إذا كانت العبارة الشرطية $p \to q$ صحيحة، والفرض p صحيحاً. فان النتيجة q تكون صحيحة أيضاً.

قانون القياس المنطقي: إذا كانت العبارتان الشرطيتان $q \to r$, $p \to q$ صحيحتان. فان العبارة الشرطية $p \to r$ تكون صحيحة أيضاً.

المسلمات

1.1 أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

1.2 أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بهما مستوي واحد فقط.

1.5 إذا وقعت نقطتان في مستوي، فان المستقيم الوحيد المار بهما يقع كليا فى ذلك المستوى.

تطابق القطع المستقيمة

خاصية الانعكاس للتطابق	$\overline{AB} \cong \overline{AB}$
خاصية التماثل للتطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$
خاصية التعدي للتطابق	إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$, $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

تطابق الزوايا

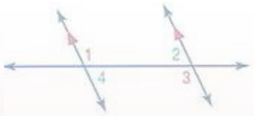
نظرية تطابق المكملات: الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتاين.

نظرية تطابق المتممات: الزاويتان المتممتان للزاوية نفسها أو زاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

التوازي والتعامد

المستقيمان المتوازيان وأزواج الزوايا



2.1 نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين داخليًا متطابقتان.

أمثلة: $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$

2.2 نظرية الزاويتين المتحالفتين: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.

أمثلة: $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.

$\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.

2.3 نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًا: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين خارجيًا متطابقتان.

أمثلة: $\angle 7 \cong \angle 5$ و $\angle 8 \cong \angle 6$

القاطع العمودي

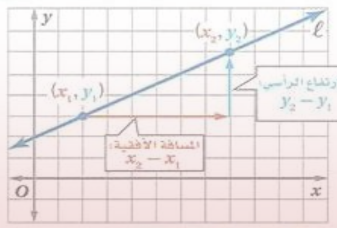
اذا كان مستقيم عمودياً على أحد مستقيمين متوازيين في مستوي، فانه يكون عمودياً على المستقيم الاخر.

ميل المستقيم

في المستوى الإحداثي، ميل المستقيم هو نسبة التغير في اتجاه محور y إلى التغير في اتجاه محور x بين أي نقطتين عليه.

ويعطى الميل m لمستقيم يحتوي نقطتين إحداثياهما (x_1, y_1) و (x_2, y_2) بالصيغة:

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$، حيث $x_1 \neq x_2$.



$m = \frac{\text{الارتفاع الرأسي}}{\text{المسافة الأفقية}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

معادلة المستقيم

صيغة الميل والمقطع: $y = mx+b$، صيغة الميل ونقطة: $y - y_1 = m(x - x_1)$

معادلة المستقيم الأفقي: $y = b$، معادلة المستقيم الرأسي: $x = a$

نظريات هامة

2.5 عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًا: إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان خارجيًا متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.

2.6 عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين: إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى ونتج عن التقاطع زاويتان متحالفتان متكاملتان فإن المستقيمين متوازيان.

2.7 عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا: إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان داخليًا متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.

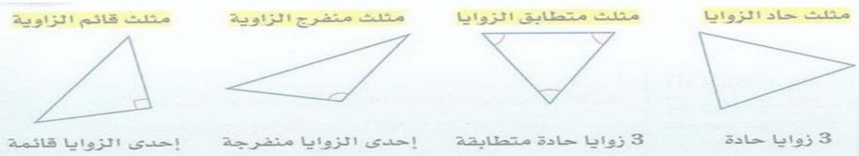
2.8 عكس نظرية القاطع العمودي: إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، وكان عموديًا على كل منهما، فإن المستقيمين متوازيان.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

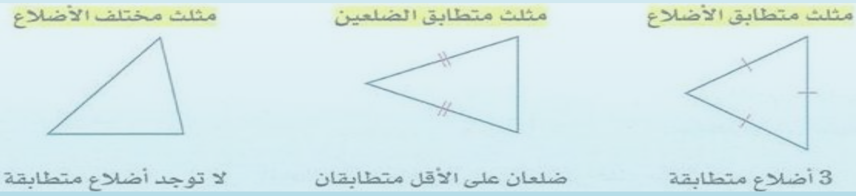
المثلثات المتطابقة

تصنيف المثلثات

تصنيف المثلثات وفقاً لزواياها:



تصنيف المثلثات وفقاً لأضلاعها:



زوايا المثلثات

- مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي 180.
- قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياس الزاويتين الداخلتين البعيدتين.
- الزاويتان الحادتان في أي مثلث قائم الزاوية متتامتان.
- يوجد زاوية قائمة واحدة أو منفرجة واحدة على الأكثر في أي مثلث.

المثلثات المتطابقة

- يتطابق مضلعان إذا وفقط إذا كانت عناصرهما المتناظرة متطابقة.
- إذا تطابقت زاويتان في مثلث مع زاويتين في مثلث آخر، فان الزاوية الثالثة في المثلث الأول تطابق الزاوية الثالثة في المثلث الثاني.

إثبات تطابق المثلثات

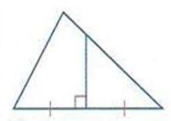
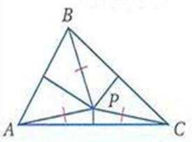
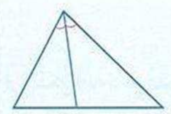
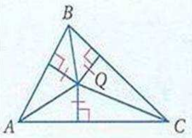
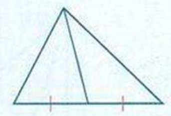
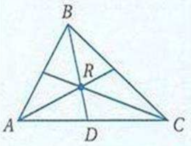
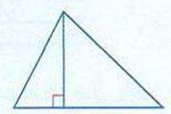
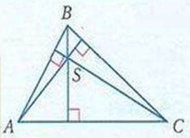
نظريات تطابق

- إذا تطابق ضلعان في مثلث، فان الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان.
- إذا تطابق زاويتان في مثلث فان الضلعين المقابلين لهما متطابقان.
- يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا وفقط إذا كان متطابق الزوايا.
- قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع 60.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

العلاقات في المثلث

المنصفات والقطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

المفهوم	مثال	نقطة التلاقي	الخاصية	مثال
العمود المنصّف		مركز الدائرة التي تمر برؤوس المثلث	P مركز الدائرة التي تمر برؤوس $\triangle ABC$، وتقع على أبعاد متساوية من رؤوس المثلث.	
منصّف الزاوية		مركز الدائرة الداخلية للمثلث	Q مركز الدائرة الداخلية في $\triangle ABC$، وتقع على أبعاد متساوية من أضلاع المثلث.	
القطعة المتوسطة		مركز المثلث	R مركز $\triangle ABC$، وتبعد عن كل رأس ثلثي طول القطعة الواصلة بين ذلك الرأس ومنتصف الضلع المقابل له.	
الارتفاع		ملتقى الارتفاعات	تلتقي المستقيمات التي تحوي ارتفاعات $\triangle ABC$ عند النقطة S، وتسمى ملتقى الارتفاعات.	

المتباينات في مثلث

- متباينة الزاوية الخارجية: قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس أى من الزاويتين الداخلتين البعيدتين عنها.
- إذا كان أحد أضلاع مثلث أطول من ضلع آخر، فان قياس الزاوية المقابلة للضلع الأطول أكبر من قياس الزاوية المقابلة للضلع الأقصر.
- إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث أكبر من قياس زاوية أخري، فان الضلع المقابل للزاوية الكبرى أطول من الضلع المقابل للزاوية الصغرى.
- مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

المتباينات في مثلثين

- متباينة SAS: اذا تطابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث اخر، وكان قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فان الضلع الثالث في المثلث الاول يكون اطول من الضلع الثالث في المثلث الأول يكون اطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني.

البرهان غير المباشر

الخطوة 1: حدّد النتيجة التي ستبرهنها. ثم افترض خطأها، وذلك بافتراض أنّ عكسها صحيح.

الخطوة 2: استعمل التبرير المنطقي لتبين أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع المعطيات أو مع حقيقة أخرى، مثل تعريف أو مسلمة أو نظريّة.

الخطوة 3: بما أن الافتراض الذي بدأت به أدّى إلى تناقض، فبيِّن أن النتيجة الأصلية المطلوب إثباتها يجب أن تكون صحيحة.

حقيبة