أوراق عمل الفصل الأول الدوال والمتباينات محلولة

تهيئة للفصل 1

اسئلة التهيئة : بعد النظر في المراجعة السريعة صفحة 13 أجب عن الأسئلة التالية :

أوجد الناتج في كل مما يأتي :

1) 15.7 + (- 3.45)

بالتبسيط = 12.25

2) $4 \div (-0.5)$

بالتبسيط = - 8

حل آخر :

$$4 \div (-0.5) = 4 \div \left(-\frac{1}{2}\right) = 4 \times (-2) = -8$$

أوجد قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت : $a=-3, b=4, c=-2$

3) $2b-5c$

$$2b-5c = 2(4)-5(-2)$$
$$= 8-(-10)$$
$$= 8+10 = 18$$

4) $\dfrac{2a+4b}{c}$

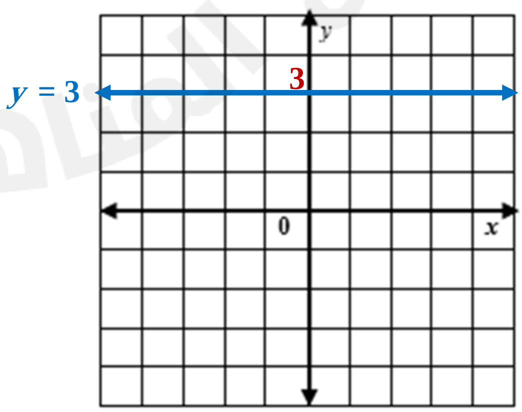
$$\frac{2a+4b}{c} = \frac{2(-3)+4(4)}{-2}$$
$$= \frac{-6+16}{-2} = \frac{10}{-2} = -5$$

مثّل في المستوى كل مستقيم مما يأتي بيانياً :

5) $y = 3$

هذه معادلة خط مستقيم أفقي يوازي محور x

ويقطع محور y عند 3



6) $3x - y = 6$

هذه معادلة خطية تمثل بخط مستقيم ونمثله بتكوين جدول

أو وضع معادلة المستقيم بالصورة $y = mx + b$

فتصبح

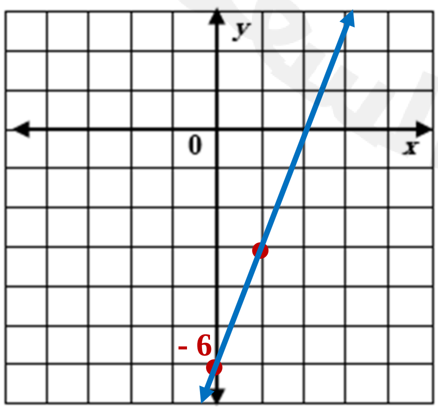
$$3x - y = 6 \Rightarrow -y = -3x + 6 \Rightarrow y = 3x - 6$$

ونلاحظ أن المستقيم يقطع المحور y عند b = - 6

وباستعمال الميل m = 3 نحدد النقطة الثانية حيث نتحرك من

مقطع المحور y (b = - 6) حسب الميل ثلاث وحدات لأعلى

ووحدة لليمين لأن $m = \frac{3}{1}$ ونضع نقطة ثانية ونرسم المستقيم



$3x - y = 6$

(1 - 1) خصائص الأعداد الحقيقية Properties of Real Numbers

● بعد استعراض المثال 1 صفحة 14 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

حدِّد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد مما يأتي :

1A) - 185

العدد 185 - ينتمي للمجموعات Z , Q , R

1B) $-\sqrt{49}$

$-\sqrt{49}=-7$

وعليه فإن العدد 7 - ينتمي للمجموعات Z , Q , R

1C) $\sqrt{95}$

العدد $\sqrt{95}$ ينتمي للمجموعات I , R

1D) $-\frac{6}{7}$

العدد $-\frac{6}{7}$ ينتمي للمجموعات I , R

تنبيه : $-\frac{6}{7}=-0.8571428....$ نلاحظ أن الصورة العشرية للعدد ليست منتهية وليست دورية

وبالتالي العدد ينتمي لمجموعة الأعداد غير النسبية (I) وليس ضمن المجموعة (Q)

● بعد استعراض المثال 2 صفحة 15 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

2) ما الخاصية الموضّحة في : $2(x+3)=2x+6$

خاصية التوزيع

● بعد استعراض المثال 3 صفحة 15 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

أوجد النظير الجمعي والنظير الضربي لكل عدد مما يأتي :

3A) 1.25 ⟵ $1.25=\frac{125}{100}$

بما أن 1.25 + (- 1.25) = 0

فإن النظير الجمعي للعدد 1.25 هو 1.25 -

وبما أن $\frac{125}{100}\left(\frac{100}{125}\right)=1$

فإن النظير الضربي للعدد $1.25=\frac{125}{100}$ هو $\frac{100}{125}=0.8$

3B) $2\frac{1}{2}$ ⟵ $2\frac{1}{2}=\frac{2(2)+1}{2}=\frac{5}{2}$

النظير الجمعي للعدد $2\frac{1}{2}$ هو $-2\frac{1}{2}$ لأن $2\frac{1}{2}+\left(-2\frac{1}{2}\right)=0$

والنظير الضربي للعدد $2\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$ هو $\frac{2}{5}$ لأن $\frac{5}{2}\left(\frac{2}{5}\right)=1$

● بعد استعراض المثال 4 صفحة 16 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

4) أعمال : يتقاضى أحمد 20 ريالاً عن كل ساعة عمل في محل تجاري فإذا كانت ساعات عمله في أحد الأسابيع هي 4 , 3 , 2.5 , 3 , 4 فما المبلغ الذي حصل عليه أحمد في ذلك الأسبوع ؟

اليوم	ساعات العمل
الأحد	4
الإثنين	3
الثلاثاء	2.5
الأربعاء	3
الخميس	4

المبلغ الذي حصل عليه هو

20 (4 + 3 + 2.5 + 3 + 4) = 20 (16.5) = 330 ريالاً

● بعد استعراض المثال 5 صفحة 16 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

5) بسّط العبارة : $3(4x-2y)-2(3x+y)$

$3(4x-2y)-2(3x+y)$

$=12x-6y-6x-2y$ خاصية التوزيع

$=6x-8y$ تجميع الحدود المتشابهة والتبسيط

الفصل 1 (الدوال والمتباينات)

ورقة عمل (1 - 1)

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

1) أي مجموعات الأعداد الآتية لا ينتمي إليها العدد -25			
ⓐ Z	ⓑ R	ⓒ W	ⓓ Q
2) أي مجموعات الأعداد الآتية ينتمي إليها العدد $\sqrt{17}$			
ⓐ I, Q, R	ⓑ N, W, Z	ⓒ Q, R	ⓓ I, R
3) الخاصية التي توضح $(6.8).5=6.(8.5)$ هي خاصية			
ⓐ الانغلاق	ⓑ الخاصية التجميعية لعملية الضرب	ⓒ الخاصية التبديلية لعملية الضرب	ⓓ التوزيع
4) الخاصية التي توضح $-7y+7y=0$ هي خاصية			
ⓐ العنصر المحايد الجمعي	ⓑ الخاصية التجميعية لعملية الجمع	ⓒ النظير الجمعي	ⓓ الخاصية التبديلية لعملية الجمع

5) أوجد النظير الجمعي والنظير الضربي للعدد -7

بما أن $-7+7=0$ فإن النظير الجمعي للعدد - 7 هو العدد 7

وبما أن $-7\left(-\frac{1}{7}\right)=1$ فإن النظير الضربي للعدد - 7 هو العدد $-\frac{1}{7}$

6) أوجد النظير الجمعي والنظير الضربي للعدد 0.25

$0.25=\frac{25}{100}$

بما أن $0.25+(-0.25)=0$ فإن النظير الجمعي للعدد 0.25 هو العدد - 0.25

وبما أن $\frac{25}{100}\left(\frac{100}{25}\right)=1$ فإن النظير الضربي للعدد $0.25=\frac{25}{100}$ هو العدد $\frac{100}{25}=4$

7) بسّط العبارة : $5(3x+6y)+4(2x-9y)$

$5(3x+6y)+4(2x-9y)$

$=15x+30y+8x-36y$ خاصية التوزيع

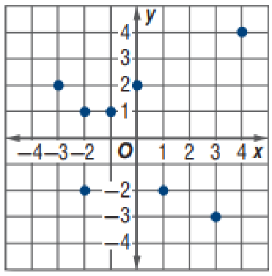
$=23x-6y$ تجميع الحدود المتشابهة والتبسيط

Relations and Functions العلاقات والدوال (1 - 2)

● بعد استعراض المثال 1 صفحة 20 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

حدِّد مجال كل علاقة فيما يأتي ومداها وبين ما إذا كانت دالة أم لا ، وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا ؟

(1A

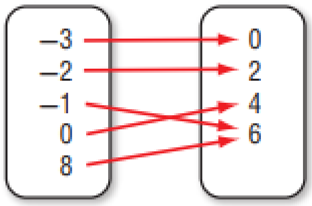


المجال = $\{-3,-2,-1,0,1,3,4\}$

المدى = $\{-3,-2,1,2,4\}$

العلاقة ليست دالة لأن العنصر 2 – في المجال ارتبط بكل من العنصرين 1 , 2 – في المدى .

(1B



المجال = $\{-3,-2,-1,0,8\}$

المدى = $\{0,2,4,6\}$

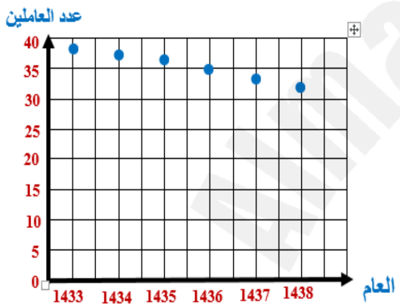
العلاقة دالة وهي ليست متباينة لأن العنصرين 8 , 1 – في المجال ارتبطا بالعنصر 6 في المدى .

● بعد استعراض المثال 2 صفحة 22 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

2) عمل : إذا كان عدد العاملين في إحدى المؤسسات في الأعوام من 1433 هـ إلى 1438 هـ على الترتيب هو 33 , 34 , 35 , 36 , 37 , 38 مثل هذه البيانات بيانياً ، وهل العلاقة التي تمثلها هذه البيانات منفصلة أم متصلة . وهل تمثل دالة ؟

بما أن التمثيل البياني مكون من نقاط منفصلة فإن العلاقة منفصلة

وباستعمال اختبار الخط الرأسي فإن العلاقة تمثل دالة .



● بعد استعراض المثال 3 صفحة 22 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

3) مثل المعادلة $y = x^2 + 1$ بيانياً ، ثم حدد مجالها ومداها وحدد ما إذا كانت تمثل دالة أم لا وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا ؟ ثم حدد ما إذا كانت منفصلة أم متصلة .

نكون جدولاً لبعض القيم التي تحقق المعادلة ثم نمثل المعادلة بيانياً

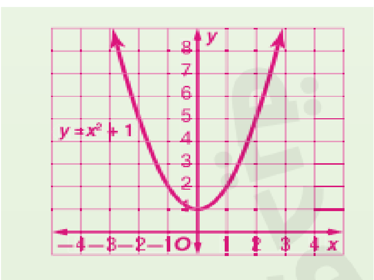
ومن قراءة التمثيل البياني نجد أن :

المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

والمدى هو $\{ y \mid y \geq 1 \}$

والمعادلة تمثل دالة و هي ليست متباينة ولكنها متصلة .

x	y
- 2	5
- 1	2
0	1
1	2
2	5



● بعد استعراض المثال 4 صفحة 23 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

لتكن $g(x) = 0.5x^2 - 5x + 3.5$ أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي :

(4A $g(2.8)$

$$g(2.8) = 0.5(2.8)^2 - 5(2.8) + 3.5$$

$$= 3.92 - 14 + 3.5$$

$$= -6.58$$

(4B $g(4a)$

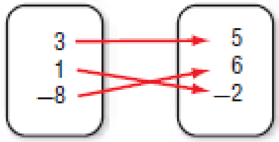
$$g(4a) = 0.5(4a)^2 - 5(4a) + 3.5$$

$$= 8a^2 - 20a + 3.5$$

ورقة عمل (2 - 1)

حدِّد مجال كل علاقة فيما يأتي ومداها وبين ما إذا كانت دالة أم لا ، وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا ؟

(1

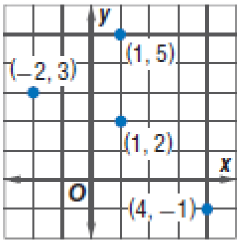


المجال = $\{3,1,-8\}$

المدى = $\{5,6,-2\}$

العلاقة دالة ومتباينة

(2



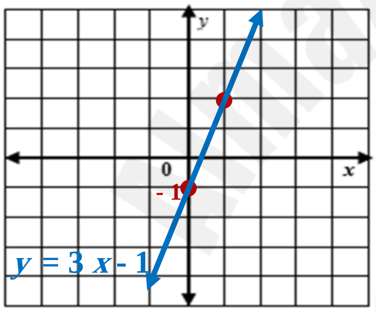
المجال = $\{-2,1,4\}$

المدى = $\{3,5,2,-1\}$

العلاقة ليست دالة لأن العنصر 1 في المجال ارتبط بكل من العنصرين 5 , 2 في المدى .

مثل المعادلة فيما يأتي بيانياً ، ثم حدد مجالها ومداها وحدد ما إذا كانت تمثل دالة أم لا وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا ؟ ثم حدد إذا كانت منفصلة أم متصلة :

(3 $y = 3x - 1$



هذه معادلة خطية تمثل بخط مستقيم ونمثله بتكوين جدول

أو وضع معادلة المستقيم بالصورة $y = mx + b$

ونلاحظ أن معادلة المستقيم بصورة الميل والمقطع

وبالتالي المستقيم يقطع المحور y عند b = - 1

وباستعمال الميل m = 3 نحدد النقطة الثانية حيث نتحرك من مقطع المحور y (b = - 1) حسب الميل ثلاث وحدات لأعلى ووحدة لليمين لأن $m = \frac{3}{1}$ **ونضع نقطة ثانية ونرسم المستقيم .**

ومن قراءة التمثيل البياني نجد أن :

المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

والمدى هو مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

والمعادلة تمثل دالة متباينة ومتصلة .

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

4) **إذا كانت** $f(x) = -4x - 8$ **فإن قيمة** $f(-3)$ **تساوي**

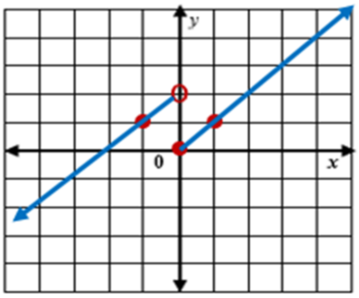
$$f(-3) = -4(-3) - 8$$
$$= 12 - 8 = 4$$

a) - 20	b) 8	c) 4	d) - 2

Special Functions دوال خاصة (1 - 3)

● بعد استعراض المثال 1 صفحة 27 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

1) مثّل الدالة $f(x)=\begin{cases} x+2 & , x<0 \\ x & , x\geq 0 \end{cases}$ بيانياً ، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها .



نمثّل $f(x)=x+2$ عندما $x<0$

x	0	-1
$f(x)$	2	1

نمثّل $f(x)=x$ عندما $x\geq 0$

x	0	1
$f(x)$	0	1

من قراءة التمثيل البياني نجد أن :

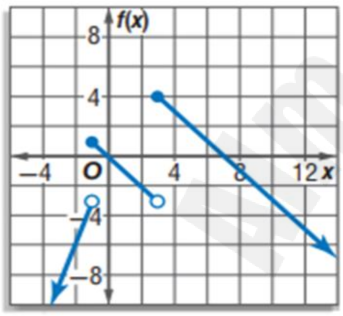
المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية (R) والمدى هو مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

تنبيه : لتحديد المجال من التمثيل البياني نتحرك على محور x من اليسار لليمين أو العكس ونلاحظ مجموعة القيم التي يغطيها أجزاء منحنى الدالة على هذا المحور .

ولتحديد المدى من التمثيل البياني نتحرك على محور y من الأعلى إلى الأسفل أو العكس ونلاحظ مجموعة القيم التي يغطيها أجزاء منحنى الدالة على هذا المحور .

● بعد استعراض المثال 2 صفحة 28 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

2) اكتب الدالة متعددة التعريف الممثلة بيانياً في الشكل المجاور .



من قراءة التمثيل البياني نجد أن :

$$f(x)=\begin{cases} 3x & , x<-1 \\ -x & , -1\leq x<3 \\ -x+7 & , x\geq 3 \end{cases}$$

تنبيه : لتحديد الدالة متعددة التعريف الخطية نقرأ كل جزء أو مستقيم من منحنى الدالة على حده ونوجد ميل المستقيم بمعلومية نقطتين ونستعمل صيغ معادلة المستقيم (الميل والمقطع أو الميل ونقطة) للوصول لمعادلة أو دالة هذا المنحنى أو المستقيم ، وأيضاً نحدد مجال هذه الدالة والفترة التي يمتد فيها منحنى أو مستقيم هذا الجزء من التمثيل البياني .

● بعد استعراض المثال 3 صفحة 29 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

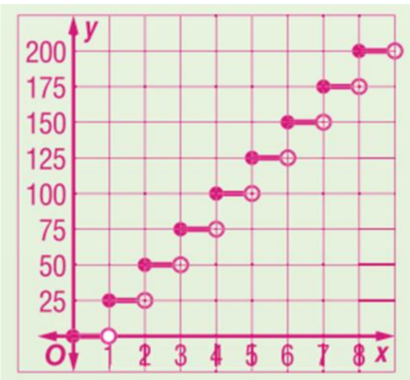
3) إعادة تدوير الورق : تدفع شركة لإعادة تدوير الورق 25 ريالاً عن كل صندوق من الورق يتم إحضاره للشركة ولا تدفع أي شيء مقابل أي صندوق غير ممتلئ بالكامل . اكتب الدالة التي تمثل هذا الموقف ومثلها بيانياً .

نكون جدولاً يمثل الموقف

x	$0\leq x<1$	$1\leq x<2$	$2\leq x<3$	$3\leq x<4$	$4\leq x<5$
$T(x)$	0	25	50	75	100

وتكون الدالة المطلوب تمثيلها كما يلي :

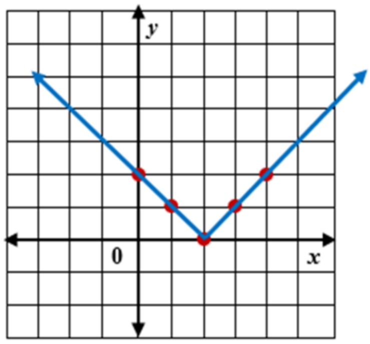
$$T(x)=\begin{cases} 0 & , 0\leq x<1 \\ 25 & , 1\leq x<2 \\ 50 & , 2\leq x<3 \\ 75 & , 3\leq x<4 \\ 100 & , 4\leq x<5 \\ 125 & , 5\leq x<6 \\ \vdots \end{cases}$$



(1 - 3) دوال خاصة Special Functions

● بعد استعراض المثال 4 صفحة 30 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

4A) مثل الدالة $f(x)=|x-2|$ بيانياً ، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها .



نجعل ما بداخل القيمة المطلقة يساوي الصفر $x-2=0 \Rightarrow x=2$

نكون جدولاً يحوي قيماً لـ x أكبر من 2 وقيماً أصغر من 2 ونوجد قيم الدالة عند هذه القيم

ثم نحدد الأزواج المرتبة بنقاط في المستوى الإحداثي

ونصل بين هذه النقاط

x	$f(x)=\|x-2\|$
0	2
1	1
2	0
3	1
4	2

من قراءة التمثيل البياني نجد أن :

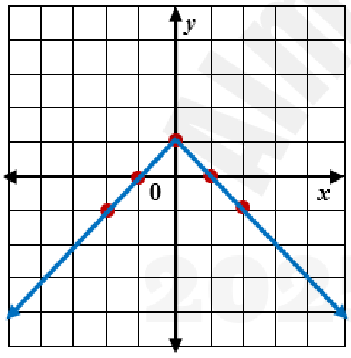
المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

والمدى هو $\{f(x) \mid f(x) \geq 0\}$

4B) مثل الدالة $f(x)=-|x|+1$ بيانياً ، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها .

نجعل ما بداخل القيمة المطلقة يساوي الصفر $x=0$

نكون جدولاً يحوي قيماً لـ x أكبر من 0 وقيماً أصغر من 0 ونوجد قيم الدالة عند هذه القيم



ثم نحدد الأزواج المرتبة بنقاط في المستوى الإحداثي
ونصل بين هذه النقاط

x	$f(x)=-\|x\|+1$
- 2	- 1
- 1	0
0	1
1	0
2	- 1

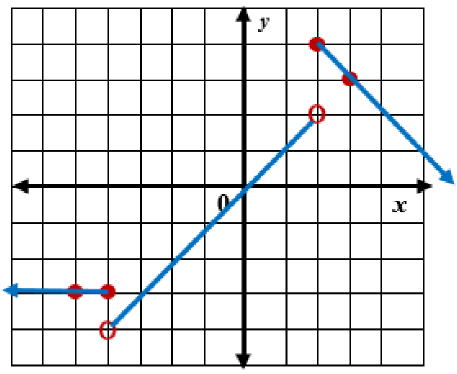
من قراءة التمثيل البياني نجد أن :

المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

والمدى هو $\{f(x) \mid f(x) \leq 1\}$

ورقة عمل (3 - 1)

1) مثل الدالة $f(x)=\begin{cases} -3 & , x \le -4 \\ x & , -4 < x < 2 \\ -x+6 & , x \ge 2 \end{cases}$ بيانياً ، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها .



نمثّل $f(x)=-3$ عندما $x \le -4$

x	- 4	- 5
$f(x)$	- 3	- 3

نمثّل $f(x)=x$ عندما $-4 < x < 2$

x	- 4	2
$f(x)$	- 4	2

نمثّل $f(x)=-x+6$ عندما $x \ge 2$

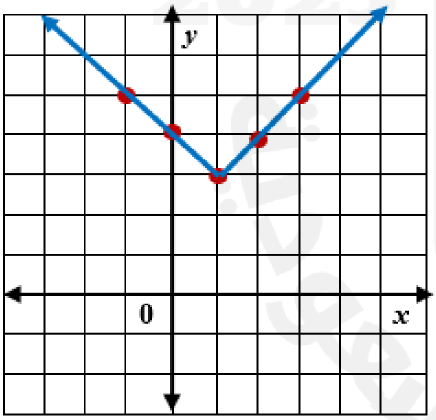
x	2	3
$f(x)$	4	3

من قراءة التمثيل البياني نجد أن :

المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

والمدى هو $\{f(x) \mid f(x) \le 4\}$

2) مثل الدالة $f(x)=|x-1|+3$ بيانياً ، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها .



نجعل ما بداخل القيمة المطلقة يساوي الصفر $x-1=0 \Rightarrow x=1$

نكون جدولاً يحوي قيماً لـ x أكبر من **1** وقيماً أصغر من **1** ونوجد قيم الدالة عند هذه القيم

ثم نحدد الأزواج المرتبة بنقاط في المستوى الإحداثي ونصل بين هذه النقاط

x	$f(x) = \lvert x-1 \rvert + 3$
- 1	5
0	4
1	3
2	4
3	5

من قراءة التمثيل البياني نجد أن :

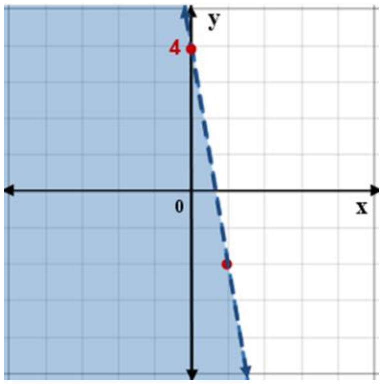
المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

والمدى هو $\{f(x) \mid f(x) \ge 3\}$

(1 - 4) تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانياً Graphing Linear and Absolute Value Inequalities

● بعد استعراض المثال 1 صفحة 34 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

1A) مثل المتباينة $3x+\frac{1}{2}y<2$ بيانياً .



الخطوة 1 : نمثل حد المستقيم $3x+\frac{1}{2}y=2$ متقطعاً

$\Rightarrow \frac{1}{2}y=-3x+2$ نضع معادلة المستقيم بالصورة $y=mx+b$

$\Rightarrow y=-6x+4$ ضرب الحدود في 2

نضع نقطة عند مقطع المحور y عند 4 ونتحرك منها حسب الميل ونضع نقطة ثانية ونرسم المستقيم متقطعاً

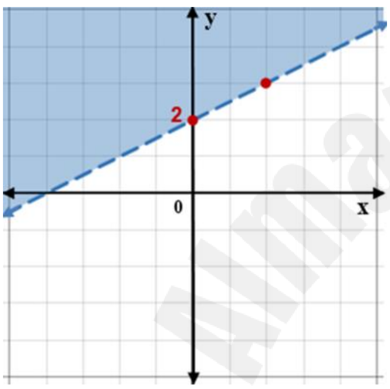
الخطوة 2 : نختبر النقطة (0 , 0) في المتباينة الأصلية

$3x+\frac{1}{2}y<2 \Rightarrow 3(0)+\frac{1}{2}(0)<2 \Rightarrow 0<2$ ✔ (تحقق المتباينة)

نظلل المنطقة التي تحتوي النقطة (0 , 0)

توضيح : نتحرك من مقطع المحور y وهو b = 4 حسب الميل 6 وحدات لأسفل ووحدة جهة اليمين لأن $m=\frac{-6}{1}$

1B) مثل المتباينة $-x+2y>4$ بيانياً .



الخطوة 1 : نمثل حد المستقيم $-x+2y=4$ متقطعاً

$\Rightarrow 2y=x+4$ نضع معادلة المستقيم بالصورة $y=mx+b$

$\Rightarrow y=\frac{1}{2}x+2$ قسمة الحدود على 2

نضع نقطة عند مقطع المحور y عند 2 ونتحرك منها حسب الميل ونضع نقطة ثانية ونرسم المستقيم متقطعاً

الخطوة 2 : نختبر النقطة (0 , 0) في المتباينة الأصلية

$-x+2y>4 \Rightarrow -(0)+2(0)>4 \Rightarrow 0>4$ X (لا تحقق المتباينة)

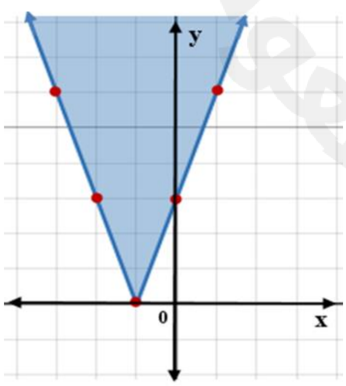
نظلل المنطقة التي لا تحتوي النقطة (0 , 0)

توضيح : نتحرك من مقطع المحور y وهو b = 2 حسب الميل وحدة لأعلى ووحدتين جهة اليمين لأن $m=\frac{1}{2}$

■ يمكنك استعمال تمثيل المتباينات الخطية لحل مسائل من واقع الحياة انظر مثال 3 صفحة 35 .

● بعد استعراض المثال 3 صفحة 36 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

3B) مثل المتباينة $y\geq 3|x+1|$ بيانياً .



الخطوة 1 : نمثل المعادلة المرتبطة $y=3|x+1|$ والحد يكون متصلاً

نجعل ما بداخل القيمة المطلقة يساوي الصفر $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

نكون جدولاً يحوي قيماً لـ x أكبر من 1 - وقيماً أصغر من 1 - ونوجد قيم الدالة عند هذه القيم

ثم نحدد الأزواج المرتبة بنقاط في المستوى الإحداثي

ونصل بين هذه النقاط

x	$y=3\|x+1\|$
- 3	6
- 2	3
- 1	0
0	3
1	6

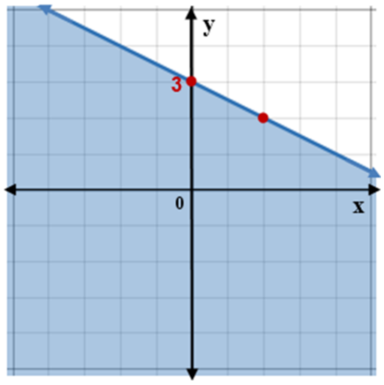
الخطوة 2 : نختبر النقطة (0 , 0) في المتباينة الأصلية

$y\geq 3|x+1| \Rightarrow 0\geq 3|0+1| \Rightarrow 0\geq 3$ X (لا تحقق المتباينة)

نظلل المنطقة التي لا تحتوي النقطة (0 , 0)

ورقة عمل (1 - 4)

1) مثل المتباينة $x + 2y \le 6$ **بيانياً .**



الخطوة 1 : نمثل حد المستقيم $x + 2y = 6$ **متصلاً**

$\Rightarrow 2y = -x + 6$ نضع معادلة المستقيم بالصورة $y = mx + b$

$\Rightarrow y = -\dfrac{1}{2}x + 3$ قسمة الحدود على 2

نضع نقطة عند مقطع المحور y عند 3 ونتحرك منها حسب الميل ونضع نقطة ثانية ونرسم المستقيم متصلاً

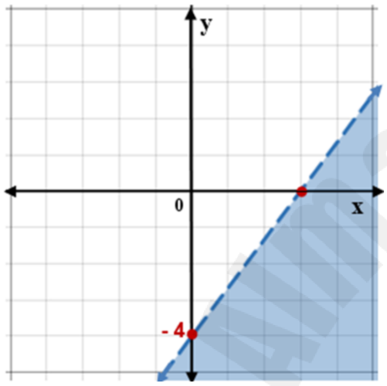
الخطوة 2 : نختبر النقطة (0 , 0) في المتباينة الأصلية

(تحقق المتباينة) ✔ $x + 2y \le 6 \Rightarrow 0 + 2(0) \le 6 \Rightarrow 0 \le 6$

نظلل المنطقة التي تحتوي النقطة (0 , 0)

توضيح : نتحرك من مقطع المحور y وهو b = 3 حسب الميل وحدة لأسفل ووحدتين جهة اليمين لأن $m = -\dfrac{1}{2}$

2) مثل المتباينة $4x - 3y > 12$ **بيانياً .**



الخطوة 1 : نمثل حد المستقيم $4x - 3y = 12$ **متقطعاً**

$\Rightarrow -3y = -4x + 12$ نضع معادلة المستقيم بالصورة $y = mx + b$

$\Rightarrow y = \dfrac{4}{3}x - 4$ قسمة الحدود على 3 -

نضع نقطة عند مقطع المحور y عند 4 - ونتحرك منها حسب الميل ونضع نقطة ثانية ونرسم المستقيم متقطعاً

الخطوة 2 : نختبر النقطة (0 , 0) في المتباينة الأصلية

(لا تحقق المتباينة) X $4x - 3y > 12 \Rightarrow 4(0) - 3(0) > 12 \Rightarrow 0 > 12$

نظلل المنطقة التي لا تحتوي النقطة (0 , 0)

توضيح : نتحرك من مقطع المحور y وهو b = - 4 حسب الميل 4 وحدات لأعلى و 3 وحدات جهة اليمين لأن $m = \dfrac{4}{3}$

3) مثل المتباينة $y \ge |x + 3|$ **بيانياً .**

الخطوة 1 : نمثل المعادلة المرتبطة $y = |x + 3|$ **والحد يكون متصلاً**

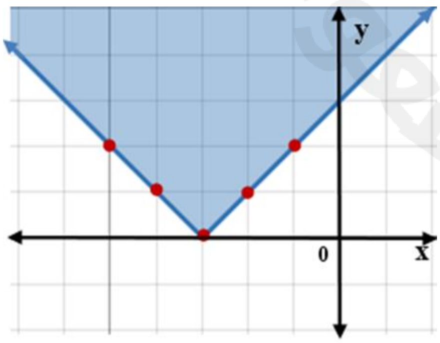
نجعل ما بداخل القيمة المطلقة يساوي الصفر $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

نكون جدولاً يحوي قيماً لـ x أكبر من 3 - وقيماً أصغر من 3 - ونوجد قيم الدالة عند هذه القيم

ثم نحدد الأزواج المرتبة بنقاط في المستوى الإحداثي

ونصل بين هذه النقاط

x	$y = \lvert x + 3 \rvert$
- 5	2
- 4	1
- 3	0
- 2	1
- 1	2



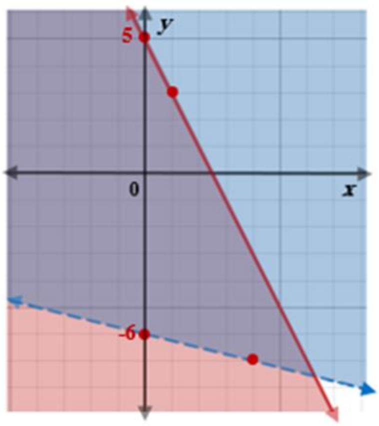
الخطوة 2 : نختبر النقطة (0 , 0) في المتباينة الأصلية

(لا تحقق المتباينة) X $y \ge |x + 3| \Rightarrow 0 \ge |0 + 3| \Rightarrow 0 \ge 3$

نظلل المنطقة التي لا تحتوي النقطة (0 , 0)

(1 - 5) حل أنظمة المتباينات الخطية بيانياً Solving Systems of Linear Inequalities by Graphing

● **بعد استعراض المثال 1 صفحة 39 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :**



1A) حل النظام الآتي بيانياً :

$$y \le -2x+5$$
$$y > -\frac{1}{4}x-6$$

• نمثل حد المستقيم $y=-2x+5$ متصلاً

• نختبر النقطة $(0,0)$ في المتباينة $y \le -2x+5$

$\Rightarrow 0 \le -2(0)+5 \Rightarrow 0 \le 5$ ✔ (تحقق المتباينة)

وبالتالي نظلل المنطقة التي تحوي النقطة $(0,0)$

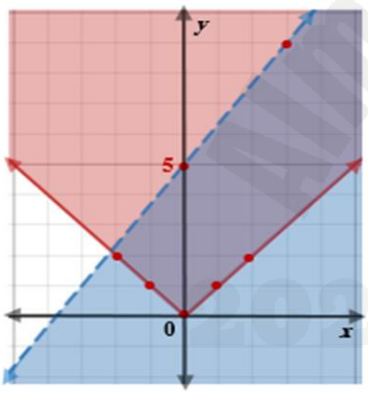
• نمثل حد المستقيم $y=-\frac{1}{4}x-6$ متقطعاً

• نختبر النقطة $(0,0)$ في المتباينة $y > -\frac{1}{4}x-6$

$\Rightarrow 0 > -\frac{1}{4}(0)-6 \Rightarrow 0 > -6$ ✔ (تحقق المتباينة)

وبالتالي نظلل المنطقة التي تحوي النقطة $(0,0)$

وتكون المنطقة المشتركة بين منطقتي حل المتباينتين هي منطقة حل النظام



1B) حل النظام الآتي بيانياً :

$$y \ge |x|$$
$$y < \frac{4}{3}x+5$$

• نمثل حد المعادلة المرتبطة $y=|x|$ متصلاً

• نختبر النقطة $(0,1)$ في المتباينة $y \ge |x|$

$\Rightarrow 1 \ge |0| \Rightarrow 1 \ge 0$ ✔ (تحقق المتباينة)

وبالتالي نظلل المنطقة التي تحوي النقطة $(0,1)$

• نمثل حد المستقيم $y=\frac{4}{3}x+5$ متقطعاً

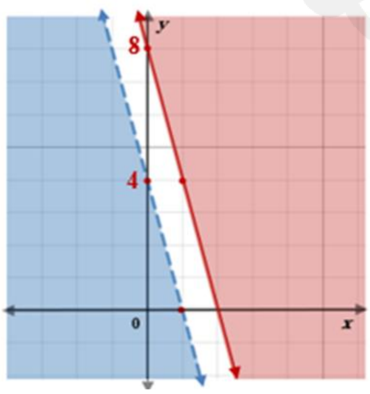
• نختبر النقطة $(0,0)$ في المتباينة $y < \frac{4}{3}x+5$

$\Rightarrow 0 < \frac{4}{3}(0)+5 \Rightarrow 0 < 5$ ✔ (تحقق المتباينة)

وبالتالي نظلل المنطقة التي تحوي النقطة $(0,0)$

وتكون المنطقة المشتركة بين منطقتي حل المتباينتين هي منطقة حل النظام

● **بعد استعراض المثال 2 صفحة 40 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :**



2A) حل النظام الآتي بيانياً :

$$y \ge -4x+8$$
$$y < -4x+4$$

• نمثل حد المستقيم $y=-4x+8$ متصلاً

• نختبر النقطة $(0,0)$ في المتباينة $y \ge -4x+8$

$\Rightarrow 0 \ge -4(0)+8 \Rightarrow 0 \ge 8$ X (لا تحقق المتباينة)

وبالتالي نظلل المنطقة التي لا تحوي النقطة $(0,0)$

• نمثل حد المستقيم $y=-4x+4$ متقطعاً

• نختبر النقطة $(0,0)$ في المتباينة $y < -4x+4$

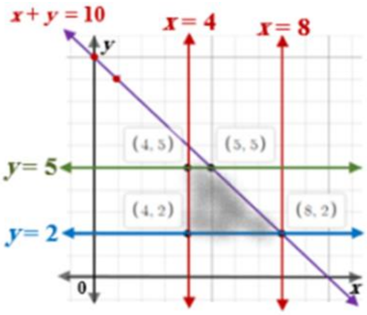
$\Rightarrow 0 < -4(0)+4 \Rightarrow 0 < 4$ ✔ (تحقق المتباينة)

وبالتالي نظلل المنطقة التي تحوي النقطة $(0,0)$

ومن التمثيل البياني نجد أن منطقتي حل المتباينتين لا تتقاطعان لذا ليس للنظام حل ومجموعة الحل هي المجموعة الخالية $\varnothing$

(1 – 5) تابع حل أنظمة المتباينات الخطية بيانياً Solving Systems of Linear Inequalities by Graphing

● بعد استعراض المثال 3 صفحة 40 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :



3) سفر : خرج مشاري وبدر في رحلة لزيارة بعض محافظات المملكة براً فتناوبا قيادة السيارة . فإذا كانت فترات قيادة مشاري للسيارة على نحو متواصل في اليوم لا تقل عن 4 ساعات ولا تزيد على 8 ساعات ، وكانت فترات قيادة بدر للسيارة على نحو متواصل في اليوم لا تقل عن ساعتين ولا تزيد على 5 ساعات ، وكان إجمالي زمن قيادة كليهما يومياً لا يزيد على 10 ساعات . فاكتب نظام متباينات خطية يمثل هذا الموقف ، ثم مثّله بيانياً .

نفرض أن فترات قيادة مشاري للسيارة هي x وبالتالي $4 \le x \le 8$

نفرض أن فترات قيادة بدر للسيارة هي y وبالتالي $2 \le y \le 5$

وإجمالي قيادة كليهما هو الفترة $x + y \le 10$

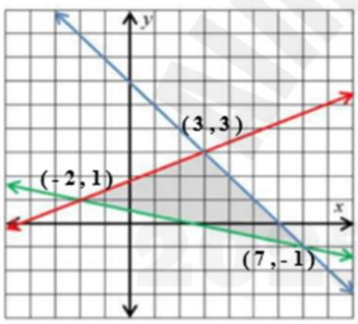
نمثل نظام المتباينات بيانياً ويمكن إيجاد إحداثيات نقاط تقاطع المستقيمات المحدّدة لمنطقة الحل حيث أن أي زوج مرتب في منطقة الحل يمثّل حلاً للنظام .

فمثلاً أحد الحلول الممكنة للنظام الزوج المرتب (6 , 3) وهو ضمن المنطقة المظللة ويعني أن فترات قيادة مشاري للسيارة في اليوم 6 ساعات و فترات قيادة بدر للسيارة في اليوم 3 ساعات .

● بعد استعراض المثال 4 صفحة 41 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

4B) أوجد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني للنظام الآتي :

$$5y \le 2x + 9$$
$$y \le -x + 6$$
$$9y \ge -2x + 5$$



• نمثل كل متباينة بيانياً

حيث نمثل حد المستقيم $5y = 2x + 9$ متصلاً

$\Rightarrow y = \frac{2}{5}x + \frac{9}{5}$ صيغة الميل والمقطع

و نمثل حد المستقيم $y = -x + 6$ متصلاً

و نمثل حد المستقيم $9y = -2x + 5$ متصلاً

$\Rightarrow y = -\frac{2}{9}x + \frac{5}{9}$ صيغة الميل والمقطع

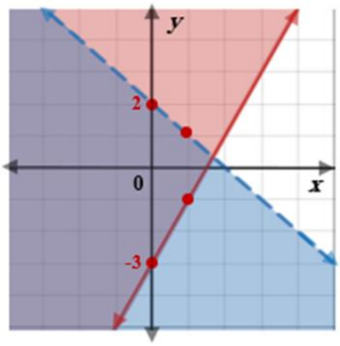
• من التمثيل مباشرة نجد أن

إحداثيات رؤوس المثلث هي (7 , - 1) , (3 , 3) , (- 2 , 1)

ورقة عمل (5 - 1)

1) حل النظام الآتي بيانياً :

$$y \geq 2x - 3$$
$$y < -x + 2$$



- نمثل حد المستقيم $y = 2x - 3$ متصلاً
- نختبر النقطة (0 , 0) في المتباينة $y \geq 2x - 3$

(تحقق المتباينة) ✔ $\Rightarrow 0 \geq 2(0) - 3 \Rightarrow 0 \geq -3$

وبالتالي نظلل المنطقة التي تحوي النقطة (0 , 0)

- نمثل حد المستقيم $y = -x + 2$ متقطعاً
- نختبر النقطة (0 , 0) في المتباينة $y < -x + 2$

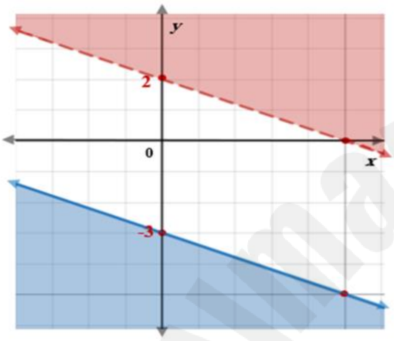
(تحقق المتباينة) ✔ $\Rightarrow 0 < -(0) + 2 \Rightarrow 0 < 2$

وبالتالي نظلل المنطقة التي تحوي النقطة (0 , 0)

وتكون المنطقة المشتركة بين منطقتي حل المتباينتين هي منطقة حل النظام

2) حل النظام الآتي بيانياً :

$$y > -\frac{2}{5}x + 2$$
$$5y \leq -2x - 15$$



- نمثل حد المستقيم $y = -\frac{2}{5}x + 2$ متقطعاً
- نختبر النقطة (0 , 0) في المتباينة $y > -\frac{2}{5}x + 2$

(لا تحقق المتباينة) X $\Rightarrow 0 > -\frac{2}{5}(0) + 2 \Rightarrow 0 > 2$

وبالتالي نظلل المنطقة التي لا تحوي النقطة (0 , 0)

- نمثل حد المستقيم $5y = -2x - 15$ متصلاً

صيغة الميل والمقطع $\Rightarrow y = -\frac{2}{5}x - 3$

- نختبر النقطة (0 , 0) في المتباينة $5y \leq -2x - 15$

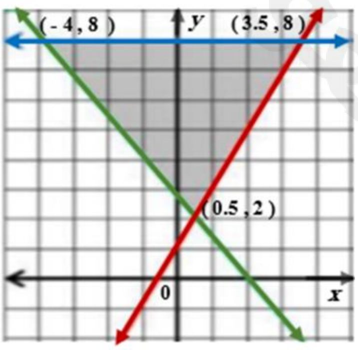
(لا تحقق المتباينة) X $\Rightarrow 5(0) \leq -2(0) - 15 \Rightarrow 0 \leq -15$

وبالتالي نظلل المنطقة التي لا تحوي النقطة (0 , 0)

ومن التمثيل البياني نجد أن منطقتي حل المتباينتين لا تتقاطعان لذا ليس للنظام حل ومجموعة الحل هي المجموعة الخالية $\varnothing$

3) أوجد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني للنظام الآتي :

$$y \geq 2x + 1$$
$$y \leq 8$$
$$4x + 3y \geq 8$$



- نمثل كل متباينة بيانياً

حيث نمثل حد المستقيم $y = 2x + 1$ متصلا

و نمثل حد المستقيم $y = 8$ متصلاً

و نمثل حد المستقيم $4x + 3y = 8$ متصلاً

صيغة الميل والمقطع $\Rightarrow y = -\frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$

- من التمثيل مباشرة نجد أن

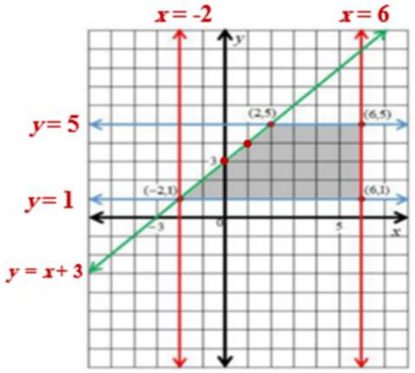
إحداثيات رؤوس المثلث هي (0.5 , 2) , (3.5 , 8) , (- 4 , 8)

(1 - 6) البرمجة الخطية والحل الأمثل   Optimization with Linear Programming

● بعد استعراض المثال 1 صفحة 47 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

1A) مثّل نظام المتباينات الآتي بيانياً ثم حدّد إحداثيات رؤوس منطقة الحل وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة :

$$-2 \le x \le 6$$
$$1 \le y \le 5$$
$$y \le x + 3$$
$$f(x,y) = -5x + 2y$$



الخطوة 1 : نمثل المتباينات بيانياً ونحدد إحداثيات الرؤوس

الخطوة 2 : نوجد قيمة الدالة عند كل رأس

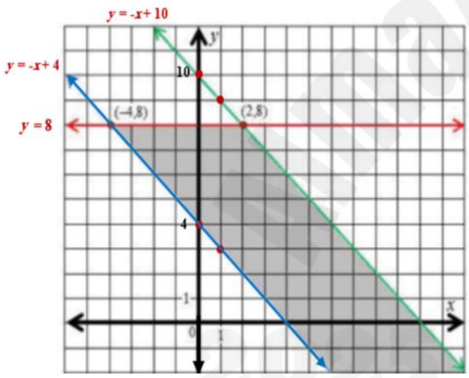
(x, y)	$-5x + 2y$	$f(x, y)$
(2 , 5)	-5 (2) + 2 (5)	0
(6 , 5)	-5 (6) + 2 (5)	-20
(6 , 1)	-5 (6) + 2 (1)	-28 ← قيمة صغرى
(-2 , 1)	- 5 (- 2) + 2 (1)	12 ← قيمة عظمى

من الجدول نلاحظ أن القيمة العظمى تساوي 12 عند النقطة (-2 , 1) و القيمة الصغرى تساوي -28 عند النقطة (6 , 1)

● بعد استعراض المثال 2 صفحة 47 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

2A) مثّل نظام المتباينات الآتي بيانياً ثم حدّد إحداثيات رؤوس منطقة الحل وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة :

$$y \le 8$$
$$y \ge -x + 4$$
$$y \le -x + 10$$
$$f(x,y) = -6x + 8y$$



الخطوة 1 : نمثل المتباينات بيانياً ونحدد إحداثيات الرؤوس

الخطوة 2 : نوجد قيمة الدالة عند كل رأس

(x, y)	$-6x + 8y$	$f(x, y)$
(- 4 , 8)	- 6 (- 4) + 8 (8)	88 ← قيمة عظمى
(2 , 8)	- 6 (2) + 8 (8)	52

من الجدول نلاحظ أن القيمة العظمى تساوي 88 عند النقطة (- 4 , 8) و لا توجد قيمة صغرى للدالة لأن منطقة الحل غير محدودة وتوجد نقاط أخرى في منطقة الحل تعطي قيماً أقل من 52

● بعد استعراض المثال 3 صفحة 48 وفهمه أجب عن تحقق من فهمك الآتي :

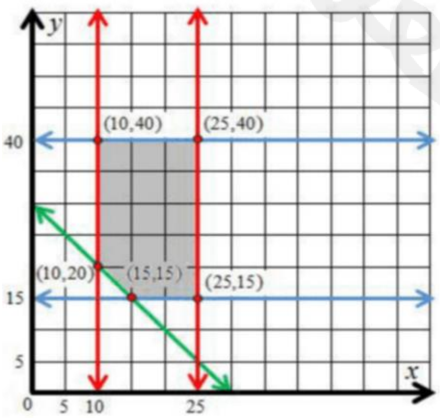
3) **مجوهرات :** تصوغ أسماء من 10 إلى 25 عقداً ، ومن 15 إلى 40 سواراً شهرياً . فإذا كانت أجرة صياغة العقد 50 ريالاً وأجرة صياغة السوار 30 ريالاً ، وصاغت في أحد الأشهر 30 قطعة من العقود والأساور على الأقل ، فكم قطعة من كلا النوعين عليها صياغتها لتحصل على أكبر أجر ؟

نفرض أن x هي عدد العقود وبالتالي $10 \le x \le 25$

نفرض أن y هي عدد الأساور وبالتالي $15 \le y \le 40$

إجمالي عدد العقود والأساور في أحد الأشهر $x + y \ge 30$

دالة أكبر أجر أو الدالة التي نريد أن نحدد قيمتها العظمى هي $f(x,y) = 50x + 30y$



الخطوة 1 : نمثل المتباينات بيانياً ونحدد إحداثيات الرؤوس

الخطوة 2 : نوجد قيمة الدالة عند كل رأس

(x, y)	$50x + 30y$	$f(x, y)$
(10 , 40)	50 (10) + 30 (40)	1700
(25 , 40)	50 (25) + 30 (40)	2450 ← قيمة عظمى
(25 , 15)	50 (25) + 30 (15)	1700
(15 , 15)	50 (15) + 30 (15)	1200
(10 , 20)	50 (10) + 30 (20)	1100 ← قيمة صغرى

من الجدول القيمة العظمى تساوي 2450 عند النقطة (25 , 40) و يعني أن أسماء يجب أن تنتج 25 عقداً و 40 سوراً لتحصل على أكبر أجر .

ورقة عمل (6 - 1)

مثّل كل نظام مما يأتي بيانياً ثم حدّد إحداثيات رؤوس منطقة الحل وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة :

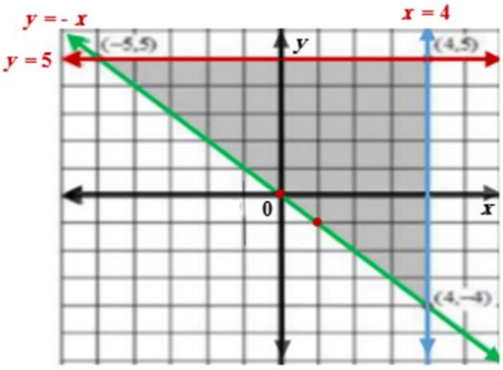
1)

$y \le 5$

$x \le 4$

$y \ge -x$

$f(x, y) = 5x - 2y$



الخطوة 1 : نمثل المتباينات بيانياً ونحدد إحداثيات الرؤوس

الخطوة 2 : نوجد قيمة الدالة عند كل رأس

(x , y)	5 x - 2 y	f (x , y)
(- 5 , 5)	5 (- 5) - 2 (5)	-35
(4 , 5)	5 (4) - 2 (5)	10
(4 , - 4)	5 (4) - 2 (- 4)	28

قيمة صغرى

قيمة عظمى

من الجدول نلاحظ أن القيمة العظمى تساوي 28 عند النقطة (4 , - 4) و القيمة الصغرى تساوي 35 - عند النقطة (- 5 , 5)

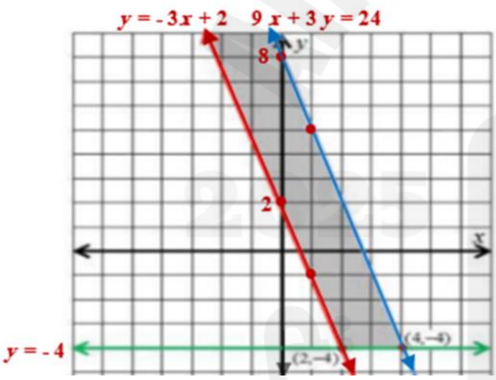
2)

$y \ge -3x + 2$

$9x + 3y \le 24$

$y \ge -4$

$f(x, y) = 2x + 14y$



الخطوة 1 : نمثل المتباينات بيانياً ونحدد إحداثيات الرؤوس

الخطوة 2 : نوجد قيمة الدالة عند كل رأس

(x , y)	2 x + 14 y	f (x , y)
(2 , - 4)	2 (2) + 14 (- 4)	- 52
(4 , - 4)	2 (4) + 14 (- 4)	- 48

قيمة صغرى

من الجدول نلاحظ أن القيمة الصغرى تساوي 52 - عند النقطة (2 , - 4) و لا توجد قيمة عظمى للدالة لأن منطقة الحل غير محدودة وتوجد نقاط أخرى في منطقة الحل تعطي قيماً أكبر من 48 -