بسم الله الرحمن الرحيم

الفصل الثامن: حساب المثلثات

Trigonometry

للصف الثاني ثانوي

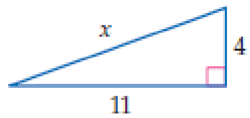
للفصل الدراسي الثاني

إعداد المعلمة: سميرة الحربي

الثانوية الأولى بثادق

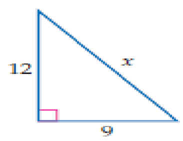
اليوم: الموضوع: التهيئة للفصل الثامن. التاريخ: / / 1439هـ

أوجدي قيمة x مقربةً إلى أقرب جزء من عشرة.



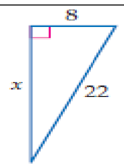
(1

$$x^2 = a^2 + b^2$$
$$x^2 = 11^2 + 4^2$$
$$x^2 = 121 + 16$$
$$x^2 = 137$$
$$x \approx 11.7$$



(2

$$x^2 = a^2 + b^2$$
$$x^2 = 12^2 + 9^2$$
$$x^2 = 144 + 81$$
$$x^2 = 225$$
$$x = 15$$



(3

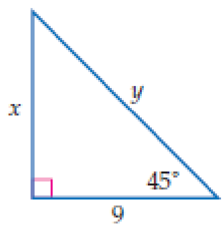
$$z^2 = x^2 + y^2$$
$$22^2 = x^2 + 8^2$$
$$484 = x^2 + 64$$
$$x^2 = 420$$
$$x \approx 20.5$$

4) لدى راشد حديقة مستطيلة الشكل بعداها 6 m و 4 m . يريد أن يرصف ممرّاً على قطر الحديقة . كم سيكون طول الممر؟ قرّبي إلى أقرب جزء من عشرة .

$$x^2 = a^2 + b^2$$
$$x^2 = 6^2 + 4^2$$
$$x^2 = 36 + 16$$
$$x^2 = 52$$
$$x \approx 7.2$$

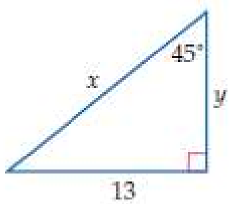
إذن طول الممر يساوي **7.2 m** تقريباً.

أوجدي القياسين المجهولين في كل مما يأتي (اكتبي الجذور في أبسط صورة):



(5

$$y^2 = x^2 + x^2$$
$$y^2 = 9^2 + 9^2$$
$$y^2 = 81 + 81$$
$$y^2 = 162$$
$$y = \sqrt{162}$$
$$y = \sqrt{2\,(81)}$$
$$y = 9\sqrt{2}$$



(6

$$x^2 = y^2 + y^2$$
$$x^2 = 13^2 + 13^2$$
$$x^2 = 169 + 169$$
$$x^2 = 338$$
$$x = \sqrt{338}$$
$$x = \sqrt{2\,(169)}$$
$$x = 13\sqrt{2}$$

7) يستند سلم إلى جدار بحيث يصنع معه زاوية 45° . إذا كان طول السلم 12 ft ، فأوجدي ارتفاع قمته عن الأرض.

$$y^2 = x^2 + x^2$$
$$12^2 = 2x^2$$
$$144 = 2x^2$$
$$72 = x^2$$
$$x = 6\sqrt{2} \approx 8.5$$

ارتفاع قمة السلم عن الأرض يساوي **8.5 ft** تقريباً.

تحقق من فهمك

1) إذا كانت θ تمثِّل زاوية حادة في المثلَّث القائم الزاوية في C، فأوجدي قيم الدوالّ المثلَّثية الستِّ للزاوية B
إذا كان طول الضلع المقابل للزاوية θ: BC = 8، طول الضلع المجاور للزاوية θ: AC = 15، طول الوتر: AB = 17

الحل:

طول الضلع المقابل للزاوية B: AC = 15، طول الضلع المجاور للزاوية B: BC = 8.

$$\sin B = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{15}{17}$$

$$\cos B = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{8}{17}$$

$$\tan B = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{15}{8}$$

$$\csc B = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} = \frac{17}{15}$$

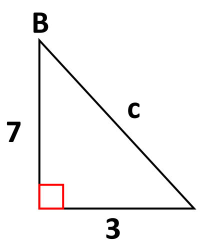
$$\sec B = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} = \frac{17}{8}$$

$$\cot B = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{8}{15}$$

تحقق من فهمك

2) $\angle B$ زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية. إذا كان $\tan B = \frac{3}{7}$ ، فأوجدي قيمة sin B.

الحل:



الخطوة 1: نرسم مثلثاً قائم الزاوية ونسمّي إحدى زاوياه الحادة B.

بما أن $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \tan B = \frac{3}{7}$

نحدد على الرسم طول الضلع المقابل بـ 3، والمجاور بـ 7.

الخطوة 2: نستعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر c.

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 7^2 + 3^2$$
$$c^2 = 49 + 9$$
$$c^2 = 58$$
$$c = \sqrt{58}$$

الخطوة 3 : نوجد قيمة sin B .

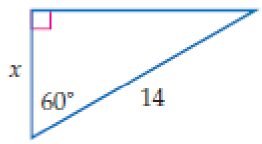
$\sin B = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$= \frac{3}{\sqrt{58}}$

$= \frac{3\sqrt{58}}{58}$

تحقق من فهمك

3) استعملي دالة مثلثية لإيجاد قيمة **x**. قربي إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم.



(3A

الحل:

طول الوتر يساوي **14**. الطول المجهول هو الضلع المجاور للزاوية **60°**. نستعمل دالة جيب التمام لإيجاد قيمة **x**.

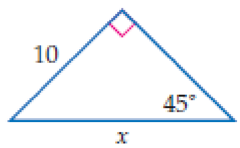
$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$\cos 60° = \frac{x}{14}$

$\frac{1}{2} = \frac{x}{14}$

$2x = 14$

$x = 7$



(3B

الحل:

طول الضلع المقابل للزاوية **45°** يساوي **10**. الطول المجهول هو الوتر. نستعمل دالة الجيب لإيجاد قيمة **x**.

$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$\sin 45° = \frac{10}{x}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{10}{x}$

$\sqrt{2}\,x = 20$

$x = \frac{20}{\sqrt{2}}$

$x = \frac{20\sqrt{2}}{2}$

$x = 10\sqrt{2}$

$x \approx 14.1$

تحقق من فهمك

(4

الحل:

الزاوية المقيسة كما يوضح الشكل هي $25°$. طول الضلع المقابل لها يساوي $37 - 18 = 19$. الضلع المجهول طوله هو طول الضلع المجاور للزاوية. نستعمل دالة الظل لإيجاد قيمة x.

$$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan 25° = \frac{19}{x}$$

$$x \tan 25° = 19$$

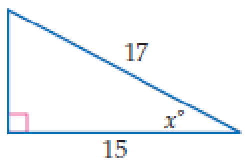
$$x = \frac{19}{\tan 25°}$$

$$x \approx 40.75$$

إذن المسافة الأفقية بين البنايتين يساوي تقريبًا 40.75 m.

تحقق من فهمك

5) أوجدي قيمة x. مقرّبةً إلى أقرب جزء من عشرة.



(5A

الحل:

بما أن نعرف طول الضلع المجاور للزاوية وطول الوتر. نستعل دالة جيب التمام.

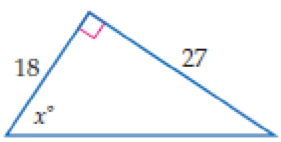
$$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos\theta = \frac{15}{17}$$

$$\cos^{-1}\frac{15}{17} = m\angle\theta$$

$$\cos^{-1}\frac{15}{17} = x$$

$$x \approx 28.1°$$



(5B

الحل:

بما أن نعرف طول الضلع المقابل للزاوية وطول الضلع المجاور لها. نستعمل دالة الظل.

$$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan\theta = \frac{27}{18}$$

$$\tan\theta = \frac{3}{2}$$

$$\tan^{-1}\frac{3}{2} = m\angle\,\theta$$

$$\tan^{-1}\frac{3}{2} = x$$

$$x \approx 56.3^\circ$$

تحقق من فهمك

6A) تفريغ حمولة: استعمل سطح مائل لتفريغ شاحنة بزاوية ارتفاع قياسها 32°. إذا كان ارتفاع السطح عند باب الشاحنة عن الأرض 1.2 m، فأوجدي طول السطح المائل.

الحل:

نكتب معادلة باستعمال دالة مثلثية تتضمن نسبة الارتفاع الرأسي (الضلع المقابل للزاوية 32°) إلى طول السطح المائل (الوتر).

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\sin 32^\circ = \frac{1.2}{x}$$

$$x\sin 32^\circ = 1.2$$

$$x = \frac{1.2}{\sin 32^\circ}$$

$$x \approx 2.3$$

إذن طول السطح المائل يساوي 2.3 m تقريبًا.

6B) سلالم: سلم طوله 4 m يستند إلى جدار منزل بزاوية ارتفاع قياسها 72°. ما ارتفاع قمة السلم عن الأرض؟

الحل:

نكتب معادلة باستعمال دالة مثلثية تتضمن نسبة الارتفاع الرأسي (الضلع المقابل للزاوية 72° ويمثل ارتفاع قمة السلم عن الأرض) إلى طول السلم (الوتر).

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\sin 72^\circ = \frac{x}{4}$$

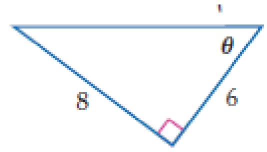
$$x = 4\sin 72^\circ$$

$$x \approx 3.8$$

إذن ارتفاع قمة السلم عن الأرض يساوي 3.8 m تقريبًا.

تأكد

أوجدي قيم الدوال المثلثية الست للزاوية θ:



(1

الحل:

نستعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر.

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 8^2 + 6^2$$
$$c^2 = 64 + 36$$
$$c^2 = 100$$
$$c = 10$$

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

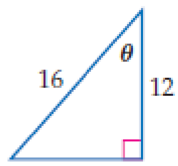
$$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$\sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$



(2

الحل:

نستعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الضلع المقابل للزاوية θ.

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$16^2 = a^2 + 12^2$$
$$256 = a^2 + 144$$
$$a^2 = 112$$
$$a = \sqrt{112}$$

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\sqrt{112}}{16} = \frac{\sqrt{16\,(7)}}{16} = \frac{4\sqrt{7}}{16} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{\sqrt{112}}{12} = \frac{\sqrt{16\,(7)}}{12} = \frac{4\sqrt{7}}{12} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

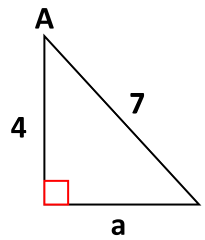
$$\csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} = \frac{16}{\sqrt{112}} = \frac{16\sqrt{112}}{112} = \frac{16\sqrt{16\,(7)}}{112} = \frac{16\,(4)\sqrt{7}}{112} = \frac{4\sqrt{7}}{7}$$

$$\sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

$$\cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{12}{\sqrt{112}} = \frac{12\sqrt{112}}{112} = \frac{12\sqrt{16\,(7)}}{112} = \frac{12\,(4)\sqrt{7}}{112} = \frac{12\sqrt{7}}{28} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

معتبرة A ∠ زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية:

3) إذا كان $\cos A = \frac{4}{7}$ ، فما قيمة sin A ؟



الحل:

الخطوة 1: نرسم مثلثاً قائم الزاوية ونسمّي إحدى زاوياه الحادة A.

بما أن $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{4}{7} = \cos A$

نحدد على الرسم طول الضلع المجاور بـ 4، و الوتر بـ 7 .

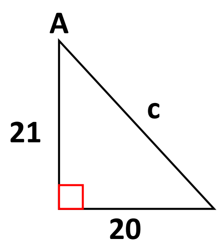
الخطوة 2: نستعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الضلع المقابل a .

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$7^2 = a^2 + 4^2$$
$$49 = a^2 + 16$$
$$a^2 = 33$$
$$a = \sqrt{33}$$

الخطوة 3 : نوجد قيمة sin A .

$$\sin A = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$
$$= \frac{\sqrt{33}}{7}$$

4) إذا كان $\tan A = \frac{20}{21}$ ، فما قيمة cos A ؟



الحل:

الخطوة 1: نرسم مثلثاً قائم الزاوية ونسمّي إحدى زاوياه الحادة A.

بما أن $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{20}{21} = \tan A$

نحدد على الرسم طول الضلع المقابل بـ 20، والمجاور بـ 21.

الخطوة 2: نستعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر c.

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 21^2 + 20^2$

$c^2 = 441 + 400$

$c^2 = 841$

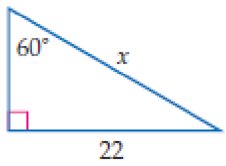
$c = 29$

الخطوة 3: نوجد قيمة cos A.

$\cos A = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$= \frac{21}{29}$

استعملي دالة مثلثية لإيجاد قيمة x . قربي إلى أقرب جزء من عشرة:

5) 

الحل:

طول الضلع المقابل للزاوية 60° يساوي 22. الطول المجهول هو الوتر. نستعمل دالة الجيب لإيجاد قيمة x.

$\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$\sin 60° = \frac{22}{x}$

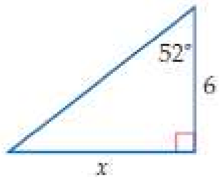
$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{22}{x}$

$\sqrt{3}\, x = 44$

$x = \frac{44}{\sqrt{3}}$

$x = \frac{44\sqrt{3}}{3}$

$x \approx 25.4$

6) 

الزاوية المقيسة كما يوضح الشكل هي 52°. طول الضلع المجاور لها يساوي 6. الضلع المجهول طوله هو الضلع المقابل لها. نستعمل دالة الظل لإيجاد قيمة x.

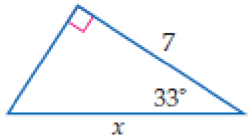
$\tan \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

$\tan 52° = \frac{x}{6}$

$x = 6 \tan 52°$

$x \approx 7.7$

(7



الحل:

الزاوية المقيسة كما يوضح الشكل هي **33°**. طول الضلع المجاور لها يساوي **7**. الضلع المجهول طوله هو الوتر. نستعمل دالة جيب التمام لإيجاد قيمة **x**.

$\cos \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$\cos 33° = \frac{7}{x}$

$x \cos 33° = 7$

$x = \frac{7}{\cos 33°}$

$x \approx 8.3$

8) أشجار: يقف عبدالله ملاصقاً لإحدى شجرتين متقابلتين في حديقة. إذا تحرك مبتعداً عن مكانه مسافة **100 ft**، في مسار عموديّ على الخط الواصل بين شجرتين ، ومشكّلاً معهما زاوية قياسها **70°**، فما البعد بين الشجرتين؟

الحل:

نكتب معادلة باستعمال دالة مثلثية تتضمن نسبة (الضلع المقابل للزاوية **70°** ويمثل البعد عن الشجرتين) إلى (الضلع المجاور للزاوية **70°** ويمثل المسافة التي قطعها عبدالله وهي تساوي **100 ft**).

$\tan \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

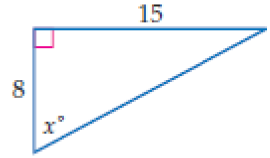
$\tan 70° = \frac{x}{100}$

$x = 100 \tan 70°$

$x \approx 274.7$

إذن البعد بين الشجرتين يساوي **274.7 ft** تقريبًا.

أوجدي قيمة **x**. قرّبي إلى أقرب جزء من عشرة:



(9

الحل:

بما أن نعرف طول الضلع المقابل للزاوية وطول الضلع المجاور لها. نستعمل دالة الظل.

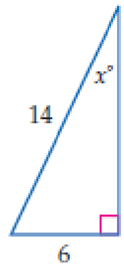
$$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan\theta = \frac{15}{8}$$

$$\tan^{-1}\frac{15}{8} = m\angle\theta$$

$$\tan^{-1}\frac{15}{8} = x$$

$$x \approx 61.9^\circ$$



(10

الحل:

بما أن نعرف طول الضلع المقابل للزاوية وطول الوتر. نستعمل دالة الجيب.

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

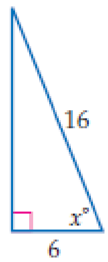
$$\sin\theta = \frac{6}{14}$$

$$\sin\theta = \frac{3}{7}$$

$$\sin^{-1}\frac{3}{7} = m\angle\theta$$

$$\sin^{-1}\frac{3}{7} = x$$

$$x \approx 25.4^\circ$$



(11

الحل:

بما أن نعرف طول الضلع المجاور للزاوية وطول الوتر. نستعمل دالة جيب التمام.

$$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos\theta = \frac{6}{16}$$

$$\cos\theta = \frac{3}{8}$$

$$\cos^{-1}\frac{3}{8} = m\angle\theta$$

$$\cos^{-1}\frac{3}{8} = x$$

$$x \approx 68.0^\circ$$

12) سلالم: إذا علمتِ أن زاوية ارتفاع السلالم الموصى بها لمكافحة الحرائق هي 75°، فإلى أي ارتفاع على بناية يمكن أن يصل سلم طوله 6.5 m، إذا تم الاعتماد على زاوية الارتفاع الموصى بها، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة؟

الحل:

نكتب معادلة باستعمال دالة مثلثية تتضمن نسبة الارتفاع الرأسي (الضلع المقابل للزاوية 75° ويمثل ارتفاع قمة السلم عن الأرض) إلى طول السلم (الوتر).

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\sin 75^\circ = \frac{x}{6.5}$$

$$x = 6.5\sin 75^\circ$$

$$x \approx 6.3$$

إذن ارتفاع قمة السلم عن الأرض يساوي 6.3 m تقريبًا.