

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج السعودية



موقع المناهج المنهاج السعودي

* للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://www.almanahj.com/sa>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد المستوى الرابع اضغط هنا

<https://almanahj.com/sa/13>

* للحصول على جميع أوراق عمل لجميع مواد المستوى الرابع في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/sa/13math>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد المستوى الرابع في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://www.almanahj.com/sa/13math2>

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ المستوى الرابع اضغط هنا

<https://www.almanahj.com/sa/grade13>

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا

<https://t.me/sacourse>

Trigonometry

التحصيل الالكتروني: حساب المثلثات

التاريخ: 1439هـ /

الموضوع: قانون جيوب التمام.

اليوم:



(1) حلّي ΔFGH الذي فيه: $G = 82^\circ$, $f = 6$, $h = 4$ مقربةً طول الضلع إلى أقرب جزء من عشرة ، وقياس الزاويتين إلى أقرب درجة .

الحل:

الخطوة 1 : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث.

$$g^2 = f^2 + h^2 - 2fh \cos G \quad \text{قانون جيوب التمام}$$

$$g^2 = 6^2 + 4^2 - 2(6)(4) \cos 82^\circ \quad \text{التعويض}$$

$$g^2 = 36 + 16 - 48 \cos 82^\circ$$

$$g^2 = 52 - 48 \cos 82^\circ$$

$$g^2 \approx 45.32$$

$$g \approx 6.7$$

الخطوة 2 : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد القياس المجهول لإحدى الزاويتين.

$$\frac{\sin F}{f} = \frac{\sin G}{g} \quad \text{قانون الجيوب}$$

$$\frac{\sin F}{6} \approx \frac{\sin 82^\circ}{6.7} \quad \text{بالتعويض}$$

$$\sin F \approx \frac{6 \sin 82^\circ}{6.7}$$

$$F \approx \sin^{-1} \frac{6 \sin 82^\circ}{6.7} \quad \text{الحل بالنسبة للمتغير}$$

$$F \approx 62^\circ \quad \text{باستعمال الآلة الحاسبة}$$

الخطوة 3 : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m \angle H \approx 180^\circ - (82^\circ + 62^\circ) \approx 180^\circ - 144^\circ \approx 36^\circ$$



(2) حلّي ΔABC الذي فيه: $a = 5$, $b = 11$, $c = 8$ مقربةً قياسات الزوايا إلى أقرب درجة .

الحل:

الخطوة 1 : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد قياس الزاوية الكبرى في ΔABC وهي $\angle B$.

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \quad \text{قانون جيوب التمام}$$

$$121 = 25 + 64 - 80 \cos B \quad \text{التعويض}$$

$$121 = 89 - 80 \cos B$$

$$32 = -80 \cos B$$

$$\cos B = -\frac{32}{80}$$

Trigonometry

التحصيل الالامن: حساب المثلثات

$$B = \cos^{-1} - \frac{32}{80}$$

$$B \approx 114^\circ$$

الخطوة 2 : نستعمل قانون الجيب لإيجاد $\angle A$.

$$\text{قانون الجيب } \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$

$$\text{بالتعميض } \frac{\sin A}{5} \approx \frac{\sin 114^\circ}{11}$$

$$\sin A \approx \frac{5 \sin 114^\circ}{11}$$

$$A \approx \sin^{-1} \frac{5 \sin 114^\circ}{11}$$

الحل بالنسبة للمتغير A باستعمال الآلة الحاسبة

$$A \approx 25^\circ$$

الخطوة 3 : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m \angle C \approx 180^\circ - (114^\circ + 25^\circ) \approx 180^\circ - 139^\circ \approx 41^\circ$$



(3) ماراثون: ركض سعيد مسافة 6 km في اتجاه معين. ثم انعطف بزاوية قياسها 79° ، وركض مسافة بين النقطة التي بدأ منها سعيد الركض والنقطة التي وصل إليها؟

الحل:

نستعمل قانون جيب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \quad \text{قانون جيب التمام}$$

$$c^2 = 6^2 + 7^2 - 2(6)(7) \cos 79^\circ \quad \text{التعميض}$$

$$c^2 = 36 + 49 - 84 \cos 79^\circ$$

$$c^2 = 85 - 84 \cos 79^\circ$$

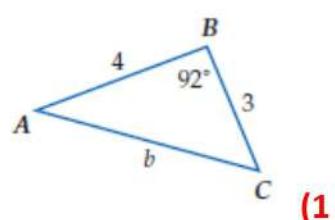
$$c^2 \approx 68.97$$

$$c \approx 8.3$$

إذن المسافة بين النقطة التي بدأ منها سعيد الركض والنقطة التي وصل إليها هي 8.3 km تقريباً.



في الأسئلة (4 - 1)، حل كل مثلث. قرّي أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:



الحل:

الخطوة 1 : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث.

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 a c \cos B \quad \text{قانون جيوب التمام}$$

$$b^2 = 3^2 + 4^2 - 2 (3) (4) \cos 92^\circ \quad \text{التعويض}$$

$$b^2 = 9 + 16 - 24 \cos 92^\circ$$

$$b^2 = 25 - 24 \cos 92^\circ$$

$$b^2 \approx 25.84$$

$$b \approx 5.1$$

الخطوة 2 : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد القياس المجهول لإحدى الزاويتين.

$$\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{a}{b} \quad \text{قانون الجيوب}$$

$$\frac{\sin A}{3} \approx \frac{\sin 92^\circ}{5.1} \quad \text{بالتعويض}$$

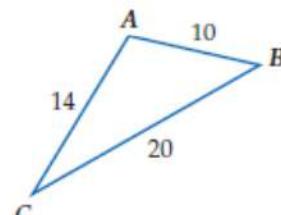
$$\sin A \approx \frac{3 \sin 92^\circ}{5.1}$$

$$A \approx \sin^{-1} \frac{3 \sin 92^\circ}{5.1} \quad A \text{ بالنسبة للمتغير} \quad A \approx 36^\circ$$

باستعمال الآلة الحاسبة $A \approx 36^\circ$

الخطوة 3 : يوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m \angle C \approx 180^\circ - (92^\circ + 36^\circ) \approx 180^\circ - 128^\circ \approx 52^\circ$$



(2)

الحل:

الخطوة 1 : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد قياس الزاوية الكبرى في $\triangle ABC$ وهي $\angle A$.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 b c \cos A \quad \text{قانون جيوب التمام}$$

$$20^2 = 14^2 + 10^2 - 2 (14) (10) \cos A \quad \text{التعويض}$$

$$400 = 196 + 100 - 280 \cos A$$

$$400 = 296 - 280 \cos A$$

$$104 = -280 \cos A$$

$$\cos A = -\frac{104}{280}$$

$$A = \cos^{-1} -\frac{104}{280}$$

$$A \approx 112^\circ$$

الخطوة 2 : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد $\angle B$.

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a} \quad \text{قانون الجيوب}$$

Trigonometry

التحصيل الالامن: حساب المثلثات

$$\frac{\sin B}{14} \approx \frac{\sin 112^\circ}{20}$$

$$\sin B \approx \frac{14 \sin 112^\circ}{20}$$

$$B \approx \sin^{-1} \frac{14 \sin 112^\circ}{20}$$

الحل بالنسبة للمتغير B

باستعمال الآلة الحاسبة

$$B \approx 40^\circ$$

الخطوة 3 : يوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m \angle C \approx 180^\circ - (112^\circ + 40^\circ) \approx 180^\circ - 152^\circ \approx 28^\circ$$

$$a = 5, b = 8, c = 12 \quad (3)$$

الحل :

الخطوة 1 : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد قياس الزاوية الكبرى في ΔABC وهي $\angle C$.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \quad \text{قانون جيوب التمام}$$

$$12^2 = 5^2 + 8^2 - 2(5)(8) \cos C \quad \text{التعويض}$$

$$144 = 25 + 64 - 80 \cos C$$

$$144 = 89 - 80 \cos C$$

$$55 = -80 \cos C$$

$$\cos C = -\frac{55}{80}$$

$$C = \cos^{-1} -\frac{55}{80}$$

$$C \approx 133^\circ$$

الخطوة 2 : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد $\angle A$.

$$\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin C}{12} \quad \text{قانون الجيوب}$$

$$\frac{\sin A}{5} \approx \frac{\sin 133^\circ}{12}$$

$$\sin A \approx \frac{5 \sin 133^\circ}{12}$$

$$A \approx \sin^{-1} \frac{5 \sin 133^\circ}{12}$$

باستعمال الآلة الحاسبة

$$A \approx 18^\circ$$

الخطوة 3 : يوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m \angle B \approx 180^\circ - (133^\circ + 18^\circ) \approx 180^\circ - 151^\circ \approx 29^\circ$$

$$B = 110^\circ, a = 6, c = 3 \quad (4)$$

الحل :

الخطوة 1 : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث.

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ab \cos B \quad \text{قانون جيوب التمام}$$

$$b^2 = 6^2 + 3^2 - 2(6)(3) \cos 110^\circ \quad \text{التعويض}$$

$$b^2 = 36 + 9 - 36 \cos 110^\circ$$

$$b^2 = 45 - 36 \cos 110^\circ$$

$$b^2 \approx 57.31$$

$$b \approx 7.6$$

الخطوة 2 : نستعمل قانون الجيب لإيجاد القياس المجهول لإحدى الزاويتين.

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$

$$\frac{\sin A}{6} \approx \frac{\sin 110^\circ}{7.6}$$

$$\sin A \approx \frac{6 \sin 110^\circ}{7.6}$$

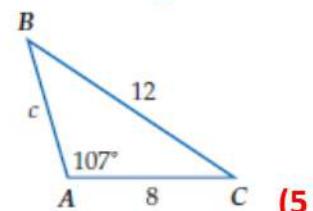
$$A \approx \sin^{-1} \frac{6 \sin 110^\circ}{7.6}$$

$$\text{باستعمال الآلة الحاسبة} \quad A \approx 48^\circ$$

الخطوة 3 : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m\angle C \approx 180^\circ - (110^\circ + 48^\circ) \approx 180^\circ - 158^\circ \approx 22^\circ$$

في الأسئلة (7 - 5)، حدد القانون (الجيب أو جيب التمام) الذي يجب البدء باستعماله حل كل مثلث مما يأتي، ثم حل المثلث مقربةً أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة ، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.



(5)

الحل:

نستعمل قانون الجيب أولاً:

m∠B : نوجد

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a}$$

$$\frac{\sin B}{8} = \frac{\sin 107^\circ}{12}$$

$$\sin B = \frac{8 \sin 107^\circ}{12}$$

$$B = \sin^{-1} \frac{8 \sin 107^\circ}{12}$$

$$\text{باستعمال الآلة الحاسبة} \quad B \approx 40^\circ$$

الخطوة 2 : نوجد

$$m\angle C \approx 180^\circ - (107^\circ + 40^\circ) \approx 180^\circ - 147^\circ \approx 33^\circ$$

c : نوجد

$$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a}$$

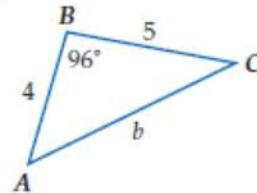
$$\frac{\sin 33^\circ}{c} \approx \frac{\sin 107^\circ}{12}$$

$$c \approx \frac{12 \sin 33^\circ}{\sin 107^\circ}$$

$$\text{باستعمال الآلة الحاسبة} \quad c \approx 6.8$$

Trigonometry

التحصيل الالامن: حساب المثلثات



(6)

الحل:

الخطوة 1 : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث.

$$\text{قانون جيوب التمام } b^2 = a^2 + c^2 - 2 a c \cos B$$

$$b^2 = 5^2 + 4^2 - 2 (5) (4) \cos 96^\circ \quad \text{التعويض}$$

$$b^2 = 25 + 16 - 40 \cos 96^\circ$$

$$b^2 = 41 - 40 \cos 96^\circ$$

$$b^2 \approx 45.18$$

$$b \approx 6.7$$

الخطوة 2 : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد القياس المجهول لإحدى الزاويتين.

$$\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{b} \quad \text{قانون الجيوب}$$

$$\frac{\sin A}{5} \approx \frac{\sin 96^\circ}{6.7} \quad \text{بالتقريب}$$

$$\sin A \approx \frac{5 \sin 96^\circ}{6.7}$$

$$A \approx \sin^{-1} \frac{5 \sin 96^\circ}{6.7} \quad A \text{ بالنسبة للمتغير}$$

$$A \approx 48^\circ \quad \text{باستعمال الآلة الحاسبة}$$

الخطوة 3 : يوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m \angle C \approx 180^\circ - (96^\circ + 48^\circ) \approx 180^\circ - 144^\circ \approx 36^\circ$$

$$. R = 35^\circ, s = 16, t = 9 \Delta RST \quad (7)$$

الحل:

الخطوة 1 : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث.

$$r^2 = s^2 + t^2 - 2 s t \cos R \quad \text{قانون جيوب التمام}$$

$$r^2 = 16^2 + 9^2 - 2 (16) (9) \cos 35^\circ \quad \text{التعويض}$$

$$r^2 = 256 + 81 - 288 \cos 35^\circ$$

$$r^2 = 337 - 288 \cos 35^\circ$$

$$r^2 \approx 101.08$$

$$r \approx 10.1$$

الخطوة 2 : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد قياس الزاوية الكبرى في ΔRST وهي $\angle S$.

$$s^2 = t^2 + r^2 - 2 t r \cos S \quad \text{قانون جيوب التمام}$$

$$16^2 \approx 9^2 + 10.1^2 - 2 (9) (10.1) \cos S \quad \text{التعويض}$$

$$256 \approx 81 + 102.01 - 181.8 \cos S$$

Trigonometry

التحليل التحليلي: حساب المثلثات

$$256 \approx 183.01 - 181.8 \cos S$$

$$72.99 \approx -181.8 \cos S$$

$$\cos S \approx -\frac{72.99}{181.8}$$

$$S \approx \cos^{-1} -\frac{72.99}{181.8}$$

$$S \approx 114^\circ$$

الخطوة 3 : يوجد

$$m\angle T \approx 180^\circ - (35^\circ + 114^\circ) \approx 180^\circ - 149^\circ \approx 31^\circ$$

- (8) كرة قدم: في إحدى مباريات كرة القدم كان لاعب خط الوسط على بعد 20 m من لاعب الجناح الأيمن. ودار لاعب خط الوسط بزاوية قياسها 40° ، فرأى لاعب الجناح الأيسر على بعد 16 m منه. ما المسافة بين لاعبي الجناحين؟

الحل:

نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \quad \text{قانون جيوب التمام}$$

$$c^2 = 20^2 + 16^2 - 2(20)(16) \cos 40^\circ \quad \text{التعويض}$$

$$c^2 = 400 + 256 - 640 \cos 40^\circ$$

$$c^2 = 656 - 640 \cos 40^\circ$$

$$c^2 \approx 165.73$$

$$c \approx 12.9$$

إذن المسافة بين لاعبي الجناحين هي 12.9 m تقريباً.