تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج السعودية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://www.almanahj.com/sa

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد المستوى الخامس اضغط هنا

https://almanahj.com/sa/14

* للحصول على جميع أوراق المستوى الخامس في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/sa/14math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد المستوى الخامس في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الأول اضغط هنا

https://www.almanahj.com/sa/14math1

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول لـ المستوى الخامس اضغط هنا

https://www.almanahj.com/sa/grade14

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا https://t.me/course/sa

المادة / رياضيات

الموضوع / القطوع المخروطية
Conic Sections

التاريخ /

فيما سبق:

درستَ تمثيل الدالة التربيعية (والتي تمثل قطعًا مكافئًا)، ودالة المقلوب (والتي تمثل قطعًا زائدًا). الدرس (3-5)

والآن:

- أُحلّلُ معادلات القطوع المكافئة، والدوائر، والقطوع الناقصة، والقطوع الزائدة، وأمثّلُها بيانيًا.
- أكتبُ معادلات القطوع المكافئة، والدوائر، والقطوع الناقصة، والقطوع الزائدة.
- أحدد أنواع القطوع المخروطية باستعمال معادلاتها.
- أحلُّ مسائل تتضمن حركة المقذوفات.

اختبار سريع

أوجد محور التماثل والمقطع y والرأس لمنحنى كل دالة تربيعية مما يأتي:

1) $f(x) = x^2 - 2x - 12$

6) $f(x) = 4x^2 + 8x - 1$

التهيئة للفصل 4

أوجد مميز كل من الدوال التربيعية الآتية:

9) $f(x) = 2x^2 + 6x - 9$

13) $f(x) = 4x^2 - 2x + 11$

أكمل المربع في كل عبارة تربيعية مما يأتي إن أمكن:

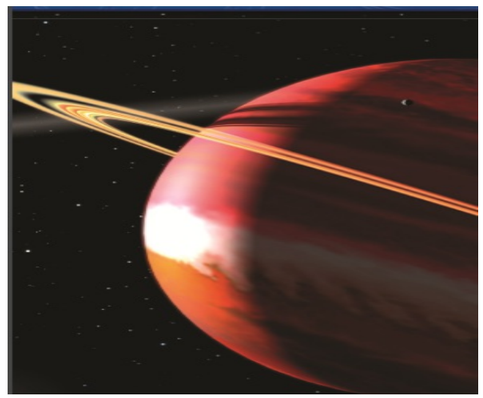
14) $x^2 + 8x$

18) **هدية:** أحضر مجموعة من الأصدقاء 50 كوبًا ورقيًّا لاستعمالها في رحلة ترفيهية. ويعتمد عدد الأكواب التي سيستعملها كل شخص على عدد الأشخاص المشتركين في الرحلة. اكتب دالة تمثّل هذا الموقف، ومثّلها بيانيًّا.

لماذا؟

فضاء: القطوع المخروطية شائعة الاستعمال في مجالات الفضاء: إذ تستعمل معادلات الدوائر في وصف مدارات حركة السفن الفضائية والأقمار الصناعية حول الأرض. كما أن الكواكب تسير في مسارات بيضاوية الشكل تشبه القطوع الناقصة، أمّا المذنّبات، فتسير في اتجاه أحد جزئي القطع الزائد، ممّا يساعد على التنبؤ بزمن ظهورها لاحقًا.

قراءة سابقة: اكتب قائمة بما تعرفه حول العلاقات والدوال التربيعية وتمثيلهما البياني.



مراجعة المفردات

التحويلات الهندسية للدوال (Functions transformations):
هي التغيرات التي تؤثر في الدالة الرئيسة (الأم).

المماس (tangent line):
يكون المستقيم مماسًا لمنحنى إذا قطعه ولم يعبره عند نقطة التماس.

متطابقات فيثاغورس (pythagorean identities):

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$

$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$

إكمال المربع (completing the square):
لإكمال المربع في أي عبارة تربيعية على الصورة $x^2 + bx$، اتبع الخطوات التالية:

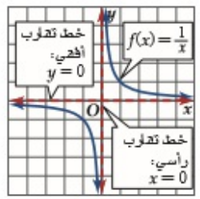
1) أوجد نصف معامل x: أي نصف b.

2) ربّع الناتج في الخطوة (1).

3) اجمع الناتج في الخطوة (2) إلى العبارة $x^2 + bx$.

محور التماثل (axis of symmetry):
مستقيم يتماثل حوله المنحنى أو الشكل.

خط التقارب (asymptote):
هو المستقيم الذي يقترب منه التمثيل البياني للدالة.



عبدالمجيد العويمري
Telgram:@m_14399

المادة / رياضيات

الموضوع/

التاريخ/

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

القطوع المخروطية
Conic Sections

القطوع المكافئة
Parabolas

لماذا؟

استعمل العلماء حديثًا تلسكوب سطح الزئبق؛ لمشاهدة صور الفضاء، وهو تلسكوب ذو مرآة سائلة (طبقة من الزئبق) مقعرة مقطعها العرضي على شكل قطع مكافئ، مع آلة تصوير مثبتة عند البؤرة.

والآن:

- أحلُّ معادلات قطوع مكافئة، وأمثّلها بيانيًا.
- أكتبُ معادلات قطوع مكافئة.

فيما سبق:

درستُ الدوال التربيعية وتحليلها وتمثيلها بيانيًا. (مهارة سابقة)

القطوع المخروطية: **القطوع المخروطية** هي الأشكال الناتجة عن تقاطع مستوى ما مع مخروطين دائريين قائمين متقابلين بالرأس، كليهما أو أحدهما. بحيث لا يمر المستوى بالرأس.

والقطوع المخروطية الأربعة الواردة في هذا الفصل هي: القطع المكافئ والقطع الناقص والدائرة والقطع الزائد.

القطع المكافئ

الدائرة

القطع الزائد

القطع الناقص

الصورة العامة لمعادلات القطوع المخروطية هي $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$، حيث A, B, C أعداد ليست جميعها أصفارًا. وتوجد صورة أكثر تحديدًا لمعادلة كل قطع مخروطي، وسيتم تقديمها جميعًا في دروس هذا الفصل.

المفردات

القطع المخروطي
conic section

المحل الهندسي
locus

القطع المكافئ
parabola

البؤرة
focus

الدليل
directrix

محور التماثل
axis of symmetry

الرأس
vertex

الوتر البؤري
latus rectum

عبدالمجيد العويمري
Telgram:@m_14399

المادة / رياضيات

الموضوع/

التاريخ/

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

القطوع المخروطية
Conic Sections

القطوع المكافئة
Parabolas

والآن:

- أحَلُ معادلات قطوع مكافئة، وأمثّلها بيانيًا.
- أكتبُ معادلات قطوع مكافئة.

فيما سبق:

درستُ الدوال التربيعية وتحليلها وتمثيلها بيانيًا. (مهارة سابقة)

المفردات

القطع المخروطي
conic section
المحل الهندسي
locus
القطع المكافئ
parabola
البؤرة
focus
الدليل
directrix
محور التماثل
axis of symmetry
الرأس
vertex
الوتر البؤري
latus rectum

إرشادات للدراسة

القطع

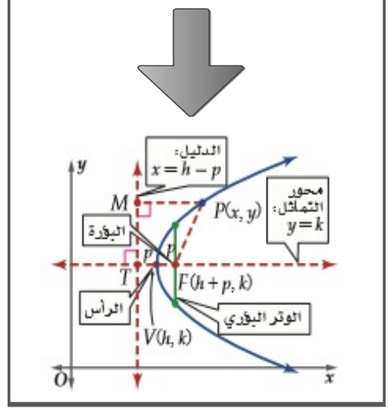
كلمة قطع هي مفرد كلمة قطوع، وتعني في اللغة الجزء قال تعالى: (فَأَسْرِ بِأَهْلِكَ بِقِطْعٍ مِّنَ ٱلَّيْلِ ...) هود: 81

قراءة الرياضيات

اتجاه فتحة منحنى القطع

ستلاحظ في هذا الدرس أن منحنيات القطع المكافئ مفتوحة رأسيًا (إلى أعلى أو إلى أسفل)، أو أفقيًا (إلى اليمين أو اليسار).

تحليل القطع المكافئ وتمثيله بيانيًا:



المحل الهندسي هو الشكل الهندسي الذي ينتج عن مجموعة النقاط التي تحقّق خاصية هندسية معينة. **القطع المكافئ** هو المحل الهندسي لمجموعة نقاط المستوى التي يكون بُعد كل منها عن نقطة ثابتة تسمى **البؤرة** مساويًا دائمًا لبعدها عن مستقيم معلوم يسمّى **الدليل**.

والقطع المكافئ متماثل حول المستقيم العمودي على الدليل والمار بالبؤرة، ويُسمى هذا المستقيم **محور التماثل**. وتُسمى نقطة تقاطع القطع المكافئ مع محور التماثل **الرأس**. وتُسمى القطعة المستقيمة المارة بالبؤرة والعمودية على محور التماثل **بالوتر البؤري**، ويقع طرفا الوتر البؤري على القطع المكافئ.

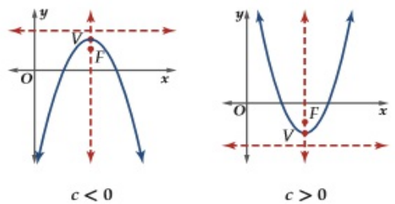
الصورة القياسية لمعادلة القطع المكافئ:

القطوع المكافئة (الدرس 1-4)

المعادلة في الصورة القياسية	الاتجاه	الرأس	البؤرة
$(y-k)^2 = 4p(x-h)$	أفقي	(h, k)	$(h+p, k)$
$(x-h)^2 = 4p(y-k)$	رأسي	(h, k)	$(h, k+p)$

مفهوم أساسي خصائص القطع المكافئ

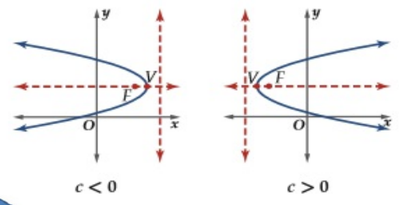
المعادلة في الصورة القياسية: $(x-h)^2 = 4c(y-k)$



$c < 0$ $\quad$ $c > 0$

الاتجاه:	المنحنى مفتوح رأسيًا
الرأس:	(h, k)
البؤرة:	$(h, k+c)$
معادلة محور التماثل:	$x = h$
معادلة الدليل:	$y = k - c$
طول الوتر البؤري:	$\|4c\|$

المعادلة في الصورة القياسية: $(y-k)^2 = 4c(x-h)$



$c < 0$ $\quad$ $c > 0$

الاتجاه:	المنحنى مفتوح أفقيًا
الرأس:	(h, k)
البؤرة:	$(h+c, k)$
معادلة محور التماثل:	$y = k$
معادلة الدليل:	$x = h - c$
طول الوتر البؤري:	$\|4c\|$

يمكنك استعمال الصورة القياسية لمعادلة القطع المكافئ لتحديد خصائصه مثل الرأس والبؤرة والدليل.

عبدالمجيد العويمري
Telgram:@m_14399

المادة / رياضيات

الموضوع/

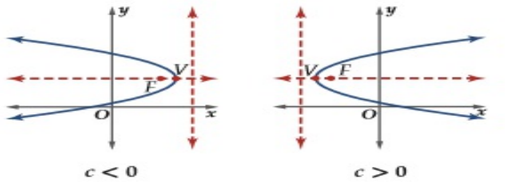
التاريخ/

القطوع المكافئة
Parabolas

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

المعادلة في الصورة القياسية: $(y-k)^2 = 4c(x-h)$



$c < 0$

$c > 0$

الاتجاه:	المنحنى مفتوح أفقيًا
الرأس:	(h, k)
البؤرة:	$(h + c, k)$
معادلة محور التماثل:	$y = k$
معادلة الدليل:	$x = h - c$
طول الوتر البؤري:	$\lvert 4c \rvert$

تدريب فردي

تحديد خصائص القطع المكافئ وتمثيل منحناه بيانيًا

إرشادات للدراسة

رسم الوتر البؤري

لرسم الوتر البؤري في المثال 1، ارسم قطعة مستقيمة طولها 12 وحدة، وتمر بالبورة التي تقع في منتصفها، وتكون عمودية على محور التماثل.

إرشادات للدراسة

اتجاه القطع المكافئ

يكون اتجاه القطع المكافئ الذي محور تماثله موازٍ لأحد محوري الإحداثيات:

- مفتوحًا إلى أعلى إذا كان الحد التربيعي هو x، وكانت $c > 0$.
- مفتوحًا إلى الأسفل إذا كان الحد التربيعي هو x، وكانت $c < 0$.
- مفتوحًا إلى اليمين إذا كان الحد التربيعي هو y، وكانت $c > 0$.
- مفتوحًا إلى اليسار إذا كان الحد التربيعي هو y، وكانت $c < 0$.

مثال 1 تحديد خصائص القطع المكافئ وتمثيل منحناه بيانيًا

حدّد خصائص القطع المكافئ $(y+5)^2 = -12(x-2)$، ثم مثّل منحناه بيانيًا.

الرأس:

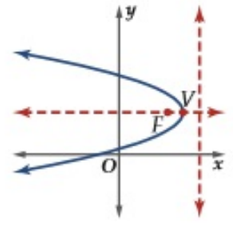
البؤرة:

الدليل:

محور التماثل:

طول الوتر البؤري:

تمثيل منحناه بيانيًا



تحقق من فهمك

1A $8(y+3) = (x-4)^2$

الرأس:

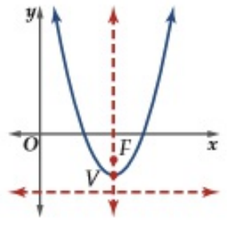
البؤرة:

الدليل:

محور التماثل:

طول الوتر البؤري:

تمثيل منحناه بيانيًا



1B $2(x+6) = (y+1)^2$

الرأس:

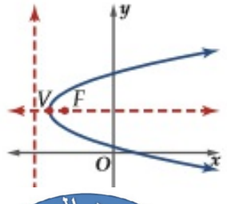
البؤرة:

الدليل:

محور التماثل:

طول الوتر البؤري:

تمثيل منحناه بيانيًا



عبدالمجيد العويمري
Telgram:@m_14399

المادة / رياضيات
الموضوع/
التاريخ/

القطوع المكافئة
Parabolas

خصائص القطع المكافئ

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

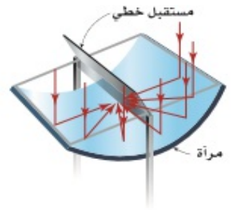
الربط مع الحياة

توليد الكهرباء تستعمل مرايا على شكل قطوع مكافئة؛ لتوليد الكهرباء من الطاقة الشمسية، إذ تعمل المرايا على تسخين زيت يمر خلال أنابيب تمر عند بؤر هذه القطوع.

تدريب فردي

مثال 2 من واقع الحياة

طاقة شمسية : يتكون مجمِّع شمسي من مرآة مقطعها العرضي على شكل قطع مكافئ معادلته $x^2 = 3.04y$ ، حيث x, y بالأمتار، وتعمل المرآة على تركيز أشعة الشمس على مستقبل خطي يقع عند بؤرة القطع ، أين يقع المستقبل الخطي بالنسبة إلى رأس القطع المكافئ؟



تحقق من فهمك

2) فلك: عُد إلى فقرة "لماذا؟" في بداية الدرس. افترض أنه يمكن تمثيل القطع المكافئ الظاهر في الصورة باستعمال المعادلة $x^2 = 44.8(y - 6)$، حيث $-5 \le x \le 5$. إذا كانت x, y بالأقدام، فأين تقع آلة التصوير بالنسبة إلى رأس القطع المكافئ؟

عبدالمجيد العويمري
Telgram:@m_1439

المادة / رياضيات
الموضوع/
التاريخ/

القطوع المكافئة
Parabolas

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

كتابة معادلة القطع المكافئ على الصورة القياسية

تدريب فردي

مثال 3 كتابة معادلة القطع المكافئ على الصورة القياسية

اكتب المعادلة $y = -\frac{1}{4}x^2 + 3x + 6$ على الصورة القياسية للقطع المكافئ، ثم حدِّد خصائص القطع المكافئ، ومثّل منحناه بيانيًّا.

الرأس:

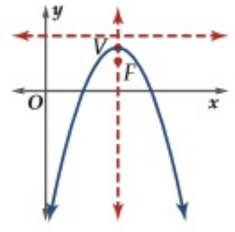
البؤرة:

طول الوتر البؤري:

الدليل:

محور التماثل:

تمثيل منحناه بيانيًّا



تحقق من فهمك

3A $x^2 - 4y + 3 = 7$

$12x$

الرأس:

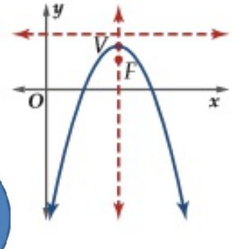
البؤرة:

طول الوتر البؤري:

الدليل:

محور التماثل:

تمثيل منحناه بيانيًّا



عبدالمجيد العويمري
Telgram:@m_1439

المادة / رياضيات
الموضوع/
التاريخ/

القطوع المكافئة
Parabolas

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

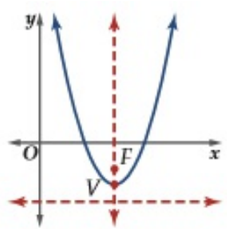
معادلات القطوع المكافئة : يمكن استعمال خصائص معينة لتحديد معادلة القطع المكافئ.

تدريب فردي

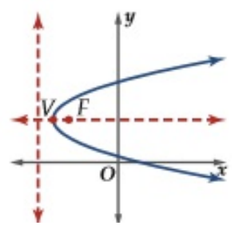
مثال 4 كتابة معادلة القطع المكافئ بمعلومية بعض خصائصه

اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي، ثم مثِّل منحناه بيانيًّا:

a) البؤرة $(-4, 3)$ والرأس $(-4, 1)$.



b) الرأس $(4, -2)$ والدليل $y = 1$



عبدالمجيد العويمري
Telgram:@m_14399

المادة / رياضيات
الموضوع/
التاريخ/

القطوع المكافئة
Parabolas

كتابة معادلة القطع المكافئ على الصورة القياسية

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

تدريب فردي

تحقق من فهمك

4A) البؤرة $(2, -6)$ والرأس $(-1, -6)$

4D) البؤرة $(5, -1)$ ، والمنحنى مفتوح إلى اليمين، ويمر بالنقطة $(-7, 8)$.

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

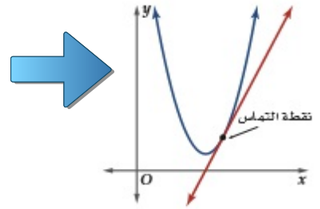
المادة / رياضيات

الموضوع / مماس منحنى القطع المكافئ

التاريخ /

القطوع المكافئة
Parabolas

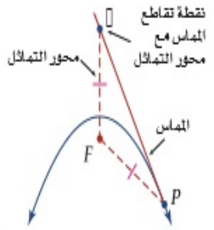
يمكن رسم مماسٍ لمنحنى القطع المكافئ عند أي نقطة عليه، وستدرس لاحقًا كيفية تحديد معادلة مماس المنحنى باستعمال التفاضل. ويمكن إيجاد معادلة المماس للقطع المكافئ دون استعمال التفاضل.



مفهوم أساسي مماس منحنى القطع المكافئ

مماس القطع المكافئ عند النقطة P المغايرة لرأسه هو مستقيم يحوي أحد أضلاع مثلث متطابق الضلعين بحيث تكون:

- القطعة المستقيمة الواصلة بين P والبؤرة هي أحد الضلعين المتطابقين.
- القطعة المستقيمة الواصلة بين البؤرة ونقطة تقاطع المماس مع محور التماثل هي الضلع الثاني.



تدريب فردي

إرشادات للدراسة

معادلة مماس منحنى القطع المكافئ عند الرأس

— إذا كان المنحنى مفتوحًا أفقيًا، فإن معادلة المماس عند رأس القطع هي: $x = h$

— إذا كان المنحنى مفتوحًا رأسيًا، فإن معادلة المماس عند رأس القطع هي: $y = k$

مثال 5 كتابة معادلة مماس منحنى القطع المكافئ

اكتب معادلة مماس منحنى القطع المكافئ $x = y^2 + 3$ عند النقطة $P(7, 2)$.

الخطوة الأولى:

الخطوة الثانية:

الخطوة الثالثة:

الخطوة الرابعة:

المادة / رياضيات
الموضوع/
التاريخ/

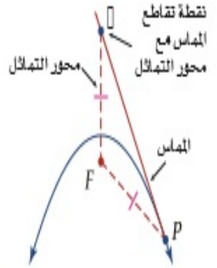
القطوع المكافئة
Parabolas

مماس منحنى القطع المكافئ

تدريب فردي

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

مفهوم أساسي — مماس منحنى القطع المكافئ



مماس القطع المكافئ عند النقطة P المغايرة لرأسه هو مستقيم يحوي أحد أضلاع مثلث متطابق الضلعين بحيث تكون:

- القطعة المستقيمة الواصلة بين P والبؤرة هي أحد الضلعين المتطابقين.
- القطعة المستقيمة الواصلة بين البؤرة ونقطة تقاطع المماس مع محور التماثل هي الضلع الثاني.

تحقق من فهمك

(5A $(y = 4x^2 + 4; (-1, 8$

(5B $x = 5 - \frac{y^2}{4}; (1, -4)$

المادة / رياضيات
الموضوع/
التاريخ/

القطوع المكافئة
Parabolas

تقويم الدرس

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

تدرب وحل المسائل

حدّد خصائص القطع المكافئ المعطاة معادلته في كل مما يأتي، ثم مثّل منحناه بيانيًّا: (مثال 1)

4) $-40(x+4) = (y-9)^2$

7) لوح تزلُّج: صمَّم بدر لوح تزلُّج مقطعه العرضي على شكل قطع مكافئ معادلته $x^2 = 8(y-2)$، حيث x, y بالأقدام. احسب المسافة بين بؤرة القطع المكافئ ودليله؟ (مثال 2)

اكتب كل معادلة مما يأتي على الصورة القياسية للقطع المكافئ، ثم حدِّد خصائصه ومثِّل منحناه بيانيًّا: (مثال 3)

9) $x^2 - 17 = 8y + 39$

اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي: (مثال 4)

19) البؤرة $(-2, -3)$، والرأس $(-2, 1)$

اكتب معادلة مماس منحنى كل قطع مكافئ مما يأتي عند النقطة المعطاة: (مثال 5)

27) $-4x = (y+5)^2; (0, -5)$

مراجعة تراكمية

47) أوجد كلًّا مما يأتي إذا كان: (الدرس 1-1)

a) $h(-3)$

مسائل مهارات التفكير العليا

36) اكتشف الخطأ: مثّلت صفيّة وميمونة المنحنى $x^2 + 6x - 4y + 9 = 0$ بيانيًّا كما هو موضح أدناه. فأي التمثيلين صحيح؟ فسّر تبريرك.

تدريب على اختبار

49) إذا كان x عددًا موجبًا، فإن $\frac{x^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}}$ تساوي

A $x^{-\frac{1}{4}}$ B $\sqrt{x^3}$ C $x^{\frac{3}{4}}$ D $\sqrt{x^5}$

تمثيل المنحنى بيانياً

عبدالمجيد العويمري
Telgram:@m_14399

عبدالمجيد العويمري
Telgram:@m_14399