

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج السعودية



## ملخص الدرس الخامس الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء الثلاثي الأبعاد

موقع المناهج ← المناهج السعودية ← الصف الثالث الثانوي ← رياضيات ← الفصل الثاني ← ملخصات وتقارير ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2025-01-15 23:04:28

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل  
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة  
رياضيات:

## التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثالث الثانوي



صفحة المناهج  
السعودية على  
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

## المزيد من الملفات بحسب الصف الثالث الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

أوراق عمل محلولة للفصل الرابع القطوع المخروطية

1

أسئلة مراجعة عن القطوع

2

عرض بوربوينت لدرس المتجهات في المستوى الإحداثي

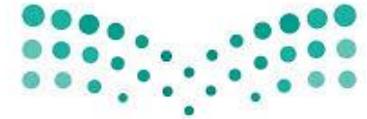
3

ورقة عمل درس القطع الزائد مع الإجابة

4

ورقة عمل فصل المتطابقات المثلثية مع الإجابة

5



وزارة التعليم  
Ministry of Education

# ملخص الدرس الخامس الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء الثلاثي الأبعاد

2025

2024

ملتقى معلمي ومعلمات الرياضيات

موقع المناهج

موقع معلمي ومعلمات الرياضيات

# الضرب الداخلي

الزاوية بين متجهين غير صفرين

إذا كانت  $\theta$  هي الزاوية بين متجهين غير صفرين فإن:

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a| |b|}$$

المتجهان المتعامدان

يكون المتجهان  $a, b$  الغير صفرين متعامدان

إذا فقط إذا كان

$$a \cdot b = 0$$

الضرب الداخلي لمتجهين في الفضاء

الضرب الداخلي للمتجهين

$\mathbf{a}(a_1, a_2, a_3)$  و  $\mathbf{b}(b_1, b_2, b_3)$

$$a \cdot b = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

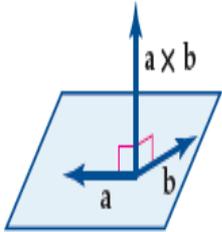
ملاحظة مهمة /

إذا كان  $a \cdot b = 0$  فإن  $\theta = 90^\circ$

إذا كان (موجب)  $a \cdot b > 0$  فإن  $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$

إذا كان (سالب)  $a \cdot b < 0$  فإن  $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$

# الضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء



هو متجه وليس عدد ويرمز له بالرمز  $a \times b$  وهو عمودي على المستوى الذي يحوي  $a, b$

## قاعدة الأقطار

## قاعدة المحددة من الدرجة الثالثة

(1) أعد كتابة العمود الأول والثاني إلى اليمين المحددة.

$$\begin{vmatrix} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{vmatrix}$$

(2) أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الرئيسي وثلاثيات العناصر على الموازيات المبينة ثم اجمع.

$$\begin{vmatrix} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{vmatrix}$$

(3) أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الآخر وثلاثيات العناصر على الموازيات المبينة ثم اجمع.

$$\begin{vmatrix} a & b & c & a^* & b^* \\ d & e & f & d^* & e^* \\ g & h & i & g^* & h^* \end{vmatrix}$$

(4) لإيجاد قيمة المحددة نطرح ناتج الخطوة 3 من ناتج الخطوة 2.

إذا كان  $a = a_1i + a_2j + a_3k$  و  $b = b_1i + b_2j + b_3k$  فإن الضرب الاتجاهي للمتجهين هو المتجه:

$$a \times b = (a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2)i - (a_1 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_1)j + (a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1)k$$

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

بوضع متجهات الوحدة  $k, j, i$  في الصف 1  
بوضع إحداثيات  $a$  في الصف 2  
بوضع إحداثيات  $b$  في الصف 3

$$\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} k$$

$$a \times b = (a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2)i - (a_1 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_1)j + (a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1)k$$

## ملاحظة /

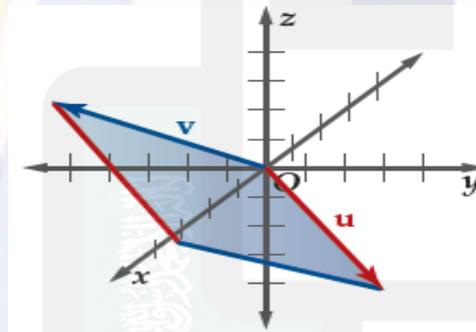
الضرب الاتجاهي للمتجهات خاص في الفضاء الثلاثي فقط .

وهو ليس ابدالي أي أن  $a \times b \neq b \times a$

# تطبيقات على الضرب الاتجاهي

## حساب مساحة متوازي الأضلاع

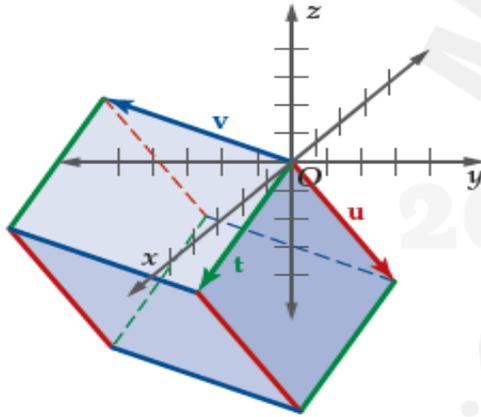
حيث  $u, v$  ضلعان متجاوران  $|u \times v|$



# الضرب القياسي الثلاثي



إذا التقت ثلاثة متجهات في مستويات مختلفة في نقطة البداية، فإنها تكون أحرفاً متجاورة لمتوازي سطوح، وهو عبارة عن مجسم له ستة اوجه، كل وجه منها على شكل متوازي اضلاع، إن القيمة المطلقة للضرب القياسي الثلاثي لهذه المتجهات هو عدد يمثل حجم متوازي السطوح.



إذا كان:  $t = t_1i + t_2j + t_3k$ ,  $u = u_1i + u_2j + u_3k$ ,  $v = v_1i + v_2j + v_3k$

$$t \cdot (u \times v) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

فإن الضرب القياسي الثلاثي للمتجهات  $t, u, v$  يُعرف كالآتي