روابط مجموعات المناهج السعودية

كل ما يحتاجه الطالب في جميع الصفوف من أوراق عمل واختبارات ومذكرات, يجده هنا في الروابط التالية لأفضل مواقع المناهج السعودية:

القناة الرسمية لموقع المناهج السعودية : www.almanahj.com/sa

روابط مجموعات التلغرام

- الصف الأول
- الصف الثاني
- الصف الثالث
- الصف الرابع
- الصف الخامس
- الصف السادس
- الصف الأول متوسط
- الصف الثاني متوسط
- الصف الثالث متوسط
- الصف الأول الثانوي
- الصف الثاني الثانوي الأدبي
- الصف الثاني الثانوي العلمي
- الصف الثالث الثانوي الأدبي
- الصف الثالث الثانوي العلمي
- المناهج السعودية

روابط مجموعات الواتساب

- الصف الأول الابتدائي
- الصف الثاني الابتدائي
- الصف الثالث الابتدائي
- الصف الرابع الابتدائي
- الصف الخامس الابتدائي
- الصف السادس الابتدائي
- الصف الأول متوسط
- الصف الثاني متوسط
- الصف الثالث متوسط
- الصف الأول الثانوي
- الصف الثاني الثانوي العلمي
- الصف الثاني الثانوي الأدبي
- الصف الثالث الثانوي العلمي
- الصف الثالث الثانوي الأدبي
- مجموعة أخبار التربية

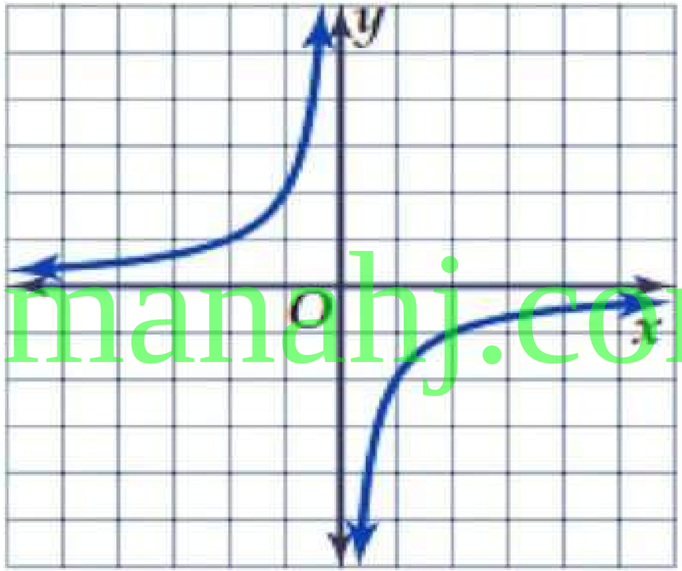
www.almanahj.com/sa

حلول
منصة مدرسية تعليمية

التهيئة للفصل 8

استعمل التمثيل البياني لوصف سلوك طرفي التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي:

1) $q(x) = -\frac{2}{x}$

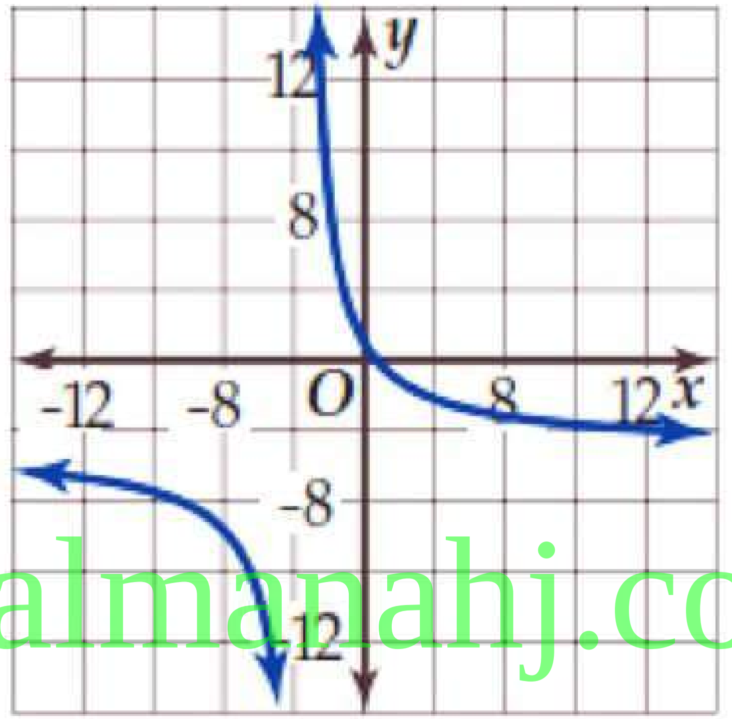


almanahj.com/sa

يظهر من المنحنى أن $g(x) \to 0$ عندما $x \to \infty$ ، و

$g(x) \to 0$ عندما $x \to -\infty$

$$m(x) = \frac{7 - 10x}{2x + 7} \quad (2$$



almanahj.com/sa

يظهر من المنحنى أن $f(x) \to 0$ عندما $x \to \infty$ ، و

$f(x) \to 0$ عندما $x \to -\infty$

التالي الصفحة الرئيسية السابق

3) **صناعة:** يمكن تقدير معدل التكلفة بالريال لإنتاج x قطعة من منتج ما باستعمال الدالة $A(x) = \frac{1700}{x} + 1200$. صف سلوك الدالة باستعمال التمثيل البياني للحاسبة البيانية عندما تقترب x من موجب مالانهاية.

تقترب قيمة $A(x)$ من 1200 عندما تقترب x من موجب ما لا نهاية .

4) أوجد متوسط مُعدّل تغيّر الدالة $f(x) = -2x^3 - 5x^2 + 6$ ، على الفترة $[-4, -1]$

- 17

almanahj.com/sa

أوجد معادلات خطوط التقارب الرأسية والأفقية (إن وجدت) لكل دالة مما يأتي:

5) $f(x) = \frac{4x^2}{2x^2 + 1}$

$$y = 2$$

6) $h(x) = \frac{2x^2 - 8}{x - 10}$

$$x = 10$$

7) $f(x) = \frac{(x-1)(x+5)}{(x+2)(x-4)}$ $\qquad$ $x = -2, x = 4, y = 1$

8) $g(x) = \frac{x^2 - 16}{(x-2)(x+4)}$ $\qquad$ $x = 2, y = 1$

أوجد الحدود الأربعة التالية في كل متتابعة مما يأتي:

almanahj.com/sa

9) $8, 3, -2, -7, \ldots$ $\qquad$ $-12, -17, -22, -27$

10) $5, -1, -7, -13, \ldots$ $\qquad$ $-19, -25, -31, -37$

11) $5, -10, 20, -40, \ldots$ $\qquad$ $80, -160, 320, -640$

12) $-28, -21, -14, -7, \ldots$ $\qquad$ $0.7, 14, 21$

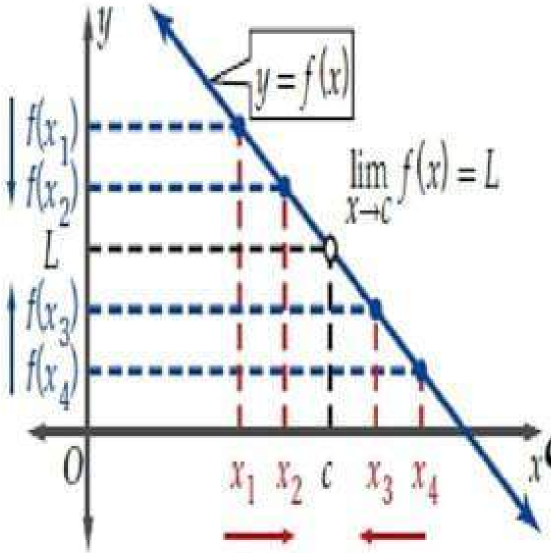
تقدير النهايات بيانيا

يتمحور علم التفاضل والتكامل حول مسألتين أساسيتين هما :-

1- ايجاد معادلة مماس منحنى دالة عند نقطة واقعة عليه .

2-ايجاد مساحة المنطقة الواقعة بين التمثيل البياني لمنحنى دالة المحور X وتعد مفاهيم النهايات أساسية لحل هاتين المسألتين .

almanahj.com/sa



إذا اقتربت قيم $f(x)$ من قيمة وحيدة L،

كلما اقتربت قيم x من العدد c من كلا الجهتين

فإنها تكتب على الصورة يمكنك $\lim_{x\to c} f(x) = L$

تطبيق مفهوم النهاية لتقدير نهاية $f(x)$ عندما

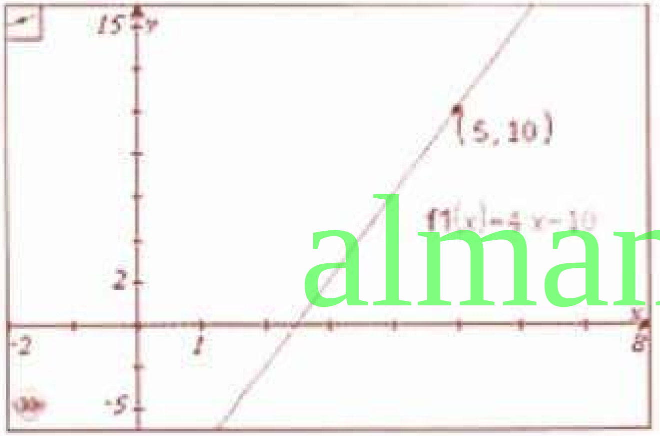
تقترب x ن العدد c ، أو $\lim_{x\to c} f(x)$ ، وذلك من خلال

تمثيل الدالة بيانيا ، أو إنشاء جدول لقيم $f(x)$.

حلول
منصة مدرسية تعليمية

تدرب وحل المسائل

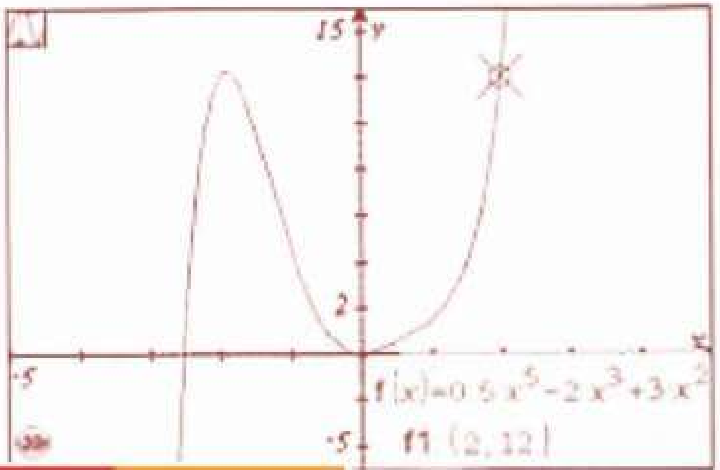
قدِّر كل نهاية مما يأتي باستعمال التمثيل البياني، ثم عزِّز إجابتك باستعمال جدول قيم. إرشاد:" يمكنك استعمال الآلة البيانية للتمثيل البياني". (المثالان 1, 2)



1) $\lim\limits_{x \to 5} (4x - 10)$ **10**

x	4.99	4.999	5	5.001	5.01
$f(x)$	9.96	9.996		10.004	10.04

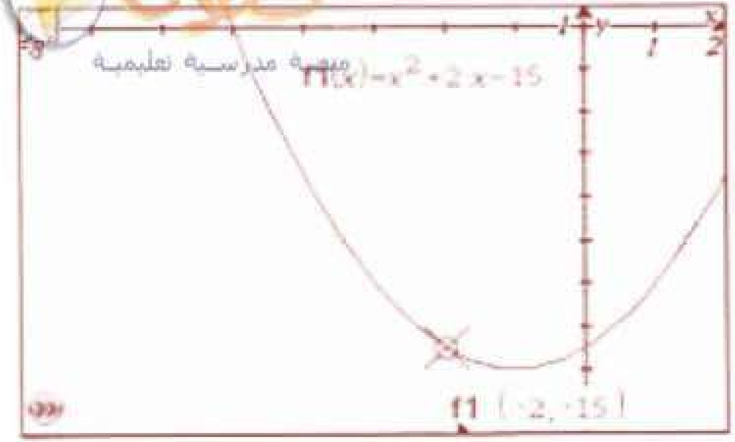
almanahj.com/sa



2) $\lim\limits_{x \to 2} \left(\frac{1}{2}x^5 - 2x^3 + 3x^2\right)$ **12**

x	1.99	1.999	2	2.001	2.01
$f(x)$	11.72	11.972		12.028	12.28

$$\lim_{x \to -2} (x^2 + 2x - 15) \quad (3$$

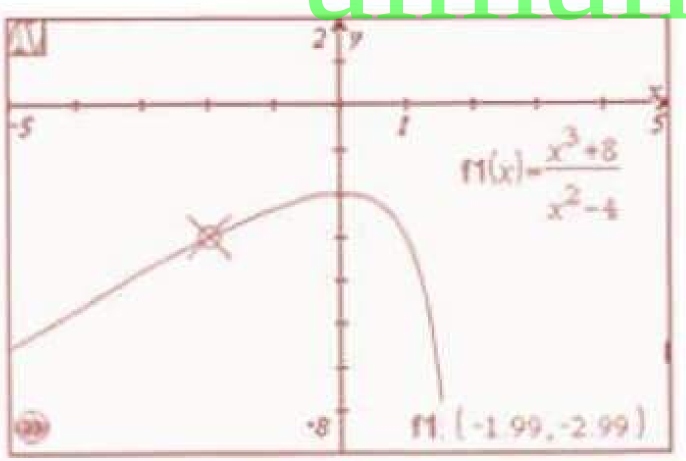


$$-15$$

x	-2.01	-2.001	-2	-1.999	-1.99
$f(x)$	-14.98	-14.998		-15.002	-15.02

almanahj.com/sa

$$\lim_{x \to -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4} \quad (4$$

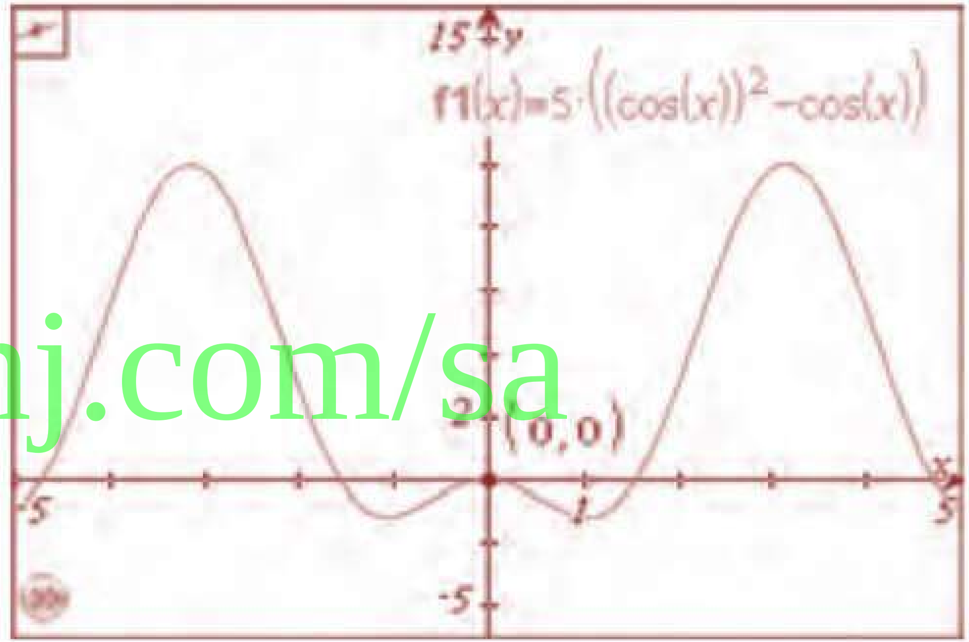


$$-3$$

x	-2.01	-2.001	-2	-1.999	-1.99
$f(x)$	-3.008	-3.0008		-2.9993	-2.993

حلول
منصة مدرسية تعليمية

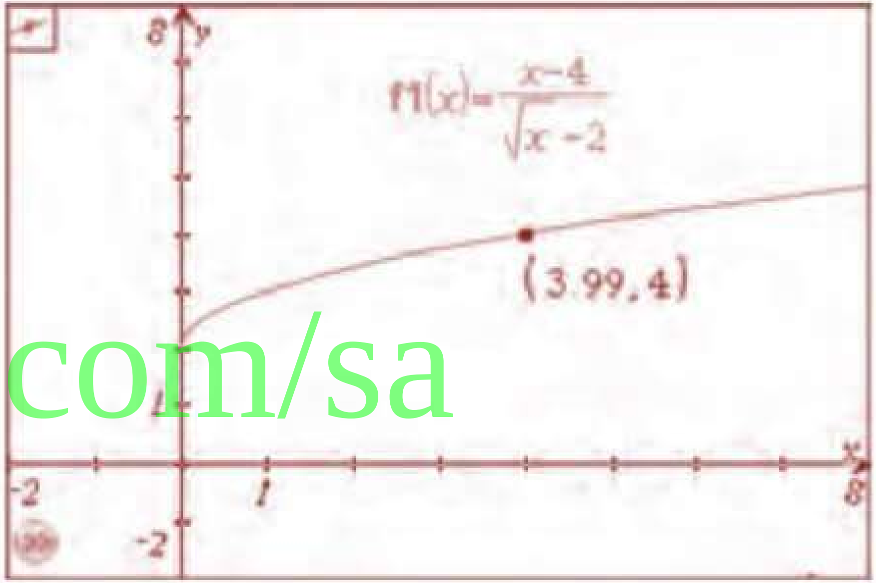
(5 $\lim\limits_{x\to 0} [5(\cos^2 x - \cos x)]$ **0**



almanahj.com/sa

x	-0.01	-0.001	0	0.001	0.01
$f(x)$	-0.0002	-0.000002		-0.000002	-0.0002

(6 $\lim_{x \to 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$ **4**



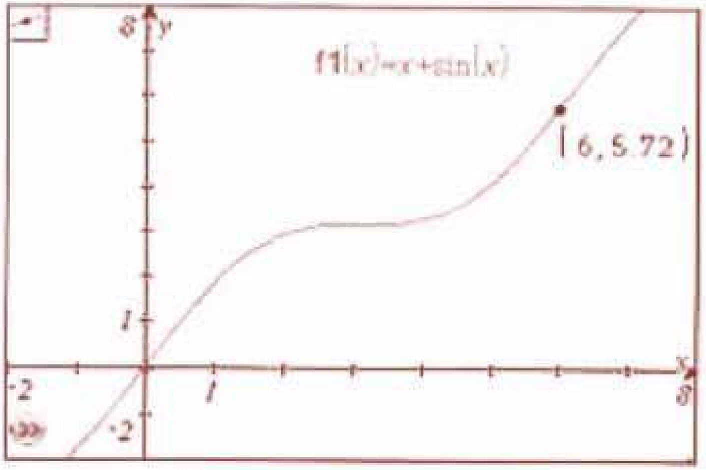
x	3.99	3.999	4	4.001	4.01
$f(x)$	3.997	3.9997		4.0002	4.002

almanahj.com/sa

حلول منصة مدرسية تعليمية

حلول
منصة مدرسية تعليمية

$$\lim_{x \to 6} (x + \sin x) \quad (7$$



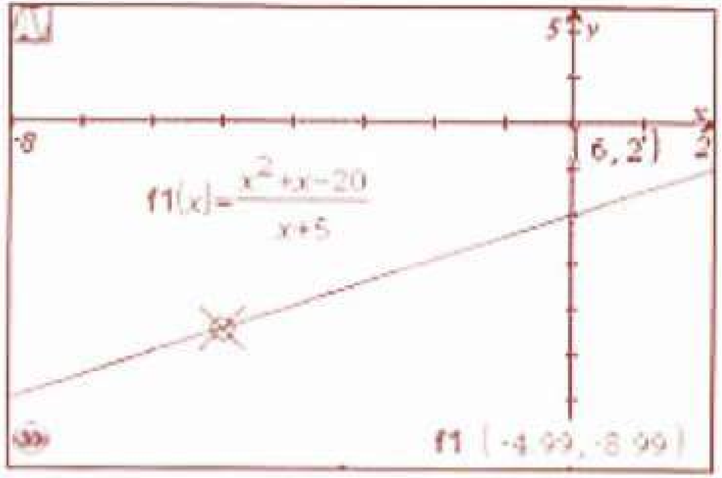
5.72

x	5.99	5.999	6	6.001	6.01
$f(x)$	5.70	5.719		5.723	5.74

almanahj.com/sa

$$\lim_{x \to -5} \frac{x^2 + x - 20}{x + 5} \quad (8$$

−9



x	−5.01	−5.001	−5	−4.999	−4.99
$f(x)$	−9.01	−9.001		−8.999	−8.99

حلول
منصة مدرسية تعليمية

قدِّر كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

9) $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{\sin x - x}{x}$ **0**

10) $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{|4x|}{x}$ **-4**

11) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2x^2}{|x|}$ **0**

12) $\lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$ **1**

13) $\lim\limits_{x \to -\frac{1}{2}^-} \dfrac{|2x + 1|}{x}$ **0**

14) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^2 + 5x + 6}{|x + 2|}$ **غير موجودة**

15) $\lim\limits_{x \to 0^-} (\sqrt{-x} - 7)$ **-7**

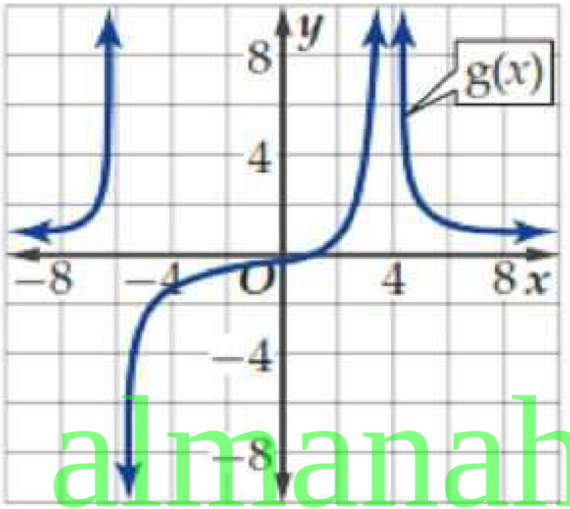
16) $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x^2 - 25}{x - 5}$ **10**

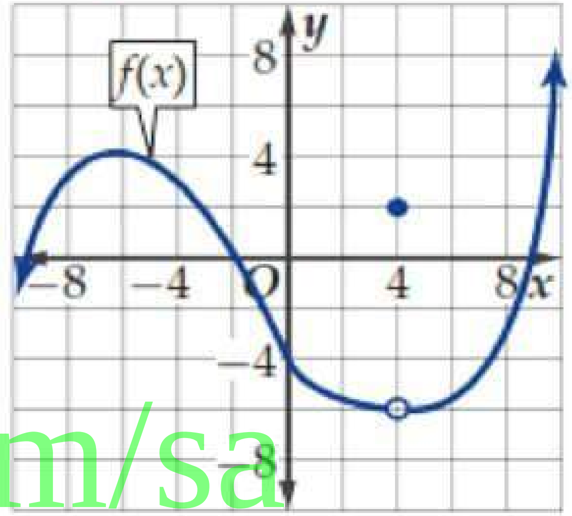
17) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{|3x|}{2x}$ **غير موجودة**

18) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{|x + 1|}{x^2 - 1}$ **غير موجودة**

almanahj.com/sa

استعمل التمثيل البياني لتقدير كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:





almanahj.com/sa

21) $\lim_{x \to -4} f(x)$ 3

22) $\lim_{x \to 4} g(x)$ ∞

23) $\lim_{x \to 4} f(x)$ -6

24) $\lim_{x \to -6} g(x)$

غير موجودة

حلول
منصة مدرسية تعليمية

قدِّر كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

25) $\lim_{x \to -4} \frac{-17}{x^2 + 8x + 16}$ $-\infty$

26) $\lim_{x \to 4} \frac{|x|}{x - 4}$ غير موجودة

27) $\lim_{x \to 5} \frac{x^2}{x^2 - 10x + 25}$ ∞

28) $\lim_{x \to 6} \frac{5}{(x - 6)^2}$ ∞

almanahj.com/sa

29) $\lim_{x \to -\infty} (x^5 - 7x^4 - 4x + 1)$ $-\infty$

30) $\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + x - 22}{4x^3 - 13}$ 0

31) $\lim_{x \to \infty} x \cos x$ غير موجودة

32) $\lim_{x \to -\infty} \frac{3^x + 3^{-x}}{3^x - 3^{-x}}$ -1

33) $\lim_{x \to 0} \frac{\sin |x|}{x}$ غير موجودة

34) $\lim_{x \to 0} x^2 \cos \frac{1}{x}$ 0

35) **دواء:** تم توزيع لقاح للحدّ من عدوى مرض ما. ويُبيّن التمثيل البياني أدناه عدد الحالات المصابة بالمرض بعد w أسبوع من توزيع اللقاح. (مثال 7)

almanahj.com/sa

a) استعمل التمثيل البياني لتقدير $\lim_{w\to 1} f(w)$ ، $\lim_{w\to 3} f(w)$.

$$\lim_{w\to 1} f(w) = 250\;; \quad \lim_{w\to 3} f(w) = 100$$

b) استعمل التمثيل البياني لتقدير $\lim_{w\to\infty} f(w)$ إذا كانت موجودة، وفسِّر النتيجة.

0 ؛ إجابة ممكنة : سيقضي اللقاح على العدوى مع مرور الزمن

حلول
منصة مدرسية تعليمية

36) برامج تلفزيونية: يُقدَّر عدد مشاهدي أحد البرامج التلفزيونية اليومية بالدالة $f(d) = 12(1.25012)^d - 12$، حيث d رقم اليوم منذ أول يوم للبرنامج. (مثال 7)

a) مَثِّل الدالة $f(d)$ بيانيًّا في الفترة $0 \le d \le 20$.

almanahj.com/sa

b) ما عدد مشاهدي البرنامج في اليوم: الخامس، العاشر، العشرين، بعد شهرين ($d = 60$)؟

نحو 25 ، نحو 100، نحو 1031، نحو 7875584 شخصًا سوف يشاهدون البرنامج بعد مرور شهرين .

c) قدِّر $\lim_{d \to \infty} f(d)$ إذا كانت موجودة، وفسِّر النتيجة.

almanahj.com/sa

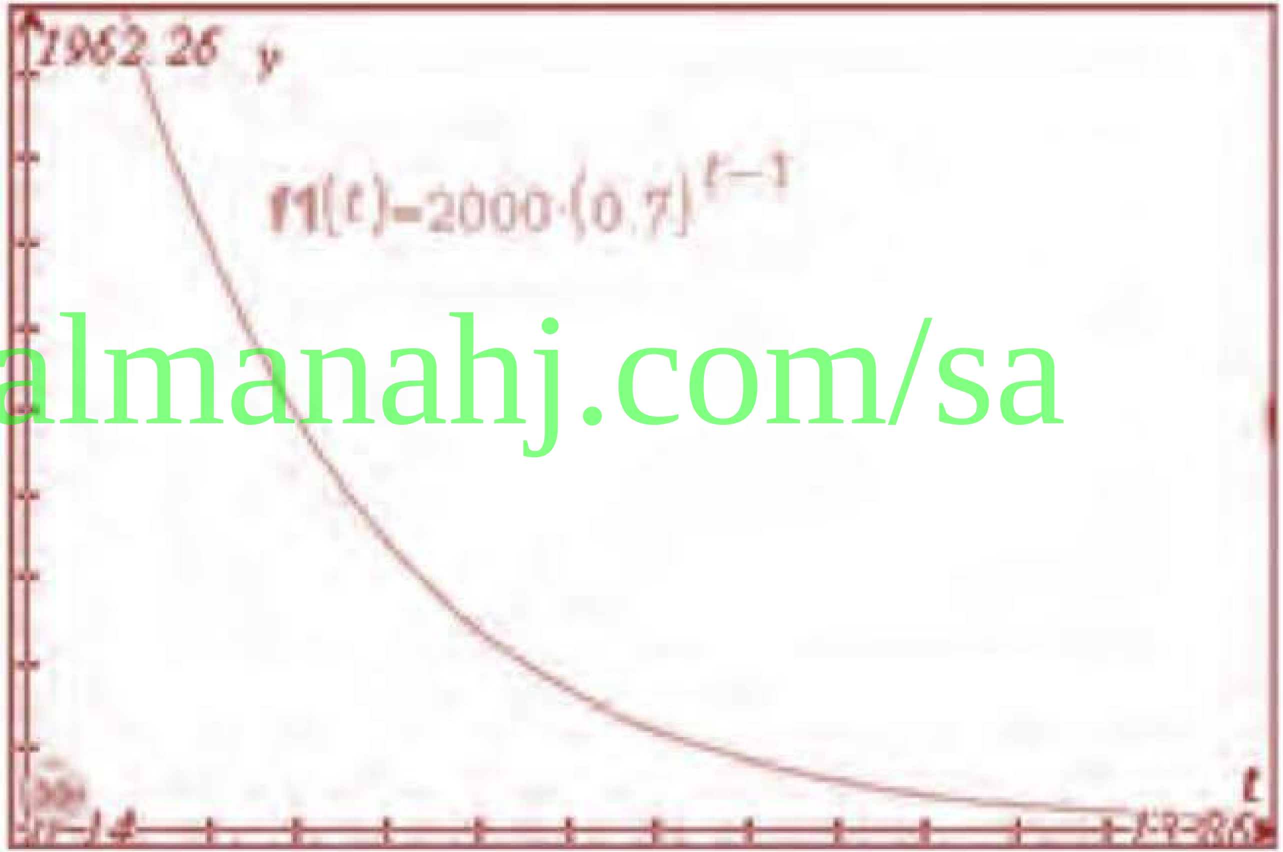
∞، إجابة ممكنة: يعني الناتج أن عدد مشاهدي البرنامج سيزداد بشكل لا نهائي.

حلول
منصة مدرسية تعليمية

37) **كيمياء:** تتسرَّب مادة سامة من أنبوب غاز تحت الأرض كما في الشكل أدناه. ويعبَّر عن المسافة الأفقية بالأمتار التي تقطعها المادة المتسرِّبة بالدالة $d(t) = 2000(0.7)^{t-1}, t \geq 1$ ، حيث t عدد السنوات منذ بدء التسرُّب. (مثال 7)

almanahj.com/sa

a) مَثل باستعمال الآلة البيانية الدالة بيانيًا في الفترة $1 \le t \le 15$.



almanahj.com/sa

حلول
منصة مدرسية تعليمية

(b استعمل التمثيل البياني وخاصية تتبع المسار في الحاسبة البيانية لإيجاد قيم d عندما $t = 5, 10, 15$.

480.2 , 80.71 , 13.56

(c استعمل التمثيل البياني لتقدير $\lim\limits_{t\to\infty} d(t)$.

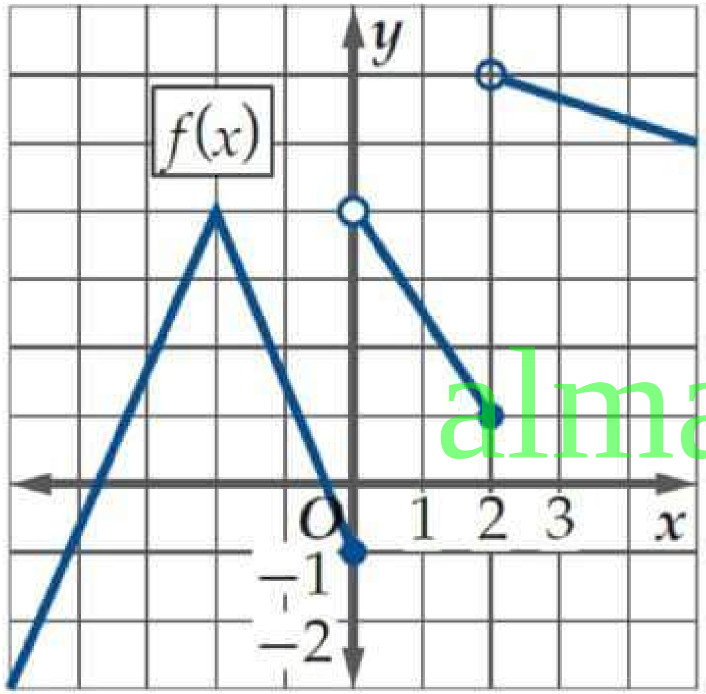
0

(d هل من الممكن أن تصل المادة المتسرِّبة لمستشفى يقع على بُعد 7000 m من موقع التسريب؟ تذكَّر أن مجموع المتسلسلة الهندسية غير المنتهية هو $\dfrac{a_1}{1-r}$.

almanahj.com/sa

لا؛ مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية 6666.67 m تقريبًا، وهو أقل من 7000 m، والذي يساوي بُعد المستشفى.

للدالة الممثَّلة بيانيًّا أدناه، قدِّر كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:



(38 $\lim_{x \to 0^-} f(x)$ -1

(39 $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ 4

(40 $\lim_{x \to 0} f(x)$ غير موجودة

(41 $\lim_{x \to 2^-} f(x)$ 1

(42 $\lim_{x \to 2^+} f(x)$ 6

(43 $\lim_{x \to 1} f(x)$ 2.5

almanahj.com/sa

حاسبة بيانية: حدِّد ما إذا كانت النهاية موجودة أو غير موجودة في كل مما يأتي. وإذا لم تكن موجودة، فصف التمثيل البياني للدالة عند نقطة النهاية:

44) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$

غير موجودة؛ يوجد خط تقارب رأسي للدالة عند $x=2$

45) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2+x}{x^2-x-2}$

غير موجودة؛ يوجد خط تقارب رأسي للدالة عند $x=$

almanahj.com/sa

46) $\lim_{x\to 0} 3\cos\frac{\pi}{x}$

غير موجودة؛ تذبذب

47) $\lim_{x\to -5} \frac{|x+5|}{x+5}$

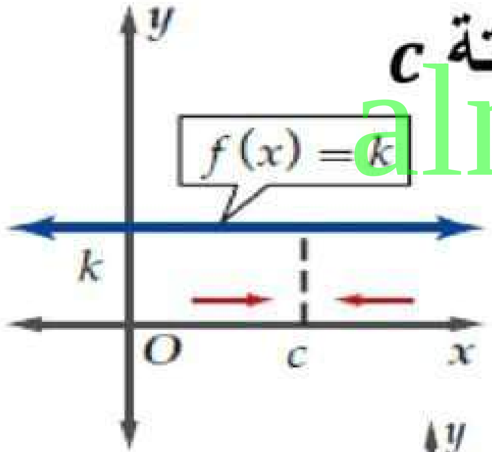
غير موجودة؛ تقترب قيم $f(x)$ من قيمتين مختلفتين باقتراب قيم x من العدد -5 من اليمين ومن اليسار.

حلول
منصة مدرسية تعليمية

حساب النهايات جبريا

نهايات الدوال

نهايات الدوال الثابتة

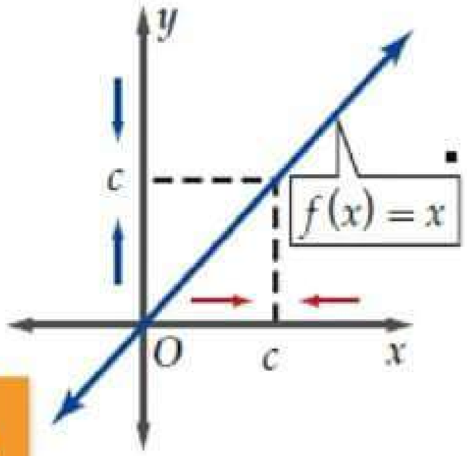


نهاية الدالة الثابتة عند أي نقطة للدالة هى القيمة الثابتة c

almanahj.com/sa

الرموز : $\lim\limits_{x\to c} k = k$

نهايات الدوال المحايدة



نهاية الدالة المحايدة عند نقطة c هى c .

الرموز : $\lim\limits_{x\to c} x = c$

تدرب وحل المسائل استعمل خصائص النهايات لحساب كل نهاية مما يأتي:

1) $\lim_{x \to -3} (5x - 10)$ — **-25**

2) $\lim_{x \to 5} \dfrac{x^2 + 4x + 13}{x - 3}$ — **29**

3) $\lim_{x \to 9} \left(\dfrac{1}{x} + 2x + \sqrt{x}\right)$ — **21.11**

4) $\lim_{x \to -4} [x^2(x + 1) + 2]$ — **-46**

5) $\lim_{x \to 12} \dfrac{x^2 - 10x}{\sqrt{x + 4}}$ — **6**

6) $\lim_{x \to -6} \dfrac{x^4 - x^3}{x^2}$ — **42**

almanahj.com/sa

منصة مدرستي التعليمية

احسب كل نهاية مما يأتي باستعمال التعويض المباشر إذا كان ممكنًا، وإلا فاذكر السبب: (مثال 2)

7) $\lim_{x \to 16} \frac{x^2 + 9}{\sqrt{x} - 4}$ ليس ممكنا ؛ فالمقام يساوي صفرا عندما $x = 16$.

8) $\lim_{x \to 2} (4x^3 - 3x^2 + 10)$ **30**

almanahj.com/sa

9) $\lim_{x \to 3} \frac{x^3 + 9x + 6}{x^2 + 5x + 6}$ **2**

10) $\lim_{x \to 3} \sqrt{2 - x}$ ليس ممكنا ؛ قيمة الدالة $f(x) = \sqrt{2 - x}$ ، هي $\sqrt{-1}$ عندما $x = 3$ وهي ليست معرفة .

11) $\lim_{x \to 9} (3x^2 - 10x + 35)$ **188**

12) $\lim_{x \to 10} (-x^2 + 3x + \sqrt{x})$ **-66.84**

13) **فيزياء:** بحسب نظرية آينشتاين النسبية، فإن كتلة جسم يتحرك بسرعة v تُعطى بالعلاقة $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$، حيث c سرعة الضوء، m_0 كتلة الجسم الابتدائية أو كتلته عندالسكون.

أوجد $\lim\limits_{v \to 0} m$، ووضّح العلاقة بين هذه النهاية و m_0. (مثال 2)

almanahj.com/sa

$\lim\limits_{v \to 0} m = m_0$. عندما تقترب سرعة الجسم من الصفر ، فإن كتلته تقترب من كتلته الابتدائية ، أو كتلته في وضع السكون .

حلول
منصة مدرسية تعليمية

احسب كل نهاية مما يأتي:

14) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 1}$ $\quad 3$

15) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4x}{\sqrt{x+1} - 1}$ $\quad 8$

16) $\lim\limits_{x \to -5} \dfrac{4x^2 + 21x + 5}{3x^2 + 17x + 10}$ $\quad 1.46$

17) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2x}{3 - \sqrt{x+9}}$ $\quad -12$

18) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x^2 - 2x - 15}{x + 3}$ $\quad -8$

19) $\lim\limits_{x \to 6} \dfrac{\sqrt{x+3} - 3}{x - 6}$ $\quad \dfrac{1}{6}$

20) $\lim\limits_{x \to \infty} (5 - 2x^2 + 7x^3)$ $\quad \infty$

21) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^3 - 10x + 2}{4x^3 + 20x^2}$ $\quad \dfrac{3}{4}$

22) $\lim\limits_{x \to \infty} (10x + 14 + 6x^2 - x^4)$ $\quad -\infty$

23) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{14x^3 - 12x}{4x^2 + 13x - 8}$ $\quad \infty$

24) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{6x^3 + 2x - 11}{-x^5 + 17x^3 + 4x}$ $\quad 0$

25) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{10x^4 - 2}{5x^4 + 3x^3 - 2x}$ $\quad 2$

almanahj.com/sa

26) **إسفنج:** تحتوي مادة هلامية على حيوان الإسفنج، وعند وضع المادة الهلامية في الماء، فإن حيوان الإسفنج يبدأ بامتصاص الماء والتضخم. ويمكن تمثيل ذلك بالدالة $\ell(t) = \dfrac{105t^2}{10 + t^2} + 25$ ، حيث ℓ طول حيوان الإسفنج بالملمترات بعد t ثانية من وضعه في الماء. (مثال 6)

almanahj.com/sa

a) ما طول حيوان الإسفنج قبل وضعه في الماء؟ **25 mm**

b) ما نهاية الدالة عندما $t \to \infty$؟ **130 mm**

c) وضِّح العلاقة بين نهاية الدالة ℓ وطول حيوان الإسفنج.

لن يتعدى طول الحيوان الإسفنجي 130 mm .

حلول
منصة مدرسية تعليمية

احسب نهاية كل متتابعة مما يأتي إذا كانت موجودة

27) $a_n = \dfrac{8n + 1}{n^2 - 3}$ **0**

28) $a_n = \dfrac{-4n^2 + 6n - 1}{n^2 + 3n}$ **-4**

29) $a_n = \dfrac{12n^2 + 2}{6n^2 - 1}$ **2**

almanahj.com/sa

30) $a_n = \dfrac{8n^2 + 5n + 2}{3 + 2n}$ **∞**

31) $a_n = \dfrac{1}{n^4}\left[\dfrac{n^2(n + 1)^2}{4}\right]$ **$\dfrac{1}{4}$**

32) $a_n = \dfrac{12}{n^2}\left[\dfrac{n(2n + 1)(n + 1)}{6}\right]$ **∞**

احسب كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة مستخدمًا التعويض المباشر لحساب النهايتين من اليمين واليسار:

33) $\lim_{x \to -2} \begin{cases} x-3 \ , & x \le -2 \\ 2x-1 \ , & x > -2 \end{cases}$ $\quad -5$

almanahj.com/sa

34) $\lim_{x \to 0} \begin{cases} 5-x^2 \ , & x \le 0 \\ 5-x \ , & x > 0 \end{cases}$ $\quad 5$

35) $\lim_{x \to 2} \begin{cases} (x-2)^2+1 \ , & x \le 2 \\ x-6 \ , & x > 2 \end{cases}$ غير موجودة

حلول
منصة مدرسية تعليمية

احسب كل نهاية مما يأتي، إذا كانت موجودة:

37) $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{\sin x}{x}$

$$\lim_{x \to \pi} \frac{\sin x}{x} = \frac{\sin \pi}{\pi} = \frac{0}{\pi} = 0$$

38) $\lim\limits_{x \to 0} (1 + x + 2^x - \cos x)$

$$\lim_{x \to 0} (1+x+2^x-\cos x) =$$
$$1+0+2^0-\cos 0=1$$

almanahj.com/sa

39) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\tan 2x}{x}$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\tan 2x}{x} = \frac{\tan \pi}{\frac{\pi}{2}} = 0$$

40) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{x - 1}$

$$-0.5$$

أوجد $\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ لكل دالة مما يأتي:

41) $f(x) = 2x - 1$ $\quad 2$

42) $f(x) = 7 - 9x$ $\quad -9$

43) $f(x) = \sqrt{x}$ $\quad \frac{1}{2\sqrt{x}}$

44) $f(x) = \sqrt{x+1}$ $\quad \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$

45) $f(x) = x^2$ $\quad 2x$

46) $f(x) = x^2 + 8x + 4$ $\quad 2x + 8$

almanahj.com/sa

47) **فيزياء:** يمتلك الجسم المتحرك طاقةً تُسمى الطاقة الحركية؛ لأن بإمكانه بذل شغل عند تأثيره على جسم آخر. وتُعطى الطاقة الحركية لجسم متحرك بالعلاقة $k(t) = \frac{1}{2}m \cdot (v(t))^2$ ، حيث $v(t)$ سرعة الجسم عند الزمن t ، و m كتلته بالكيلوجرام. إذا كانت سرعة جسم $v(t) = \frac{50}{1+t^2}$ لكل $t \geq 0$ ، وكتلته $1\,\text{kg}$ ، فما الطاقة الحركية التي يمتلكها عندما يقترب الزمن من $100\,\text{s}$؟

0.0000125

حلول
منصة مدرسية تعليمية
almanahj.com/sa

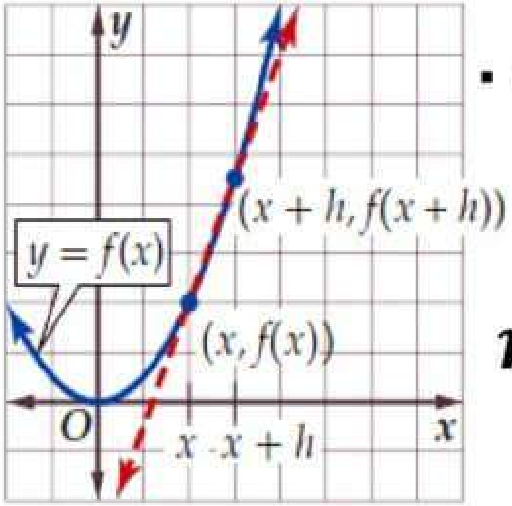
المماس والسرعة المتجهة

مماس منحنى

هو مستقيم يتقاطع مع منحنى ، ولكنة لا يعبره عند نقطة التماس ، ويمثل ميل المستقيم ميل المنحنى عند نقطة التماس .

ولتعريف ميل المماس لمنحنى عند النقطة $(x, f(x))$ فإنه يمكننا الرجوع إلي صيغة ميل القاطع المار بالنقطتين $(x, f(x))$ و $(x+h, f(x+h))$ كما في الشكل .

almanahj.com/sa



يكتب ميل القاطع بالصيغة :

$$m = \frac{f(x+h) - f(x)}{(x+h) - x} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

وتسمى صيغة قسمة الفرق .

تدرب وحل المسائل

أوجد ميل مماس منحنى كل دالة مما يأتي عند النقاط المعطاة:

1) $y = x^2 - 5x , (1, -4) , (5, 0)$ $\qquad$ -3.5

2) $y = 6 - 3x, (-2 , 12) , (6, -12)$ $\qquad$ -3 و -3

3) $y = \frac{3}{x} , (1, 3) , (3, 1)$ $\qquad$ -3 و $-\frac{1}{3}$

almanahj.com/sa

4) $y = x^3 + 8 , (-2, 0) , (1, 9)$ $\qquad$ $12, 3$

أوجد معادلة ميل منحنى كل دالة مما يأتي عند أي نقطة عليه:

5) $y = 4 - 2x$ $\qquad$ $m = -2$

6) $y = -x^2 + 4x$ $\qquad$ $m = -2x + 4$

$y = 8 - x^2$ (7

$m = -2x$

$y = \frac{1}{x^2}$ (8

$m = -\frac{2}{x^3}$

$y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ (9

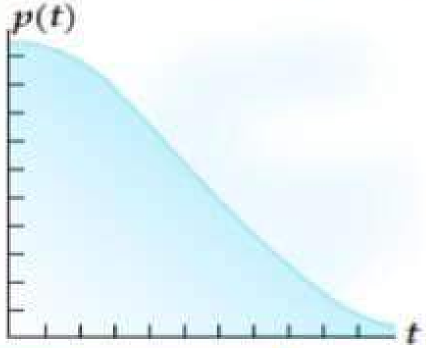
$m = -\frac{\sqrt{x}}{2x^2}$

almanahj.com/sa

$y = -2x^3$ (10

$m = -6x^2$

(11 **تزلج:** تمثِّل الدالة $p(t) = 0.06t^3 - 1.08t^2 + 51.84$ موقع متزلج على سفح جليدي بعد t ثانية من انطلاقه. (مثال 2)



a) أوجد معادلة ميل السفح الجليدي عند أي زمن.

$m = 0.18t^2 - 2.16t$

b) أوجد الميل عندما $t = 2s, 5s, 7s$.

$-3.6, - -6.3, -6.3$

تمثّل $s(t)$ في كلٍّ مما يأتي بُعد جسم متحرك عن نقطة ثابتة بالأميال بعد t دقيقة. أوجد السرعة المتوسطة المتجهة للجسم بالميل لكل ساعة في الفترة الزمنية المعطاة. (تذكر بأن تحوِّل الدقائق إلى ساعات) :(مثال 3)

12) $s(t) = 0.4t^2 - \frac{1}{20}t^3 \, , \; 3 \le t \le 5$ تقريبا $45\ mi/h$

13) $s(t) = 1.08t - 30 \, , \; 4 \le t \le 8$ تقريبا $65\ mi/h$

almanahj.com/sa

14) $s(t) = 0.01t^3 - 0.01t^2 \, , \; 4 \le t \le 7$ تقريبا $49\ mi/h$

15) $s(t) = -0.5(t-5)^2 + 3 \, , \; 4 \le t \le 4.5$ تقريبا $45\ mi/h$

16) تمثّل المعادلة $f(t) = -16t^2 + 65t + 12$ الارتفاع بالأقدام بعد t ثانية لكرة قذفت إلى أعلى، ما السرعة المتوسطة المتجهة للكرة بين $t = 15, 2t$. (مثال 3)

تمثّل $f(t)$ في كلٍّ مما يأتي بُعد جسم متحرك عن نقطة ثابتة بالأقدام بعد t ثانية. أوجد السرعة المتجهة اللّحظية لهذا الجسم عند الزمن المُعطى: (مثال 4)

17) $f(t) = 100 - 16t^2, t = 3$ $-96\ ft/s$

18) $f(t) = 38t - 16t^2, t = 0.8$ $12.4\ ft/s$

almanahj.com/sa

19) $f(t) = -16t^2 - 400t + 1700, t = 3.5$ $-512\ ft/s$

20) $f(t) = 1275 - 16t^2, t = 3.8$ $-121.6\ ft/s$

21) $f(t) = 73t - 16t^2, t = 4.1$ $-58.2\ ft/s$

22) $f(t) = -16t^2 + 1100, t = 1.8$ $-57.6\ ft/s$

تمثّل $s(t)$ في كلٍّ مما يأتي المسافة التي يقطعها جسم متحرك. أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للجسم عند أي زمن: (مثال 5)

23) $s(t) = 14t^2 - 7$ $\quad$ $v(t) = 28t$

24) $s(t) = t - 3t^2$ $\quad$ $v(t) = 1 - 6t$

25) $s(t) = 5t + 8$ $\quad$ $v(t) = 5$

26) $s(t) = 18 - t^2 + 4t$ $\quad$ $v(t) = -2t + 4$

27) $s(t) = 12t^2 - 2t^3$ $\quad$ $v(t) = 24t + 6t^2$

28) $s(t) = 3t^3 - 20 + 6t$ $\quad$ $v(t) = 9t^2 + 6$

almanahj.com/sa

حلول
منصة مدرسية تعليمية

29) قفز مظلي: يمكنُ وصفُ ارتفاع مظلي بالأقدام عن سطح الأرض بعد t ثانية من قفزه بالدالة $h(t) = 15000 - 16t^2$.

a) أوجد السرعة المتوسطة المتجهة للمظلي بين الثانيتين الثانية والخامسة من القفز.

$-112\ ft/s$

almanahj.com/sa

b) كم بلغت السرعة المتجهة اللحظية للمظَلِّي عند الثانية الثانية، وعند الثانية الخامسة؟

$-64ft/s, -160ft/s$

c) أوجد معادلة سرعة المظلي المتجهة اللحظية عند أي زمن.

$$v(t) = -32t$$

30) **غوص:** يُبيِّنّ الجدول أدناه ارتفاع غواص d مقربًا لأقرب جزء من عشرة بالأمتار عن سطح الماء بعد t ثانية من قفزه من مكان مرتفع نحو الماء.

t	0.5	0.75	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
d	43.8	42.3	40.1	34	25.3	14.3	0.75

almanahj.com/sa

a) احسب السرعة المتوسطة المتجهة للغواص في الفترة الزمنية $0.5 \leq t \leq 1.0$.

-7.4 m/s

b) إذا كانت معادلة المنحنى لنقاط الجدول هي $d(t) = -4.91t^2 - 0.04t + 45.06$، فأوجد معادلة سرعة الغواص المتجهة اللحظية $v(t)$ بعد t ثانية ، ثم استعمل $v(t)$ لحساب سرعته بعد 3 s.

$$v(t) = -9.82t - 0.04, -29.5 \text{ m/s}$$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

31) **كرة القدم:** ركل سلمان كرة بسرعة رأسية قدرها 75 ft/s.
افترض أن ارتفاع الكرة بالأقدام بعد t ثانية مُعطى بالدالة
. $f(t) = -16t^2 + 75t + 2.5$

a) أوجد معادلة سرعة الكرة المتجهة اللحظية $v(t)$. $-32t + 75$

almanahj.com/sa

b) ما سرعة الكرة المتجهة بعد 0.5 s من ركلها؟ 59 ft/s

c) إذا علمت أن السرعة المتجهة اللحظية للكرة لحظة وصولها
إلى أقصى ارتفاع هي صفر، فمتى تصل إلى أقصى ارتفاع؟ $t \approx 2.344$ s

d) ما أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة؟ 90.39 ft تقريبًا

حلول
منصة مدرسية تعليمية

32) **فيزياء:** تعطى المسافة التي يقطعها جسم يتحرك على مسار مستقيم بالمعادلة $d(t) = 3t^3+8t + 4$ ، حيث t الزمن بالثواني ، و d المسافة بالأمتار.

a) أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية للجسم $v(t)$ عند أي زمن.

$9t^2 + 8$

almanahj.com/sa

b) استعمل $v(t)$ لحساب سرعة الجسم المتجهة عندما $t = 2s, 4s, 6s$

44 m, 152 m, 332 m

حلول
منصة مدرسية تعليمية

المشتقات

قاعدة اساسية

تستعمل النهايات لتحديد ميل مماس منحنى الدالة f(x) عند أى نقطة علية وتسمى هذة النهاية مشتقة الدالة وتعطى بالصيغة

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

almanahj.com/sa

نتيجة الاشتقاق تسمى معادلة تفاضلية

عملية ايجاد المشتقة تسمى اشتقاق

مثال مشتقة دالة عند أي نقطة

أوجد مشتقة $f(x) = 4x^2 - 5x + 8$ باستعمال النهايات ، ثم احسب قيمة المشتقة عندما $x = 1, 5$.

صيغة المشتقة $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

تكملة الشرح

حلول
منصة مدرسية تعليمية

تدرب وحل المسائل

أوجد مشتقةَ كلٍّ دالة مما يأتي باستعمال النهايات، ثم احسب قيمة المشتقة عند النقاط المعطاة: (مثال 1)

1) $f(x) = 4x^2 - 3, x = 2, -1$

$f'(x) = 8x, f'(2) = 16, f'(-1) = -8$

2) $g(t) = -t^2 + 2t + 11, t = 5, 3$

almanahj.com/sa

$g'(t) = -2t + 2, g'(5) = -8, g'(3) = -4$

3) $m(j) = 14j - 13, j = -7, -4$

$m'(i) = 14, m'(-7) = 14, m'(-4) = 14$

4) $v(n) = 5n^2 + 9n - 17, n = 7, 2$

$v'(n) = 10n + 9, v'(7) = 79, v'(2) = 29$

5) $r(b) = 2b^3 - 10b, b = -4, -3$

$r'(b) = 6b^2 - 10, r'(-4) = 86, r'(-3) = 44$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي :

6) $y(f) = -11f$

$$y'(f) = -11$$

7) $z(n) = 2n^2 + 7n$

$$z'(n) = 4n + 7$$

8) $g(h) = 2h^{\frac{1}{2}} + 6h^{\frac{1}{3}} - 2h^{\frac{3}{2}}$

$$g'(h) = \frac{1}{h^{\frac{1}{2}}} - \frac{2}{h^{\frac{2}{3}}} - 3h^{\frac{1}{2}}$$

almanahj.com/sa

9) $b(m) = 3m^{\frac{2}{3}} - 2m^{\frac{3}{2}}$

$$b'(m) = 2m^{-\frac{1}{3}} - 3m^{\frac{1}{2}}$$

10) $n(t) = \frac{1}{t} + \frac{3}{t^2} + \frac{2}{t^3} + 4$

$$n'(t) = -\frac{1}{t^2} - \frac{6}{t^3} - \frac{6}{t^4}$$

11) $f(x) = 3x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}} + 2x^{-\frac{1}{2}}$

$$f'(x) = \frac{3}{2x^{\frac{1}{2}}} - \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}}$$

دراول
منصة مدرسية تعليمية

14) **درجات حرارة:** تُعطى درجة حرارة إحدى المدن بالفهرنهايت في أحد الأيام بالدالة :
$f(h) = -0.0036h^3 - 0.01h^2 + 2.04h + 52$ ،
حيث h عدد الساعات التي انقضت من ذلك اليوم. **(مثال 4)**

a) أوجد معادلة تمثل مُعدّل التغيّر اللّحظي لدرجة الحرارة.

$$f'(h) = -0.0108h^2 - 0.02h + 2.04$$

almanahj.com/sa

b) أوجد مُعدَّل التغيّر اللحظي لدرجة الحرارة عندما: $h = 2, 14, 20$.

$$f'(2) \approx 1.96°\text{F}, f(14) \approx -0.36°\text{F}, f(20) \approx -2.68°\text{F}$$

c) أوجد درجة الحرارة العظمى في الفترة: $0 \le h \le 24$

$$68.92°\text{F}$$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

استعمل الاشتقاق لإيجاد النقاط الحرجة، ثم أوجد نقاط القيم العظمى والصغرى لكل دالة مما يأتي على الفترة المعطاة. (مثال 5)

15) $f(x) = 2x^2 + 8x, [-5, 0]$

نقطة حرجة (8 − ، −2) ، صغرى (8 − ، −2) ، عظمى (10، −5)

16) $r(t) = t^4 + 6t^2 - 2, [1, 4]$

نقطة حرجة (0 ، −2) ، صغرى (1 ، 5) ، عظمى (4 ،350)

almanahj.com/sa

17) $t(u) = u^3 + 15u^2 + 75u + 115, [-6, -3]$

نقطة حرجة (10 − ، −5) ، صغرى (11 − ، −6) ، عظمى (2 − ، −3)

18) $f(x) = -5x^2 - 90x, [-11, -8]$

نقطة حرجة (405، −9) ، صغرى (385 ، −11) ، عظمى (405، −9)

19) $z(k) = k^3 - 3k^2 + 3k, [0, 3]$

نقطة حرجة (1، 1) ، صغرى (0 ، 0) ، عظمى (9، 3)

حلول
منصة مدرسية تعليمية

21) **رياضة :** عُد إلى فقرة "لماذا؟" في بداية الدرس. الدالة: $h(t) = 65t - 16t^2 + 3$ تمثل ارتفاع الكرة h بالأقدام بعد t ثانية، عندما $0 \le t \le 4$. (مثال 5)

a) أوجد $h'(t)$.

$$h'(t) = 65 - 32t$$

almanahj.com/sa

b) أوجد نقاط القيم العظمى والصغرى للدالة $h(t)$ في الفترة $[0, 4]$.

(0, 3),(2,03,68.9)

c) هل يمكن لأحمد ركل الكرة لتصل إلى ارتفاع 68 ft ؟

نعم ؛ أقصى ارتفاع يمكن أن تبلغه الكرة هو 68.9ft . وهذا أعلى من 68ft .

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

22) $f(x) = (4x + 3)(x^2 + 9)$

23) $g(x) = (3x^4 + 2x)(5 - 3x)$

almanahj.com/sa

$g(x) = \left(x^{\frac{3}{2}} + 2x\right)(0.5x^4 - 3x)$ **(25**

$s(t) = (\sqrt{t} + 2)(3t^{11} - 4t)$ **(24**

almanahj.com/sa

$c(t) = (t^3 + 2t - t^7)(t^6 + 3t^4 - 22t)$ **(26**

$q(a) = \left(a^{\frac{9}{8}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{5}{4}} - 13a\right)$ **(27**

almanahj.com/sa

حلول
منصة مدرسية تعليمية

(28 $f(x) = (1.4x^5 + 2.7x)(7.3x^9 - 0.8x^5)$

almanahj.com/sa

استعمل قاعدة مشتقة القسمة لإيجاد مشتقة كل دالةٍ ممّا يأتي:

29) $f(m) = \dfrac{3 - 2m}{3 + 2m}$

30) $r(t) = \dfrac{t^2 + 2}{3 - t^2}$

31) $m(q) = \dfrac{q^4 + 2q^2 + 3}{q^3 - 2}$

32) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x} + 2x}{-x^2 + 3}$

almanahj.com/sa

33) $q(r) = \dfrac{1.5r^3 + 5 - r^2}{r^3}$

34) $t(w) = \dfrac{w + w^4}{\sqrt{w}}$

حلول منصة مدرسية تعليمية

35) قام بائع ملابس بإيجاد العلاقة بين سعر قميص، وعدد القطع المبيعة منه يوميًّا، فوجد أنه عندما يكون سعر القميص d ريالًا ، فإن عدد القطع المبيعة يوميًّا يساوي $80 - 2d$.

a) أوجد $r(d)$ التي تمثل إجمالي المبيعات اليومية، عندما يكون سعر القميص d ريالًا.

$$r(d) = d(80 - 2d)$$

almanahj.com/sa

b) أوجد $r'(d)$.

$$r'(d) = -4d + 80$$

c) أوجد السعر d الذي تكون عنده قيمة المبيعات اليومية أكبر ما يمكن.

20 ريالا

حلول
منصة مدرسية تعليمية

الفصل 8

اختبار منتصف الفصل

الدروس من 1-8 إلى 3-8

قدِّر كل نهاية مما يأتي:

1) $\lim_{x \to 0^+} \frac{\sin x}{x}$ **1**

2) $\lim_{x \to 0^+} \frac{|x|}{x}$ **1**

3) $\lim_{x \to 3^-} \frac{2x^2 - 18}{x - 3}$ **12**

4) $\lim_{x \to 0^-} \frac{\cos x - 1}{x}$ **0**

5) $\lim_{x \to 3} \frac{2x}{x^2 + 1}$ $\frac{3}{5}$

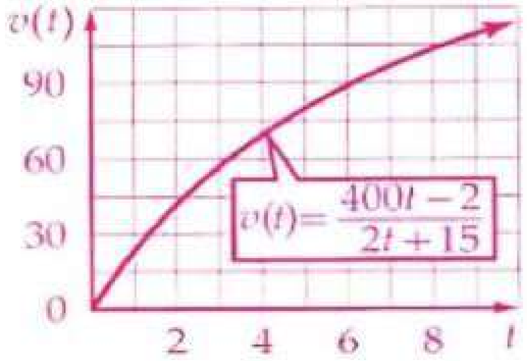
6) $\lim_{x \to 1} \sqrt{x^3 + 3}$ **2**

7) $\lim_{x \to -4} \frac{\sqrt{x + 20}}{x}$ -1

8) $\lim_{x \to 3} \frac{|4 - x|}{\sqrt{3x}}$ $\frac{1}{3}$

almanahj.com/sa

9) تزداد قيمة تحفة فنية فريدة سنويًا بحيث تُعطى قيمتها بآلاف الريالات بعد t سنة بالعلاقة $v(t) = \frac{400t + 2}{2t + 15}$. **(الدرس 1-8)**



a) مثّل الدالة $v(t)$ بيانيًا في الفترة $0 \le t \le 10$.

b) استعمل التمثيل البياني؛ لتقدير قيمة التحفة الفنية عندما $t = 2, 5, 10$.

almanahj.com/sa

42000, 80000, 115000 ريال

c) استعمل التمثيل البياني لتقدير $\lim_{t \to \infty} v(t)$.

200

d) وضّح العلاقة بين النهاية وسعر التحفة الفنية.

إن قيمة التحفة لن تزيد عن 200000 ريال .

التالي
الصفحة الرئيسية
السابق

احسب كل نهاية مما يأتي بالتعويض المباشر، إذا كان ممكنًا، وإلا فاذكر السبب. (الدرس 2-8)

10) $\lim\limits_{x \to 9} \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x} - 3}$

ليس ممكنا ؛ عندما $x = 9$ ، فإن المقام يساوي صفرا .

11) $\lim\limits_{x \to -2} (2x^3 + x^2 - 8)$

-20

almanahj.com/sa

12) **حياة بريَّة :** يمكن تقدير عدد الغزلان بالمئات في محمية بالعلاقة $P(t) = \frac{10t^3 - 40t + 2}{2t^3 + 14t + 12}$ ، وذلك بعد t سنة ، حيث $t \geq 3$ . . ما أكبر عدد للغزلان يمكن أن يوجد في هذه المحمية؟ (الدرس 2-8)

500 غزال

احسب كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

13) $\lim_{x\to\infty} (15 - x^2 + 8x^3)$ $\quad \infty$

14) $\lim_{x\to\infty} \frac{2x^3 - x - 2}{4x^3 + 5x^2}$ $\quad \frac{1}{2}$

15) $\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2 + 5x - 1}{2x^4 - 14x^2 + 2}$ $\quad 0$

16) $\lim_{x\to\infty} (10x^3 - 4 + x^2 - 7x^4)$ $\quad -\infty$

17) **اختيار من متعدد:** قدِّر $\lim_{x\to 0} \frac{2x^2 + 5}{10 - (2.7)^{\frac{16}{x}}}$

(الدرس 1-8)

A) $\boxed{\text{غير موجودة}}$

B) $\frac{1}{2}$

C) ∞

D) $-\infty$

almanahj.com/sa

أوجد ميل مماس منحنى كل دالة مما يأتي عند النقاط المعطاة:

18) $y = x^2 - 3x$, $(2, -2)$, $(-1, 4)$ **$1 , -5$**

19) $y = 2 - 5x$, $(-2, 12)$, $(3, -13)$ **$-5 , -5$**

20) $y = x^3 - 4x^2$, $(1, -3)$, $(3, -9)$ **$-5 , 3$**

21) **ألعاب نارية:** انطلقت قذيفة ألعاب نارية رأسيًّا إلى أعلى بسرعة $90\,\text{ft/s}$، وتمثل الدالة $h(t) = -16t^2 + 90t + 3.2$ الارتفاع الذي تبلغه القذيفة بعد t ثانية من إطلاقها. (الدرس 3-8)

a) أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للقذيفة. **$-32t + 90$**

b) ما السرعة المتجهة للقذيفة بعد $0.5\,\text{s}$ من الإطلاق؟ **$74\ ft/s$**

c) ما أقصى ارتفاع تبلغه القذيفة؟ **$129.7 ft/s$ تقريبا**

almanahj.com/sa

حلول منصة مدرسية تعليمية

22) **اختيار من متعدد:** أيٌّ مما يأتي يمثّل معادلة ميل منحنى $y = 7x^2 - 2$ عند أي نقطة عليه؟ (الدرس 8-3)

A $m = 7x$

B $\boxed{m = 14x}$

C $m = 7x - 2$

D $m = 14x - 2$

أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ لجسم يُعطى موقعه عند أي زمن بالعلاقة $h(t)$ في كل مما يأتي: (الدرس 8-3)

almanahj.com/sa

27) $h(t) = 4t^2 - 9t$ $\quad v(t) = 8t - 9$

28) $h(t) = 2t - 13t^2$ $\quad v(t) = 2 - 26t$

29) $h(t) = 2t - 5t^2$ $\quad v(t) = 2 - 10t$

30) $h(t) = 6t^2 - t^3$ $\quad v(t) = 12t - 3t^2$

المساحة تحت المنحنى والتكامل

حلول
منصة مدرسية تعليمية

يمكن حساب المساحة تحت المنحنى بأستخدام شكل اساسى معلوم المساحة كمساحة المستطيل للوصول الى المساحة التقريبية تحت المنحنى كما يوضح المثال الآتي :-

مثال **المساحة تحت منحنى باستعمال مستطيلات**

قرب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $f(x) = -x^2 + 12x$ والمحور x على الفترة $[0 , 12]$ باستعمال 4 ، 6 ، 12 مستطيلا على الترتيب . استعمل الطرف الأيمن لكل مستطيل لتحديد ارتفاعه .

almanahj.com/sa

مثل الدالة والمستطيلات كما في الأشكال التالية ، باتباع الخطوات التالية :

1- أوجد طول الفترة $[0 , 12]$ بطرح بدايتها من نهايتها .

2- أوجد عرض كل مستطيل بقسمة طول الفترة على عدد المستطيلات ، فمثلا إذا كان عدد المستطيلات 4 نقسم $12 \div 4 = 3$.

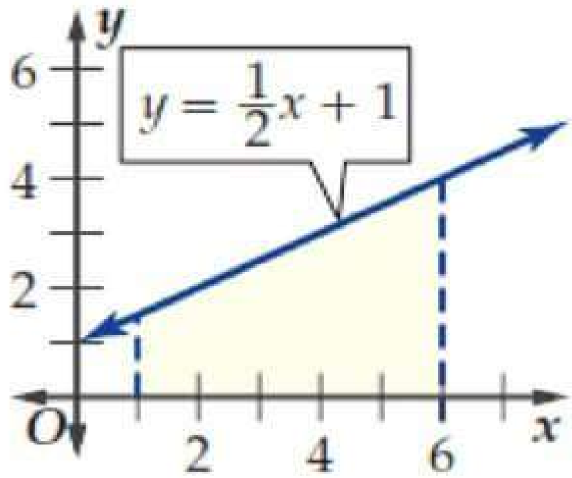
تكملة الشرح

تدرب وحل المسائل

قرِّب مساحة المنطقة المظللة تحت منحنى الدالة مستعملًا الطرف المعطى لتحديد ارتفاعات المستطيلات المعطى عددها في كلٍّ من الأشكال أدناه: (مثال 1)

1) 5 مستطيلات

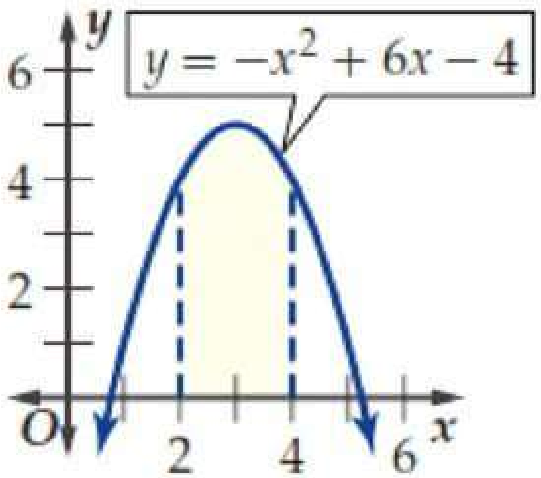
الطرف الأيمن



15 وحدة مربعة تقريبا

2) 4 مستطيلات

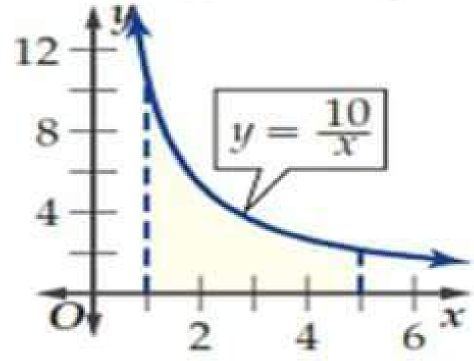
الطرف الأيسر



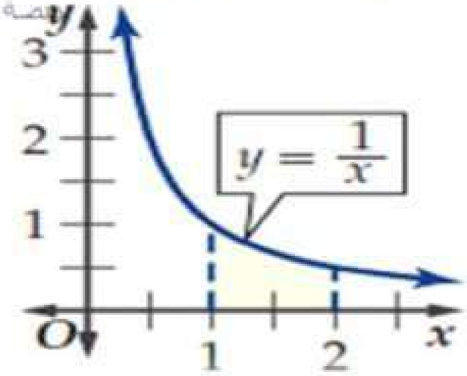
9.25 وحدات مربعة تقريبا

almanahj.com/sa

3) 8 مستطيلات
الطرف الأيمن



4) 5 مستطيلات
الطرف الأيمن



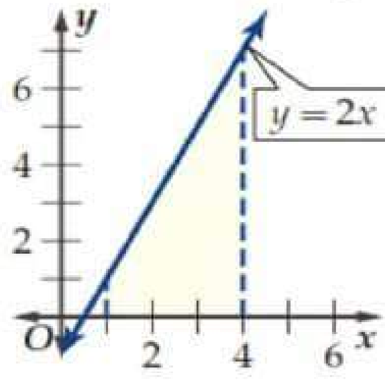
14.29 وحدة مربعة تقريبا

0.65 وحدة مربعة تقريبا

almanahj.com/sa

قرِّب مساحة المنطقة المظلَّلة تحت منحنى الدالة في كلٍّ من الأشكال الآتية مستعملًا الأطراف اليمنى ثم اليسرى؛ لتحديد ارتفاعات المستطيلات المعطى عرض كلٍّ منها، ثم أوجد الوسط للتقريبين: (مثال 2)

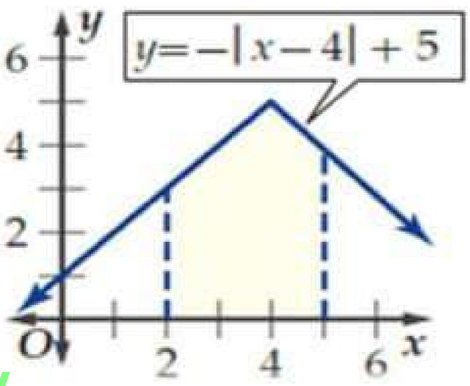
6) العرض 0.5



المساحة باستعمال الأطراف اليمنى هي 13.5 وحدة مربعة ، المساحة باستعمال الأطراف اليسرى هي 10.5 وحدات مربعة ، الوسط للمساحة هو 12 وحدة مربعة .

حلول
منصة مدرسية تعليمية

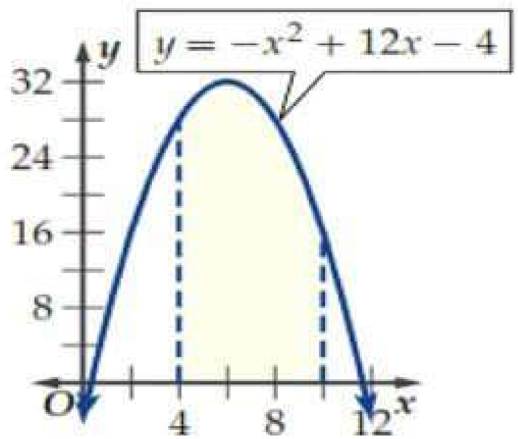
7) العرض 0.5



المساحة باستعمال الأطراف اليمنى هي 12.75 وحدة مربعة ، المساحة باستعمال الأطراف اليسرى هي 12.25 وحدة مربعة ، الوسط للمساحة هو 12.5 وحدة مربعة .

almanahj.com/sa

8) العرض 0.75



المساحة باستعمال الأطراف اليمنى هي 162.94 وحدة مربعة ، المساحة باستعمال الأطراف اليسرى هي 171.94 وحدة مربعة ، الوسط للمساحة هو 167.44 وحدة مربعة .

استعمل النهايات؛ لتقريب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x والمعطى بالتكامل المحدد في كل مما يأتي: (المثالان 3,4)

10) $\int_1^4 4x^2\,dx$

84 وحدة مربعة تقريبا

11) $\int_0^2 6x\,dx$

12 وحدة مربعة تقريبا

12) $\int_1^3 (2x^2+3)\,dx$

23.33 وحدة مربعة تقريبا

13) $\int_0^4 (4x-x^2)\,dx$

10.687 وحدات مربعة تقريبا

14) $\int_3^4 (-x^2+6x)\,dx$

8.67 وحدات مربعة تقريبا

15) $\int_2^4 (-3x+15)\,dx$

12 وحدة مربعة تقريبا

16) $\int_1^5 (x^2-x+1)\,dx$

33.33 وحدة مربعة تقريبا

17) $\int_1^3 12x\,dx$

48 وحدة مربعة تقريبا

almanahj.com/sa

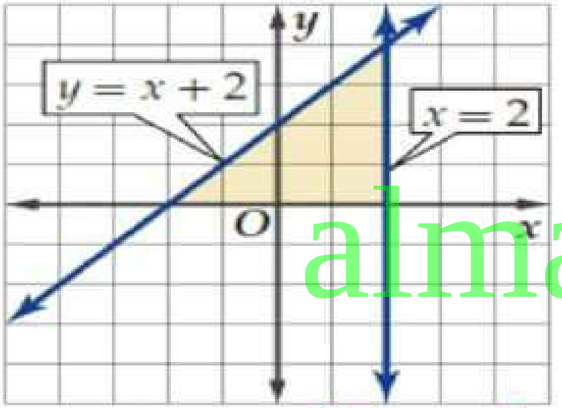
حلول
منصة مدرسية تعليمية

18) **طباعة:** ارجع إلى فقرة "لماذا؟" في بداية الدرس . إذا زاد عدد الكتب المطبوعة يوميًّا من 1000 كتاب إلى 1500 كتاب، فأوجد قيمة تكلفة الزيادة والمعطاة بالتكامل

$$\int_{1000}^{1500} (10 - 0.002x)\, dx \ .$$ (مثال 5)

3750 ريالا

19) يمكن حساب التكاملات المحددة عندما يكون أحد حدي التكامل موجبًا والآخر سالبًا.



a) أوجد طول قاعدة وارتفاع المثلث، ثم مساحته باستعمال قانون مساحة المثلث.

الارتفاع = 4 وحدات ،
القاعدة = 4 وحدات ،
المساحة = 8 وحدات مربعة

b) أوجد مساحة المثلث بحساب التكامل $\int_{-2}^{2} (x + 2)\, dx$.

8 وحدات مربعة

almanahj.com/sa

استعمل النهايات؛ لتقريب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x والمعطى بالتكامل المحدد في كل مما يأتي:

20) $\int_{-1}^{1} x^2\,dx$

0.67 وحدة مربعة تقريبا

21) $\int_{-1}^{0} (x^3+2)\,dx$

1.75 وحدة مربعة تقريبا

22) $\int_{-4}^{-2} (-x^2-6x)\,dx$

17.33وحدة مربعة تقريبا

23) $\int_{-3}^{-2} -5x\,dx$

12.5 وحدة مربعة تقريبا

almanahj.com/sa

24) $\int_{-2}^{0} (2x+6)\,dx$

8 وحدات مربعة تقريبا

25) $\int_{-1}^{0} (x^3-2x)\,dx$

0.75 وحدة مربعة تقريبا

حلول
منصة مدرسية تعليمية

النظرية الاساسية فى التفاضل والتكامل

قواعد الدالة الاصلية

قاعدة القوة

إذا كان $f(x) = xn$ ، حيث n عدد نسبي لا يساوي 1- ، فإن $F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

almanahj.com/sa

قاعدة ضرب دالة القوة فى عدد ثابت

إذا كان $f(x) = kxn$ ، حيث n عدد نسبي لا يساوي 1- ، k عددا ثابتا ، فإن : $F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

قاعدة المجموع والفرق

إذا كان $f(x)$، $g(x)$ ، دالتان أصليان هما $F(x)$، $G(x)$ على الترتيب ، فإن : $F(x) \pm G(x)$ دالة أصلية لـ $f(x) \pm g(x)$.

تدرب وحل المسائل

أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالّة مما يأتي:

1) $f(x) = x^5$

$$F(x) = \frac{1}{6}x^6 + c$$

2) $f(z) = \sqrt[3]{z}$

$$F(z) = \frac{3}{4}z^{\frac{4}{3}} + c$$

3) $q(r) = \frac{3}{4}r^{\frac{2}{5}} + \frac{5}{8}r^{\frac{1}{3}} + r^{\frac{1}{2}}$

almanahj.com/sa

$$Q(r) = \frac{15}{28}r^{\frac{7}{5}} + \frac{15}{32}r^{\frac{4}{3}} + \frac{2}{3}r^{\frac{3}{2}} + c$$

4) $w(u) = \frac{2}{3}u^5 + \frac{1}{6}u^3 - \frac{2}{5}u$

$$W(u) = \frac{1}{9}u^6 + \frac{1}{24}u^4 + \frac{1}{5}u^2 + c$$

5) $u(d) = \frac{12}{d^5} + \frac{5}{d^3} - 6d^2 + 3.5$

$$U(d) = -\frac{3}{d^4} - \frac{5}{2d^2} - 2d^3 + 3.5d + c$$

7) **سقوط حر:** ارجع إلى فقرة "لماذا؟" في بداية الدرس. افترض أن القلم قد استغرق 2s حتى الوصول إلى سطح الأرض. (مثال3)

a) أوجد دالة الموقع $s(t) = \int -32t\, dt$.

$$s(t) = -16t^2 + c$$

almanahj.com/sa

b) احسب قيمة C عندما $t = 2s$ ، $s(t) = 0$.

$$s(t) = -16t^2 + 64$$

c) ما ارتفاع القلم عن سطح الأرض بعد 1.5s من سقوطه؟

$$28ft$$

احسب كل تكامل مما يأتي:

8) $\int (6m + 12m^3)\, dm$

$3m^3 + 3m^4 + c$

9) $\int_1^4 2x^3\, dx$

127.5

10) $\int_2^5 (a^2 - a + 6)\, da$

46.5

almanahj.com/sa

11) $\int_1^3 \left(\frac{1}{2}h^2 + \frac{2}{3}h^3 - \frac{1}{5}h^4\right) dh$

7.99

12) $\int (3.4t^4 - 1.2t^3 + 2.3t - 5.7)\, dt$

$0.685t^5 - 0.3t^4 + 1.15t^2 - 5.7t + c$

13) $\int (14.2w^{6.1} - 20.1w^{5.7} + 13.2w^{2.3} + 3)\, dw$

$2w^{7.1} - 3w^{6.7} + 4w^{3.3} + 3w + c$

14) **حشرات:** تُعطى سرعة قفز حشرة بـ $v(t) = -32t + 34$ ، حيث t الزمن بالثواني، و $v(t)$ السرعة المتجهة بالأقدام لكل ثانية.

a) أوجد دالة الموقع $s(t)$ للحشرة، ثم احسب قيمة الثابت C بفرض أنه عندما $t = 0$ ، فإن $s(t) = 0$.

almanahj.com/sa

$$s(t) = -16t^2 + 34t$$

b) أوجد الزمن من لحظة قفز الحشرة حتى هبوطها على سطح الأرض؟

2.125s

15) **هندسة :** صمَّم مهندس مدخل بناية على شكل قوس يمكن وصفه بـ $y = -\frac{x^2}{157.5} + 4x$ ، حيث x بالأقدام. احسب مساحة المنطقة تحت القوس. (مثال 6)

$264600ft^2$

احسب كل تكامل مما يأتي:

16) $\int_{-3}^{1} 3\,dx$ **12**

17) $\int_{-1}^{2} (-x^2 + 10)\,dx$ **27**

18) $\int_{-2}^{-1} \left(\frac{x^5}{2} + \frac{5x^4}{4}\right) dx$ **2.5**

19) $\int_{-1}^{1} (x^4 - 2x^3 - 4x + 8)\,dx$ **16.4**

20) $\int_{-6}^{-3} (-x^2 - 9x - 10)\,dx$ **28.5**

حلول
منصة مدرسية تعليمية
almanahj.com/sa

حلول
منصة مدرسية تعليمية

(21 **مقذوفات:** تُعطى سرعة مقذوف بـ $v(t) = -32t + 120$ ، حيث $v(t)$ السرعة المتجهة بالأقدام لكل ثانية بعد t ثانية ، ويبلغ ارتفاعه 228 ft بعد 3 s .

(a أوجد أقصى ارتفاع يصله المقذوف.

almanahj.com/sa

$$\mathbf{237\,ft}$$

(b أوجد سرعة المقذوف عندما يصل إلى سطح الأرض.

$$\mathbf{-123.16\,ft/s}$$

حلول
منصة مدرسية تعليمية

قدّر كل نهاية مما يأتي:

1) $\lim_{x \to 0^+} \sqrt{x+4} - 8$ -6

2) $\lim_{x \to 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ 8

almanahj.com/sa

3) $\lim_{x \to 7} \frac{6}{x - 7}$

غير موجودة

4) $\lim_{x \to \infty} x^3 + 5x^2 - 2x + 21$

∞

5) **إلكترونيات:** يُعطى متوسط تكلفة إنتاج جهاز إلكتروني بالريال عند إنتاج x جهاز بالدالة $C(x) = \frac{100x + 7105}{x}$.

a) احسب نهاية الدالة عندما تقترب x من المالانهاية.

100

almanahj.com/sa

b) فَسِّر الناتج في الفرع a.

إجابة ممكنة : رغم تقلب متوسط تكلفة الجهاز الإلكتروني ، إلا أن متوسط التكلفة سيقترب من 100 ريال لكل جهاز .

احسب كل نهاية مما يأتي باستعمال التعويض المباشر إذا كان ممكنًا، وإلا فاذكر السبب:

6) $\lim_{x \to 5} \frac{x^2}{\sqrt{x-4}-2}$

−25

7) $\lim_{x \to 9} (2x^3 - 12x + 3)$

1353

almanahj.com/sa

8) **نادٍ رياضي:** تُمثِّل الدالة $S(t) = \frac{2000t^2 + 4}{1 + 10t^2}$ عدد المشتركين في نادٍ رياضي بعد t يوم من افتتاحه.

a) ما عدد المشتركين في البداية؟ **4**

b) ما أكبر عدد ممكن لمشتركي النادي؟ **200**

احسب كل نهاية مما يأتي (إن وجدت):

9) $\lim_{x\to\infty} (x^2 - 7x + 2)$

∞

10) $\lim_{x\to\infty} (2x^3 - 8x^2 - 5)$

∞

11) $\lim_{x\to\infty} \frac{2x^3 - x - 1}{-x^4 + 7x^3 + 4}$

0

12) $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{25 + x} - 4}{x}$

0

almanahj.com/sa

13) اختيار من متعدد: ما قيمة $\lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{x+3} - \frac{1}{3}}{x}$ ؟

A $\boxed{-\frac{1}{9}}$

B 0

C $\frac{1}{9}$

D غير موجودة

أوجد ميل مماس منحنى كل دالةٍ مما يأتي عند النقاط المعطاة:

14) $y = x^2 + 2x - 8 , (-5, 7) , (-2, -8)$

$$-8 , -2$$

15) $y = \frac{4}{x^3} + 2 , (-1, -2) , \left(2, \frac{5}{2}\right)$

almanahj.com/sa

$$-12 , -\frac{3}{4}$$

16) $y = (2x + 1)^2 , (-3, 25) , (0, 1)$

$$-20 , 4$$

أوجد السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ لجسم يُعطى موقعه عند أي زمن بالدالة $h(t)$ في كل مما يأتي:

17) $h(t) = 9t + 3t^2$ $\qquad v(t) = 9 + 6t$

18) $h(t) = 10t^2 - 7t^3$ $\qquad v(t) = 20t - 21t^2$

19) $h(t) = 3t^3 - 2 + 4t$ $\qquad v(t) = 9t^2 + 4$

almanahj.com/sa

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

20) $f(x) = -3x - 7$ $\qquad f'(x) = -3$

21) $b(c) = 4c^{\frac{1}{2}} - 8c^{\frac{2}{3}} + 5c^{\frac{4}{5}}$ $\qquad b'(c) = \dfrac{2}{\sqrt{c}} - \dfrac{16}{3c^{\frac{1}{3}}} + \dfrac{4}{c^{\frac{1}{5}}}$

استعمل النهايات؛ لتقريب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x، والمعطاة بالتكامل المحدد في كل مما يأتي:

26) $\int_1^4 (x^2 - 3x + 4)\, dx$ 10.5 وحدات مربعة تقريبا

27) $\int_3^8 10x^4\, dx$ 65050 وحدة مربعة تقريبا

28) $\int_2^5 (7 - 2x + 4x^2)\, dx$ 156 وحدة مربعة تقريبا

almanahj.com/sa

احسب كل تكامل مما يأتي:

31) $\int (5x^3 - 6x^2 + 4x - 3)\, dx$ $\frac{5}{4}x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 3x + c$

32) $\int_1^4 (x^2 + 4x - 2)\, dx$ 45