## شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج السعودية

# عرض الدرس الخامس الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء



## التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثالث الثانوي

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |

## روابط مواد الصف الثالث الثانوي على تلغرام

| | | | |
|---|---|---|---|
| التربية الاسلامية | اللغة العربية | اللغة الانجليزية | الرياضيات |

## المزيد من الملفات بحسب الصف الثالث الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الثالث

| | |
|---|---|
| 1 | طريقة مبسطة لإيجاد الجذور النونية للعدد المركب |
| 2 | شرح وحل درس الأعداد المركبة ونظرية ديموافر |
| 3 | عرض الدرس الخامس الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |
| 4 | عرض الدرس الرابع المتجهات في الفضاء الثلاثي الأبعاد |
| 5 | عرض الدرس الثالث الضرب الداخلي |

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات

## فيما سبق

درست الضرب الداخلي لمتجهين في المستوى .

## الآن

- أجدُ الضرب الداخلي لمتجهين، والزاوية بينهما في الفضاء .
- أجدُ الضرب الاتجاهي للمتجهات ، وأستعمله في إيجاد المساحات والحجوم.

## المفردات

الضرب الاتجاهي

cross product

متوازي السطوح

parallelepiped

الضرب القياسي الثلاثي

triple scalar product

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات

## لمـــــاذا

يستعمل طارق المتجهات؛ ليتحقق ممَّا إذا كان خطَّا سير طائرتين متوازيين أم لا؛ وذلك بمعرفة إحداثيات نقطَتَي الإقلاع، ونقطتين تصلان إليهما بعد فترة زمنية معينة.

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات

**الضرب الداخلي في الفضاء** إيجاد الضرب الداخلي لمتجهين في الفضاء يشبه إيجاده لمتجهين في المستوى، وكما هي الحال مع المتجهات في المستوى، يتعامد متجهان غير صفريين في الفضاء، إذا وفقط إذا كان حاصل ضربهما الداخلي صفرًا.

## مفهوم أساسي

### الضرب الداخلي والمتجهات المتعامدة في الفضاء

يُعَرَّف الضرب الداخلي للمتجهين: $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle, \mathbf{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ في الفضاء كالآتي:

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ ، ويكون المتجهان غير الصفريين a, b متعامدين، إذا وفقط إذا كان $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات

تحقق من فهمك

أوجد حاصل الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي، ثم حدِّد ما إذا كانا متعامدين أم لا:

**1A)** $\mathbf{u} = \langle 3, -5, 4 \rangle, \mathbf{v} = \langle 5, 7, 5 \rangle$

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات

تدرب

أوجد حاصل الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي، ثم حدِّد ما إذا كانا متعامدين أم لا:

**5)** $\mathbf{u} = 6\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 5\mathbf{k}, \mathbf{v} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات

تحقق من فهمك

**2)** أوجد قياس الزاوية بين المتجهين: $\mathbf{u} = -4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}, \mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{k}$ ، إلى أقرب منزلةٍ عشريةٍ.

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات

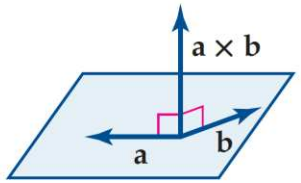
تدرب

أوجد قياس الزاوية بين المتجهين:

**8)** $\mathbf{u} = \langle 6, -5, 1 \rangle, \mathbf{v} = \langle -8, -9, 5 \rangle$

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات




**الضرب الاتجاهي** هو نوع آخر من الضرب بين المتجهات في الفضاء، وبخلاف الضرب الداخلي، فإن **الضرب الاتجاهي** لمتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ هو متجه وليس عددًا، ويُرمز له بالرمز $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$، ويُقرأ $\mathbf{a}$ cross $\mathbf{b}$ ، ويكون المتجه $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ عموديًّا على المستوى الذي يحوي المتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ .

## مفهوم أساسي — الضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء

إذا كان: $\mathbf{a} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}, \mathbf{b} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$ ، فإن الضرب الاتجاهي للمتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$

هو المتجه: $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (a_2b_3 - a_3b_2)\mathbf{i} - (a_1b_3 - a_3b_1)\mathbf{j} + (a_1b_2 - a_2b_1)\mathbf{k}$

إذا طبَّقنا قاعدة حساب قيمة محدّدة من الدرجة الثالثة على المحدّدة أدناه، والتي تتضمن متجهات الوحدة $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ ، وإحداثيات كلٍّ من $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ، فإننا نتوصل إلى القاعدة نفسها للمتجه $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ .

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

بوضع متجهات الوحدة $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ في الصف 1

بوضع إحداثيات $\mathbf{a}$ في الصف 2

بوضع إحداثيات $\mathbf{b}$ في الصف 3

$$\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} \mathbf{i} - \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} \mathbf{j} + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (a_2 b_3 - a_3 b_2)\mathbf{i} - (a_1 b_3 - a_3 b_1)\mathbf{j} + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\mathbf{k}$$

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات

تحقق من فهمك

أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ ممايأتي، ثم بيّن أن $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ يعامد كلًّا من $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :

**(3A** $\mathbf{u} = \langle 4, 2, -1 \rangle, \mathbf{v} = \langle 5, 1, 4 \rangle$

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات

تدرب

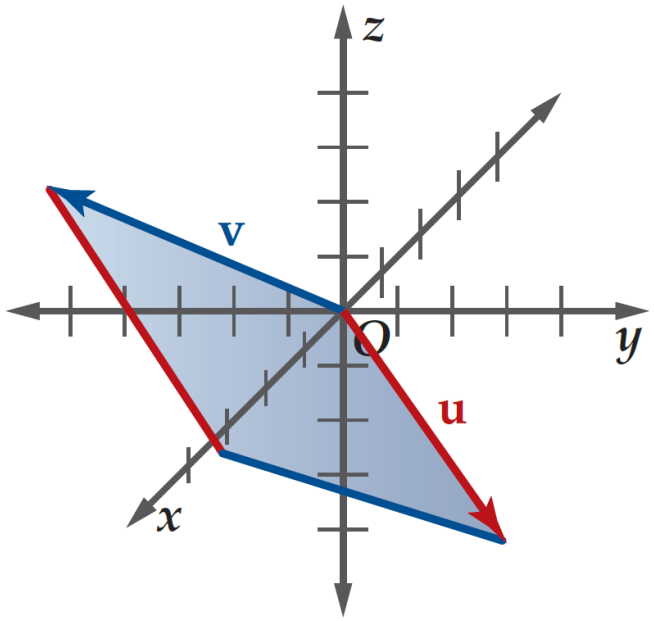
أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ ممايأتي، ثم بيّن أن $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ يعامد كلًّا من $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :

**15** $\mathbf{u} = -2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 5\mathbf{k}, \mathbf{v} = 7\mathbf{i} + \mathbf{j} - 6\mathbf{k}$

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات

للضرب الاتجاهي تطبيقات هندسية عديدة، فمثلًا مقدار المتجه $|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|$ يُعبِّر عن مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ ضلعان متجاوران كما في الشكل 1.5.1 .




**الشكل 1.5.1**

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات

تحقق من فهمك

**4)** أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه: $\mathbf{u} = -6\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}, \mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ضلعان متجاوران .

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات

تدرب

أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه $\mathbf{u}$ , $\mathbf{v}$ ضلعان متجاوران

**16)** $\mathbf{u} = \langle -9, 1, 2 \rangle$ , $\mathbf{v} = \langle 6, -5, 3 \rangle$

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات

تحصيلي

إذا كان $\mathbf{u} = \langle b, -3, 1 \rangle , \mathbf{v} = \langle -2, -1, 3 \rangle$ فما قيمة $b$ التي تجعل المتجهين $\mathbf{u} , \mathbf{v}$ متعامدين؟

(A) $-6$ (B) $-3$

(C) $3$ (D) $6$

---

قياس الزاوية بين المتجهين $\mathbf{a} = \langle \sqrt{2}, 2, 0 \rangle , \mathbf{b} = \langle \sqrt{3}, 0, 1 \rangle$ ..

(A) $30°$ (B) $45°$

(C) $60°$ (D) $90°$

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات

تحصيلي

أي المتجهات التالية عمودي على المتجهين ..

$\mathbf{v} = 2\mathbf{i} - \mathbf{k}$ , $\mathbf{w} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$

Ⓐ $\langle -3, 2, 6 \rangle$ Ⓑ $\langle -3, 6, -6 \rangle$

Ⓒ $\langle 3, -2, 6 \rangle$ Ⓓ $\langle -3, -6, 6 \rangle$

---

متوازي أضلاع فيه $\mathbf{u} = 7\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ و $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$ ضلعان متجاوران، ما مساحته بالوحدات المربعة؟

Ⓐ 13 Ⓑ 21

Ⓒ $\sqrt{186}$ Ⓓ $\sqrt{458}$

| الصف | المادة | الفصل | الدرس | التاريخ | موضوع الدرس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٣ث | ريض٦ | ١ | ٥ | | الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء |

الأدوات

تحصيلي

إذا كان حجم متوازي السطوح الذي فيه $\mathbf{u} = \langle c, -3, 1 \rangle$ و $\mathbf{v} = \langle -2, -1, 4 \rangle$ و $\mathbf{w} = \langle 1, 0, -2 \rangle$ أحرف متجاورة تساوي 7 وحدات مكعبة؛ فإن قيمة $c$ الموجبة تساوي ..

Ⓐ 1 Ⓑ 2

Ⓒ 3 Ⓓ 4