شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج السعودية

التهيئة للباب الثالث المتطابقات المثلثية

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 03-12-2023 05:07:58

التواصل الاجتماعي بحسب الثالث الثانوي

المزيد من الملفات بحسب الثالث الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

التهيئة للفصل 3

رياضيات ٥

عزيزي الطالب لنبدأ الدرس

عبد المجيد
@telegram: m_14399

تعلم تعاوني

تشخيص الاستعداد: للتأكد من المتطلبات السابقة، أجب عن أسئلة الاختيار السريع الآتي:

مراجعة المفردات

الحل الدخيل (extraneous solution):
الحل الذي لايحقق المعادلة الأصلية.

الزاوية الربعية (quadrantal angle):
زاوية في الوضع القياسي بحيث يقع ضلع الانتهاء لها على أحد المحورين x أو y.

الزاوية المرجعية (reference angle):
إذا كانت θ زاوية غير ربعية مرسومة في الوضع القياسي، فإن زاويتها المرجعية θ هي الزاوية الحادة المحصورة بين ضلع انتهاء الزاوية θ والمحور x، ويمكن استعمالها؛ لإيجاد قيم الدوال المثلثية لأي زاوية θ.

دائرة الوحدة (unit circle):
هي دائرة مرسومة في المستوى الإحداثي، ومركزها نقطة الأصل، وطول نصف قطرها وحدة واحدة.

الدالة الدورية (periodic function):
هي دالة تمثيلها البياني عبارة عن تكرار نمط على فترات منتظمة متتالية.

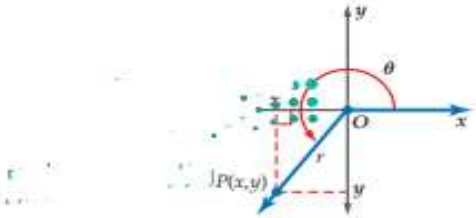
النسبة المثلثية (trigonometric ratio):
نسبة تقارن بين طولي ضلعين في المثلث القائم الزاوية.

الدوال المثلثية للزوايا (trigonometric functions of general angles):
لتكن θ زاوية مرسومة في الوضع القياسي، وتقع النقطة $P(x, y)$ على ضلع انتهائها. باستعمال نظرية فيثاغورس يمكن إيجاد r (المسافة من النقطة P إلى نقطة الأصل) باستعمال الصيغة $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. وتكون الدوال المثلثية الست للزاوية θ معرفة كما يأتي:

$$\sin\theta = \frac{y}{r} \qquad \cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}, x \neq 0 \qquad \csc\theta = \frac{r}{y}, y \neq 0$$

$$\sec\theta = \frac{r}{x}, x \neq 0 \qquad \cot\theta = \frac{x}{y}, y \neq 0$$



تعلم تعاوني

اختبار سريع

حلّل كل عبارة فيما يأتي تحليلًا تامًا، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب "أولية".

1) $-16a^2 + 4a$

2) $5x^2 - 20$

تعلم تعاوني

ثانياً
التدريب

الزمن / (٢) دقائق

5) **هندسة :** مساحة قطعة ورقية مستطيلة الشكل هي: $(x^2 + 6x + 8)\ \text{cm}^2$. إذا كان طول القطعة: $(x + 4)\ \text{cm}$،
فما عرضها؟

معلومة مهمة

عبد المجيد

تعلم تعاوني

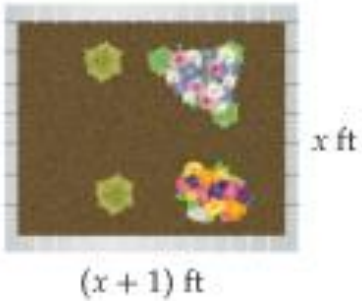
حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية باستعمال التحليل:

6) $x^2 + 6x = 0$

7) $x^2 + 2x - 35 = 0$

تعلم تعاوني

10) **حدائق:** قامت ليلى بتخصيص حوض مستطيل الشكل لزراعة الورود في منزلها. إذا علمت أن مساحة الحوض $42\,ft^2$ ، وبعديه عددان صحيحان ، فأوجد قيمة x الممكنة.



تعلم تعاوني

ثانياً
التدريب

الزمن / (٢) دقائق

أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية فيما يأتي:

11) $\sin 45^\circ$

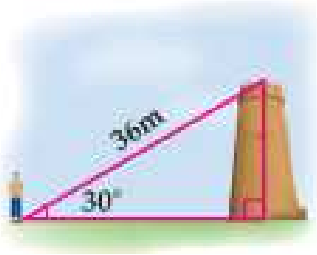
12) $\cos 225^\circ$

@telegram: m_14399

معلومة مهمة

تعلم تعاوني

15) **قصر المصمك:** يقف سلمان أمام برج قصر المصمك التاريخي كما في الشكل المجاور. ما ارتفاع البرج؟



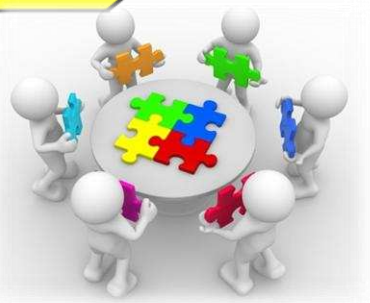
@telegram: m_14399

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

المتطابقات المثلثية
Trigonometric Identities

رياضيات ٥



فيما سبق:

درستُ كيفية إيجاد قيم الدوال المثلثية. (مهارة سابقة)

والآن:

- أستعمل المتطابقات المثلثية لإيجاد قيم الدوال المثلثية.
- أستعمل المتطابقات المثلثية لتبسيط العبارات.

المفردات:

المتطابقة
identity

المتطابقة المثلثية
trigonometric identity

المتطابقات النسبية
quotient identities

متطابقات المقلوب
resiprocal identities

متطابقات فيثاغورس
pythagorean identities

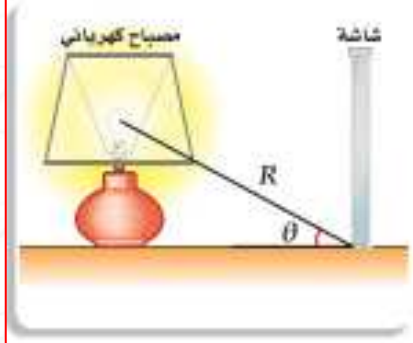
متطابقات الزاويتين المتتامتين
cofunction identities

متطابقات الدوال الزوجية والدوال الفردية
odd-even identities

@telegram: m_14399

تعلم تعاوني

لماذا؟



تُسمّى كمية الضوء الساقطة من مصدر ضوئي على سطح، الاستضاءة (E). وتقاس الاستضاءة بوحدة قدم / شمعة، وترتبط بالمسافة R مقيسة بالأقدام بين المصدر الضوئي والسطح بالعلاقة $\sec\theta = \frac{I}{ER^2}$، حيث I شدة إضاءة المصدر مقيسة بالشمعة، و θ هي الزاوية بين شعاع الضوء والمستقيم العمودي على السطح (الشاشة)، وتستعمل هذه العلاقة في التطبيقات الضوئية والبصرية كالإضاءة والتصوير.

المتطابقات المثلثية الأساسية: تكون المعادلة **متطابقة** إذا تساوى طرفاها لجميع قيم المتغيرات فيها. فمثلًا: $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$ متطابقة؛ لأن طرفيها متساويان لجميع قيم x، و**المتطابقة المثلثية** هي متطابقة تحوي دوال مثلثية. وإذا وجدت مثالًا مضادًا يثبت خطأ المعادلة، فالمعادلة عندئذٍ لا تكون متطابقة.

عبد المجيد
@telegram: m_14399

تعلم تعاوني

مفهوم أساسي

المتطابقات المثلثية الأساسية

المتطابقات النسبية:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta},\ \cos\theta \neq 0 \qquad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta},\ \sin\theta \neq 0$$

متطابقات المقلوب:

$$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta},\ \csc\theta \neq 0 \qquad \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta},\ \sin\theta \neq 0$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta},\ \sec\theta \neq 0 \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta},\ \cos\theta \neq 0$$

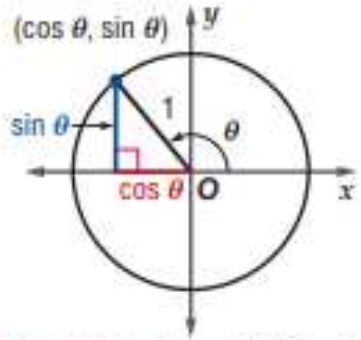
$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta},\ \cot\theta \neq 0 \qquad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta},\ \tan\theta \neq 0$$

متطابقات فيثاغورس:

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$

$$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$$



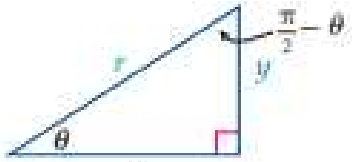
حسب نظرية فيثاغورس $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

@telegram: m_14399

تعلم تعاوني

متطابقات الزاويتين المتتامتين:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$$
$$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cot\theta$$



$\sin\theta=\frac{y}{r}=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$

$\tan\theta=\frac{y}{x}=\cot\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$

إرشادات للدراسة

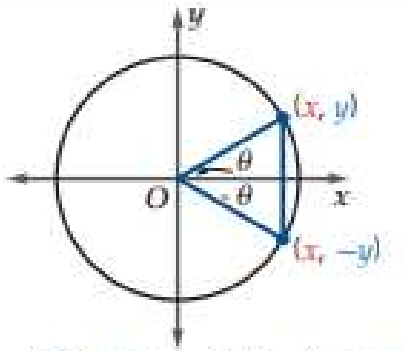
متطابقات الزاويتين المتتامتين:

يمكن كتابة متطابقات الزاويتين المتتامتين بالدرجات كما يلي:

$\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$

متطابقات الدوال الزوجية والدوال الفردية:

$$\sin(-\theta)=-\sin\theta$$
$$\cos(-\theta)=\cos\theta$$
$$\tan(-\theta)=-\tan\theta$$



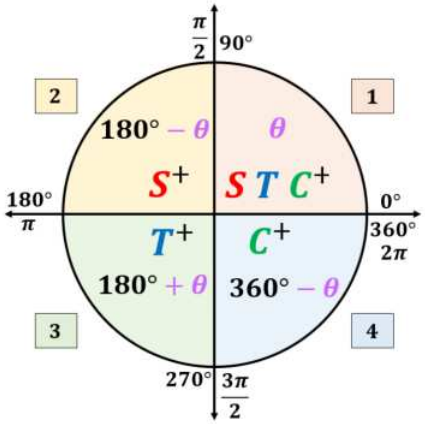
$\sin\theta=y$ $\quad$ $\sin(-\theta)=-y$

$\cos\theta=x$ $\quad$ $\cos(-\theta)=x$

عبد المجيد
@telegram: m_14399

تعلم تعاوني

يمكنك استعمال المتطابقات الأساسية، لإيجاد القيم الدقيقة للدوال المثلثية، كما يمكنك إيجاد قيم تقريبية لها باستعمال الحاسبة البيانية.

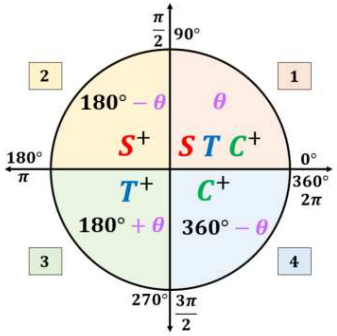


$S = \sin$
$C = \cos$
$T = \tan$

مثال 1 استعمال المتطابقات المثلثية

a) أوجد القيمة الدقيقة لِـ $\cos\theta$، إذا كان $\sin\theta = \frac{1}{4}$، $90° < \theta < 180°$.

تعلم فردي



$S = \sin$
$C = \cos$
$T = \tan$

b) أوجد القيمة الدقيقة لِـ $\csc\theta$ إذا كان $\cot\theta = -\frac{3}{5}; 270° < \theta < 360°$

إرشادات للدراسة

الأرباع:

يساعدك الجدول والشكل أدناه على تذكّر أي الدوال المثلثية موجبة، وأيها سالبة في كل ربع من الأرباع: 1,2,3,4 .

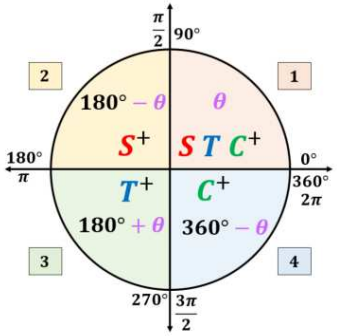
الدالة	+	−
$\sin\theta$	1, 2	3, 4
$\csc\theta$		
$\cos\theta$	1, 4	2, 3
$\sec\theta$		
$\tan\theta$	1, 3	2, 4
$\cot\theta$		

A all functions
S sine
T tangent
C cosine

عبد المجيد
@telegram: m_14399

تعلم فردي

$S = \sin$
$C = \cos$
$T = \tan$



تحقق من فهمك

1A) أوجد القيمة الدقيقة لِـ $\sin\theta$ إذا كان $\cos\theta = \frac{1}{3}$ ، $270° < \theta < 360°$.

1B) أوجد القيمة الدقيقة لِـ $\sec\theta$ إذا كان $\sin\theta = -\frac{2}{7}$ ، $180° < \theta < 270°$.

عبد المجيد
@telegram: m_14399

تعلم تعاوني

تبسيط العبارات المثلثية، تبسيط العبارات الرياضية التي تحتوي على الدوال المثلثية، يعني إيجاد قيمة عددية للعبارة ، أو كتابتها بدلالة دالة مثلثية واحدة فقط، إن أمكن.

إرشادات للدراسة

تبسيط العبارة المثلثية

عند تبسيط العبارات المثلثية يكون من الأسهل عادة أن تُكتب حدود العبارة جميعها بدلالة: الجيب $(\sin\theta)$ و/أو بدلالة جيب التمام $(\cos\theta)$.

مثال 2 تبسيط العبارة المثلثية

بسّط العبارة : $\dfrac{\sin\theta \csc\theta}{\cot\theta}$.

عبد المجيد
@telegram: m_14399

تعلم فردي

تحقق من فهمك

(2A $\dfrac{\tan^2\theta\csc^2\theta - 1}{\sec^2\theta}$

(2B $\dfrac{\sec\theta}{\sin\theta}(1 - \cos^2\theta)$

@telegram: m_14399

تعلم تعاوني

تبسيط العبارات المثلثية يمكن أن يكون مفيدًا في حل مسائل من واقع الحياة.

مثال 3 من واقع الحياة
إعادة كتابة الصيغ الرياضية

الاستضاءة: ارجع إلى فقرة "لماذا؟" في بداية الدرس.

a) حل المعادلة $\sec\theta = \frac{I}{ER^2}$ بالنسبة لِـ E.

تاريخ الرياضيات

الفراعنة القدماء هم أول من عرف حساب المثلثات، وساعدهم ذلك على بناء الأهرامات الثلاثة، ثم طوّره علماء المسلمين من بعدهم ووضعوا الأسس الحديثة له .
وأصبح علمًا مستقلًا بذاته، وكان من أوائل المؤسسين له :
أبو عبد الله البتاني، والزرقلي ، ونصير الدين الطوسي.

عبد المجيد
@telegram: m_14399

تعلم تعاوني

b) هل المعادلة في الفرع a تكافئ المعادلة $R^2 = \frac{I \tan\theta \cos\theta}{E}$ ؟ فسّر إجابتك.

عبد المجيد
@telegram: m_14399

تعلم فردي

تحقق من فهمك

3) تعلم أن مقدار العزم (τ) يساوي حاصل ضرب القوة (F) في ذراعها، ويعطى بالمعادلة $\tau = Fr \sin \theta$.
أعد كتابة المعادلة السابقة بدلالة (F).

عبد المجيد
@telegram: m_14399

عزيزي الطالب سنغلق درسنا لهذا اليوم

بتقويم ختامي باستخدام الشريحة التالية

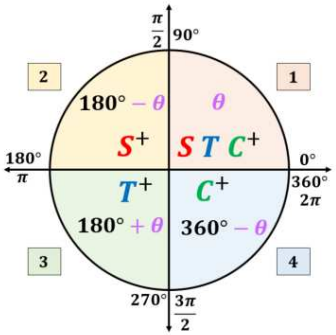
عبد المجيد
@telegram: m_14399

رابعاً
التقويم

في (٤) دقائق

التقويم

تعلم تعاوني



S = sin
C = cos
T = tan

تدرب وحل المسائل

أوجد القيمة الدقيقة لكل من النسب المثلثية الآتية:

1) $\tan\theta$ ، إذا كان $\cot\theta = 2$ ، $0° < \theta < 90°$

@telegram: m_14399

معلومة مهمة

رابعاً
التقويم
في (٣) دقائق

التقويم

تعلم تعاوني

تدرب وحل المسائل

بسّط كل عبارة مما يأتي:

9) $\tan\theta\cos^2\theta$

10) $\csc^2\theta - \cot^2\theta$

@telegram: m_14399

معلومة مهمة

التقويم

تعلم تعاوني

مسائل مهارات التفكير العليا

27) **تبرير:** وضِّح كيف يمكن إعادة كتابة معادلة الاستضاءة الموجودة في فقرة "لماذا؟" في بداية الدرس، على الصورة: $\cos\theta = \frac{ER^2}{I}$.

رابعاً
التقويم

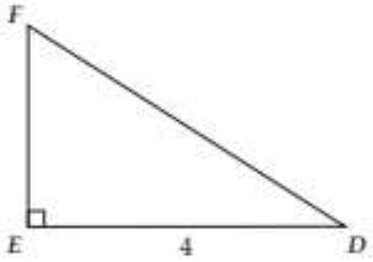
في (٣) دقائق

التقويم

تعلم تعاوني

تدريب على اختبار

39) في الشكل أدناه، إذا كان $\cos D = 0.8$ ، فما طول $\overline{DF}$؟



A 5

B 4

C 3.2

D 10

@telegram: m_14399

معلومة مهمة

تدرب على التحصيلي

@telegram: m_14399

تحصيلي

تعلم فردي

قيمة العبارة $\cos^2\theta + \sin^2\theta$ تساوي ..

Ⓐ 1 .　　Ⓑ −1 .　　Ⓒ 0 .　　Ⓓ $\tan\theta$.

@telegram: m_14399

معلومة مهمة

تعلم فردي

رابعاً
التقويم

في (٣) دقائق

1 اكتب ملخصاً لأبرز أفكار الدرس .

2 ماالأفكار الجديدة التي حصلت عليها من الدرس ؟

3 اكتب موقفاً من واقع الحياة يرتبط بفكرة الدرس .

عبد المجيد
@telegram: m_14399

نكمل بقية الدرس غداً

شكراً لحماسكم وتفاعلكم

@telegram: m_14399